



CAPACIDADE COMPRESSIVA REMANESCENTE DE ELEMENTOS
TUBULARES ESBELTOS COM CORROSÃO EXTERNA

Irving David Hernández Fontes

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Oceânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Oceânica.

Orientador: Murilo Augusto Vaz

Rio de Janeiro
Setembro de 2014

CAPACIDADE COMPRESSIVA REMANESCENTE DE ELEMENTOS
TUBULARES ESBELTOS COM CORROSÃO EXTERNA

Irving David Hernández Fontes

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE
ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA
OCEÂNICA.

Examinada por:

Prof. Murilo Augusto Vaz, Ph.D.

Prof. Júlio Cesar Ramalho Cyrino, D.Sc.

Prof. Gilberto Bruno Ellwanger, D.Sc.

Prof. Lavínia Maria Sanabio Alves Borges, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
SETEMBRO DE 2014

Fontes, Irving David Hernández

Capacidade compressiva remanescente de elementos tubulares esbeltos com corrosão externa/Irving David Hernández Fontes. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2014.

XI, 53 p.: il.; 29,7cm.

Orientador: Murilo Augusto Vaz

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Oceânica, 2014.

Referências Bibliográficas: p. 48 – 51.

1. Capacidade remanescente. 2. Corrosão. 3. Flambagem. I. Vaz, Murilo Augusto. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Oceânica. III. Título .

*“Aos meus pais, irmãos e minha
esposa Kamila, minha família,
que com muito sacrifício,
carinho e apoio, não mediram
esforços para que eu chegasse até
esta etapa de minha vida”*

Agradecimentos

Considerando esta dissertação o resultado de uma caminhada que não começou na UFRJ, e também como o início de uma realização maior, agradecer não é uma tarefa fácil, nem justa. Para evitar ser injusto, agradeço de antemão a todos os que de alguma forma passaram pela minha vida e contribuíram para a construção de quem sou hoje.

Agradeço à minha mãe Costantina Fontes Sánchez pelo apoio e incentivo nas horas difíceis de desânimo e cansaço, me mostrando que as atitudes mudam qualquer cenário.

Ao meu pai David Hernández Hernández, que apesar de todas as dificuldades me fortaleceu e nunca deixou de acreditar em mim nem duvidou da minha capacidade, embora até eu tinha duvidado em alguns momentos de desespero, isso para mim foi muito importante.

Obrigado Jassiel e Towssaint, meus irmãos, que sempre me fizeram entender que o futuro é feito a partir da constante dedicação no presente!

À Kamila Cardoso França, minha esposa, pela infinita paciência, dedicação, cuidados e carinho.

Ao professor Murilo Augusto Vaz pela confiança depositada, a sabedoria compartilhada nas orientações, a paciência e a oportunidade que me brindou ao permitir-me incursionar como estudante de mestrado em esta magna instituição (COPPE-UFRJ) no Programa de Engenharia Oceânica (PEEnO) ao lado duma grande equipe, à que sou grato da mesma forma, dentro do laboratório do Núcleo de Estruturas Oceânicas.

Ao programa PEC-PG do CNPq ao brindar-me a bolsa de estudos do processo 190248/2011-4, com a qual foi-me possível completar o processo de mestrado, por acreditar em talentos jovens do Brasil e do mundo inteiro.

Ao Instituto Mexicano do Petróleo (Ing. Oscar Valle Molina e Dr. Federico Barranco) por ter sido o nexos institucional que fez possível o início deste grande sonho e manteve sempre uma postura colaborativa e de apoio para minha formação dentro da ciência, assim também por me considerar parte da equipe de cientistas que ajudaram ao desenvolvimento de México, minha terra amada.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

CAPACIDADE COMPRESSIVA REMANESCENTE DE ELEMENTOS
TUBULARES ESBELTOS COM CORROSÃO EXTERNA

Irving David Hernández Fontes

Setembro/2014

Orientador: Murilo Augusto Vaz

Programa: Engenharia Oceânica

O presente trabalho pretende fornecer critérios para a avaliação da capacidade remanescente em elementos tubulares esbeltos, que atingiram uma degradação da parede externa devida aos efeitos de corrosão, submetidos a cargas de compressão pura e não considerando cargas de pressão ou de origem térmica ou hidrostática, visando, através da análise e formulação numérica/analítica de padrões específicos de corrosão, a redução do conservadorismo sem descuidar da segurança e integridade dos elementos. Analisam-se as relações entre a capacidade compressiva e os efeitos causados pelas características do defeito atingido, a excentricidade e a esbeltez do elemento, como fatores e indicadores na diminuição da capacidade do elemento.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

REMAINING COMPRESSIVE CAPACITY IN SLENDER TUBULAR
ELEMENTS WITH EXTERNAL CORROSION

Irving David Hernández Fontes

September/2014

Advisor: Murilo Augusto Vaz

Department: Ocean Engineering

This work aims to provide criteria for evaluating the remaining capacity of slender tubular elements which achieved an outer wall degradation due to the effects of corrosion. These elements are subjected to pure compression loads, without the consideration of pressure, thermal or hydrostatic loads, through numerical and analytical formulations of specific patterns of corrosion, reducing conservatism without neglecting the security and integrity of the elements. It analyzes the relationship between the compressive capacity and the effects caused by the characteristics of defect, eccentricity and slenderness of the element as indicators and factors of accelerating the onset of buckling.

Sumário

Lista de Figuras	x
1 Introdução	1
1.1 Motivação	2
1.2 Objetivo do trabalho	3
1.3 Revisão bibliográfica	4
1.4 Capacidade de elementos tubulares intactos	9
1.5 Norma API RP 2A-LRFD para compressão de elementos tubulares intactos.	12
2 Capacidade remanescente de elementos tubulares corroídos	15
2.1 Propriedades da seção transversal de elementos tubulares corroídos .	15
2.1.1 Área modificada da seção transversal.	16
2.1.2 Excentricidade da carga.	19
2.1.3 Momento de inércia modificado.	20
2.2 Capacidade compressiva remanescente de elementos tubulares corroídos uniformemente ao longo do comprimento.	23
2.2.1 Equação Governante.	23
2.2.2 Expressão para a capacidade compressiva remanescente.	25
3 Extensão da análise da capacidade compressiva remanescente para outros padrões de corrosão.	33
3.1 O modelo LUTES.	34
3.1.1 Descrição do problema.	34
3.1.2 Fatores de diminuição de propriedades geométricas e características do padrão de corrosão.	35
3.2 Equação Governante da deflexão lateral.	38
3.2.1 Análise numérica da capacidade compressiva remanescente.	39
3.2.2 Expressão aproximada para o cálculo da capacidade compressiva remanescente.	42
4 Conclusões e trabalhos futuros.	46

Referências Bibliográficas	48
Apêndice A	52

Lista de Figuras

1.1	Localização da linha d'água.	2
1.2	Parâmetros da perda de material para o modelo ASME B31	5
1.3	Comparativo das aproximações de área segundo as mudanças do modelo ASME B31G	6
1.4	Coluna de Euler sob carga axial compressiva.	10
1.5	Comparação das capacidades compressivas analítica e por norma, de um elemento tubular em estado intacto, Aço A-36.	13
1.6	Comparação da capacidade compressiva, analítica e por norma, de um elemento tubular em estado intacto.	14
2.1	Seção transversal idealizada de um elemento tubular que atingiu uma corrosão simétrica na parede externa.	16
2.2	Fator de diminuição de área α_A como função de λ e θ_t	18
2.3	Famílias de valores para o fator adimensional de diminuição de área α_A	18
2.4	Famílias de valores para o fator de excentricidade α_e	20
2.5	Famílias de valores do fator adimensional de diminuição da inércia α_I	22
2.6	Elemento tubular corroído uniformemente sob compressão.	24
2.7	Capacidade remanescente de um elemento tubular corroído para $\theta_t = 80^\circ$	27
2.8	Capacidade remanescente de um elemento tubular corroído para $\theta_t = 130^\circ$	27
2.9	Capacidade remanescente de um elemento tubular corroído para $\theta_t = 180^\circ$	28
2.10	Gráfico da capacidade compressiva operativa e sua diminuição gradual e em relação de λ para $\theta_t = 180^\circ$	29
2.11	Deslocamento máximo para $\theta_t = 80^\circ$	30
2.12	Deslocamento máximo para $\theta_t = 130^\circ$	30
2.13	Deslocamento máximo para $\theta_t = 180^\circ$	31
2.14	Relação de comportamento entre as capacidades crítica e remanescente para $\theta_t = 180^\circ$	32

3.1	Padrão de corrosão assimétrico considerado no modelo LUTES.	34
3.2	Seção transversal do elemento tubular com defeito de corrosão considerado por Lutes et al. [16] na metade do comprimento.	35
3.3	Comportamento dos fatores α_A , α_e e α_I ao longo do comprimento.	37
3.4	Valor dos fatores α_A , α_e e α_I em $\bar{x} = 1/2$	38
3.5	Capacidade compressiva remanescente para um elemento tubular corroído pelas soluções exata (MTG) e aproximada.	44
3.6	Capacidade compressiva de operação em relação de λ a partir da solução exata (MTG).	44
3.7	Capacidade compressiva remanescente para um elemento tubular corroído pelas soluções exata (MTG) e aproximada, para $e(\bar{x}) = 2e_m \text{sen}^2(\pi\bar{x})$	45
3.8	Capacidade compressiva remanescente para um elemento tubular corroído pelas soluções exata (MTG) e aproximada, para $e(\bar{x}) = 2e_m \text{sen}^3(\pi\bar{x})$	45

Capítulo 1

Introdução

A indústria offshore enfrenta um grande desafio com estruturas de aço localizadas em ambiente corrosivo [...]. Estruturas corroem rapidamente sem proteção e gradualmente irão falhar devido à [...] perda de espessura na parede pela corrosão. A avaliação destas estruturas é fundamental para manter um ambiente de trabalho seguro para os operadores de equipamento de perfuração e proteção do meio ambiente. Uma falha estrutural em uma operação de perfuração ativa pode resultar em perda de vidas humanas, bem como causar vazamento de óleo, danificando o ambiente marinho. (KONEN [1]).

Estima-se que no Brasil os gastos devidos à corrosão atingem uma faixa aproximada de USD\$ 16 bilhões por ano, sendo que quase USD\$ 7 bilhões referem-se aos custos de atividades relacionadas com a prevenção, recuperação e reparo de estruturas metálicas na indústria petrolífera. Estudos ao redor do mundo confirmam que a corrosão é realmente um dos maiores problemas da indústria, sugerindo ainda que os países direcionem cerca de 1 a 3% de seu PIB (Produto Interno Bruto) na busca de alternativas para contenção e reposição de materiais danificados por este tipo de degradação [2]. Essa problemática se transformou em oportunidades de negócios para uma extensa cadeia de fornecedores, sobretudo no mercado petrolífero, um dos mais atingidos. Em se tratando da produção offshore, a situação ganha maior relevância dada à existência de grandes e inúmeras estruturas posicionadas em alto mar, pois o processo da corrosão leva à perda paulatina de material, existindo o risco de comprometer a integridade das estruturas, podendo causar colapso e grandes acidentes [3].

Nas atividades de exploração, prospecção e produção de petróleo em áreas marítimas são utilizadas instalações fixas e flutuantes para abrigar os equipamentos e pessoas necessárias à execução dos trabalhos de perfuração, operação e de manutenção de poços e plantas de produção e processamento de petróleo. Estas

instalações, chamadas de plataformas, estão situadas em áreas onde a lâmina d'água varia de 0 a 3500 metros, mas o problema principal concentra-se apenas na região localizada perto da linha d'água onde as condições ambientais não podem ser controladas eficientemente, gerando contínuos fatores de degradação.

Dentro das unidades operacionais existe um número considerável de elementos tubulares na estrutura que, em princípio, não foram projetados para suportar um nível avançado de degradação nas paredes externas, para os quais é preciso avaliar e projetar o risco que estes elementos estarão expostos durante a extensão da vida útil desejada.

1.1 Motivação

Setores da indústria como os de petróleo ou de gás veem cada vez mais a necessidade de avaliar a capacidade de carga remanescente de elementos tubulares corroídos. Deseja-se saber se a operação numa unidade offshore envelhecida com certo estado de corrosão na estrutura é segura ou se, para a sua utilização, faz-se necessária alguma intervenção. É fundamental o desenvolvimento de um maior número de pesquisas nessa área, pois a extensão da vida útil de unidades offshore envelhecidas representa uma forte minimização de investimentos [4].

A permanente exposição de elementos tubulares que integram unidades offshore ao ambiente marinho, sem proteção adequada que garanta sua integridade, acelera o processo de corrosão na região localizada perto da linha d'água onde os recobrimentos de proteção não conseguem diminuir eficazmente o processo de degradação dos elementos estruturais na região.

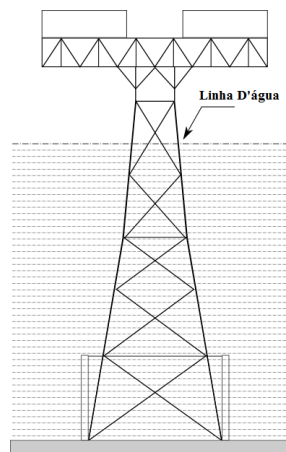


Figura 1.1: Localização da linha d'água.

Conhecer a capacidade compressiva que elementos tubulares corroídos conseguem atingir até o início do escoamento ou da flambagem, permite criar critérios que ajudem na hora de decidir reparar, substituir ou descartar elementos da estrutura conservando a segurança e integridade necessária para um ótimo desenvolvimento nas operações de exploração, prospecção e/ou produção de petróleo.

O aumento na importância da corrosão como fator de risco nos últimos anos, particularmente na integridade das unidades offshore envelhecidas, motiva o desenvolvimento de modelos numéricos, analíticos e matemáticos que descrevam o comportamento que elementos degradados irão atingir. Se bem que existem alguns métodos empíricos ou semi-empíricos disponíveis para determinar a capacidade de carga destes elementos (baseados em ensaios experimentais), esses métodos mostram-se conservadores e muito restritos, uma vez que dependem das propriedades do material, da geometria do elemento tubular e da geometria do defeito. Isto implica na necessidade de executar numerosos experimentos para atualizar a solução toda vez que aquelas condições são modificadas. Para obter resultados menos conservadores é necessário desenvolver modelos de análise diferentes dos atualmente utilizados, fazendo uso de ferramentas numéricas, matemáticas e computacionais que permitam diminuir os impactos econômicos e de tempo na obtenção de resultados certos procurando em todo momento maximizar a segurança e integridade estrutural nas possíveis opções de reuso e/ou extensão de vida útil das unidades offshore degradadas ou envelhecidas.

1.2 Objetivo do trabalho

No presente trabalho, pretende-se fornecer critérios para a avaliação da capacidade remanescente em elementos tubulares esbeltos que atingiram ao longo do tempo uma degradação da parede externa devido aos efeitos da corrosão, considerando-os submetidos a cargas de compressão pura e desprezando cargas de pressão ou de origem térmica ou hidrostática.

Objetiva-se adicionalmente, mostrar o nível de conservadorismo das normas¹ através de uma análise comparativa crítica dos resultados fornecidos pelos modelos desenvolvidos nesta dissertação.

¹Especificamente será levada em consideração as normas para elementos estruturais de unidades offshore do American Petroleum Institute.

Este trabalho objetiva também o desenvolvimento de uma solução “*exata*”² para a equação diferencial que governa o deslocamento lateral, de elementos tubulares esbeltos que assumem um comportamento de viga, fazendo uso de métodos numéricos³ com a finalidade de estabelecer uma base para futuras análises ou extensões da presente pesquisa.

1.3 Revisão bibliográfica

Garantir a integridade de elementos corroídos tem sido, e continuará sendo, uma preocupação para a indústria. Métodos para avaliação de perdas de material por corrosão estão disponíveis há décadas na literatura, no entanto, estes métodos tornam-se altamente conservadores nas situações reais, já que estão principalmente baseados em modelos semi-empíricos ou experimentais. Falando especificamente dos modelos aplicáveis a elementos estruturais tubulares, isentos de pressões internas, externas ou cargas de origem térmica e/ou hidrostática, estes modelos são ainda menores em número se comparados com os modelos desenvolvidos para dutos ou elementos estruturais que atingiram corrosão submetidos a algum tipo de carga mencionada. Não obstante, o estudo dos modelos de dutos corroídos apresenta-se como uma base para conhecer os parâmetros dominantes da redução de capacidade nos elementos tubulares⁴. Neste sentido, métodos, usados até agora como referência para conseguir avaliar a perda de material por corrosão como a equação NG-18 e o método B31G, da American Society of Mechanical Engineers (ASME), têm sofrido múltiplas mudanças em relação ao inicialmente proposto [5].

Foi desde o final dos anos 60’s, dentro de um projeto com o patrocínio da American Gas Association (AGA), que apresentou-se o modelo ASME B31 baseado em formulações semi-empíricas de fratura mecânica e que fornece uma estimativa da perda de material utilizando as dimensões máximas do defeito (vide Figura 1.2). Posteriormente, o modelo B31 foi modificado devido ao conservadorismo que fornecia, pois causava reparos em elementos com baixo nível de corrosão. O modelo apresentou duas mudanças na geometria utilizada para o cálculo da área perdida pela ação da corrosão, e adotando-se um formato parabólico para o ajuste da profundidade do defeito gerou-se o método B31G que estabelecia a área do defeito

²A solução é na verdade numérica, mas exata desde o ponto de vista da engenharia, onde o erro vem a ser da ordem de nona casa decimal.

³Selecionou-se o Método Tradicional de Galerkin como método numérico de resolução e análise.

⁴Devido aos poucos modelos para membros estruturais corroídos e focados em elementos tubulares, descrevem-se modelos que embora dependam da pressão interna, fornecem fatores relacionados com a perda de material que servem como base para o desenvolvimento de modelos de análise.

como $\frac{2}{3} dL$, onde d representa a profundidade do defeito e L a extensão do defeito. Embora o modelo B31G (formato parabólico na profundidade de corrosão) conseguisse descrever corretamente corrosões superficiais, optou-se por um modelo mais conservador que representa melhor a área perdida em corrosões elevadas. Este último modelo da ASME foi conhecido como B31G Modificado ou simplesmente como método $0,85dL$ devido ao fator característico utilizado, considerando um formato intermediário entre uma parábola e um retângulo para a geometria do defeito (vide Figura 1.3).

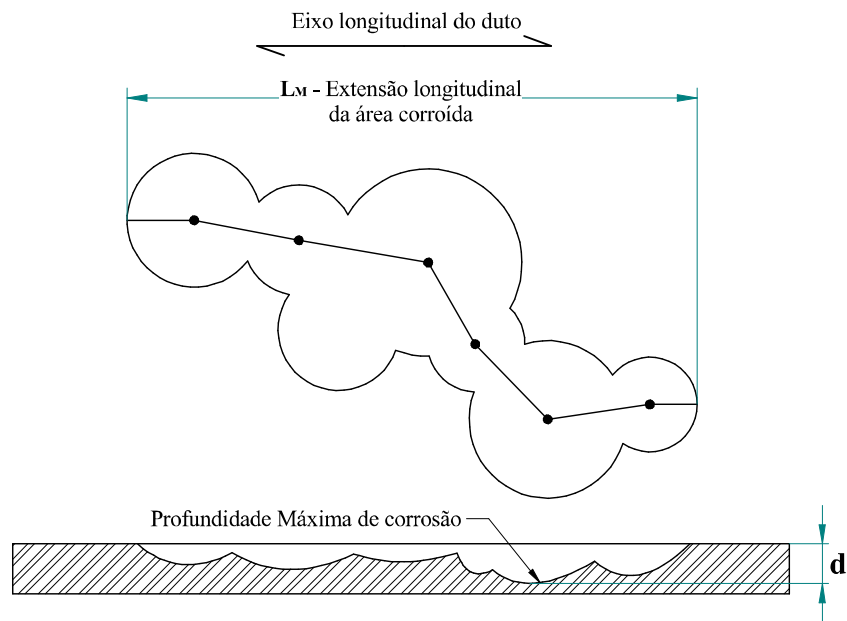


Figura 1.2: Parâmetros da perda de material para o modelo ASME B31

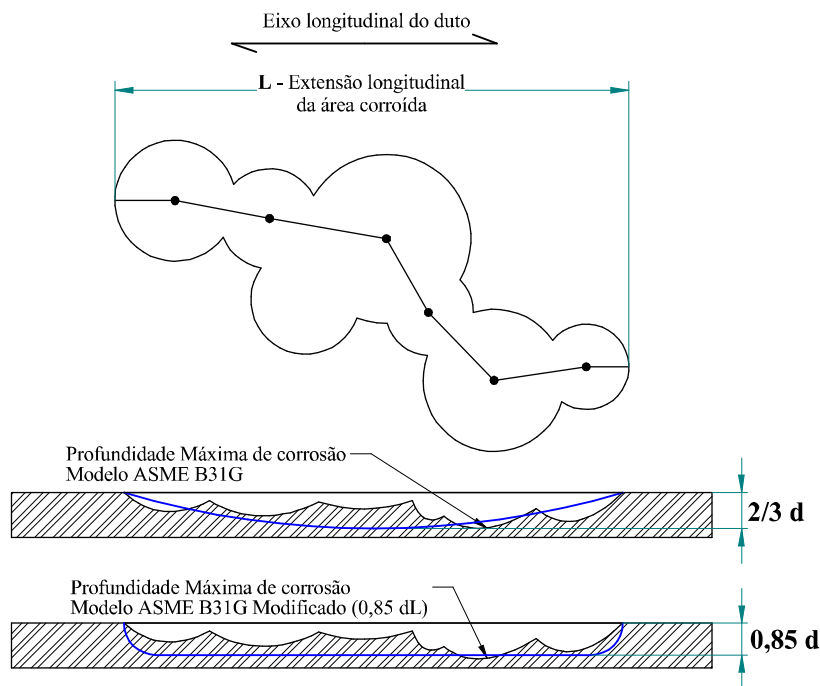


Figura 1.3: Comparativo das aproximações de área segundo as mudanças do modelo ASME B31G

Como aperfeiçoamento deste último modelo gerou-se, considerando um critério de casca, o programa chamado RSTRENG [6], conhecido como o método da área efetiva pois tenta descrever, do melhor modo possível, o perfil exato de um corte longitudinal através da zona realmente corroída, examinando todas as combinações possíveis ao longo do perfil de perda local de material. O número de combinações possíveis da discretização utilizada (existem $N![2(N-2)]$ combinações possíveis, onde N é o número de pontos de medição), de modo que um algoritmo, programa de computador ou folha de cálculo são necessários. O método da área efetiva e o método B31G Modificado foram validados por 215 testes de ruptura realizados em tubos contendo defeitos reais de corrosão. É interessante notar que o documento original B31G afirma que: -“*O operador pode fazer uma análise mais rigorosa da área corroída [...] através da realização de uma análise de mecânica da fratura baseada em princípios e práticas estabelecidas, e utilizando o perfil real da região corroída*”. Isto apareceu vários anos antes de que o método da área efetiva estivesse disponível.

CHOUCHAoui E PICK [7] estenderam o estabelecido, para elementos tubulares corroídos, estudando a interferência entre pontos próximos de corrosão, cenário não considerado anteriormente. Fazendo uso do Método de Elementos Finitos (MEF) compararam os resultados numéricos com os resultados de uma série de ensaios de ruptura em dutos contendo pontos de corrosão alinhados em seus eixos

longitudinais, além de investigarem numericamente parâmetros geométricos não considerados experimentalmente. No subseqüente e na procura de estender os conhecimentos para obter resultados congruentes com a realidade dos dutos de aço de alta resistência, cuja ruptura é controlada pela tensão última do material, como observado em 1997 por STEPHENS E LEIS [8], formulou-se, em 1999, pelos mesmos autores (baseados na Análise de Elementos Finitos), o modelo conhecido como PCORRC [9]. Neste mesmo ano, produto da parceria entre BG Technology e Det Norske Veritas (DNV), apresentou-se uma série de práticas recomendadas para a avaliação de dutos corroídos DNV RP-F101 [10], geradas a partir do trabalho conjunto de uma série de ensaios experimentais com amostras em escala real e análises por elementos finitos não lineares tridimensionais, permitindo na formulação a inclusão de cargas axiais e de flexão, além de pressão interna e interação entre defeitos. É plausível ressaltar que tanto o modelo PCORRC e as práticas recomendadas DNV RP-F101 são modelos de capacidade e não de projeto como os modelos B31G Modificado e o RSTRENG.

Os métodos disponíveis para avaliar os defeitos por corrosão em elementos tubulares são bastante precisos e bem definidos, mas a utilização de métodos confiáveis avaliando defeitos de corrosão em elementos tubulares que integram as estruturas das unidades offshore está nos primeiros estágios, provavelmente devido ao alto conservadorismo dos códigos e a simplicidade que estes fornecem na hora de avaliar e controlar o risco envolvido nas operações.

Um desafio é diminuir este conservadorismo interpretando quando o elemento tubular irá falhar e aplicar então fatores de segurança que estejam com um maior apego à realidade dos efeitos causados sobre a resistência em função dos defeitos de corrosão atingidos nos elementos tubulares, considerando parâmetros como a interação de defeitos individuais, perfil de corrosão, cargas externas e de flexão, etc.

As poucas referências para elementos tubulares corroídos apresentam estudos e modelos desenvolvidos com tipos específicos de carregamento baseados nos modelos empíricos e semi-empíricos apresentados anteriormente para a obtenção da magnitude do defeito (material perdido) em conjunto com os diferentes códigos estabelecidos para elementos estruturais em estado intacto como fornecidos pelo *American Petroleum Institute* (API), a *Norsk Søkkel Konkurransesjjon* (NORSOK) ou a *International Organization for Standardization* (ISO). Com o passar dos anos tem-se procurado padronizar/harmonizar estes códigos para facilitar o processo de avaliação das estruturas, porém, estudos como o realizado pela DNV em 2012 para o *Bureau of Ocean Energy Management, Regulation, and Enforcement*

(BOEMRE) comparando e identificando as diferenças entre estes códigos são desenvolvidos para conhecer o nível de conservadorismo que estes apresentam e com isto definir qual se adapta de melhor modo a cada possível cenário de atuação da unidade offshore e suas estruturas. O estudo mencionado apresenta as pequenas, mas significantes, diferenças ao adotar esquemas de projeto baseados na tensão de trabalho (Working stress Design - WSD), fatores de carga-resistência de projeto (Load Resistance Factor Design - LRFD) ou de estado limite (Limit State Design - LSD), pois as formulações destes códigos são similares [11].

Tomando como base códigos projetados para elementos tubulares intactos, em 2004 ZENG et al. [12] apresentaram um estudo focado na flexão remanescente de elementos tubulares corroídos na parede externa, onde conjugando modelos numéricos com modelos por elementos finitos conseguiram adaptar a formulação proposta por KANNINEN et al. [13], em 1978, conhecida como NSC (Net Section Collapse), e obter uma faixa intermédia de resultados entre os estabelecidos pelas normas e o valor real de falha, deixando ver em alguns dos casos o elevado grau de conservadorismo. Este conservadorismo foi analisado mais tarde por BELACHEW et al. [14] apenas para os códigos utilizados na análise da magnitude do defeito em elementos corroídos, mostrando as limitantes destes códigos em alguns dos cenários mais comuns e quanto conservadores se mostram em condições específicas idealizadas.

Com relação a estudos para elementos tubulares em compressão que apresentam corrosão na parede externa (diretriz principal desta dissertação), em 1989-1990 foi realizada uma pesquisa pela universidade Texas A&M para determinar a capacidade de elementos tubulares em serviço de estruturas localizadas no Golfo do México [15]. Sem informações disponíveis sobre fatores tais como a localização e idade da plataforma, localização e orientação dos elementos dentro da estrutura, tipo e localização da proteção catódica, gerou-se a motivação de procurar padrões de corrosão que permitiram encontrar uma correlação destes com a capacidade compressiva dos membros tubulares na estrutura para desenvolver protocolos e critérios baseados em tal correlação [1]. Assim, em 2001, LUTES et al. [16] desenvolveram, após uma série de experimentos de medição para a determinação do defeito atingido em estruturas tubulares corroídas, uma formulação para a capacidade compressiva remanescente de elementos tubulares corroídos na parede externa, considerando padrões de corrosão globais, simétrico e assimétrico senoidal, dentro do regime elástico, combinando fundamentos matemáticos com o resultado dos ensaios experimentais da medição do defeito para a obtenção da carga crítica que o elemento pode atingir após ser degradado.

1.4 Capacidade de elementos tubulares intactos

A preocupação atual dos pesquisadores está no estabelecimento de processos baseados em uma conceituação mais ampla, aplicáveis aos diversos tipos de estruturas. As considerações ligadas à estabilidade das estruturas são motivos de grande preocupação, pois são de fundamental importância para o projeto [17].

O problema de estabilidade em elementos estruturais não é um tópico novo de estudo; Leonard Euler publicou sua famosa formulação de estabilidade para elementos esbeltos⁵ em 1744. O denominado problema de estabilidade trata do estudo dos elementos sob compressão, que ao atingir a carga crítica, o sistema torna-se instável [18]. Desde o trabalho original e frutífero de Euler que constitui o primeiro grande aporte no campo de estudo da instabilidade e flambagem de elementos esbeltos, passou-se um longo período para que G. Kirchhoff, em 1852, ampliasse a análise para grandes deformações ao considerar a curvatura exata do elemento deformado. Posteriormente, Engesser⁶ em 1884, aportou um critério prático, estendeu a idéia de Euler para elementos esbeltos cujo material constitutivo apresenta um comportamento não linear [19].

Segundo PARETO [20], no esforço de compressão é preciso distinguir os elementos curtos dos esbeltos, posto que naqueles se cumprem as leis para a compressão, ao passo que nesses se apresenta uma deformação por encurvamento da peça que se chama flambagem que produz sua falha sob cargas menores que a de falha por compressão simples.

Para entender o comportamento dos elementos tubulares corroídos, precisa-se primeiro analisá-los no estado intacto (sem considerar degradação do material). Neste sentido, levam-se em conta razões diâmetro (D) sobre espessura (t_o), com valores $D/t_o > 20$ para o desenvolvimento da análise da capacidade de carga em um estado inicial.

A Figura 1.4 ilustra o modelo idealizado de um elemento simplesmente apoiado de comprimento L . Neste modelo, o elemento é inicialmente reto e submetido a uma carga axial de magnitude P , perfeitamente alinhada com o eixo do centróide do elemento. Assume-se também que as tensões permanecem abaixo do limite elástico.

⁵Considere-se elementos esbeltos como colunas na teoria de Euler.

⁶Para uma discussão sobre os trabalhos de Kirchhoff e Engesser ver SHANLEY [22].

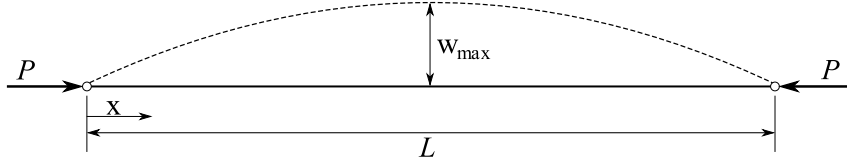


Figura 1.4: Coluna de Euler sob carga axial compressiva.

É claro que o elemento no estado inicial (não defletido) encontra-se em equilíbrio para qualquer carga P . No entanto, para uma carga suficientemente grande, o equilíbrio torna-se instável [21]. Procurando condições nas quais o elemento consiga se desviar de sua posição inicial (reta) e ainda conservar o equilíbrio, se a carga for mantida numa direção constante durante a deformação [22], a relação entre o momento fletor com o deslocamento (w) estará fornecida por:

$$\frac{d^2w}{dx^2} = -\frac{M}{EI_{oo}} \quad (1.1)$$

Dentro da expressão (1.1), E expressa o módulo elástico do material do elemento e $I_{oo} = \pi D^3 t_o / 8$ o segundo momento de área da seção transversal intacta. Neste sentido e sabendo que $M = Pw$, substitui-se este valor e arrumando os termos gera-se:

$$\frac{d^2w}{dx^2} + \frac{P}{EI_{oo}}w = 0 \quad (1.2)$$

Reescrevendo a equação diferencial mostrada em (1.2) de forma adimensional ao considerar que $\bar{w} = w/D$ e $\bar{x} = x/L$, obtém-se:

$$\bar{w}''(\bar{x}) + \eta^2 \bar{w}(\bar{x}) = 0 \quad \text{com} \quad \eta^2 = \frac{PL^2}{EI_{oo}} \quad (1.3)$$

Com as condições de contorno $\bar{w}(0) = \bar{w}(1) = 0$, a solução geral para $P > 0$ se escreve como:

$$\bar{w}(\bar{x}) = C_1 \text{sen } \eta \bar{x} + C_2 \text{cos } \eta \bar{x} \quad (1.4)$$

Substituindo as condições de contorno em (1.4) obtém-se (já em formato matricial) o seguinte sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \text{sen}(\eta) & \text{cos}(\eta) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

O sistema (1.5) é um simples problema de autovalores, que é resolvido fazendo igual a zero o determinante da matriz 2x2. Fazendo isto, obtém-se:

$$\text{sen}(\eta) = 0 \quad (1.6)$$

Do critério de estabilidade definido por (1.6), existe uma solução diferente da trivial ($\bar{w} = 0$), quando $P > 0$, só se $\eta = \pi, 2\pi, 3\pi, \dots$, neste sentido é obtida uma serie de autovalores ao substituir o valor de η que se escrevem como:

$$P_{cr}[n] = \frac{n^2\pi^2 EI_{oo}}{L^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (1.7)$$

Os autovalores $P_{cr}[n]$ de (1.7), chamados de cargas críticas, representam os valores da carga P para os quais é possível uma solução diferente da trivial. Os modos de deflexão em relação às cargas críticas, representam as autofunções dadas por:

$$\bar{w}(\bar{x}) = q_n \text{sen}(n\pi\bar{x}) \quad (1.8)$$

Onde q_n serão constantes arbitrárias. A carga crítica mínima na qual o elemento tornar-se-ia instável é fornecida pelo primeiro autovalor ($n = 1$):

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{oo}}{L^2} \quad (1.9)$$

A tensão crítica é obtida ao dividir a expressão (1.9) pela área da seção transversal intacta ($A_o = \pi Dt_o$) gerando:

$$\sigma_{cr} = \left(\frac{\pi}{\beta}\right)^2 E \quad (1.10)$$

Onde a variável $\beta = \sqrt{8}(L/D)$ representa o índice de esbeltez para um elemento tubular de parede fina e varia em função da razão adimensional de esbeltez (L/D). Esta razão torna-se um parâmetro importante, já que rege o comportamento e início da flambagem no elemento. Estes comportamentos analisam-se plotando a tensão crítica em função da razão de esbeltez, obtendo com isto a hipérbole de Euler. Cabe mencionar que este gráfico é significativo apenas enquanto os valores de σ_{cr} não excedam a tensão de escoamento σ_y ou o limite de elasticidade do material [23]. Assim, a flambagem elástica pode acontecer somente para elementos cuja razão de esbeltez exceda um valor mínimo, este valor conhecido como esbeltez limite⁷ $(L/D)_{lim}$ é determinado por:

$$\left(\frac{L}{D}\right)_{lim} = \pi \sqrt{\frac{E}{8\sigma_y}} \quad (1.11)$$

Dividindo (1.10) pela tensão de escoamento do material, é determinada a tensão crítica adimensional a qual é igual à capacidade crítica adimensional para o elemento intacto ($\bar{\sigma}_{cr} = \bar{p}_o$). Isto se escreve:

⁷Para uma discussão mais extensa sobre o tema de instabilidade e os conceitos de esbeltez, ver FARSAD [24], Capítulos 2 e 3.

$$\bar{\sigma}_{cr} = \bar{p}_o = \frac{\pi^2 E}{8(L/D)^2 \sigma_y} \quad (1.12)$$

1.5 Norma API RP 2A-LRFD para compressão de elementos tubulares intactos.

As diferenças entre os modelos meramente analíticos, para a determinação da capacidade compressiva de elementos tubulares esbeltos, e os modelos determinados por normas são descritos nesta seção. Tomando como referência o estabelecido pelo American Petroleum Institute (API) na norma API RP2A-LRFD [25], que baseia-se na filosofia dos fatores de resistência e carga de projeto⁸ (Load and Resistance Factor Design - LRFD), uma comparação é desenvolvida em relação ao descrito na Seção 1.4 do presente trabalho.

A norma limita a aplicabilidade das formulações para elementos cujo material apresenta uma tensão de escoamento σ_y inferior a 414MPa (60 ksi). Esta norma estabelece 0,85 como fator de segurança, e considera que elementos tubulares com baixa razão D/t_o não estarão sujeitos à flambagem local sob compressão axial, indicando que este tipo de flambagem deve ser motivo de análise quando a relação D/t_o for maior que o valor-limite, os valores limites considerados são $t_o \geq 6\text{mm}$ (0,25in) e $D/t_o < 300$.

Segundo a norma API, elementos tubulares sob compressão axial deverão ser projetados para satisfazer a seguinte condição:

$$\sigma_c \leq \phi_c \sigma_{cn} \quad (1.13)$$

Dentro da condição (1.13), $\phi_c = 0,85$ expressa o fator de segurança para elementos sob compressão axial e σ_{cn} a tensão normal de compressão.

Dividindo (1.13) pela tensão de escoamento σ_y , gera-se uma expressão adimensional que descreve o comportamento da capacidade compressiva, de um elemento tubular, segundo a norma API RP2A-LRFD [25]. Isto é:

⁸Embora a norma API RP2A-LRFD for descontinuada e substituída pelas normativas da ISO em algumas aplicações offshore, analisaram-se os critérios de projeto para elementos estruturais tubulares submetidos a compressão segundo as normas API WSD, API LRFD, ISO, e NORSOK, onde os fatores de segurança utilizados são equivalentes com os utilizados na normativa selecionada, isto pode se verificar em DNV [11].

$$\bar{p}_y^{(c)} = \begin{cases} \phi_c \left(1 - \frac{1}{4\bar{p}_o}\right) & \text{para } \bar{p}_o > 1/2 \\ \phi_c \bar{p}_o & \text{para } \bar{p}_o \leq 1/2 \end{cases} \quad (1.14)$$

Onde $\bar{p}_y^{(c)} = \sigma_c/\sigma_y$ é a capacidade adimensional de compressão, em razão da tensão de escoamento do material, para um elemento tubular em estado intacto (sem corrosão).

Na Figura 1.5, apresenta-se o comportamento da capacidade de compressão em relação à capacidade crítica adimensional (\bar{p}_o). Apresenta-se também a formulação analítica (1.12), e as expressões segundo a norma API (1.14) adotando fatores de segurança $\phi_c = 0,85$ e $\phi_c = 1,0$.

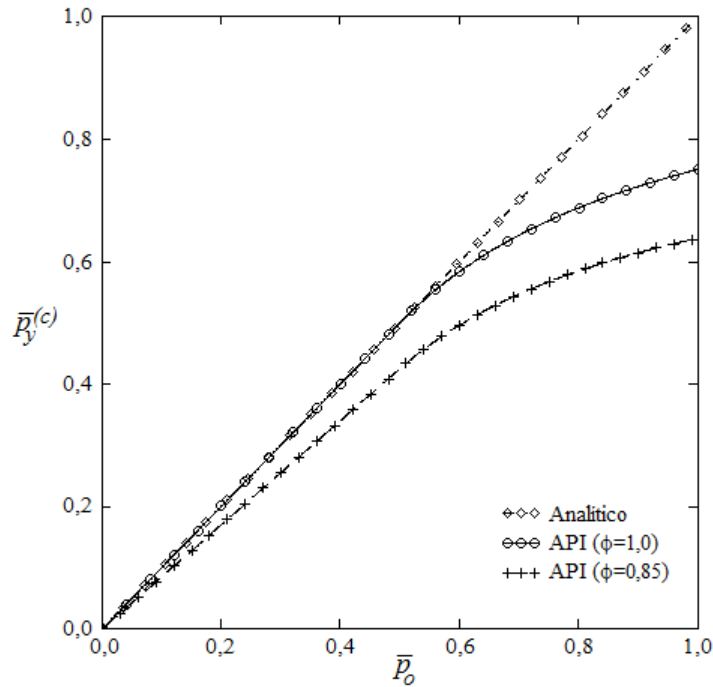


Figura 1.5: Comparação das capacidades compressivas analítica e por norma, de um elemento tubular em estado intacto, Aço A-36.

O anterior pode ser exemplificado considerando um elemento tubular, em compressão, de aço A-36, módulo de elasticidade $E = 200\text{GPa}$ e tensão de escoamento $\sigma_y = 250\text{MPa}$, avaliando o comportamento da capacidade quando relacionada com a razão de esbeltez L/D , vide a Figura 1.6.

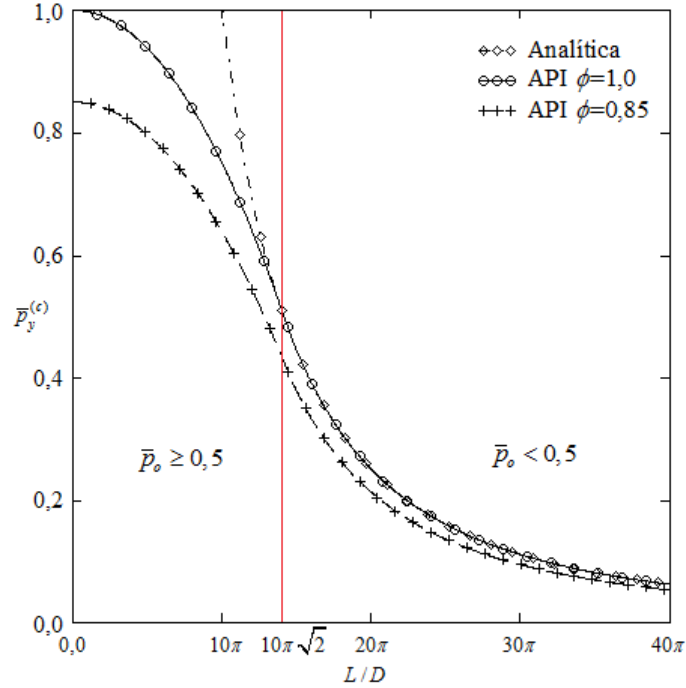


Figura 1.6: Comparação da capacidade compressiva, analítica e por norma, de um elemento tubular em estado intacto.

Isto gera a transição das expressões⁹ quando $\sigma_c = 0,5 \phi_c \sigma_y$. A capacidade de compressão, obtida através de formulações meramente analíticas, baseia-se principalmente na esbeltez do elemento, descrevendo em função de L/D a flambagem elástica segundo a carga aplicada. Neste sentido, o ponto em que os modelos analítico e API são diferentes, para o exemplo de aço A-36 e considerando $\phi_c = 1,0$, é quando $L/D < 10\pi\sqrt{2}$ ou $\bar{p}_o > 1/2$, pois pode considerar-se o elemento como coluna curta ou intermediária¹⁰.

⁹A transição da Figura 1.6 obedece à variação/mudança das equações quando $\phi_c = 1,0$.

¹⁰Para um melhor entendimento do mencionado ver PYTEL [21] Capítulo 10, Seção 4.

Capítulo 2

Capacidade remanescente de elementos tubulares corroídos

Um elemento tubular comprimido de modo axial, se suficientemente esbelto, irá falhar por flexão lateral e não pelo esmagamento do material. Este fenômeno chamado “flambagem” é o mais simples problema de estabilidade estrutural historicamente resolvido [26].

A característica essencial da falha por flambagem elástica é que a carga de falha é independente do limite de escoamento do material. Com isto, e considerando-se a variação da área na seção transversal devido à corrosão, é possível desenvolver um modelo que descreva a influência das características do defeito (comprimento, largura e profundidade) em relação à capacidade compressiva original do elemento tubular.

O presente capítulo tem a finalidade de evidenciar a aplicabilidade de expressões gerais, desenvolvidas por análises numérico-matemáticas, na obtenção dos parâmetros que governam a diminuição da capacidade compressiva, assim como a formulação que descreve esta capacidade remanescente nos elementos degradados.

2.1 Propriedades da seção transversal de elementos tubulares corroídos

As tensões que o elemento estrutural é capaz de suportar encontram-se relacionadas com as propriedades geométricas da seção transversal. Ao existir uma variação nestas propriedades é preciso reavaliar o impacto desta na capacidade do elemento.

Observe-se a seção transversal apresentada na Figura 2.1; esta seção corresponde a uma idealização da corrosão atingida por um elemento tubular na parede externa. A seção apresentada considera uma simetria no defeito, o que representa uma vantagem na hora de analisá-la.

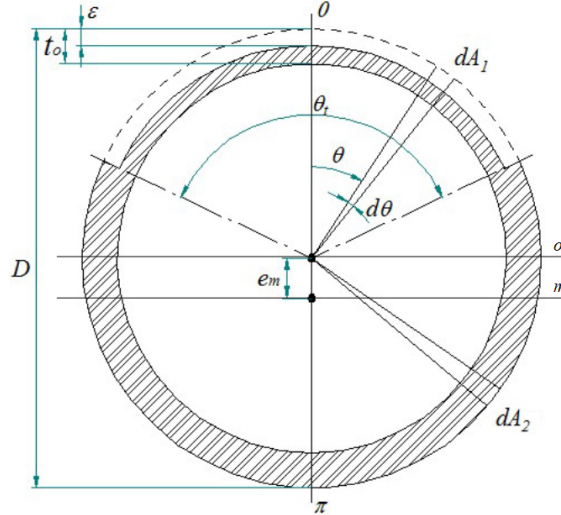


Figura 2.1: Seção transversal idealizada de um elemento tubular que atingiu uma corrosão simétrica na parede externa.

Da Figura 2.1, é possível identificar as variáveis envolvidas na mudança dos parâmetros geométricos originais, influenciando uma diminuição das capacidades resistivas do elemento tubular. Estas variáveis são resumidas a uma perda de espessura de magnitude ε manifestada em um ângulo de incidência θ_t , onde, ao ser ε dependente de um ângulo de incidência específico, pode ser expressada como uma função $\varepsilon(\theta)$, permitindo definir a variação da espessura para qualquer padrão de corrosão na parede externa como:

$$t(\theta) = t_o - \varepsilon(\theta) \quad (2.1)$$

2.1.1 Área modificada da seção transversal.

A área da seção transversal diminui quando existe corrosão sobre a parede externa. Esta variação depende da espessura específica $t(\theta)$ definida na equação (2.1), onde t_o expressa a espessura original (intacta) do elemento tubular e $\varepsilon(\theta)$ uma função qualquer a qual fornece a espessura perdida, pelos efeitos da corrosão.

Com o anterior e apoiando-se na seção transversal da Figura 2.1, é obtida uma expressão que fornece a área remanescente da seção transversal, válida para elementos tubulares de parede fina corroídos externamente. Chamando esta área remanescente como área modificada (A_m), a expressão resultante escreve-se como:

$$A_m = \int_0^{2\pi} \frac{D}{2} [t_o - \varepsilon(\theta)] d\theta \quad (2.2)$$

A perda de espessura pode se expressar como a razão entre a profundidade do defeito e a espessura do elemento em estado intacto ($\lambda = \varepsilon/t_o$). Considerando que esta razão será dependente da variação angular da profundidade do defeito, a razão de perda de espessura pode ser escrita como:

$$\lambda(\theta) = \frac{\varepsilon(\theta)}{t_o} \quad (2.3)$$

Desenvolvendo (2.2), considerando (2.3), chega-se até uma expressão para a área modificada do elemento (área remanescente) que fica em função da área em estado intacto (A_o) vezes um fator adimensional. O anterior escreve-se como:

$$A_m = A_o \left[1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \lambda(\theta) d\theta \right] \quad (2.4)$$

Tomando em conta que a área vê-se diminuída com a ação da corrosão, o fator adimensional tratado é também de diminuição, e obtém-se ao se dividir a área modificada pela área intacta. Dividindo então, a expressão (2.4) pela área da seção transversal intacta ($A_o = \pi D t_o$), obtém-se uma função geral para o fator adimensional de diminuição de área α_A .

$$\alpha_A = 1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \lambda(\theta) d\theta \quad (2.5)$$

Aplicando a expressão obtida (2.5), com as características do defeito apresentado na Figura 2.1, a função de espessura encontra-se determinada por:

$$t(\theta) = \begin{cases} t_o - \varepsilon & \text{em } -\theta_t/2 \leq \theta \leq \theta_t/2 \\ t_o & \text{em } \theta_t/2 \leq \theta \leq 2\pi - \theta_t/2 \end{cases} \quad (2.6)$$

Com isto, a função da perda de espessura $\lambda(\theta)$ fica definida por:

$$\lambda(\theta) = \begin{cases} \lambda & \text{em } -\theta_t/2 \leq \theta \leq \theta_t/2 \\ 0 & \text{em } \theta_t/2 \leq \theta \leq 2\pi - \theta_t/2 \end{cases} \quad (2.7)$$

Substituindo (2.7) em (2.5) é obtido o fator α_A derivado do padrão de corrosão apresentado na Figura 2.1; isto é:

$$\alpha_A = 1 - \frac{\lambda\theta_t}{2\pi} \quad (2.8)$$

O fator α_A é portanto função do produto $\lambda\theta_t$ (vide Figura 2.2).

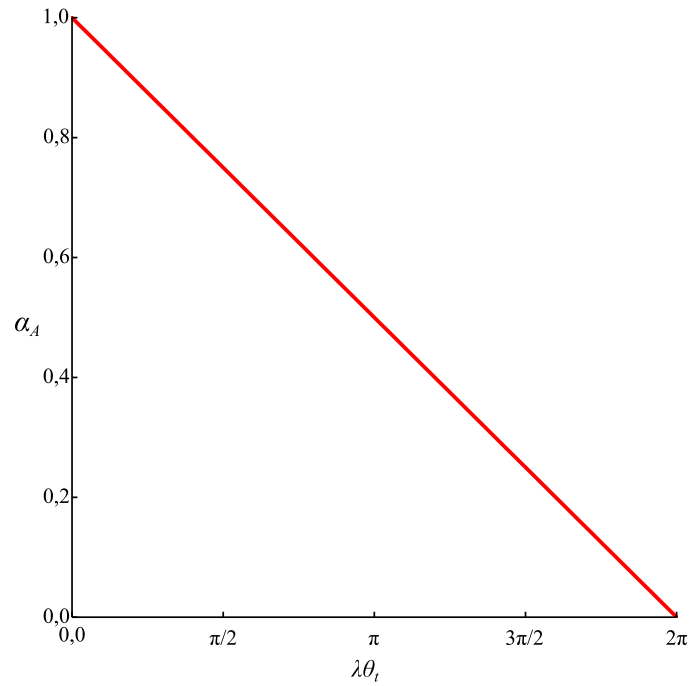


Figura 2.2: Fator de diminuição de área α_A como função de λ e θ_t .

A Figura 2.3 permite visualizar mediante um gráfico de contornos as famílias de valores possíveis das combinações da razão de perda de espessura $\{0 \leq \lambda \leq 1\}$ e o ângulo de incidência $\{0 \leq \theta_t \leq 2\pi\}$ com que o defeito de corrosão pode-se apresentar.

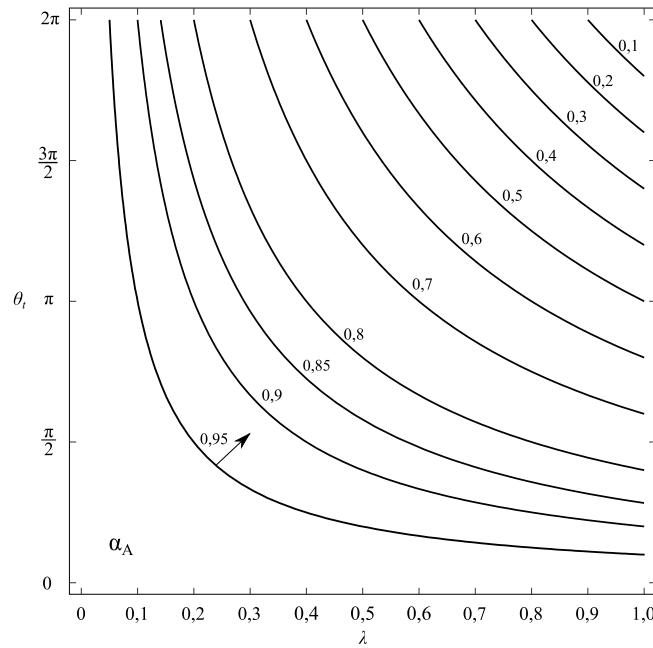


Figura 2.3: Famílias de valores para o fator adimensional de diminuição de área α_A .

2.1.2 Excentricidade da carga.

Uma variação assimétrica da perda de área na parede externa gera uma mudança na posição do centróide da seção transversal intacta em uma distância e_m chamada de excentricidade. Esta distância ocasiona uma carga de flexão adicional à carga compressiva aplicada, igual ao produto desta carga compressiva P e a excentricidade atingida em relação ao centróide do elemento em estado intacto ($M_s = Pe_m$), que acelera o processo de flambagem e diminui a capacidade compressiva do elemento ao situá-lo em um cenário de carregamento flexo-compressivo.

Elementos tubulares esbeltos, quando corroídos na parede externa, apresentam uma seção transversal que pode variar ao longo do comprimento devido às imperfeições por corrosão. Na presença destas imperfeições, as análises teóricas e práticas tornam-se complexas, pois gera-se excentricidade na carga axial aplicada, e com isto diminuição na resistência do elemento devido ao cenário de carregamento flexo-compressivo que é gerado.

Tomando como referência o padrão de corrosão mostrado na Figura 2.1, a distância entre os centróides do elemento, original e modificado, pode ser determinada utilizando o teorema do primeiro momento de área da seguinte forma:

$$e_m A_m = \int y dA \quad (2.9)$$

Onde:

$$y = \left(\frac{D}{2}\right) \cos \theta \quad (2.10)$$

Deixando em evidência e_m e substituindo as equações correspondentes, obtém-se:

$$e_m = \frac{D \int_0^{2\pi} \cos \theta [1 - \lambda(\theta)] d\theta}{4\pi \left[1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \lambda(\theta) d\theta\right]} \quad (2.11)$$

Após manipular algebricamente a equação (2.11), gera-se uma expressão em função do diâmetro da seção transversal e a diminuição da área atingida, esta expressão se escreve:

$$e_m = -\frac{D}{4\pi\alpha_A} \int_0^{2\pi} \lambda(\theta) \cos \theta d\theta \quad (2.12)$$

A equação (2.12) pode ser escrita como um fator adimensional ao dividi-la

pelo diâmetro da seção transversal, gerando o fator adimensional de excentricidade $\alpha_e = e_m/D$, mesmo que se expressa como:

$$\alpha_e = -\frac{1}{4\pi\alpha_A} \int_0^{2\pi} \lambda(\theta) \cos \theta d\theta \quad (2.13)$$

De maneira geral, a equação (2.13) fornece a relação existente entre a variação da posição do centróide original em função das características do defeito de corrosão atingido. Substituindo a expressão (2.7) em (2.13), obtém-se o fator adimensional de excentricidade para o padrão de corrosão da Figura 2.3, que se escreve:

$$\alpha_e = \frac{\lambda}{4\pi\alpha_A} \text{sen} \left(\frac{\theta_t}{2} \right) \quad (2.14)$$

O gráfico da Figura 2.4 permite apreciar o comportamento adotado pelo fator adimensional de excentricidade em relação às características do defeito, plotando os gráficos de contorno para $\{0 \leq \lambda \leq 1\}$ e $\{0 \leq \theta_t \leq 2\pi\}$:

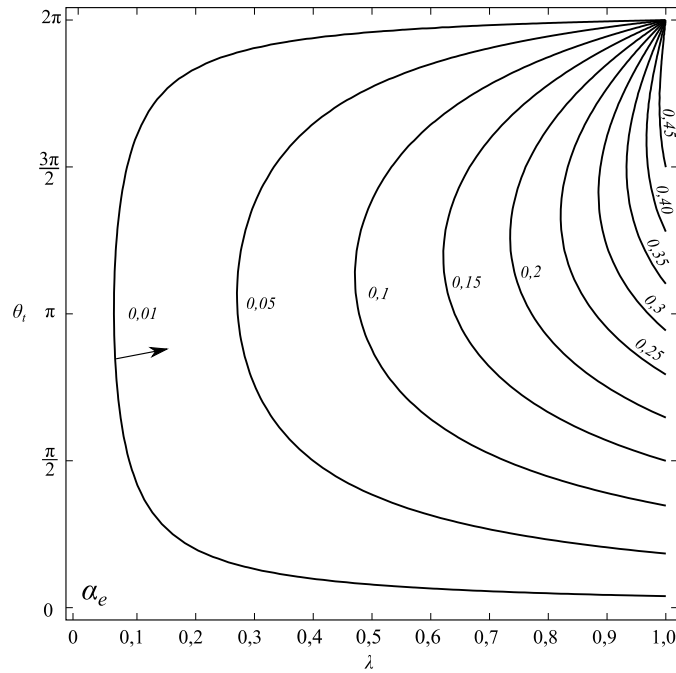


Figura 2.4: Famílias de valores para o fator de excentricidade α_e .

2.1.3 Momento de inércia modificado.

As tensões e deformações que aparecem por flexão em um elemento estrutural relacionam-se diretamente com o momento de inércia da seção transversal. Portanto, junto com as propriedades do material, este momento de inércia permite determinar a resistência de um elemento estrutural sob flexão [27].

Fisicamente, o momento de inércia depende da distribuição de área em torno de um eixo escolhido arbitrariamente. É por isto que uma diminuição da espessura devida à presença de corrosão, diminui a área entorno do eixo neutro original “o” (vide Figura 2.1) e com isto a rigidez à flexão¹ (EI_{oo}).

Do anterior, o momento de inércia dum elemento tubular corroído pode ser determinado a partir do teorema do segundo momento de área:

$$I_o = \int y^2 dA \quad (2.15)$$

Neste sentido, gera-se:

$$I_o = I_{oo} \left[1 - \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \lambda(\theta) \cos^2 \theta d\theta \right] \quad (2.16)$$

No entanto, a equação (2.16) expressa apenas a diminuição do momento de inércia gerada pela perda de material na região externa do elemento, mas efeitos devidos à excentricidade atingida são desconsiderados, ou seja, fornece o momento de inércia da seção transversal, do elemento tubular corroído, em relação à posição do centróide original. Neste sentido, a variação do momento de inércia é calculada em função da posição do centróide do elemento em estado degradado através do teorema dos eixos paralelos, que se expressa:

$$I_m = I_o - A_m e_m^2 \quad (2.17)$$

Onde I_m representa o momento de inércia modificado; este que considera as diminuições do momento de inércia original (I_{oo}) devidas à perda de material na parede externa do elemento, e os efeitos da variação de posição do centróide².

Substituindo as expressões (2.13) e (2.16) em (2.17), e manipulando algebricamente ao dividir o resultado pelo momento de inércia da seção em estado intacto (I_{oo}), gera-se uma expressão para a obtenção do fator adimensional que fornece a diminuição da inércia $\alpha_I = I_m/I_{oo}$, que se escreve:

¹ I_{oo} e I_o expressam o momento de inércia da seção transversal, respectivamente, no estado intacto e corroído. Ambos em relação do eixo “o” mostrado na Figura 2.1.

²Num sentido mais amplo, o momento de inércia I_m representa o momento de inércia da seção transversal corroída em relação do eixo “m” apresentado na Figura 2.1.

$$\alpha_I = 1 - \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \lambda(\theta) \cos^2 \theta d\theta - \frac{\left(\int_0^{2\pi} \lambda(\theta) \cos \theta d\theta \right)^2}{2\pi^2 - \pi \int_0^{2\pi} \lambda(\theta) d\theta} \quad (2.18)$$

Da expressão obtida (2.18), apreciam-se três parcelas, em primeiro plano a unidade que denota o momento de inércia da seção transversal em estado intacto, sendo as seguintes duas parcelas em ordem da esquerda à direita, os efeitos de diminuição de inércia causados pela perda de área na parede externa e o deslocamento (excentricidade) do centróide da seção transversal degradada.

Substituindo as expressões de (2.7) em (2.18) obtém-se o fator de diminuição do momento de inércia (α_I) para o padrão de corrosão considerado na Figura 2.1.

$$\alpha_I = 1 - \frac{\lambda}{2\pi} (\theta_t + \text{sen} \theta_t \cos \theta_t) - \frac{\lambda^2 \text{sen}^2 \left(\frac{\theta_t}{2} \right)}{2\pi^2 - \pi \lambda \theta_t} \quad (2.19)$$

A Figura 2.5 apresenta as famílias de valores para α_I , segundo o padrão de corrosão mostrado na Figura 2.1, geradas da expressão (2.19) que considera os efeitos da perda da área na seção transversal e o afastamento do centróide da sua posição original no estado intacto.

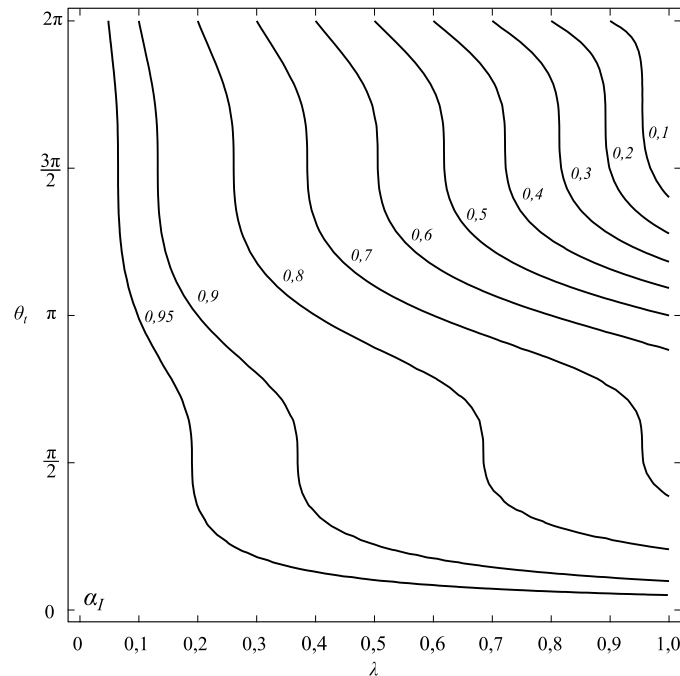


Figura 2.5: Famílias de valores do fator adimensional de diminuição da inércia α_I .

2.2 Capacidade compressiva remanescente de elementos tubulares corroídos uniformemente ao longo do comprimento.

Na seção anterior, analisaram-se as propriedades geométricas da seção transversal de elementos tubulares esbeltos que sofreram uma corrosão externa, sendo desenvolvidas expressões simplificadas baseadas apenas nas características do defeito de corrosão; isto permite adaptar as expressões conhecidas e aplicáveis para a análise de elementos tubulares intactos substituindo nelas as propriedades modificadas encontradas.

O estabelecimento de expressões que descrevam a diminuição da capacidade compressiva do elemento tubular, em função das propriedades adimensionais do defeito descritas na seção anterior, assim como a determinação de critérios de análise dentro do regime elástico³, representa um ganho considerável, tanto em tempo como em dinheiro, na hora de avaliar uma estrutura degradada por efeitos da corrosão, assim como no momento de tomar a decisão de substituir, reparar ou descartar um elemento degradado.

2.2.1 Equação Governante.

Quando um elemento tubular esbelto inicialmente alinhado e com perfeita geometria é submetido à carga axial compressiva na ausência de excentricidade, é chamado de “*elemento intacto*”. Quando aplicada uma carga quase-estática, o elemento será comprimido, mas manterá capacidade até ocorrer flambagem⁴. Em contraste, se o elemento com corrosão na parede externa for comprimido, este atinge um cenário de flexo-compressão [28].

Os elementos tubulares estão sujeitos a momentos de flexão, cargas compressivas e combinações entre estes tipos de cargas. No caso da compressão axial, quando existe uma excentricidade, originam-se momentos de flexão secundários que aceleram a falha do elemento. A Figura 2.6 fornece uma representação simplificada de um elemento tubular com um defeito de corrosão distribuído homogeneamente em todo o comprimento submetido a carregamento axial compressivo.

³Desconsideram-se cargas de origem térmica, hidrostática ou de pressão.

⁴Para uma discussão mais extensa sobre o mencionado ver PYTEL [21], Caps. 5 e 10.

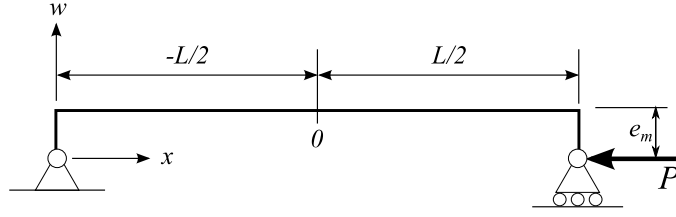


Figura 2.6: Elemento tubular corroído uniformemente sob compressão.

Considerando uma seção transversal corroída homogênea em todo o comprimento, é claro que a excentricidade permanecerá constante, gerando-se momentos secundários de magnitude Pe_m :

$$M = P(w + e_m) \quad (2.20)$$

Além da alteração no momento máximo gerado pelo nível de corrosão atingido, a rigidez à flexão alterou-se analogamente, tendo que se considerar uma rigidez à flexão modificada de magnitude EI_m .

Reescrevendo então a expressão (1.2) em função da rigidez à flexão modificada e ao novo momento máximo, tem-se:

$$\frac{d^2w}{dx^2} + \frac{P}{EI_m}(w + e_m) = 0 \quad (2.21)$$

Fazendo-se as seguintes considerações:

$$\bar{w} = \frac{w}{D} \quad , \quad \bar{x} = \frac{x}{L} \quad , \quad \alpha_e = \frac{e_m}{D} \quad , \quad \eta_m^2 = \frac{\pi^2 P}{P_{cr.o} \alpha_I} \quad , \quad P_{cr.o} = \frac{\pi^2 EI_{oo}}{L^2}$$

A equação (2.21) é escrita de forma adimensional⁵, obtendo-se:

$$\bar{w}'' + \eta_m^2 \bar{w} = -\eta_m^2 \alpha_e \quad (2.22)$$

A solução geral é dada por:

$$\bar{w}(\bar{x}) = C_1 \text{sen}(\eta_m \bar{x}) + C_2 \text{cos}(\eta_m \bar{x}) - \alpha_e \quad (2.23)$$

Com as condições de contorno $\bar{w}(-1/2) = \bar{w}(1/2) = 0$, as constantes são determinadas como $C_1 = 0$ e:

$$C_2 = \alpha_e \sec\left(\frac{\eta_m}{2}\right) \quad (2.24)$$

⁵As expressões subsequentes que envolvam derivadas de ordem n serão representadas de maneira compacta mediante a notação matemática, sendo a variável independente \bar{x} .

Substituindo estas variáveis em (2.23) resulta:

$$\bar{w}(\bar{x}) = \alpha_e \left[\sec\left(\frac{\eta_m}{2}\right) \cos(\eta_m \bar{x}) - 1 \right] \quad (2.25)$$

O deslocamento máximo do elemento ($\bar{x} = 0$) expressa-se como:

$$\bar{w}_{max} = \alpha_e \left[\sec\left(\frac{\eta_m}{2}\right) - 1 \right] \quad (2.26)$$

2.2.2 Expressão para a capacidade compressiva remanescente.

A corrosão da parede externa de forma assimétrica, como mostrado na Figura 2.1, gera uma variação na posição do centróide da seção transversal que torna a carga, inicialmente centrada, em um carregamento excêntrico. Isto faz necessário analisar a capacidade de carga num cenário de flexo-compressão.

Com apoio, então, da superposição das tensões, tanto de flexão como de compressão, define-se à tensão máxima permissível (σ_{fc}) como:

$$\sigma_{fc} = \frac{P}{A_m} + \frac{P(e_m + w_{max})D}{2I_m} \quad (2.27)$$

Ao considerar apenas a faixa do comportamento elástico, assume-se que $\sigma_{fc} = \sigma_y$, o que permite levar à expressão (2.27) ao formato adimensional e estabelecer o seguinte:

$$1 \geq \frac{\bar{p}_y}{\alpha_A} + \frac{4\bar{p}_y(\alpha_e + \bar{w}_{max})}{\alpha_I} \quad (2.28)$$

Substituindo (2.26) em (2.28), obtém-se:

$$1 \geq \frac{\bar{p}_y}{\alpha_A} + \frac{4\bar{p}_y\alpha_e}{\alpha_I} \sec\left(\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{\bar{p}_y}{\bar{p}_o\alpha_I}}\right) \quad (2.29)$$

A capacidade compressiva \bar{p}_y , então, estará definida sempre que (2.29) seja verdadeiro. No entanto, o valor resultante deverá ser submetido a uma série de considerações para garantir a segurança e integridade da estrutura. Neste sentido, o valor da capacidade compressiva obtida deve avaliar-se como [25]:

$$\bar{p}_c = \begin{cases} \phi_c \bar{p}_y & \text{para } 0 < \bar{p}_o < 1/2 \\ \phi_c \xi \bar{p}_y & \text{para } 1/2 \leq \bar{p}_o \leq 1 \end{cases} \quad (2.30)$$

Onde \bar{p}_c é a capacidade compressiva remanescente para um elemento tubular

corroído, e $\xi = (4\bar{p}_o - 1)/4\bar{p}_o^2$ o fator de correção de empirismo⁶.

Esta capacidade, é congruente com a capacidade do elemento intacto determinada pela norma API RP2A-LRFD[25]⁷, e permite determinar a gradual perda de capacidade com uma razão de perda de espessura determinada.

Uma expressão simplificada para (2.29) pode obter-se através de:

$$\frac{\bar{p}_y}{\alpha_A} + \frac{4\bar{p}_y\alpha_e}{\alpha_I} \left[\frac{1}{\frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{\bar{p}_y}{\bar{p}_o\alpha_I} \right)} \right] - 1 = 0 \quad \text{se} \quad \bar{p}_y \approx \bar{p}_o\alpha_I \quad (2.31)$$

Onde (2.31) é obtido ao se considerar [23]:

$$\sec \left(\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\bar{p}_y}{\bar{p}_o\alpha_I}} \right) = \frac{1}{\cos \left(\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\bar{p}_y}{\bar{p}_o\alpha_I}} \right)} = \frac{1}{\text{sen} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\bar{p}_y}{\bar{p}_o\alpha_I}} \right)} \simeq \frac{1}{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\bar{p}_y}{\bar{p}_o\alpha_I}}}$$

Expandindo, por séries o radical do denominador, têm-se:

$$\sqrt{\frac{\bar{p}_y}{\bar{p}_o\alpha_I}} \simeq 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{p}_y}{\bar{p}_o\alpha_I} - 1 \right) + O \left[\frac{\bar{p}_y}{\bar{p}_o\alpha_I} - 1 \right]^2$$

Simplificando a expressão (2.31), obtém-se um polinômio de segundo grau cuja raiz, mostrada em (2.32), fornece a capacidade compressiva remanescente:

$$\bar{p}_y = \frac{\alpha_A}{2} + \frac{\alpha_I\bar{p}_o}{2} + \frac{8\alpha_A\alpha_e\bar{p}_o}{\pi} - \sqrt{\left(\frac{\alpha_A}{2} + \frac{\alpha_I\bar{p}_o}{2} + \frac{8\alpha_A\alpha_e\bar{p}_o}{\pi} \right)^2 - \alpha_A\alpha_I\bar{p}_o} \quad (2.32)$$

Plotando as capacidades compressivas exata e aproximada para diferentes valores de λ e $\theta_t = 80^\circ, 130^\circ$ e 180° , tem-se:

⁶O fator de correção de empirismo ξ utiliza-se na faixa de $\bar{p}_o \geq 1/2$ correspondente a razões de esbeltez de elementos intermediários, onde não se conta com modelos analíticos que descrevam de forma certa o comportamento dos elementos tubulares, fazendo necessário a utilização de modelos empíricos baseados em análises experimentais.

⁷Vide Seção 1.5.

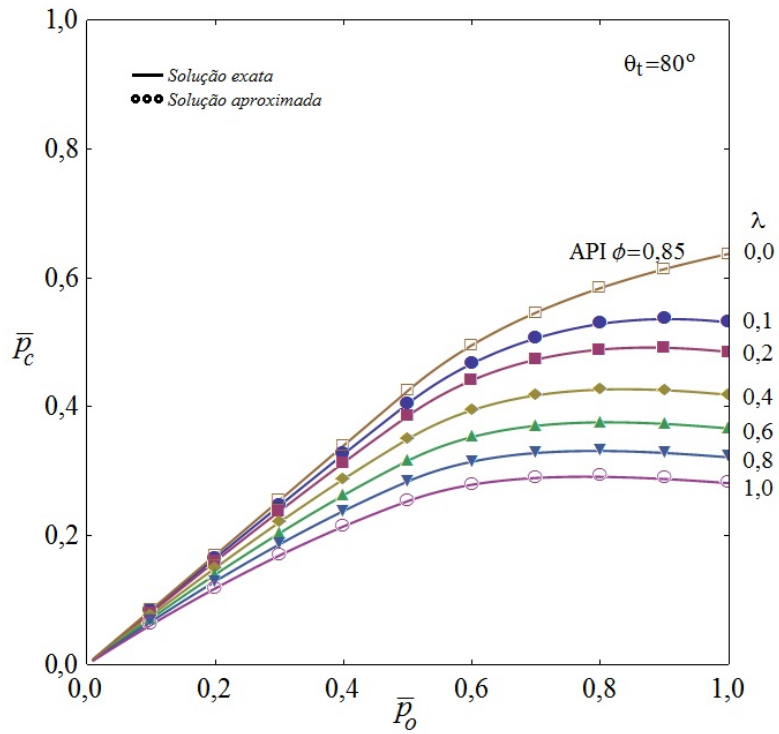


Figura 2.7: Capacidade remanescente de um elemento tubular corroído para $\theta_t = 80^\circ$.

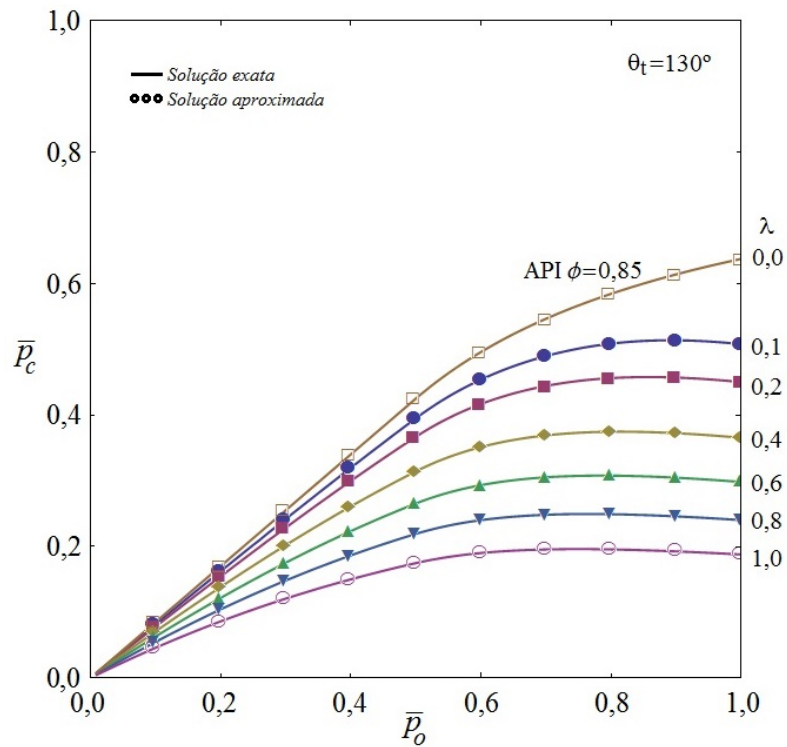


Figura 2.8: Capacidade remanescente de um elemento tubular corroído para $\theta_t = 130^\circ$.

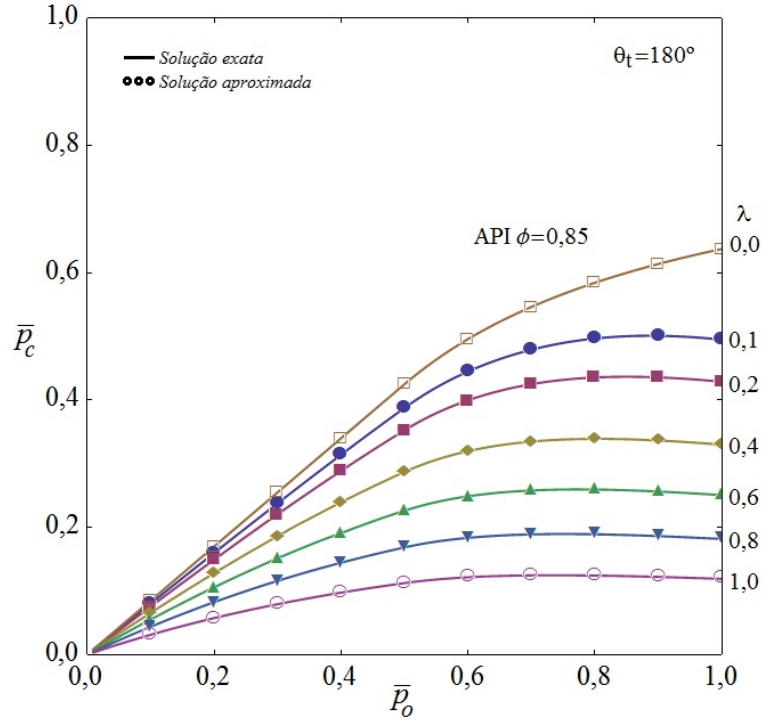


Figura 2.9: Capacidade remanescente de um elemento tubular corroído para $\theta_t = 180^\circ$.

A análise desenvolvida para a obtenção das Figuras 2.7, 2.8 e 2.9 considera todos os valores possíveis da capacidade compressiva, no entanto, dentro da prática, apenas uma faixa destes valores é considerada devido à projeção da vida útil das estruturas. Neste sentido, define-se \bar{p}_{op} como a capacidade compressiva de operação, a qual irá diminuir com o passo do tempo até um ponto em específico. Estabelecendo este ponto máximo de diminuição como uma razão de perda de espessura em particular, a diminuição gradual de \bar{p}_{op} pode ser avaliada. Um exemplo disto gera-se ao considerar $0,4 \leq \bar{p}_c \leq 0,6$ como a faixa da capacidade de operação, onde plotando para os valores correspondentes de \bar{p}_o obtém-se um gráfico como apresentado na Figura 2.10.

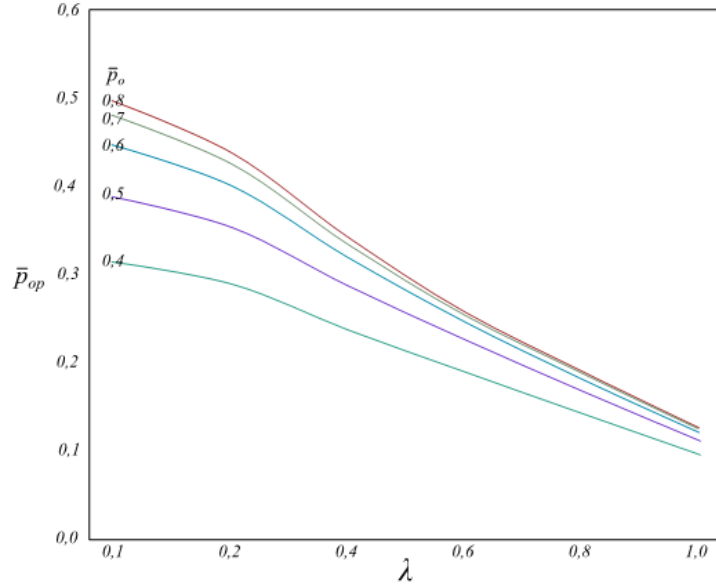


Figura 2.10: Gráfico da capacidade compressiva operativa e sua diminuição gradual em relação de λ para $\theta_t = 180^\circ$.

O deslocamento máximo⁸ que o elemento tubular pode atingir, em razão da gradual perda de espessura, é determinado seja pela expressão exata (2.33) ou pela expressão aproximada (2.34).

$$\bar{w}_{max}^{(e)} = \alpha_e \left[\sec \left(\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{\bar{p}_c}{\bar{p}_o \alpha_I}} \right) - 1 \right] \quad (2.33)$$

$$\bar{w}_{max}^{(a)} = \alpha_e \left[\frac{1}{\frac{\pi}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\bar{p}_c}{\bar{p}_o \alpha_I}} \right)} - 1 \right] \quad (2.34)$$

Plotando o deslocamento máximo, em congruência com a norma, para diferentes valores de λ e $\theta_t = 80^\circ, 130^\circ$ e 180° , tem-se⁹:

⁸O deslocamento encontra-se dado em função do diâmetro do elemento ($\bar{w} = w/D$).

⁹A variação em $\bar{p}_o = 1/2$ que se observa nas Figuras 2.11, 2.12 e 2.13, deve-se à aplicação do fator ξ e à transição da expressão utilizada, já que para valores de $\bar{p}_o \geq 0,5$ o comportamento descrito corresponde a elementos tubulares intermediários e curtos¹⁰.

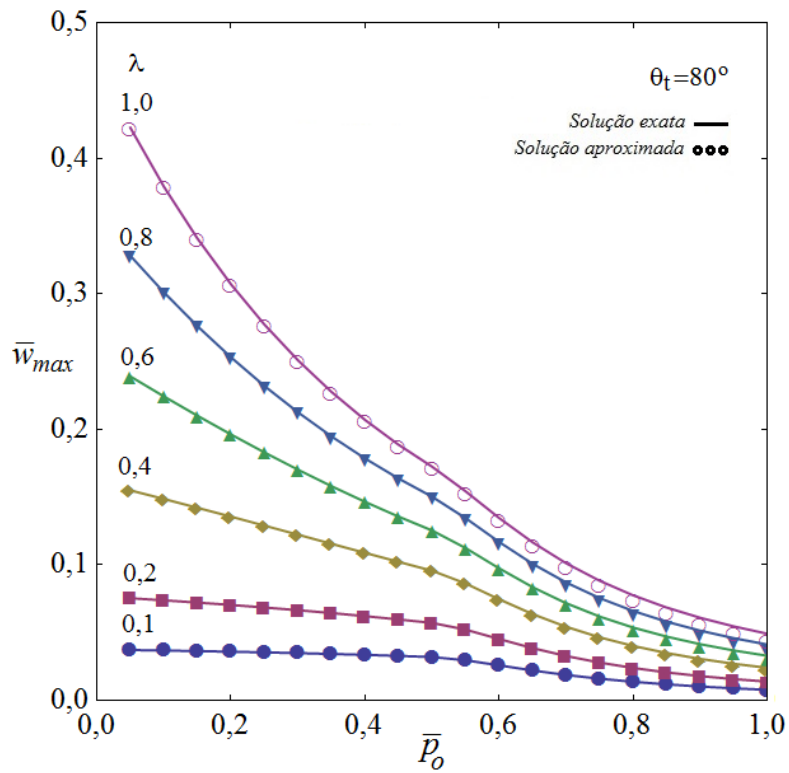


Figura 2.11: Deslocamento máximo para $\theta_t = 80^\circ$.

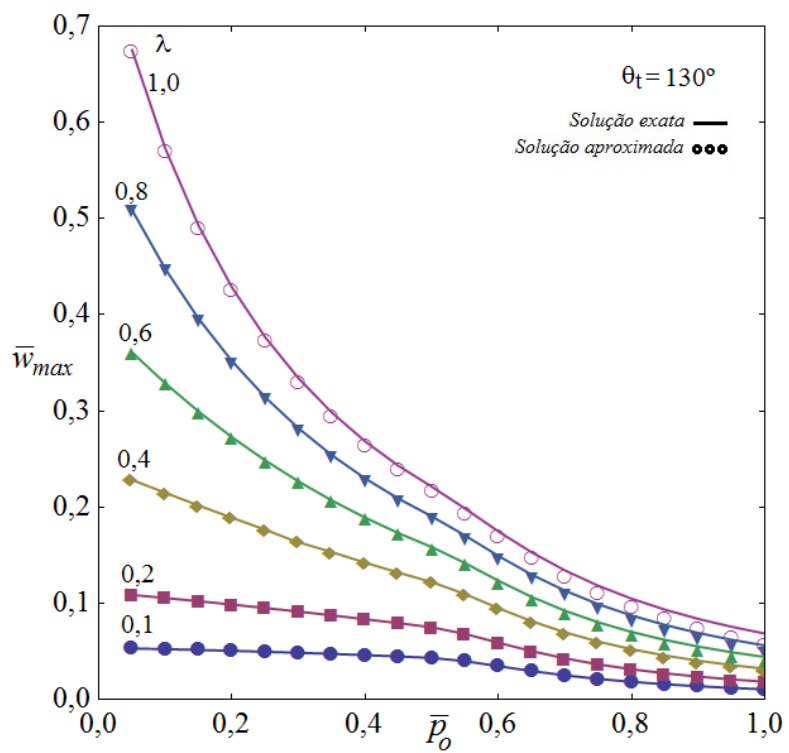


Figura 2.12: Deslocamento máximo para $\theta_t = 130^\circ$.

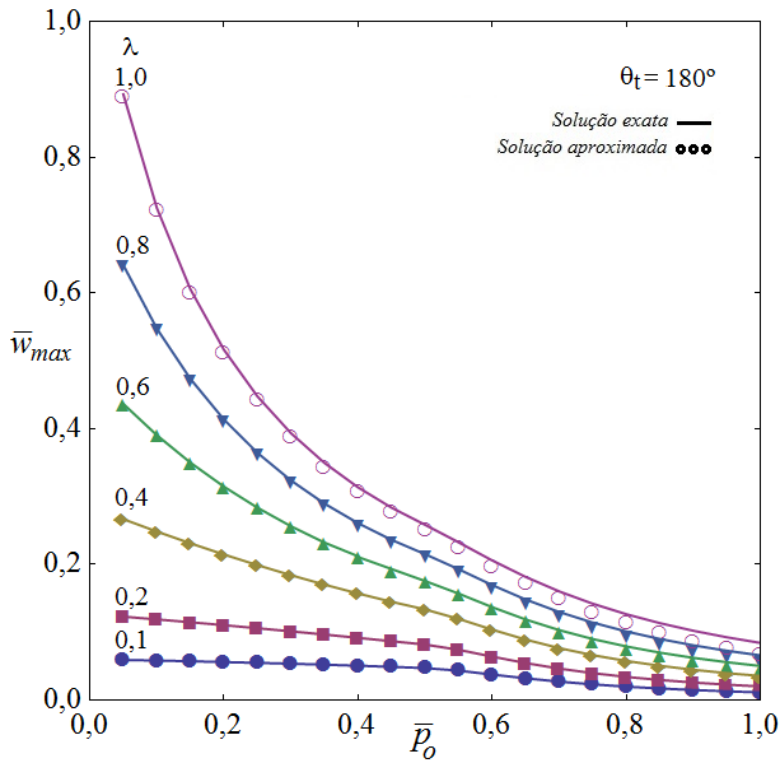


Figura 2.13: Deslocamento máximo para $\theta_t = 180^\circ$.

As Figuras 2.11, 2.12 e 2.13 permitem visualizar que para menores valores de \bar{p}_o e, portanto, maiores esbeltezes (L/D), o deslocamento máximo permitido é maior. Este deslocamento já leva em conta o fator de segurança da norma API RP2A-LRFD (ϕ_c) e a correção empírica (ξ) para a faixa de $1/2 \leq \bar{p}_o \leq 1$.

Uma análise adicional é o comportamento da capacidade crítica $\bar{p}_{cr} = \bar{p}_o \alpha_I$ em relação da capacidade compressiva remanescente, neste sentido e considerando um $\theta_t = 180^\circ$, o comportamento desta relação apresenta-se na Figura 2.14.

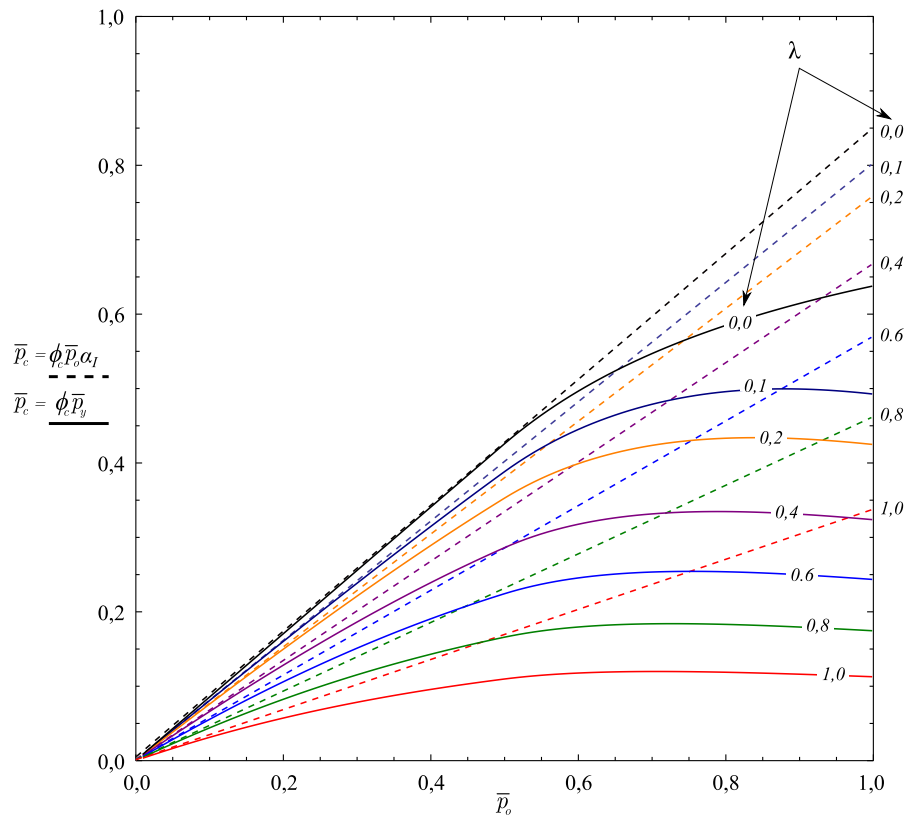


Figura 2.14: Relação de comportamento entre as capacidades crítica e remanescente para $\theta_t = 180^\circ$.

Da Figura 2.14, observa-se que a flambagem do elemento ocorre antes de atingir a capacidade crítica determinada por $\bar{p}_{cr} = \bar{p}_o \alpha_I$, sendo esta próxima da capacidade remanescente só quando a perda de espessura é baixa ou a esbeltes do elemento elevada.

Capítulo 3

Extensão da análise da capacidade compressiva remanescente para outros padrões de corrosão.

A corrosão de elementos estruturais se apresenta de uma forma imprevisível e não controlada. Portanto, a degradação destes elementos dificilmente irá manifestar-se com um padrão uniforme ou homogêneo. A hipótese de que um modelo idealizado (como no capítulo anterior) consegue descrever o comportamento dos infinitos padrões de corrosão, incorre em um alto risco de segurança para a estrutura offshore. Neste sentido, provar a aplicabilidade de um modelo desenvolvido para uma situação idealizada pode representar um ganho.

Após uma pesquisa conduzida pela Texas A&M University para determinação da resistência em elementos tubulares de estruturas offshore com idade em serviço considerável no Golfo do México, desenvolveu-se uma série de análises focadas na determinação da perda de espessura atingida pelos elementos expostos durante um longo período aos efeitos corrosivos do meio marinho. Isto derivou na geração de padrões de degradação idealizados que descrevem o nível de corrosão na parede externa de elementos tubulares esbeltos, assim como na posterior análise da sua capacidade compressiva remanescente.

O presente capítulo procura estender o desenvolvido no capítulo anterior, obtenção da capacidade compressiva remanescente, para elementos tubulares esbeltos quando a corrosão externa varia longitudinalmente.

3.1 O modelo LUTES.

No período 1989-90 foi idealizado um modelo de corrosão como parte de um projeto de pesquisa desenvolvido pela Texas A&M University, para estimação da capacidade remanescente de carga, baseando-se na degradação da parede externa de elementos tubulares de estruturas offshore no Golfo do México. Este modelo, propõe uma expressão simplificada para a obtenção da capacidade compressiva remanescente.

3.1.1 Descrição do problema.

O modelo LUTES¹ considera um elemento tubular, como mostrado na Figura 3.1, que foi corroído externamente de forma assimétrica no eixo longitudinal. No entanto, embora a profundidade da corrosão varie longitudinalmente, uma das idealizações do modelo estabelece que a área líquida² da seção transversal permanece constante em qualquer ponto do eixo longitudinal.

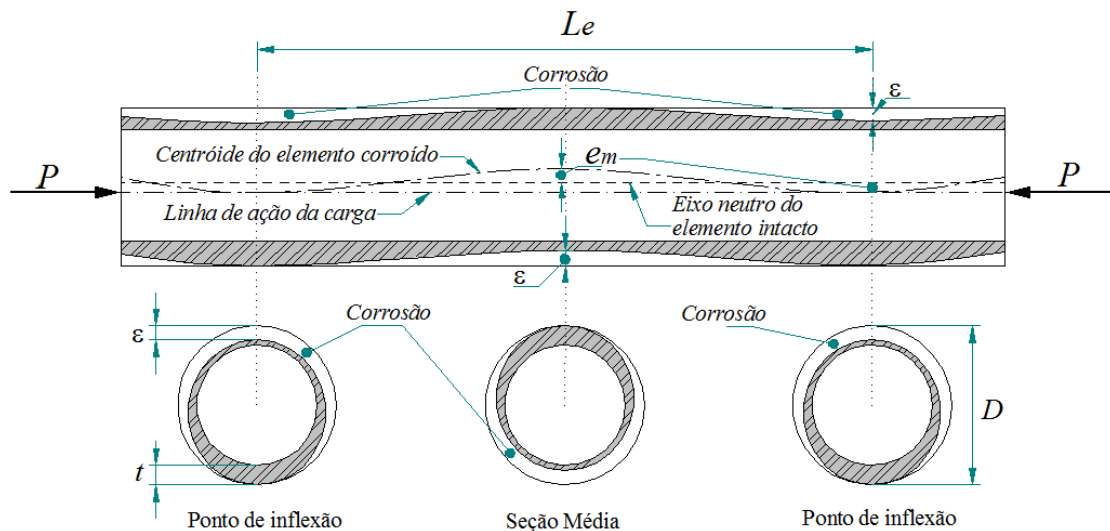


Figura 3.1: Padrão de corrosão assimétrico considerado no modelo LUTES.

Da Figura 3.1, observa-se a tendência assumida pelo padrão de corrosão, adotando um formato senoidal na extensão longitudinal³.

Além do anterior, os autores idealizaram uma seção transversal com a maior profundidade de corrosão ε (vide Figura 3.2). Considerando, então, que esta exista apenas nos pontos de inflexão e na metade do comprimento (vide Figura 3.1), é

¹Por questão da repetitiva citação ao modelo desenvolvido por LUTES et al. [16], este modelo será tratado em diante como modelo LUTES sem citações à referência.

²Entenda-se área líquida como a área que permanece intacta.

³Os autores utilizam um comprimento efetivo $L_e = kL$ para o desenvolvimento da análise, no entanto nas análises desenvolvidas neste capítulo será considerado $L \equiv L_e$.

simples assumir que nestes pontos existirá maior excentricidade e analogamente, uma diminuição mais severa do momento de inércia da seção do que em qualquer outra seção.

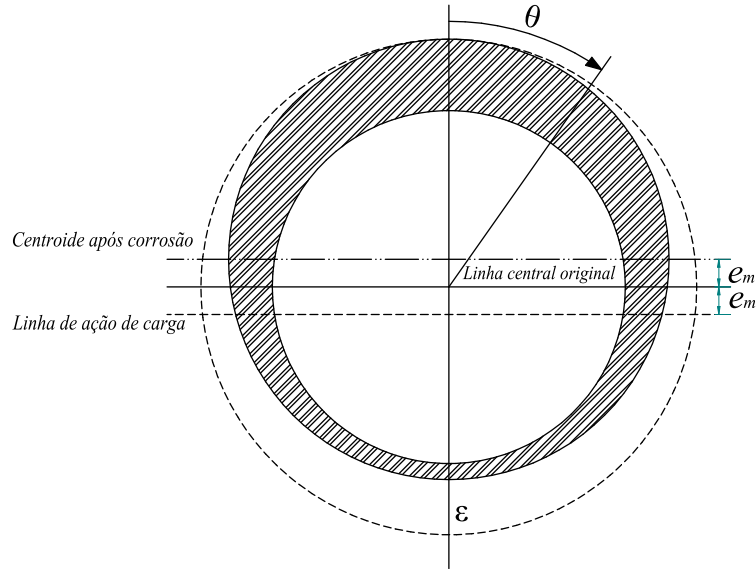


Figura 3.2: Seção transversal do elemento tubular com defeito de corrosão considerado por Lutes et al. [16] na metade do comprimento.

3.1.2 Fatores de diminuição de propriedades geométricas e características do padrão de corrosão.

Tomando como base de formulação as Figuras 3.1 e 3.2, pode estabelecer-se uma função para a variação da espessura:

$$t(\varepsilon, \theta) = t_o - \frac{\varepsilon |\theta|}{\pi} \quad (3.1)$$

Esta variação de espessura depende apenas da razão de perda de material na seção transversal, neste sentido, e definindo a razão de perda de espessura como $\lambda = \varepsilon/t_o$, a expressão (3.1) pode reescrever-se como:

$$t(\lambda, \theta) = t_o \left(1 - \frac{\lambda |\theta|}{\pi} \right) \quad (3.2)$$

Com (3.2) e sabendo que para um tubo de parede fina (intacto) o diferencial de área é dado por $dA = Dt/2$, o diferencial de área para um elemento corroído⁴ define-se como:

$$dA = \frac{Dt(\lambda, \theta)}{2} d\theta = \frac{Dt_o}{2} \left(1 - \frac{\lambda |\theta|}{\pi} \right) d\theta \quad (3.3)$$

⁴Considerando apenas o padrão de corrosão da Figura 3.2.

Integrando (3.3) em $-\pi \leq \theta \leq \pi$, obtém-se a área modificada⁵ do elemento tubular corroído A_m , dada por:

$$A_m(\lambda) = \pi D t_o \left(1 - \frac{\lambda}{2}\right) \quad (3.4)$$

A partir de (3.4), é possível evidenciar a função que define o fator de diminuição de área no eixo longitudinal. Lembrando que $\alpha_A = A_m/A_o$, esta função se escreve como:

$$\alpha_A(\lambda) = 1 - \frac{\lambda}{2} \quad (3.5)$$

Neste sentido e análogo ao desenvolvido para obtenção de (3.5), o fator de excentricidade é obtido ao usar (3.3) no teorema do primeiro momento de área⁶:

$$e_m = \frac{\int y dA}{A_m} = \frac{\lambda D}{\pi^2(2 - \lambda)} \quad (3.6)$$

Onde $y = (D/2) \cos(\theta)$.

Dividindo (3.6) pelo diâmetro do elemento é obtido o fator de excentricidade do elemento corroído α_e :

$$\alpha_e(\lambda) = \frac{\lambda}{\pi^2(2 - \lambda)} \quad (3.7)$$

No entanto, diferente da área líquida do elemento corroído, a excentricidade atinge uma variação ao longo do elemento, pelo que (3.7) deve ser reescrita como:

$$\alpha_e(\lambda, \bar{x}) = \frac{\lambda}{\pi^2(2 - \lambda)} \zeta(\bar{x}) \quad (3.8)$$

Onde $\zeta(\bar{x}) = 2 \sin(\pi \bar{x})$.

Em relação ao momento de inércia do elemento, este sofre duas alterações a partir do estado intacto. A primeira alteração deve-se aos efeitos da diminuição da área na seção transversal; esta diminuição calcula-se pelo teorema do segundo momento de área como mostrado em (3.9):

$$I_o = \int y^2 dA = \frac{\pi D^3 t \alpha_{I_o}}{8} = I_{o_o} \alpha_{I_o} \quad (3.9)$$

⁵O padrão apresenta como base uma área líquida uniforme em todo o elemento em relação ao eixo longitudinal, é dizer, a área da seção transversal será a mesma em qualquer ponto.

⁶Para o fator de excentricidade é aproveitado o fato de que o padrão de corrosão conta com uma simetria na seção transversal, fazendo que o domínio de integração seja $\{0 \leq \bar{x} \leq \pi\}$.

Onde⁷ $\alpha_{I_o} = \alpha_A = 1 - \lambda/2$.

A segunda alteração do momento de inércia no elemento corroído assimetricamente deve-se à excentricidade atingida; neste sentido, o teorema dos eixos paralelos permite conhecer esta diminuição adicional. Isto é:

$$I_m = I_o - A_m e_m^2 \quad (3.10)$$

Dividindo (3.10) pelo momento de inércia do elemento intacto (I_{oo}) e arrumando os termos, obtém-se o fator de diminuição do momento de inércia que se escreve:

$$\alpha_I(\lambda) = \alpha_A (1 - 8\alpha_e^2) \quad (3.11)$$

Considerando que o momento de inércia depende dos fatores de diminuição de área e de excentricidade, assume-se que por este último variar em função da posição longitudinal, o momento irá variar de forma análoga. Reescrevendo a função (3.11) para se considerar as variações do momento de inércia ao longo do comprimento, tem-se:

$$\alpha_I(\lambda, \bar{x}) = \alpha_A [1 - 8\alpha_e(\lambda, \bar{x})^2] \quad (3.12)$$

O comportamento ao longo do elemento dos fatores descritos nas equações (3.5), (3.8) e (3.12), mostra-se no gráfico da Figura 3.3.

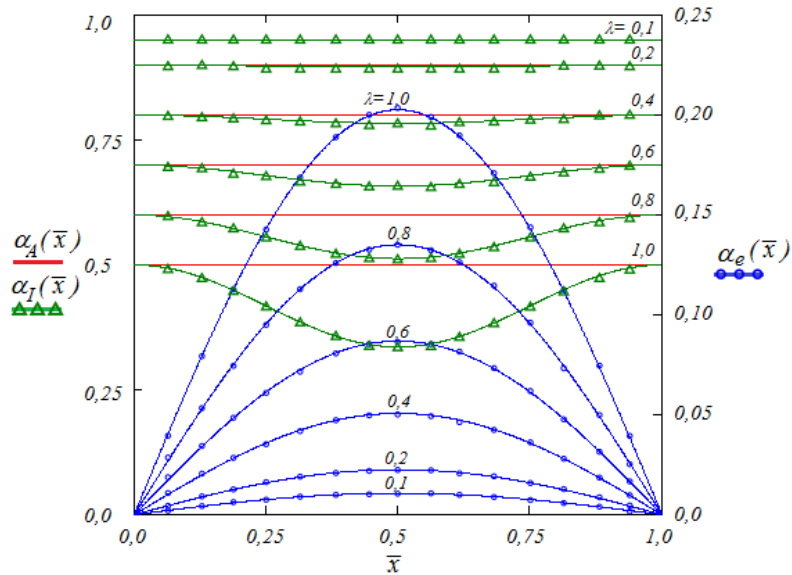


Figura 3.3: Comportamento dos fatores α_A , α_e e α_I ao longo do comprimento.

⁷Isto é particular para o presente padrão de corrosão; para outros padrões é necessário o desenvolvimento de (3.9) para obter a variação primária do momento de inércia em relação do centroide original (intacto).

Da Figura 3.3, apreciam-se os seguintes pontos:

- A área líquida é igual em qualquer ponto do eixo longitudinal.
- A máxima diminuição do momento de inércia encontra-se em $\bar{x} = 1/2$, assim também, neste ponto ocorre a maior excentricidade.
- A variação da inércia é determinada pelo nível de excentricidade, caso a corrosão seja uniforme em toda a seção transversal (corrosão simétrica), a diminuição do momento de inércia será equivalente à perda de área.

Nesse sentido, levando em conta o ponto central ($\bar{x} = 1/2$), o comportamento dos fatores de excentricidade, diminuição do momento de inércia e área⁸ são mostrados num simples gráfico (vide Figura 3.4) em função da razão de perda de espessura λ .

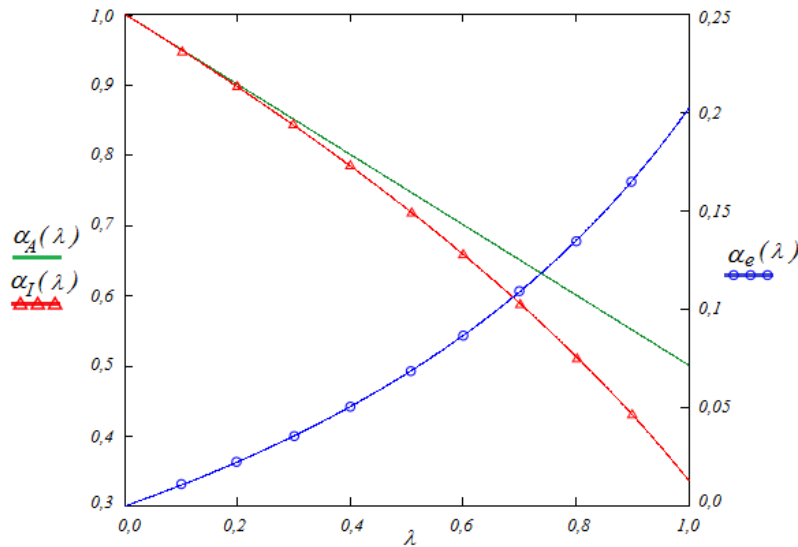


Figura 3.4: Valor dos fatores α_A , α_e e α_I em $\bar{x} = 1/2$.

3.2 Equação Governante da deflexão lateral.

Até este ponto, desenvolveram-se expressões para fatores de diminuição, que descrevem os efeitos da degradação da parede externa. No entanto, antes de proceder ao cálculo da capacidade é preciso lembrar que devido à degradação da parede externa do elemento e presença de excentricidade, faz-se necessária uma análise das forças de flexão, já que o elemento tubular estará num cenário de flexo-compressão.

A deflexão gerada no elemento tubular corroído é governada pela equação diferencial (3.13).

⁸As expressões obtidas são idênticas às propostas dentro do modelo LUTES, desde que considerado $\alpha_A = A_m/A_o$, $\alpha_e = e_m/D$ e $\alpha_I = I_m/I_{oo}$.

$$-EI(\bar{x}) \frac{d^2 w(\bar{x})}{dx^2} = P[e(\bar{x}) + w(\bar{x})] \quad (3.13)$$

Onde $e(\bar{x}) = D\alpha_e(\bar{x})$ e $w(\bar{x}) = D\bar{w}(\bar{x})$.

Simplificando (3.13), obtém-se:

$$\alpha_I(\bar{x}) \bar{w}''(\bar{x}) + \eta^2 \bar{w}(\bar{x}) = -\eta^2 \alpha_e(\bar{x}) \quad (3.14)$$

Observando (3.14), é clara a complexidade para resolução da equação diferencial de forma analítica, isto principalmente pelo fator $\alpha_I(\bar{x})$. Porém, métodos numéricos são usados para a obtenção de uma solução exata, particularmente o método tradicional de Galerkin (*MTG*).

3.2.1 Análise numérica da capacidade compressiva remanescente.

Em geral, a inércia e a excentricidade da seção transversal do elemento tubular variam ao longo do comprimento. Além disto, o padrão de corrosão muitas vezes é não simétrico, o que torna o cálculo da capacidade mais complexo. Desta forma, frequentemente opta-se por aplicar fatores de segurança conservadores, em detrimento do desenvolvimento de uma análise particular sobre a capacidade remanescente real da estrutura.

O método tradicional de Galerkin⁹ é um procedimento numérico utilizado para a conversão de equações diferenciais e outros tipos de problemas (variacionais e não variacionais) em problemas discretos. A importância deste método reside em permitir a obtenção de soluções aproximadas diretamente das equações diferenciais e não precisar calcular uma função potencial.

Introduzindo o *MTG* como solução numérica para facilitar a resolução da equação diferencial que governa o deslocamento lateral, gerado da flexo-compressão do elemento tubular corroído, quando submetido a carregamento compressivo axial, pretende-se fornecer uma solução “exata¹⁰” com que os modelos analisados para a obtenção da capacidade compressiva remanescente consigam se comparar.

⁹Como base para a explicação do método é necessário definir primeiramente o produto interno de duas funções, esta explicação encontra-se no Apêndice A deste trabalho.

¹⁰A solução supõe-se exata no ponto de vista da engenharia, desde que a aproximação obtida numericamente garanta os critérios para os quais serão utilizados os resultados com a melhor adaptação ao comportamento da solução exata real.

Da equação diferencial (3.14), pode ser escrita a seguinte expressão:

$$\mathcal{D} [\alpha_I(\lambda, \bar{x}) \bar{w}''(\bar{x}) + \eta^2 \bar{w}(\bar{x})] + \eta^2 \alpha_e(\lambda, \bar{x}) = 0 \quad (3.15)$$

Onde \mathcal{D} representa apenas a parcela correspondente ao operador diferencial e o resto à função independente.

Substituindo as expressões $\alpha_e(\bar{x})$ e $\alpha_I(\bar{x})$ em (3.15) fornecidas, respectivamente, pelas expressões (3.8) e (3.12), obtém-se¹¹ :

$$\mathcal{D} [\alpha_A [1 - 8\alpha_e(\lambda, \bar{x})^2] \bar{w}''(\bar{x}) + \eta^2 \bar{w}(\bar{x})] + \frac{\eta^2 \lambda \xi(\bar{x})}{\pi^2(2 - \lambda)} = 0 \quad (3.16)$$

As condições de contorno para (3.16) são $\bar{w}(0) = 0$ e $\bar{w}(1) = 0$.

Definem-se como funções base:

$$\phi_i(\bar{x}) = \text{sen}(i\pi\bar{x}) \quad (3.17)$$

Neste sentido, a solução de prova/aproximação expressa-se como:

$$u(\bar{x}) = \sum_{i=1}^n c_i \text{sen}(i\pi\bar{x}) \quad (3.18)$$

O processo a seguir é substituir (3.18) em (3.16), e obter a função residual de aproximação. Isto é:

$$\begin{aligned} r(\bar{x}) = & [8\alpha_A\alpha_e(\lambda, \bar{x})^2 - \alpha_A] \sum_{i=1}^n i^2 \pi^2 c_i \text{sen}(i\pi\bar{x}) + \dots \\ & \dots + \eta^2 \sum_{i=1}^n c_i \text{sen}(i\pi\bar{x}) + \frac{\eta^2 \lambda \xi(\bar{x})}{\pi^2(2 - \lambda)} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Aplicando o produto interno de duas funções (vide Apêndice A) para (3.17) e (3.19), os coeficientes c_i que garantem a ortogonalidade do sistema são obtidos.

$$\begin{aligned} \langle r, \phi \rangle = & \int_0^1 [8\alpha_A\alpha_e(\lambda, \bar{x})^2 - \alpha_A] \sum_{i=1}^n i^2 \pi^2 c_i \text{sen}(i\pi\bar{x}) \text{sen}(j\pi\bar{x}) d\bar{x} + \dots \\ & \dots + \int_0^1 \eta^2 \sum_{i=1}^n c_i \text{sen}(i\pi\bar{x}) \text{sen}(j\pi\bar{x}) d\bar{x} + \int_0^1 \frac{\eta^2 \lambda \xi(\bar{x})}{\pi^2(2 - \lambda)} \text{sen}(j\pi\bar{x}) d\bar{x} \end{aligned} \quad (3.20)$$

¹¹Neste capítulo utiliza-se o fator auxiliar $\eta^2 = \pi^2 \bar{p}_y / \bar{p}_o$.

Onde $\{1 \leq i \leq n\}$ e $\{1 \leq j \leq n\}$.

Do anterior, gera-se um sistema de equações cuja solução fornece os valores das variáveis c_i da expressão (3.18).

Um exemplo, do procedimento mencionado, é mostrado a seguir¹² considerando $\lambda = 0, 25$.

A equação diferencial (3.14) reescreve-se como:

$$0,875 [1 - 0,0067 \text{sen}^4(\pi\bar{x})] \bar{w}''(\bar{x}) + \left(\frac{\pi^2 \bar{p}_y}{\bar{p}_o} \right) \bar{w}(\bar{x}) = - \frac{0,2857 \bar{p}_y \text{sen}^2(\pi\bar{x})}{\bar{p}_o} \quad (3.21)$$

Definem-se como funções base:

$$\phi_1(\bar{x}) = \text{sen}(\pi\bar{x}) \quad \text{e} \quad \phi_2(\bar{x}) = \text{sen}(2\pi\bar{x}) \quad (3.22)$$

A função de prova define-se, então, como:

$$\Phi(\bar{x}) = c_1 \text{sen}(\pi\bar{x}) + c_2 \text{sen}(2\pi\bar{x}) \quad (3.23)$$

Isto gera a seguinte função residual:

$$r(\bar{x}) = \frac{\pi^2 \bar{p}_y (c_1 \text{sen}(\pi\bar{x}) + c_2 \text{sen}(2\pi\bar{x}))}{\bar{p}_o} + \frac{0,2857 \bar{p}_y \text{sen}^2(\pi\bar{x})}{\bar{p}_o} + \dots \quad (3.24)$$

$$\dots - 0,875 [1 - 0,0067 \text{sen}^4(\pi\bar{x})] (\pi^2 c_1 \text{sen}(\pi\bar{x}) + 4\pi^2 c_2 \text{sen}(2\pi\bar{x}))$$

A partir de (3.24), define-se o seguinte sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} \frac{4,935 \bar{p}_y}{\bar{p}_o} - 4,29 & 0 \\ 0 & \frac{4,935 \bar{p}_y}{\bar{p}_o} - 17,24 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{0,121 \bar{p}_y}{\bar{p}_o} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

Sabendo que $c_2 = 0$, a solução de (3.25) gera a seguinte função para o deslocamento:

$$\bar{w}(\bar{x}) = \left(\frac{0,121 \bar{p}_y}{4,29 \bar{p}_o - 4,935 \bar{p}_y} \right) \text{sen}(\pi\bar{x}) \quad (3.26)$$

Substituindo (3.26) em (2.28) e resolvendo para \bar{p}_y tem-se:

¹²Para o exemplo foram utilizadas duas funções base por questão do espaço. No entanto, nas análises utilizaram-se no mínimo cinco funções para garantir a precisão do resultado.

$$\bar{p}_y = 0,43 + 0,48\bar{p}_o - 2 \times 10^{-37} \sqrt{\bar{p}_o (5,6 \times 10^{72} \bar{p}_o - 8,3 \times 10^{72}) + 4,53 \times 10^{72}} \quad (3.27)$$

A capacidade compressiva remanescente é obtida substituindo-se (3.27) em (2.30). Curvas de capacidade para diferentes valores de λ foram plotados na Figura 3.5 (ao final deste Capítulo). Estas curvas já contemplam o fator $\phi_c = 0,85$ para elementos tubulares em compressão e o fator empírico ξ para a faixa de elementos esbeltos ($\bar{p}_o < 1/2$) e cinco equações de base para a aproximação numérica da solução real¹³.

3.2.2 Expressão aproximada para o cálculo da capacidade compressiva remanescente.

O uso de métodos numéricos para a obtenção da capacidade compressiva remanescente não representa uma complicação atualmente, devido ao avanço tecnológico, mas requer o uso de software especializado e conhecimentos de programação para a obtenção de soluções com alto grau de precisão. Neste sentido, o uso/idealização de formulações aproximadas que poupem tempo na hora de tomar uma decisão sobre reparar, descartar ou substituir algum elemento, torna-se importante.

LUTES et al. [16] propuseram uma formulação aproximada para a obtenção da capacidade compressiva remanescente de elementos tubulares corroídos; esta formulação considera os mesmos fatores de diminuição apresentados no início deste capítulo, no entanto, estes autores desenvolveram apenas equações dimensionais focadas em elementos tubulares de aço. Neste sentido, o modelo LUTES é tomado como base para o desenvolvimento de um modelo adimensional e aproximado, capaz de se aplicar a elementos tubulares degradados (corroídos) de outros materiais e descrever a capacidade compressiva remanescente em congruência com a norma API RP2A-LRFD.

Embora o modelo LUTES considere $\alpha_e(\bar{x}) = 2\alpha_e \text{sen}(\pi\bar{x})$ como a função para a excentricidade¹⁴ em relação do eixo longitudinal, para manter uma congruência com o modelo numérico desenvolvido (MTG) será considerada a expressão (3.8) para a avaliação deste fator.

O momento de inércia foi considerado constante ao longo do elemento e definido

¹³Pela natureza da equação de base (3.17) utilizaram-se números ímpar para o valor de i , isto é $i = 1, 3, 5, 7$ e 9 , já que valores par resultariam em um valor nulo.

¹⁴As expressões aqui apresentadas já estão em formato adimensional, para as expressões no formato original ver KONEN [1].

por:

$$\alpha_I = \alpha_A (1 - 8\alpha_e^2) \quad (3.28)$$

Onde α_e corresponde à expressão¹⁵ (3.7).

Com (3.8) e (3.28), a equação diferencial (3.14) fica como:

$$\bar{w}''(\bar{x}) + \eta_m^2 \bar{w}(\bar{x}) = -2\eta_m^2 \alpha_e \text{sen}^2(\bar{x}) \quad (3.29)$$

Onde $\eta_m = \pi \sqrt{\bar{p}_y / (\bar{p}_o \alpha_I)}$.

Retomando uma das idealizações do modelo LUTES, assume-se uma expressão para aproximar a deflexão atingida em relação do eixo longitudinal, determinada por:

$$\bar{w}(\bar{x}) = \bar{w}_m \text{sen}(\pi \bar{x}) \quad (3.30)$$

Onde \bar{w}_m é a deflexão máxima adimensional, que ocorre na metade do comprimento¹⁶.

Substituindo (3.30) em (3.29) e resolvendo para \bar{w}_m obtém-se:

$$\bar{w}_m = \frac{2\alpha_e \bar{p}_y}{\alpha_I \bar{p}_o - \bar{p}_y} \quad (3.31)$$

Ao substituir (3.31) em (2.28), é obtida uma equação quadrática, onde uma das raízes fornece a capacidade compressiva de forma aproximada; esta raiz escreve-se como:

$$\bar{p}_y = \frac{\alpha_A}{2} + \frac{\alpha_I \bar{p}_o}{2} + 4\alpha_A \alpha_e \bar{p}_o - \sqrt{\left(\frac{\alpha_A}{2} + \frac{\alpha_I \bar{p}_o}{2} + 4\alpha_A \alpha_e \bar{p}_o\right)^2 - \alpha_A \alpha_I \bar{p}_o} \quad (3.32)$$

Substituindo a capacidade compressiva, determinada por (3.32), nas expressões para a capacidade compressiva remanescente (2.30) é possível verificar a precisão do modelo aproximado se plotado com a solução exata obtida na seção anterior. A Figura 3.5 apresenta esta comparação.

¹⁵LUTES et al. [16] levaram em conta, para o cálculo do momento de inércia, apenas a metade da amplitude real que a excentricidade deveria ter segundo a expressão (3.8) para $\bar{x} = 1/2$.

¹⁶Note-se que a expressão (3.30) é uma solução exata para (3.14), aplicável apenas quando o momento de inércia não varia ao longo do comprimento, se tornando em uma aproximação razoável se forem considerados o mínimo momento de inércia e o máximo fator de excentricidade.

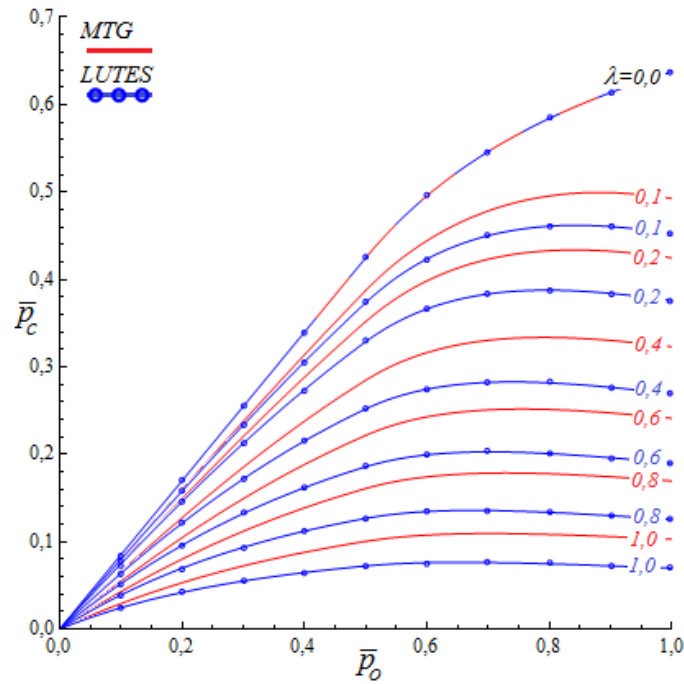


Figura 3.5: Capacidade compressiva remanescente para um elemento tubular corroído pelas soluções exata (MTG) e aproximada.

A capacidade operativa do elemento tubular para a faixa onde $0,4 \leq \bar{p}_o \leq 0,8$ é apresentada na Figura 3.6.

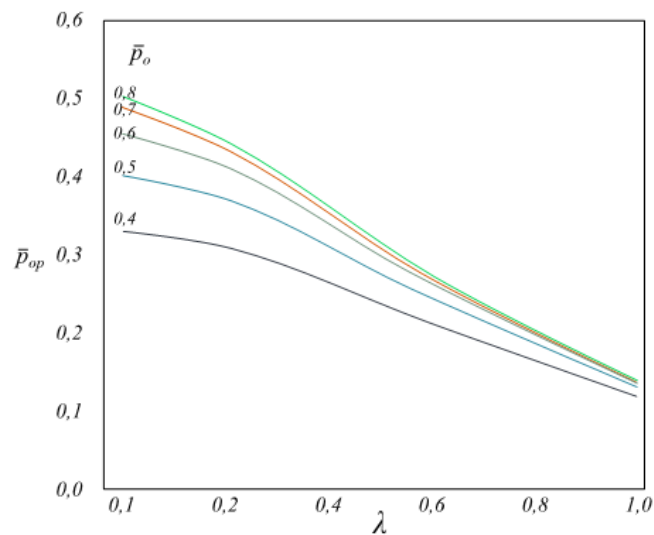


Figura 3.6: Capacidade compressiva de operação em relação de λ a partir da solução exata (MTG).

Da Figura 3.5, observa-se que a solução aproximada de LUTES et al. [16] é conservadora em relação à solução exata (MTG). Isto para um padrão de corrosão com função de excentricidade $e(\bar{x}) = 2e_m \text{sen}(\pi\bar{x})$ (onde $e_m = D\alpha_e$). Neste sentido, piorando a corrosão ao se considerar funções, onde a variação da excentricidade é

mais agressiva, como são $e(\bar{x}) = 2e_m \text{sen}^2(\pi\bar{x})$ e $e(\bar{x}) = 2e_m \text{sen}^3(\pi\bar{x})$, o conservadorismo do modelo LUTES é ainda maior. O anterior ilustra-se nas Figuras 3.7 e 3.8.

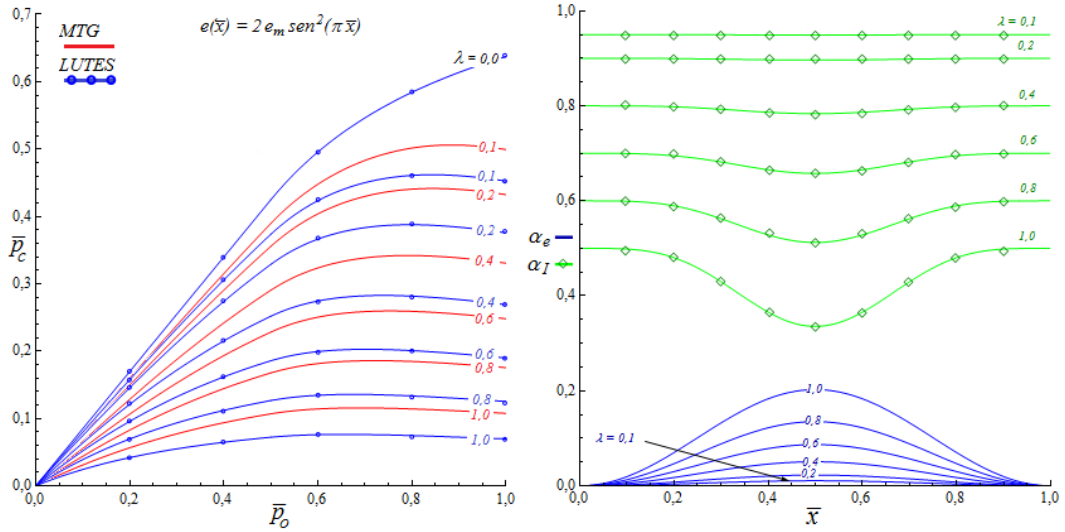


Figura 3.7: Capacidade compressiva remanescente para um elemento tubular corroído pelas soluções exata (MTG) e aproximada, para $e(\bar{x}) = 2e_m \text{sen}^2(\pi\bar{x})$.

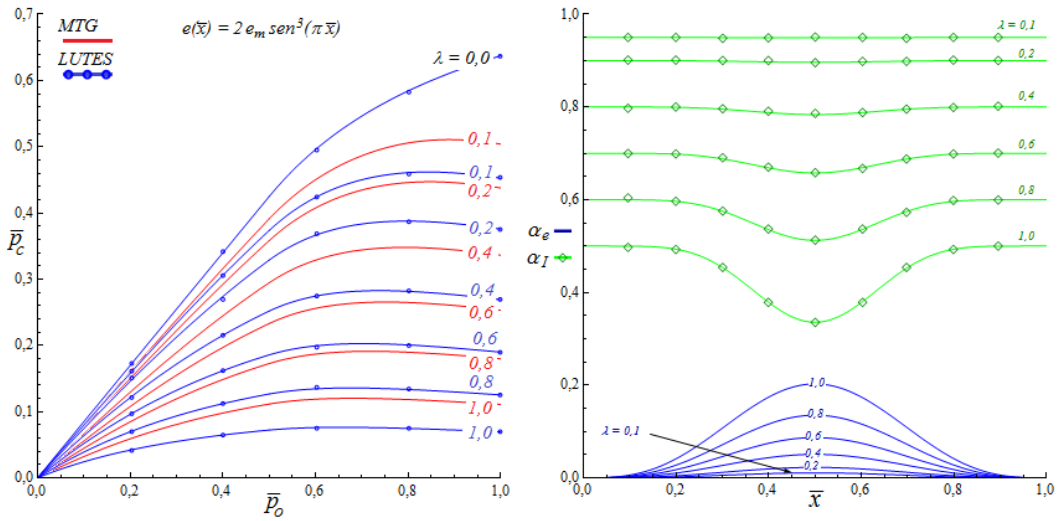


Figura 3.8: Capacidade compressiva remanescente para um elemento tubular corroído pelas soluções exata (MTG) e aproximada, para $e(\bar{x}) = 2e_m \text{sen}^3(\pi\bar{x})$.

Capítulo 4

Conclusões e trabalhos futuros.

Avaliaram-se os efeitos da perda gradual de espessura devido à corrosão da parede externa de elementos tubulares, considerando o regime elástico do material. Assim também identificaram-se as relações diretas e o nível de influência que representam as características do defeito atingido. Se bem que foi unicamente analisado o comportamento global do elemento tubular, e que para perdas localizadas de espessura seja necessária uma avaliação da flambagem local, as expressões apresentadas, exatas e aproximadas, fornecem critérios fundamentados analiticamente e que com o uso de um fator de correção apresentam um comportamento congruente ao estabelecido e descrito pela norma API RP2A-LRFD.

A pesquisa desenvolvida considerou no geral duas variações longitudinais de corrosão, uma uniformemente estendida (Capítulo 2) e outra variando ao longo do comprimento, que podem ser reduzidas a dois modelos básicos baseados na excentricidade, o primeiro quando a excentricidade assume ou tende a assumir um valor constante ao longo do elemento e o segundo quando a excentricidade concentra-se na metade do comprimento e distribui-se até se tornar nula nos extremos. Se for o primeiro cenário, a solução aproximada descreve com uma excelente precisão o comportamento da capacidade compressiva (já em congruência com a norma API). Se for o segundo cenário, recomenda-se contemplar a implementação dum modelo numérico que descreva de maneira mais precisa a capacidade remanescente dos elementos tubulares corroídos, já que os modelos aproximados encontram-se limitados a uma faixa de valores para a perda de espessura e precisam se reformular para cada novo padrão de corrosão, diferente do modelo numérico o qual tem a capacidade de se adaptar ao padrão de corrosão considerando apenas a função de perda de espessura.

Em vista dos argumentos apresentados, conclui-se que as expressões desenvolvidas neste trabalho fornecem critérios (expressões exatas e aproximadas) que podem

ajudar na tomada de decisões sobre a extensão da vida útil de elementos tubulares que atingiram um nível considerável de corrosão durante sua vida operacional. A congruência com o comportamento descrito, em relação à norma API, pode levar a considerá-los viáveis de aplicação em campo, no entanto uma análise de flambagem local faz-se necessária antes de tomar a decisão final.

A presente dissertação define um marco de pesquisa que pode ser estendido a diversos campos, quais são:

- Análise de elementos tubulares corroídos com defeitos estendidos parcialmente no comprimento.
- Análise de elementos tubulares corroídos internamente/externamente com defeitos de corrosão aleatórios.
- Análise e predição da vida útil de elementos tubulares corroídos.
- Testes experimentais em elementos tubulares corroídos com padrões específicos/aleatórios de corrosão interna/externa.
- Desenvolvimento de mecanismos de avaliação da capacidade de elementos tubulares corroídos por meio de aquisição ótica.
- Extensão da análise apresentada para outros cenários de carregamento.
- Validação dos resultados por modelos de elementos finitos.
- Análise do comportamento do elemento tubular corroído no regime elastoplástico/plástico.
- Comparação com limite de resistência com métodos diretos: Análise limite e *Shakedown*.

Referências Bibliográficas

- [1] KONEN, K. F. **Ultrasonic Thickness Measurements on Corroded Steel Members: A Statistical Analysis of Error**. Dissertation (M.Sc.). Civil Engineering, Texas A&M University, Texas, 1999. Cap. 1. 90 p.
- [2] MELLO, A. G. B. **Influência da deformação plástica na corrosão de aço carbono, aço inoxidável e cobre em sistemas de resfriamento**. 2008. 95 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Tecnologia de Processos Químicos e Bioquímicos, Departamento de Escola de Química, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008. Disponível em: <<<http://tpqb.eq.ufrj.br/download/deformacao-plastica-na-corrosao-de-aco-e-cobre.pdf>>>. Acesso em: 07 mar. 2014.
- [3] OFFSHORE, M. **Corrosão: um problema de bilhões de dólares**. Ed. 18. Disponível em: <<<http://www.macaehoffshore.com.br/revista/internas.asp?acao=noticia3&edicao=18>>>. Acesso em: 07 mar. 2014.
- [4] GUIMARÃES, A. C. B. **Avaliação simplificada da capacidade de carga de dutos corroídos**. 2005. 126 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mecânica Computacional, Setores de Ciências Exatas e de Tecnologia, Departamento de Métodos Numéricos em Engenharia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2005. Disponível em: <<<http://www.ppgmne.ufpr.br/arquivos/diss/138.pdf>>>. Acesso em: 07 mar. 2014.
- [5] BJØRNØY, O. H.; MARLEY, M. J. **Assessment of Corroded Pipelines: Past, Present and Future**. International Offshore and Polar Engineering Conference, vol. 2, pp. 93-101, June 2001. Disponível em: <<<http://e-book.lib.sjtu.edu.cn/isope2001/pdf/files/papers/138.pdf>>>. Acesso em: 07 mar. 2014.
- [6] VIETH, P. H.; KIEFNER, J. F., **RSTRENG user's manual**. American Gas Association: Pipeline Research Supervisory Committee, 1993.

- [7] CHOUCHAOUI, B. A.; PICK, R. J. **Behaviour of longitudinally aligned corrosion pits**. International Journal of Pressure Vessels and Piping, vol. 67, pp. 17-35, 1996.
- [8] STHEPENS, D. R.; LEIS, B. N. **Material and geometry factors controlling the failure of corrosion defects in piping**. In: ASME Pressure Vessels and Piping Conference, Orlando, FL, 1997.
- [9] STEPHENS, D. R.; LEIS, B. N.; KURRE, M. D.; RUDLAND, D. L. **Development of an alternative failure criterion for residual strength of corrosion defects in moderate to high toughness pipe**. PRC International Report, Battelle report AGA, Catalog Number L51794, 1999.
- [10] DET NORSKE VERITAS. **Recommended Practice for Corroded Pipelines**. Norway, Specification DNV RP-F101, 2010.
- [11] DET NORSKE VERITAS. **Comparison of API, ISO, and NORSOK offshore structural standars**. Bureau of Ocean Energy Management, Regulation, and Enforcement. Washington, D.C., Technical Report. EP034373-2011-01, 2011.
- [12] ZHENG, M.; LUO, J. H.; ZHOU, G.; LI, H. L. **Modified expression for estimating the limit bending moment of local corroded pipeline**. International Journal of Pressure Vessels and Piping, pp. 725-729, May 2004.
- [13] KANNINEN, M. F.; BROEK, D.; MARSCHALL, C. W.; RYBICKI, E. F.; WILKOWSKI, G. M. **Towards an elastic-plastic fracture mechanics predictive capability for reactor piping**. Nuclear Engineering And Design: Special Issue Structural Mechanics in Reactor Technology. San Francisco, California, 1978. Issue 1, pp. 117-134.
- [14] BELACHEW, C. T.; MOKHTAR, C. I.; SARAVANAN, K., **Evaluation of available codes for capacity assessment of corroded pipelines**. Mechanical Engineering Department, Universiti Teknologi PETRONAS, Bandar Sri Iskandar, 2009.
- [15] TEXAS A&M UNIVERSITY - College Station, **Testing and Evaluation of Damaged Jacket Braces**. Texas and PMB Engineering, Report, Houston, Texas, 1990.
- [16] LUTES, L. D.; KOHUTEK, T. L.; ELLISON, B. K.; KONEN, K. F. **Assessing the compressive strength of corroded tubular members**. Applied Ocean Research, vol.23-5. pp. 263-268, December 2001.

- [17] CARVALHAR, F. C. **Determinação experimental da carga e da excentricidade acidental de pilares compostos de madeira.** 2001. 97 pp. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2001. Cap. 3. Disponível em: <<<http://www.bibliotecadigital.ufmg.br/dspace/bitstream/handle/1843/PASA-8ALHBC/85.pdf?sequence=1>>>. Acesso em: 06 mar. 2014.
- [18] PÁEZ, J. A. C. **Consideración de las imperfecciones en el análisis de placas de acero, de secciones armadas de puentes de azero y mixtos, mediante el método de los elementos finitos.** 2008. 217 f. Tese (Doutorado) - Universidad de Burgos, Burgos, 2008. Cap. 2. Disponível em: <<http://dspace.ubu.es:8080/tesis/bitstream/10259/169/1/Chica_P\unhbox\voidb@x\bgroup\let\unhbox\voidb@x\setbox\@tempboxa\hbox{a\global\mathchardef\accent@spacefactor\spacefactor}\accent19a\egroup\spacefactor\accent@spacefactorez.pdf>>. Acesso em: 06 mar. 2014.
- [19] SÁNCHEZ, M. A. O. **Análisis del pandeo de pilares en régimen no linear mediante splines generalizados.** 2004. 409 f. Tese (Doutorado) - Curso de Ingeniería de Caminos Canales y Puertos, Departamento de Caminos, Canales y Puertos, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, 2004. Disponível em: <<http://oa.upm.es/9127/1/MIGUEL_ANGEL_ORTEGA_SANCHEZ_b.pdf>>. Acesso em: 06 mar. 2014.
- [20] PARETO, L. **Formulário Técnico: Resistência e Ciência dos Materiais.** 3. ed. Brasil: Leopardo, 1991. 184 p.
- [21] PYTEL, A.; KIUSALAAS, J. **Mechanics of Materials.** 2. ed. Stamford: Cengage Learning, 2009. 576 p.
- [22] SHANLEY, F. R. **Mechanics of Materials.** California: Mcgraw Hill, 1967. 455 p.
- [23] BAŽANT, Z. P.; CEDOLIN, L. **Stability of Structures: Elastic, Inelastic, Fracture and Damage Theories.** Danvers, Massachusetts: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2010. 1039 p.
- [24] FARSAAD, M. **Stability of structures.** Amsterdam: Elsevier Science Ltd, 1994. 2 v. 438 f. (Developments in civil engineering).

- [25] API. **Recommended practice for planning, designing and constructing fixed offshore platforms: Load and Resistance Factor Design**. Dallas Tx: American Petroleum Institute, 1997. (API RP2A-LRFD Standard).
- [26] TIMOSHENKO, S. P. **History of Strength of Materials**. McGraw-Hill, New York, 1953; also, Dover Publications, New York, 1983 (Sec. 1.0).
- [27] KELLER, F. J.; GETTYS, W. E.; SKOVE, M. J., **FÍSICA - VOLUME 1**. São Paulo: Makron, 1997. 626 p.
- [28] SIMITSES, G. J.; HODGES, D. H., **Fundamentals of Structural Stability**. 1. ed. Oxford: Elsevier Inc., 2005. 480 p.

Apêndice A

O produto interno de duas funções¹, $f(x)$ e $g(x)$, contidas em um espaço vetorial de funções reais cujo domínio é o intervalo fechado $[a, b]$, define-se como :

$$\langle f, g \rangle = \int_a^b f(x) g(x) dx \quad (1)$$

Se o produto interno é zero então pode ser dito que $f(x)$ e $g(x)$ são ortogonais² entre si em $[a, b]$. Isto é:

$$\langle f, g \rangle = \int_a^b f(x) g(x) dx = 0 \quad (2)$$

Nesse sentido, se (2) for verdadeiro para qualquer função $f(x)$, então $g(x) \equiv 0$.

O método de Galerkin de maneira geral funciona introduzindo uma solução de prova, consistente em uma série de “funções lineares base”, onde selecionam-se os coeficientes que as integram de tal forma que o resíduo (equação inicial onde o operador diferencial é substituído pela solução de prova) seja ortogonal ao espaço criado pelas funções de base.

Para melhor entender o anterior, considere-se a equação diferencial (3) ao longo do intervalo $a \leq x \leq b$.

$$\mathcal{D}[y(x)] + f(x) = 0 \quad (3)$$

Onde o termo $\mathcal{D}[y(x)]$ representa um operador diferencial linear e homogêneo.

Uma característica dos métodos de resíduos ponderados é a utilização de um número finito de funções $\{\phi_i(x)\}_{i=1}^n$ de onde, particularmente no método de Galerkin, as funções de peso são selecionadas.

¹O produto interno é análogo do produto ponto de álgebra linear.

²Considerando funções quadradas e integráveis.

Introduzindo a solução de prova $u(x)$, que se escreve:

$$u(x) = \phi_o(x) + \sum_{j=1}^n c_j \phi_j(x) \quad (4)$$

E substituindo $y(x)$ de (3) por $u(x)$ de (4), o resíduo $r(x)$ define-se como:

$$r(x) = \mathcal{D}[u(x)] + f(x) \quad (5)$$

Nesse sentido o único que resta é procurar os coeficientes c_i do produto interno entre o resíduo e as funções base ϕ_i . Isto é:

$$\langle r, \phi \rangle = \int_a^b r(x) \phi_i(x) dx = 0 \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$