

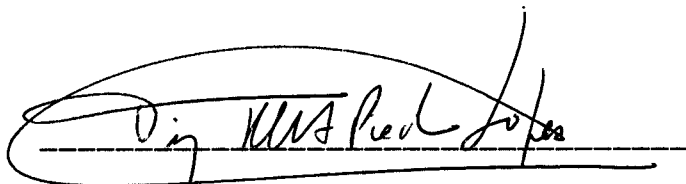
AJUSTE DE PARÂMETROS PARA O CÁLCULO DE FREQUÊNCIAS

NATURAIS EM ESTRUTURAS OCEÂNICAS

FREDY ARMANDO URIBE ALVARADO

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc) EM ENGENHARIA OCEÂNICA.

Aprovada por:



Prof. Tiago Alberto Piedras Lopes

(Presidente)



Prof. Segen Farid [Stefen]



Prof. Arthur Palmeira Ripper Neto

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

OUTUBRO DE 1988

ALVARADO, FREDY ARMANDO URIBE

Ajuste de Parâmetros Para o Cálculo de
Frequências Naturais em Estruturas Oceânicas
(Rio de Janeiro) 1988

XII, 120p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M. Sc.,
Engenharia Oceânica, 1988)

Tese - Universidade Federal do Rio de Ja-
neiro, COPPE.

1. Análise Estrutural I. COPPE/UFRJ II.
Título (Série).

Quando o mar esta tranquilo, todos os
pilotos navegam com igual maestria.
Mas, ao serem vitimas de golpes profundos
do infortunio, só uma grande alma pode
sofrer sem se queixar.

(Shakespeare)

Dedico esta tese a meus pais e irmãos.

AGRADECIMENTOS

A minha mãe Doraliza por sua incansável dedicação, carinho e amor.

Ao meu pai Armando, que durante todos estes anos tem sido exemplo de pai, homem e amigo.

Ao Prof. Tiago pela valiosa orientação e incentivo no desenvolvimento da tese.

Ao Dr. Romir Ribeiro, pelo encaminhamento da minha inscrição no programa.

Ao Prof. Severino, exemplo de competência, dedicação, profissionalismo e amizade, a quem devo a co-orientação do trabalho e apoio computacional desta tese.

Aos amigos Troyman e Frederico pelo apoio no desenvolvimento do "software" desta tese.

A amiga Cláudia Regina, que corrigiu a gramática e digitou esta tese no computador com muita paciência e carinho.

Aos amigos, José Lopes, Cláudio Sarasa, Expedito e em especial a Jorge Vileti pelo valioso auxílio que deu na parte

experimental.

Aos colegas e amigos do Programa de Engenharia Oceânica que de alguma forma contribuíram para o desenvolvimento desta tese.

Ao engenheiro Francisco Mourão Farias por ter iniciado o estudo de ajuste de modelos matemáticos de sistemas estruturais no Brasil e ter fornecido a informação inicial, necessária para o estudo desenvolvido nesta tese.

A COPPE, CAPES e CNPq, pela oportunidade de desenvolver este trabalho.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M. Sc.)

AJUSTE DE PARÂMETROS PARA O CÁLCULO DE FREQUÊNCIAS
NATURAIS EM ESTRUTURAS OCEÂNICAS

Fredy Armando Uribe Alvarado

Outubro, 1988

Orientador: Tiago Alberto Piedras Lopes

Programa: Engenharia Oceânica

O presente trabalho trata do estudo e desenvolvimento de um método numérico de ajuste de parâmetros para o cálculo de frequências naturais em estruturas oceânicas.

Um programa de iteração automática em linguagem FORTRAN 77 para microcomputador foi desenvolvido. O Método dos Elementos Finitos foi utilizado para calcular as frequências e modos naturais de vibração de um modelo físico e os valores obtidos foram comparados com os resultados experimentais.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M. Sc.)

DATA FITTING FOR ESTIMATION OF NATURAL FREQUENCIES OF
OFFSHORE STRUCTURES

Fredy Armando Uribe Alvarado

October, 1988

Chairman : Tiago Alberto Piedras Lopes
Department: Ocean Engineering

This work deals with the study and development of a data fitting numerical method for estimations of natural frequencies of offshore structures.

An automatic iteration program was developed in FORTRAN 77 for microcomputer. The Finite Element Method was used to estimate the natural frequencies and mode shapes of the physical model and the obtained values were compared with experimental results.

ÍNDICE

	página
CAPÍTULO I: INTRODUÇÃO.....	1
CAPÍTULO II: APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA	10
II.1 - FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE AUTOVALORES....	10
II.2 - METODOLOGIAS DE TRABALHO	14
II.3 - IDENTIFICAÇÃO DE PARAMETROS	21
CAPÍTULO III: AJUSTE DE MODELOS	24
III.1 - MÉTODOS DE AJUSTE DE MODELOS	25
III.1.1 - Método Derivativo do Tempo	25
III.1.2 - Método dos Mínimos Quadrados	27
III.1.3 - Método de Identificação Bayesiana de Parâ- metros	29
III.1.3.1.- Identificação Bayesiana de Parâmetros - 1 Grau de Liberdade	30
III.1.3.2 - Identificação Bayesiana de Parâmetros - N Graus de Liberdade	37
III.2 - MATRIZES DE SENSIBILIDADES.....	40
III.2.1 - Razão de Variação dos Autovalores	41

III.2.2 - Razão de Variação dos Autovetores	45
CAPÍTULO IV: ANÁLISE EXPERIMENTAL	49
IV.1 - CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS E PRÁTICAS EM UM ENSAIO EXPERIMENTAL	51
IV.2 - INSTRUMENTAÇÃO	54
IV.3 - PROCEDIMENTOS DE MEDIÇÃO	56
IV.3.1 - Teste do Modelo em Seco	60
IV.3.2 - Teste do Modelo na Água	60
IV.4 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS	60
CAPÍTULO V: RESULTADOS NUMÉRICOS E ANÁLISE	62
V.1.- APLICAÇÃO DO MIBP A UM PROBLEMA COM 3 GRAUS DE DE LIBERDADE	62
V.1.1.- Condição No 1	64
V.1.2.- Condição No 2-A	65
V.1.3.- Condição No 2-B	67
V.2.- APLICAÇÃO DO MIBP AO PROTÓTIPO DESTA TESE	71
V.2.1.- Modelo com 10 graus de liberdade	71

V.2.1.1.- Modelo em seco	73
V.2.1.2.- Modelo na água	82
V.2.2.- Modelo com 11 graus de liberdade	92
VI.- CONCLUSÕES E SUGESTÕES FINAIS	104
VI.1.- CONCLUSÕES REFERENTES AOS EXEMPLOS DA TESE	104
VI.2.- SUGESTÕES PARA A APLICAÇÃO DO MIBP A ESTRUTURAS COMPLEXAS	105
VII.-REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	107
APÊNDICE A	111

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Sabe-se que a resposta dinâmica de qualquer estrutura depende das forças de excitação e das suas próprias características modais. A vibração excessiva requer redução das cargas de excitação ou um reprojeto da estrutura ou ambas. Por isto, a determinação das frequências e modos naturais é uma fase importante no projeto de estruturas submetidas a cargas dinâmicas e deve ser considerada de forma cuidadosa. Muitos são os trabalhos desenvolvidos nesta área nas últimas duas décadas, principalmente na engenharia aeronáutica, mas que têm sido extendidos com êxito ao estudo dinâmico de estruturas marinhas.

Nos estudos até agora desenvolvidos, visando estabelecer critérios e procedimentos de projeto de estruturas desde o ponto de vista dinâmico, TURNER (1) apresenta um método numérico que permite a uma estrutura complexa satisfazer os requerimentos dinâmicos (frequências naturais de vibração). Para este propósito, Turner idealiza um sistema contínuo através de uma discretização por elementos finitos. O estudo é feito para o caso particular de vibração axial, sendo que a frequência

fundamental do sistema é requerida para achar a área $A(x)$ do membro que suporta a massa M , de forma que a massa do sistema seja mínima. A representação do movimento do sistema contínuo é feita na base das equações de Lagrange, embora o sistema possa ser transformado num sistema discreto de "massas concentradas", assumindo-se que a deformação axial é constante e usando os deslocamentos dos tramos como coordenadas generalizadas. A aplicação deste método requer que o analista proporcione uma estimativa dos modos fundamentais e além disto, algumas dificuldades são achadas na convergência do algoritmo no caso do modo variar drasticamente durante o processo.

Um procedimento alternativo para o mesmo problema foi sugerido por TAYLOR (2), baseando-se no uso de um funcional ligado à energia do sistema. Este funcional representa o problema de otimização, determinando as características para a qual os autovalores fundamentais atingem um máximo, mantendo-se o sistema dentro da massa total especificada, isto é, na forma de problema isoparamétrico.

No anteriormente exposto, o estudo foi direcionado a sistemas contínuos unidimensionais, mas as pesquisas têm sido extendidas também a casos bi-dimensionais, apresentando-se novas aproximações ao problema de projeto estrutural de massa mínima, que é requerido para satisfazer as exigências dinâmicas. A minimização de um funcional sujeito a restrições desta natureza pertence a uma diversificada classe de problemas achados na teoria de controle ótimo de sistemas com parâmetros distribuídos ARMAND (3) faz uso desta teoria para a otimização de uma

placa retangular simplesmente apoiada, cujas frequências naturais foram previamente estabelecidas.

O critério de projeto de uma estrutura pode estar governado pelas suas frequências naturais fundamentais o que poderia proporcionar uma certa precisão no controle ou na previsão do dano do sistema devido a proximidade entre a frequência natural do sistema e as frequências das forças de excitação. Sabe-se que num grande número de problemas físicos a frequência original resulta não ser satisfatória e o problema de maximização das frequências resulta ser importante. ZARGHAMEE (4) propôs um método para a maximização das frequências naturais fundamentais de uma estrutura considerando um peso fixo e variando a rigidez de alguns membros estruturais previamente selecionados. O procedimento está baseado na equação do gradiente, que expressa a razão de variação das frequências em relação a parâmetros do projeto. Paralelamente, FOX and KAPOOR (5) desenvolveram equações similares as determinadas por Zarghamee, procurando estabelecer matematicamente a forma como as frequências e modos naturais de uma estrutura se modificam devido a uma variação dos parâmetros do sistema. A avaliação dos gradientes resulta fácil quando expressos em termos dos elementos das matrizes de rigidez, massa e da matriz modal associada.

Uma teoria mais detalhada no que refere-se ao problema de projeto com peso mínimo e a variação da rigidez dos membros da estrutura que satisfaça o requerimento especificado das frequências, foi exposta por RUBIN (6). A aproximação é feita considerando uma variação da área transversal dos seus

membros, usando-se para isto equações separadas dos gradientes, obtendo-se a frequência correta da estrutura e procedendo a seguir com a minimização do peso. A particularidade atraente deste método resulta do fato de que todas as equações podem ser expressas em forma matricial, o que permitiria uma aplicação direta do Método dos Elementos Finitos e, por conseguinte, fazer uma automatização completa do método em programas de computação, que incluiriam a capacidade de análise de subestruturas no caso de ter-se complexidade no sistema.

Para o caso em que a situação seja a adição ou retirada de um elemento discreto, a abordagem do problema pode ser feita levando em consideração as características conhecidas do sistema original e utilizando estes valores para criar uma equação característica em forma direta, sem resolver o problema de autovalores modificados. POMAZAL e SNYDER (7) estudaram esta situação, sendo que a resolução numérica é feita pelo método iterativo de Newton-Raphson. No caso de ter-se autovalores repetidos o sistema de equações não poderá ser diagonalizado pelos métodos numéricos clássicos, embora o sistema matricial possa ser reduzido à forma canônica de Jordan (8). O procedimento desenvolvido inclui esta possibilidade. Em muitas circunstâncias as mudanças nas frequências e modos naturais não resultam serem o suficientemente pequenas para a utilização de técnicas convencionais de perturbação para achar a solução do problema. Em estudos vinculados com a modificação de autovalores aplicáveis a pequenas e grandes modificações empregam-se expansão das autofunções, visando expressar os autovalores do sistema modificado em termos do sistema original não modificado. Os cálculos são

feitos considerando só um número finito de termos, o que é equivalente ao estudo da modificação local de uma matriz simétrica definida positiva do problema de autovalores. Embora a forma da expansão de uma autofunção nem sempre seja única, os métodos para achar as frequências e modos naturais associados com tais modificações são simples e exatos e, na maioria deles, o desenvolvimento é feito em forma matricial para a aplicação direta a sistemas discretos quaisquer.

POMAZAL (7) aborda o problema fazendo uma extensão no sentido de incluir os efeitos de amortecimento viscoso linear, tanto no sistema original quanto no sistema modificado, o que poderia produzir quantidades complexas como autovalores, e os autovetores associados com os autovalores múltiplos poderiam não formar um conjunto completo para obter o vetor completo. Visando suprir esta restrição, são indicadas as simplificações para matrizes simétricas positivas definidas, das quais resultam distintos autovalores. A aplicação deste procedimento resulta do fato de que a equação característica modificada é de fácil solução pelos métodos numéricos disponíveis.

Uma das limitantes do procedimento desenvolvido em (7) é que ele não leva em conta a possibilidade de adicionar mais graus de liberdade. HALLQUIST (9) discute esta simples mas importante extensão, examinando a união de um elemento discreto amortecedor ao sistema original. O procedimento conduz a formulação exata da equação característica que pode ser resolvida pelo Método de Newton Raphson (10). Após ter acoplado o elemento discreto, pode-se realizar sucessivas modificações nos autova-

lores, dependendo das características do elemento discreto.

Além das técnicas e procedimentos indicados para a determinação das características dinâmicas de uma estrutura, surge a partir de 1975, com os trabalhos desenvolvidos por STETSON (11), (12), a aplicação de uma importante teoria ao estudo de modificações em estruturas e sistemas dinâmicos: a "Teoria das Perturbações". STETSON (11), apresentou primeiramente um tratamento matemático da Teoria de Perturbações de primeira ordem na predição das variações nas frequências e forma dos modos naturais resultantes de pequenas alterações na massa e na rigidez de estruturas não amortecidas.

Embora a aplicação deste procedimento possa oferecer um critério de análise no que se refere às consequências de variações no projeto da estrutura, não permite responder a questão: qual combinação de modificações deve ser feita para predeterminar um conjunto de variações dos modos naturais da estrutura? O problema chega a ser particularmente difícil quando um número significativo de variações nas frequências e nos modos são desejados. Métodos de projeto que utilizam procedimentos de tentativa e erro, facilmente podem equivocar o objetivo da análise e levar a concluir erroneamente que o projeto é satisfatório. É por esta razão que nos recentes anos têm-se efetuado consideráveis esforços na utilização de resultados de testes de vibração para corrigir ou modificar um modelo teórico de uma estrutura (13), (14).

Técnicas utilizadas para a determinação das caracte-

rísticas vibratórias de sistemas têm sido expostas brevemente. A estrutura é definida e então as características dinâmicas são medidas ou calculadas. A informação assim obtida é utilizada para determinar se a estrutura experimentará ou não problemas. Se um problema existir, é possível minimizar a força de excitação ou efetuar um reprojeto estrutural. Tipicamente o problema de reprojeto requer da experiência de engenharia para identificar as regiões mais importantes de uma estrutura que poderiam ser modificadas. A análise subsequente é usada para medir o efeito da variação estrutural nas frequências naturais da estrutura. Este procedimento pode resultar dispendioso no que refere-se a tempo de computação e além disso, o reprojeto muitas vezes não resulta adequado por que não garante que as modificações estruturais representem o melhor ajuste estrutural. Um procedimento alternativo é um reprojeto direto da estrutura desejada, chamado "Solução Inversa": especificando a frequência natural desejada e variações na forma dos modos. A menor variação estrutural será calculada diretamente.

SANDSTROM (15), apresenta o método de perturbação modal para estruturas marinhas oferecendo uma solução aproximada eficiente do problema de reprojeto. A solução proporcionará resultados o suficientemente confiáveis, desde que as variações estruturais e modais sejam pequenas. O método de perturbação apresentado por Sandstrom capacita o projetista a identificar que partes da estrutura terão a maior influência nas frequências e formas dos modos e determinar, depois, que componentes estruturais podem ser modificados para achar os valores especificados.

Sobre este trabalho, pode-se dizer que representa o início do estudo teórico experimental de ajuste de modelos matemáticos para a determinação das características dinâmicas de estruturas offshore pelo Laboratório de Estruturas Navais da COPPE/UFRJ.

No capítulo II é feita a apresentação do problema e das diversas linhas de pesquisas que podem ser consideradas na sua solução.

No capítulo III são apresentados brevemente dois métodos de ajuste de modelos: o Método Derivativo do Tempo e o Método dos Mínimos Quadrados. A seguir é estudado detalhadamente o Método da Identificação Bayesiana de Parâmetros (MIBP), que foi o método escolhido para realizar o ajuste. São também apresentadas a derivação das matrizes de sensibilidade (razão de variação de autovalores e autovetores).

No capítulo IV, fala-se do estudo experimental do modelo para o qual foi feito o ajuste, destacando-se a sua importância e descrevendo-se os tipos de testes que foram efetuados e apresentando-se os resultados obtidos dos testes.

São apresentados, no capítulo V resultados teóricos e a análise deles.

Finalmente, na seção VI, são apresentados algumas conclusões e sugestões a serem levadas em consideração no ajuste do modelo teórico e sua aplicação a sistemas maiores.

No apêndice A, é apresentado a implantação do programa de computação desenvolvido (MIBP).

CAPÍTULO II

APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

II.1.- FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE AUTOVALORES

Sabe-se que para um sistema discreto conservativo, a equação que define o seu movimento é da forma:

$$\underline{\underline{M}} \ddot{\underline{\underline{X}}} + \underline{\underline{K}} \underline{\underline{X}} = \underline{\underline{0}} \quad (\text{II.1})$$

e que corresponde a um sistema de vibração livre sem amortecimento. Nosso interesse é achar uma solução da forma:

$$x_i(t) = u_i f(t) \quad ; \quad i = 1.2 \dots n \quad (\text{II.2})$$

É fácil observar nesta solução que a relação de amplitude das coordenadas durante o movimento não depende do tempo. Fisicamente isto quer dizer que todas as coordenadas mantêm-se sincronizadas e a configuração do sistema não altera

sua forma durante o movimento, variando unicamente sua amplitude.

Se Substituírmos a equação (II.2) na equação (II.1), ter-se-a:

$$\underline{M} \underline{u}_i \ddot{f}(t) + \underline{K} \underline{u}_i f(t) = 0 \quad (\text{II.3})$$

que representa um sistema de "n" equações da forma:

$$\sum_{j=1}^n m_{ij} u_i \ddot{f}(t) + \sum_{j=1}^n k_{ij} u_i f(t) = 0 \quad (\text{II.4})$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

e a dependência do tempo pode ser afastada da forma:

$$-\frac{\ddot{f}(t)}{f(t)} = \frac{\sum_{j=1}^n k_{ij} u_i}{\sum_{j=1}^n m_{ij} u_i} \quad (\text{II.5})$$

Seguindo o procedimento padrão usado no método de separação de variáveis, reconhecendo que o lado direito da equação (II.5) é independente do tempo e porque o lado esquerdo é independente do índice i, ambos membros podem ser iguais a uma constante. Seja esta constante positiva w^2 , a equação (II.5) leva a relação:

$$-\frac{\ddot{f}(t)}{f(t)} = w^2 \quad (\text{II.6})$$

de onde

$$\ddot{f}(t) = -w^2 f(t) \quad (\text{II.7})$$

que é semelhante ao problema de separação de variáveis para equações diferenciais parciais.

Se substituirmos a equação (II.7) na equação (II.4) chega-se facilmente a seguinte expressão:

$$\sum_{j=1}^n (k_{ij} - w^2 m_{ij}) u_j = 0 \quad (\text{II.8})$$

sendo que esta equação é conhecida como a equação básica de equilíbrio dinâmico para um sistema discreto. Utilizando notação matricial, a equação (II.8) toma a forma:

$$\underline{K} \underline{u} = w^2 \underline{M} \underline{u} \quad (\text{II.9})$$

que é conhecida como a equação que define o problema de autovaleores, sendo que a solução não trivial desta equação existe, caso o determinante dos coeficientes seja nulo, isto é:

$$\det[\underline{K} - w_i^2 \underline{M}] = 0 \quad (\text{II.10})$$

Então, para cada w_i^2 a Equação (II.9) terá um vetor solução não trivial $u^{(i)}$ chamado de vetor característico ou autovetor, formado de elementos que são números reais.

Combinando a forma dos modos $u^{(i)}$, com $i = 1, 2, \dots, n$

na matriz dos autovetores forma-se a matriz modal Φ .

$$\underline{\Phi} = [u^{(1)}, u^{(2)}, \dots, u^{(n)}] \quad (\text{II.11})$$

E a equação original de equilíbrio dinâmico transforma-se na seguinte expressão.

$$\underline{K} \underline{\Phi} = \underline{M} \underline{\Phi} \underline{w}^2 \quad (\text{II.12})$$

que é a equação geral de equilíbrio dinâmico, onde:

- $\underline{K}$ é a matriz de rigidez do sistema
- $\underline{M}$ é a matriz de massa do sistema
- $\underline{\Phi}$ é a matriz modal
- $\underline{w}^2$ é a matriz diagonal contendo os autovalores.

Tendo-se apresentado o problema, o passo seguinte a ser estudado é a forma como será resolvido. Uma primeira estimativa para o caso de problemas simples seria utilizar algumas das técnicas de resolução apresentadas em (16) e (17), sendo que o método mais conhecido é o do Determinante Característico, porém não o mais utilizado.

BATHE (18) apresenta métodos mais exatos de resolução do problema de autovalores, dentro dos quais vale a pena destacar o Método Reduzido e Generalizado de Jacobi. Nesta tese foi utilizado esta última técnica de resolução, uma vez que o nosso modelo não possui mais do que 20 graus de liberdade.

As vantagens de utilizar o procedimento generalizado em relação ao procedimento reduzido está no fato que a utilização da técnica generalizada evita fazer a transformação do auto-problema na forma padrão, uma vez que o processo generalizado opera diretamente sobre as matrizes de rigidez e de massa. Esta é uma vantagem particular quando:

- 1.- as matrizes são mal condicionadas.
- 2.- os elementos fora da diagonal em $\underline{K}$ e $\underline{M}$ são pequenos, ou quando existem alguns elementos fora da diagonal que são nulos.

No primeiro caso a técnica direta evita a solução de um autoproblema padrão de uma matriz contendo alguns dos seus elementos muito grandes e outros muito pequenos. No segundo caso o autoproblema é rapidamente resolvido porque a anulação de poucos ou alguns elementos fora da diagonal em $\underline{K}$ e $\underline{M}$ não levará a ter grandes variações dos elementos na diagonal das matrizes. Em adição, uma convergência rápida pode ser esperada quando os elementos fora da diagonal são pequenos.

II.2 - METODOLOGIAS DE TRABALHO

A redução de uma estrutura complexa a um modelo matemático é o resultado de combinar critérios a serem aplicados com a experiência do analista. Para isto tem-se considerado o estudo do problema utilizando-se duas metodologias: A primeira

considera o estudo do problema no domínio do tempo, e a outra estuda a solução do problema no domínio da frequência. Dentro destas duas metodologias, acham-se aqueles métodos de ajuste que utilizam um mínimo de dados experimentais, até aqueles que são o resultado de medições diretas.

Sempre que for necessário fazer um estudo de vibrações de estruturas, o pesquisador deverá ter claro o que deseja aperfeiçoar e definir com objetividade a sua linha de trabalho. Dependendo do tipo de estudo, o trabalho pode ser feito no domínio do tempo, Figura (II.1), ou no domínio da frequência, Figura (II.2). Pode-se notar que a maior divisão em cada domínio está nas técnicas de solução a serem empregadas, destacando-se em ambos os domínios a técnica de solução direta e, por outro lado, a técnica que utiliza procedimentos iterativos de otimização.

A resolução direta está baseada no desenvolvimento de procedimentos simples de medição para a obtenção dos parâmetros. A técnica de solução empregando processos iterativos, pelo contrário, utiliza algoritmos que relacionam variações tanto nos parâmetros quanto na resposta do sistema. Embora quaisquer que sejam as técnicas empregadas no desenvolvimento dos métodos de ajuste de modelos matemáticos para sistemas vibratórios, o objetivo comum é procurar achar um mínima diferença entre os valores da resposta medida e os valores calculados.

Se observarmos o esquema de estudo em ambos domínios, notaremos que no estudo do domínio da frequência é utili-

zando um modelo físico e outro modal.

O modelo modal simplifica grandemente a matemática do sistema e está relacionado principalmente com a identificação de parâmetros (frequência natural, amortecimento, massa efetiva, fator de participação e forma dos modos). O modelo físico, por sua vez, é utilizado para as formulações dos coeficientes de rigidez e massa ou, em certos casos, só para especificar numericamente a função transferência ou função resposta, sem fazer referência às frequências ressonantes, amortecimento ou forma dos modos.

Outra diferença que é possível observar no estudo de vibrações no domínio da frequência é que o modelo pode estar completo como também incompleto. Em relação a esta diferença pode acontecer que o número de modos "p" identificados no teste, seja muito menor que o número de modos teóricos "n" (igual ao número de graus de liberdade do sistema). Faz-se necessário definir um número de graus de liberdade equivalente "m" no modelo com "p" modos cujas propriedades serão iguais aos valores medidos. Tal modelo é conhecido como sendo de "ordem inferior completo" em que todos os modos teóricos correspondem aos modos experimentais. De uma forma geral, um modelo de "ordem superior" pode ser incompleto no sentido que poucos modos do modelo teórico correspondem aos modos experimentais.

Certos autores como BERMAN (19) tem classificado o problema em três níveis, como mostrado nas Figuras II.3 a II.5.

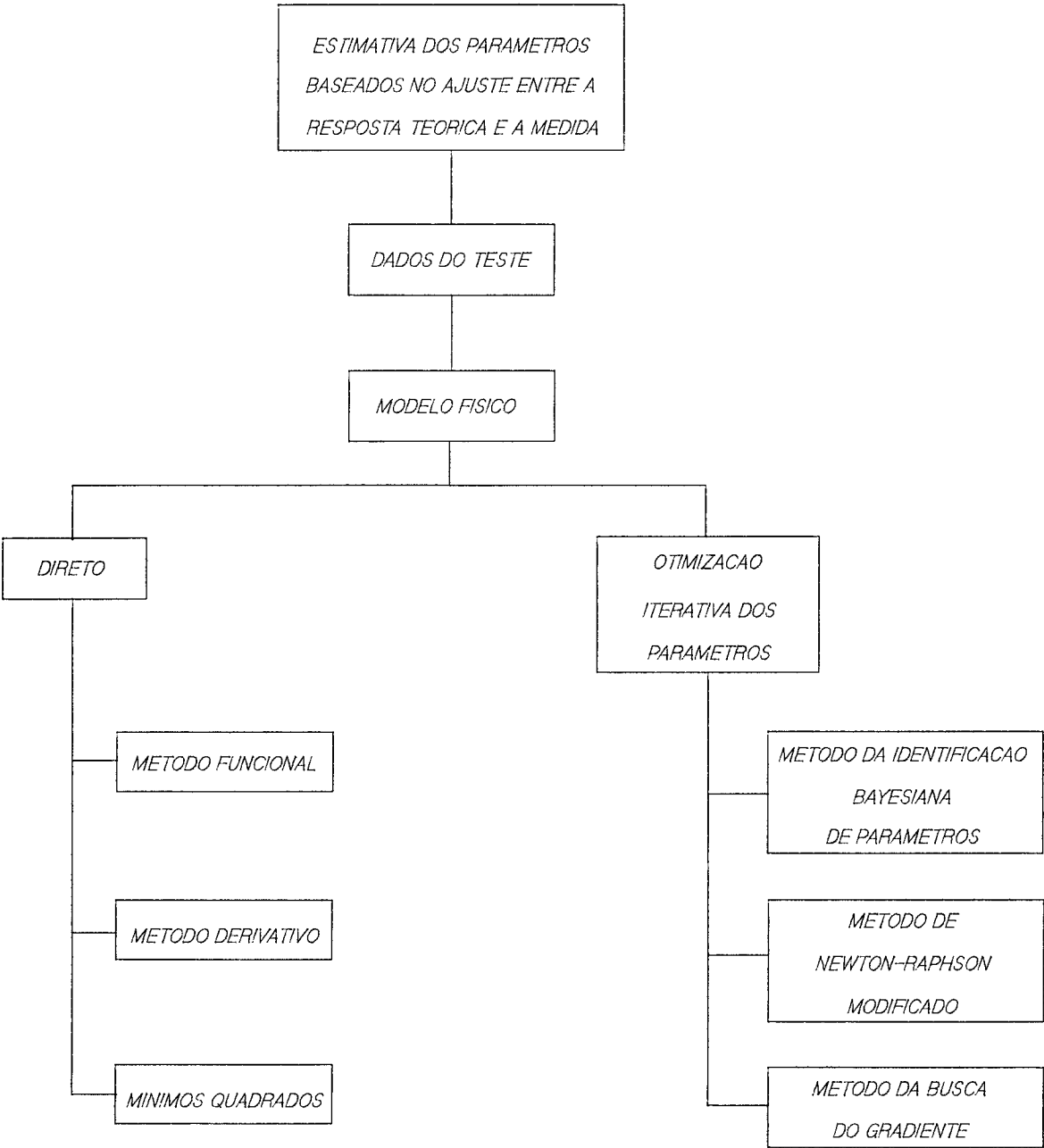


FIGURA II.1 - ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS NO DOMÍNIO DO TEMPO (14)

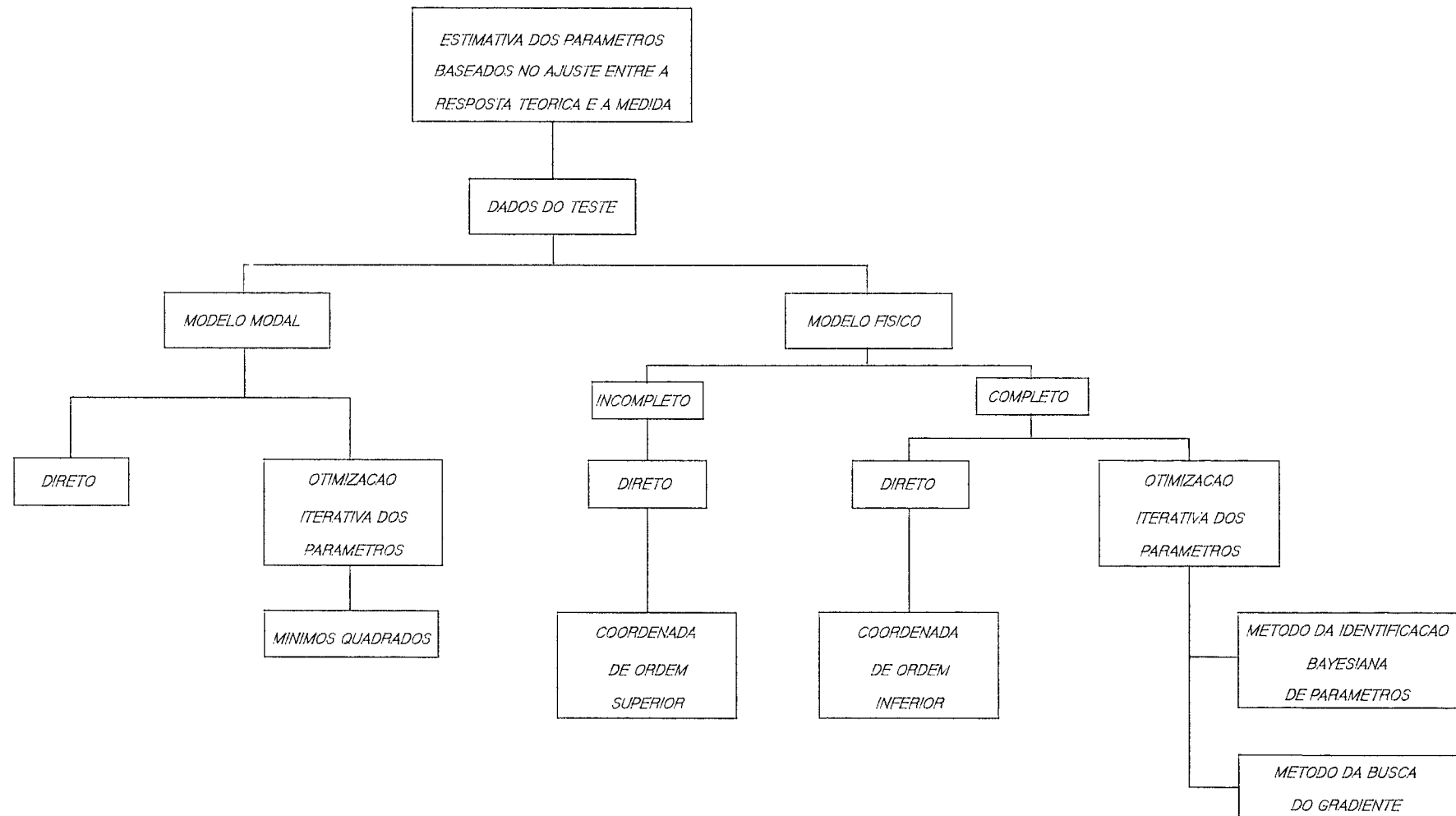


FIGURA II.2 ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS NO DOMINIO DA FREQUÊNCIA (14)

1. Verificação Direta

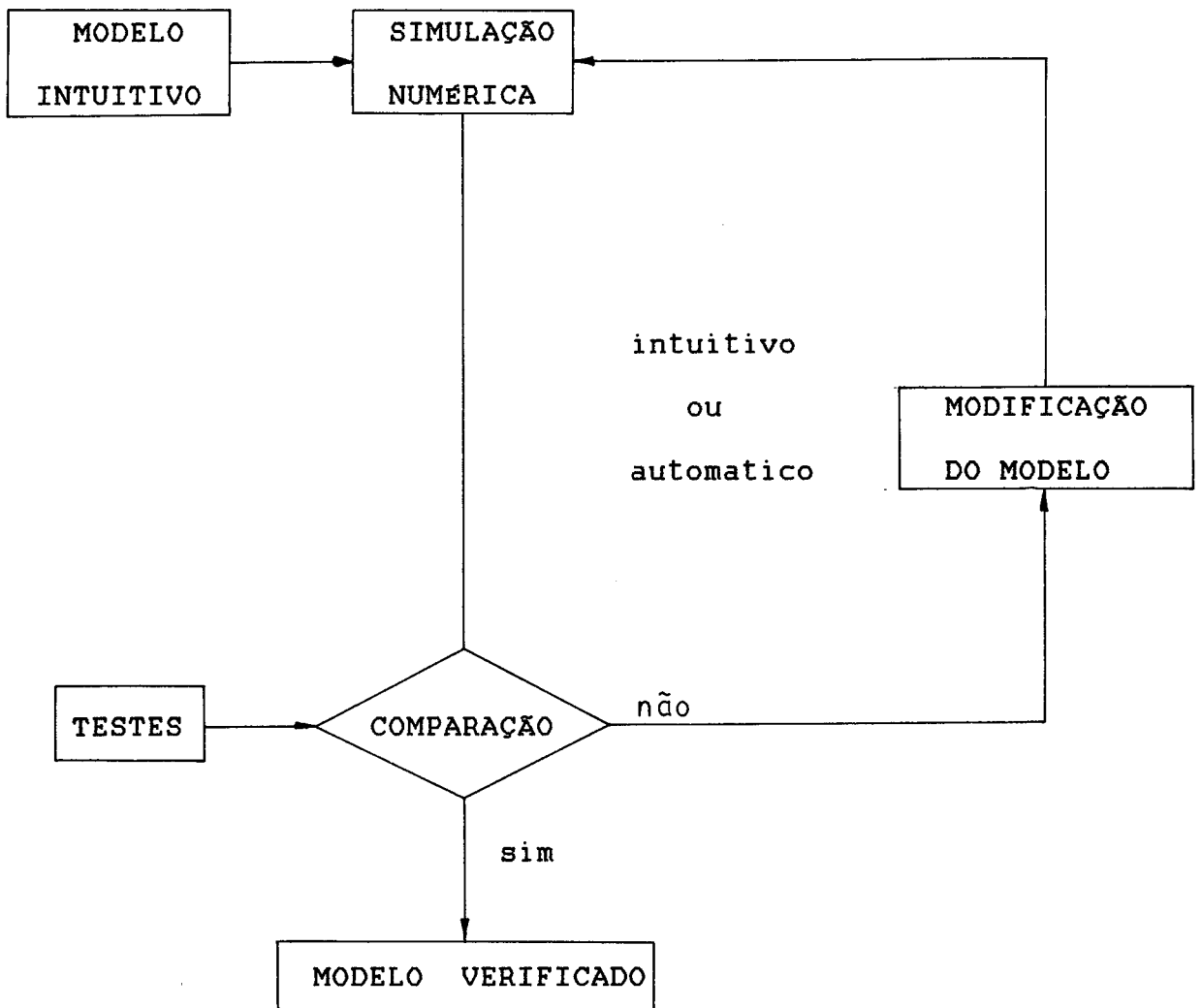


FIGURA II.3 - TÉCNICA DE VERIFICAÇÃO DIRETA

Neste caso, uma comparação direta é feita entre a resposta de um modelo preliminar previamente estabelecido e uma estrutura real para uma certa excitação. Baseado na experiência do projetista ou em algoritmos automáticos, o modelo primário é

iterativamente modificado correlacionando-se a resposta teórica (numérica) e medida, através de um critério apropriado.

2. Modificação Direta

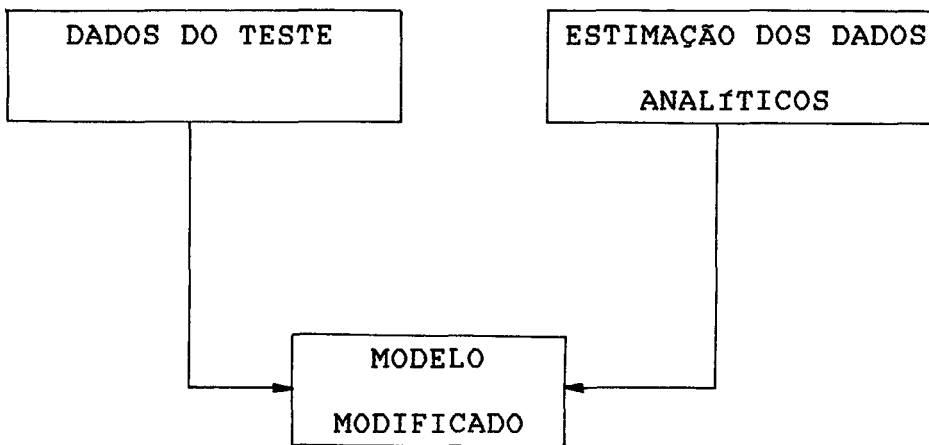


FIGURA II.4 - MODIFICAÇÃO DIRETA

Neste caso, os dados do teste e os dados analíticos são utilizados diretamente para a modificação do modelo numérico. No entanto, esta técnica pode envolver iterações, embora ela não use tentativas para prever os resultados do teste como a alternativa anterior.

3.- Identificação Direta.

A terceira categoria é a identificação de parâmetros que conduzem diretamente ao modelo sem ser necessário um

algoritmo.

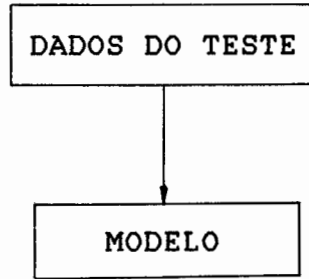


FIGURA II.5 - IDENTIFICAÇÃO DIRETA

II.3.- IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS

Estreitamente ligados com a teoria de otimização e estimação estão os métodos de identificação de parâmetros. Uma esquematização de tais aproximações é mostrada na Figura (II.6), sendo possível notar três unidades básicas: o modelo, função critério e ajuste de parâmetros considerados no algoritmo. Estas etapas podem ser subdivididas em três itens:

- 1.- Determinação da forma do modelo, isto é, seleção da equação diferencial do modelo e determinação dos parâmetros que são incógnitas.
- 2.- Seleção de uma função critério, por meio da qual os erros do ajuste da resposta do modelo em relação à resposta do sistema poderão ser avaliados quando ambos, modelo e sistema, estão sujeitos a comparações iniciais.

3.- Seleção de um algoritmo ou estratégia para o ajuste dos parâmetros de forma tal que a diferença entre a resposta medida do sistema e modelo (como medido pelo critério anterior) seja mínima.

A função critério é tal que um bom ajuste é obtido quando a função é minimizada. Uma função critério que poderia ser selecionada é dada a seguir (20):

$$F(p) = \int \{ \underline{x}(t) - \underline{z}(t,p) \}^T \underline{B} \{ \underline{x}(t) - \underline{z}(t,p) \} dt \quad (\text{II.13})$$

onde:

$\underline{x}(t)$ = resposta medida

$\underline{x}(t,p)$ = resposta teórica do modelo com parâmetro (p)

$\underline{B}$ = matriz de peso positiva definida.

É possível notar na expressão anterior que a função F só depende dos valores dos parâmetros, e terá o valor zero se os dados teóricos e experimentais coincidem exatamente. Se os parâmetros p são variados proporcionalmente para fazer $F(p)$ tão pequeno como for possível, podemos sentir que o modelo definido por estes valores de p é adequado.

Em adição à função critério de minimização, os parâmetros podem estar sujeitos a requerimentos físicos e matemáticos, tal como a ortogonalidade dos autovetores de um sistema linear. Para outras aplicações (modelação de não linearidades), a função pode resultar difícil de minimizar analiticamente. Em

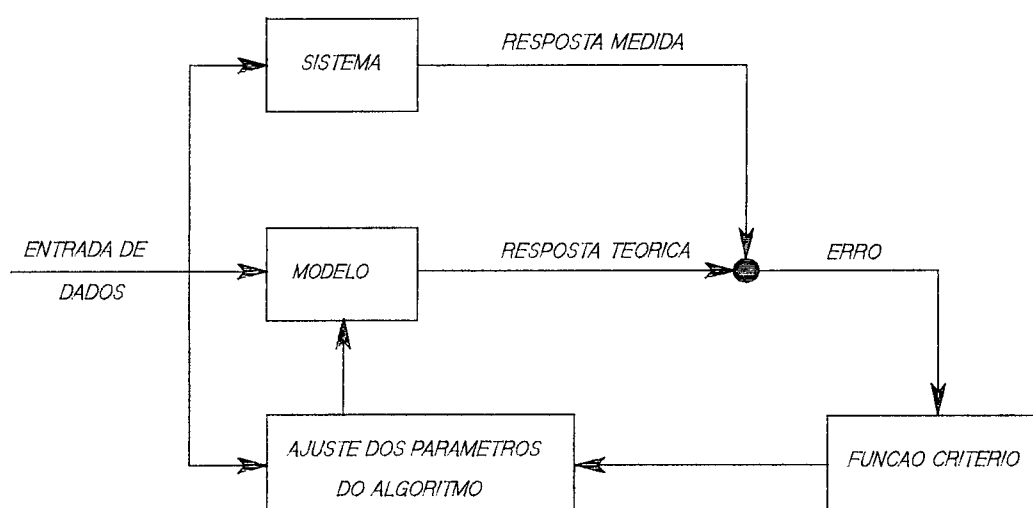


FIGURA. II.6 - FILOSOFIA DE IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS

CAPÍTULO III

AJUSTE DE MODELOS

Foi dito que para a determinação das frequências naturais de uma estrutura, é necessária a construção do seu modelo matemático, ou mais especificamente, é preciso calcular as matrizes de rigidez e de massa. Por diversas razões, tais como a não linearidade do solo, massa hidrodinâmica adicional, vida marinha, modelagem dos condutores, é praticamente impossível construir um modelo preliminar da plataforma que estime seu comportamento de forma exata.

Para se fazer uma boa representação da estrutura é de fundamental importância poder determinar de que forma o seu modelo terá que ser alterado de modo que o cálculo preveja a resposta da estrutura com a maior precisão possível. Isto quer dizer que é necessário definir como as matrizes de rigidez e de massa devem ser modificadas de modo que a diferença entre os valores medidos e calculados das frequências naturais seja a menor possível. Esta alteração é chamada de ajuste matemático.

São muitos os trabalhos desenvolvidos nesse aspecto

como foi apresentado no CAPÍTULO I, iniciando-se com modelos simples mas sempre com um ponto em comum: as considerações energéticas. Técnicas mais avançadas que as referências (1 a 8) têm sido desenvolvidas utilizando-se a teoria de perturbações, sendo que alguns dos primeiros trabalhos publicados empregando esta técnica de estudo foram os trabalhos de STETSON (11), (12), SANDSTROM (15) e CHEN and WADA (21).

III.1. MÉTODOS DE AJUSTE DE MODELOS

III.1.1. MÉTODO DERIVATIVO DO TEMPO

Estes métodos utilizam o domínio do tempo e permitem a obtenção da resposta do sistema de forma direta sem iteração, embora para implementar a técnica seja necessário se conhecer a excitação do sistema, o vetor estado (o deslocamento de todos os pontos) e as derivadas desse vetor estado (velocidade e aceleração). Este procedimento pode ser chamado "Método Derivativo Direto do Tempo".

O procedimento do Método Derivativo do Tempo pode ser resumido considerando-se o sistema geral de equações como sendo dado por:

$$\underline{\underline{M}} \ddot{\underline{\underline{x}}} + \underline{\underline{C}} \dot{\underline{\underline{x}}} + \underline{\underline{K}} \underline{\underline{x}} = \underline{\underline{f}} \quad (\text{III.1})$$

e cujas matrizes $\underline{M}$, $\underline{C}$ e $\underline{K}$ são desconhecidas contendo os parâmetros do sistema. Assumindo que este conjunto de n equações é uma representação adequada do sistema que está sendo estudado, cada equação deste conjunto de n equações é multiplicado por um elemento do vetor estado, que contém os deslocamentos, X , as velocidades $\dot{X}$ e as acelerações $\ddot{X}$ dos n graus de liberdade em um intervalo de tempo t . Definindo-se a média temporal por:

$$\langle u \rangle = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t U(\tau) d\tau \quad (\text{III.2})$$

é possível formar um sistema com $3n^2$ equações se calcularmos as médias temporais dos produtos cruzados da forma:

$$\begin{aligned} & m_{11} \langle \ddot{x}_1 \ddot{x}_1 \rangle + m_{12} \langle \ddot{x}_1 \ddot{x}_2 \rangle + \dots + m_{1n} \langle \ddot{x}_1 \ddot{x}_n \rangle + \\ & c_{11} \langle \ddot{x}_1 \dot{x}_1 \rangle + c_{12} \langle \ddot{x}_1 \dot{x}_2 \rangle + \dots + c_{1n} \langle \ddot{x}_1 \dot{x}_n \rangle + \\ & k_{11} \langle \ddot{x}_1 x_1 \rangle + k_{12} \langle \ddot{x}_1 x_2 \rangle + \dots + k_{1n} \langle \ddot{x}_1 x_n \rangle = \\ & = \langle x_1 f_1(t) \rangle \end{aligned} \quad (\text{III.3})$$

Deve-se notar que estas equações são lineares nos parâmetros desconhecidos do sistema e podem ser facilmente resolvidos utilizando métodos comuns de álgebra linear.

A dificuldade deste método é que um vetor estado completo resulta ser difícil de avaliar, sendo também esperado

que o nível de ruído medido afete o processo. Além disto, a sua aplicação a um grande número de parâmetros pode produzir certas dificuldades.

III.1.2. MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

Este método emprega dados no domínio do tempo e um procedimento iterativo, convergindo para um conjunto final de parâmetros que ajustam os melhores dados na média dos mínimos quadrados. O trabalho de RAGGETT'S (22) é um claro exemplo desta aproximação, que está vinculada com a identificação das frequências ressonantes e amortecimento da resposta de um sistema estrutural da a excitações ambientais. Neste trabalho Ragget's usou um filtro de passa faixa para fazer uma estimativa de cada frequência ressonante. Então, os dados são essencialmente a resposta de um Sistema Simples de um Grau de Liberdade excitado por:

1. um grande movimento com condições iniciais nulas
2. o deslocamento impulsivo unitário
3. uma velocidade impulsiva unitária

A resposta total do sistema resulta da combinação linear destas três respostas (14).

$$\tilde{x}(t) = a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t) + a_3 x_3(t) \quad (\text{III.4})$$

As respostas individuais x_1 , x_2 e x_3 são função da frequência natural não conhecida "w" e amortecimento "c" e dos coeficientes a_1 , a_2 e a_3 também desconhecidos.

O Método dos Mínimos Quadrados assume uma função critério, medindo o erro que possa se produzir entre a resposta medida $u(t)$ e a resposta teórica $x(t)$. A função erro depende das matrizes de rigidez, massa e amortecimento e pode ser definida por :

$$E = \int (u(t) - x(t))^2 dt \quad (\text{III.5})$$

Minimizando-se esta função em relação aos parâmetros estruturais a_1 , a_2 e a_3 (assumindo que a frequência natural w e o amortecimento c são conhecidos), obtém-se um sistema de equações que determinam w e c da forma a seguir:

$$\partial E / \partial a_1 = 2 \left[a_1 \int x_1 x_1 + a_2 \int x_1 x_2 + a_3 \int x_1 x_3 - \int x_1 u \right] = 0 \quad (\text{III.6.1})$$

$$\partial E / \partial a_2 = 2 \left[a_1 \int x_2 x_1 + a_2 \int x_2 x_2 + a_3 \int x_2 x_3 - \int x_2 u \right] = 0 \quad (\text{III.6.2})$$

$$\partial E / \partial a_3 = 2 \left[a_1 \int x_3 x_1 + a_2 \int x_3 x_2 + a_3 \int x_3 x_3 - \int x_3 u \right] = 0, \quad (\text{III.6.3})$$

Formou-se então um sistema de três equações com três incógnitas (a_1 , a_2 , a_3) que podem ser facilmente resolvidas em forma manual ou com uma pequena máquina de calcular. Então para achar os valores de w e c que minimizam a função erro para os valores a_1 , a_2 e a_3 é necessário utilizar um processo iterativo.

Uma extensão ao Método dos Mínimos Quadrados é o Método de Identificação Bayesiana de Parâmetros. Este procedimento resulta ser uns dos mais simples entre as diversas técnicas de ajuste existentes, pois exige um mínimo de dados experimentais. Por esta razão, foi escolhido como o método de ajuste de parâmetros estruturais que será desenvolvido neste trabalho e que constitui o objetivo da próxima seção.

III.1.3. MÉTODO DE IDENTIFICAÇÃO BAYESIANA DE PARÂMETROS (MIBP)

O método de ajuste selecionado para ser desenvolvido nesta tese foi o Método de Identificação Bayesiana de Parâmetros (MIBP) (14) (23). Este método tem a grande vantagem de utilizar um mínimo de dados experimentais (frequências e modos naturais). Uma outra vantagem deste método é que não exige a resposta em frequência da estrutura, que seria extremamente difícil de calcular, uma vez que não se sabe exatamente como a estrutura é excitada.

O objetivo do MIBP é achar um conjunto ótimo de parâmetros para o modelo que minimize simultaneamente a diferença entre a resposta medida e a calculada, e entre os parâmetros "a priori" calculados e os parâmetros ótimos finais. A dependência dos parâmetros "a priori" estimados pode ser justificado de duas formas: em primeira instância, os dados experimentais nem sempre definem os parâmetros do modelo e deverão ser consideradas restrições adicionais para completar um conjunto ótimo de parâmetros; em segundo lugar, pode-se assumir que o analista escolhe os parâmetros do modelo baseado em resultados prévios e dados preliminares.

Consequentemente, é razoável introduzir restrições adicionais completando desta forma um conjunto de parâmetros otimizados que irão diferir em uma baixa percentagem dos parâmetros iniciais estimados.

Nas próximas seções, o Método de Identificação Bayesiana de Parâmetros será exposto primeiramente para um sistema simples de um grau de liberdade, e a seguir o MIBP será extendido para sistemas com maior número de graus de liberdade.

III.1.3.1. IDENTIFICAÇÃO BAYESIANA DE PARÂMETROS - 1 GRAU DE LIBERDADE

Para a apresentação do MIBP, será considerado o exemplo simples do sistema massa-mola da Figura (III.1)

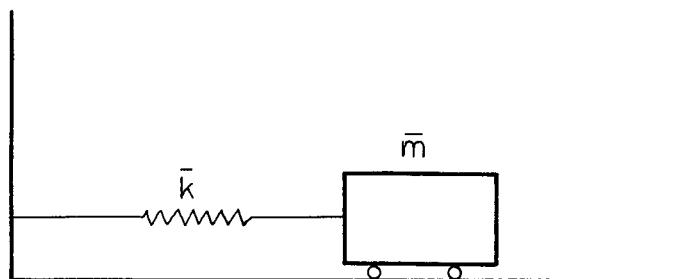


FIGURA III.1 - SISTEMA MASSA MOLA

Suponha-se que os valores calculados de rigidez e de massa do sistema sejam $\bar{k}$ e $\bar{m}$, respectivamente. Com isso a frequência natural do sistema resulta fácil de calcular pela relação:

$$\bar{\omega} = \sqrt{\bar{k} / \bar{m}} \quad (\text{III.7.1})$$

Entretanto, ao se medir o sistema, encontra-se uma frequência $\hat{\omega}$ diferente da frequência calculada $\bar{\omega}$, sendo preciso ajustar o modelo de modo que o valor da frequência natural ajustada w seja o mais próximo possível da frequência medida $\hat{\omega}$.

O ajuste pode ser feito de diversas maneiras, por exemplo, tomar os valores ajustados da rigidez e de massa como k e m , respectivamente, assim

$$w = \sqrt{k / m} = \hat{\omega} \quad (\text{III.7.2})$$

Deste modo, obteve-se uma frequência ajustada igual à medida de forma artificial, pois o cálculo não considera os parâmetros $\bar{k}$ e $\bar{m}$ do modelo inicial, mas apenas o parâmetro medido w . O MIBP consiste em determinar os valores de k e m de modo a minimizar uma função erro definida por:

$$E(k,m) = P_K^2 (k - \bar{k})^2 + P_m^2 (m - \bar{m})^2 + P_w^2 (w - \hat{w})^2 \quad (\text{III.8})$$

onde:

m = massa previamente calculada

k = rigidez previamente calculada

m = valor ótimo da massa

k = valor ótimo da rigidez

w = valor calculado a frequência natural

w = valor ótimo da frequência natural

w = valor medido da frequência natural

P_K^2 , P_m^2 e P_w^2 são os pesos que medem o grau de confiança que se tem nos valores calculados de k , m e w .

Quanto maior for a confiança, maior deve ser o peso. Se, por exemplo, o valor da massa m fosse conhecida com grande precisão, P_m seria muito grande ($P_m = 1/\%$ de incerteza) e a função erro deverá ser minimizada apenas em relação a k , uma vez que se $m = \bar{m}$, $P_m = \infty$. Neste caso:

$$E(k) = P_K^2 (k - \bar{k})^2 + P_w^2 (w - \hat{w})^2 \quad (\text{III.9})$$

Nestas duas equações, por definição

$$w = \sqrt{k / m} \quad (\text{III.10})$$

assim, o valor mínimo de E vai implicar nos valores ótimos k, m e w.

De forma geral, a minimização da função erro pode ser achada derivando-se em relação a k e m, e igualando-se as derivadas a zero. Isto é:

$$\partial E / \partial k = 2 P \bar{k}^2 (k - \bar{k}) + 2 P \bar{w}^2 (w - \hat{w}) \partial w / \partial k = 0$$

$$\partial E / \partial m = 2 P \bar{m}^2 (m - \bar{m}) + 2 P \bar{w}^2 (w - \hat{w}) \partial w / \partial m = 0$$

(III.11)

como:

$$w^2 = k / m$$

diferenciando w em relação a k e a m, obtém-se:

$$2 w (\partial w / \partial k) = 1 / m$$

$$2 w (\partial w / \partial m) = - k / m^2$$

deixando em evidência as derivadas em k e m respectivamente, vem

$$\partial w / \partial k = 1 / 2 \sqrt{k / m}$$

$$\partial w / \partial m = - 1 / 2 \sqrt{k / m} \quad (\text{III.12})$$

substituindo-se as equações (III.7) a (III.10) e (III.12) na equação (III.11), vem:

$$2 P_K^2 k + P_W^2 \left(\sqrt{k / m} - w \right) 0.5 / \sqrt{k / m} - 2 P_K^2 k = 0$$

$$2 P_m^2 m - P_W^2 \left(\sqrt{k / m} - w \right) \sqrt{k / m} - 2 P_m^2 m = 0$$

(III.13)

A solução deste sistema de equações não lineares fornecerá os valores ótimos de k e m (utilizando um algoritmo simples como por exemplo o Método de Newton Raphson).

O sistema, equação (III.13), cujas incógnitas são k e m é não-linear devido à presença do termo w , sendo $w = \sqrt{k/m}$ na equação (III.8). Para sistemas com um grau de liberdade é viável calcular de forma exata o mínimo da função erro. Para estruturas complexas, a solução de um sistema de equações não lineares pode tornar-se inviável. Para resolver este problema é necessário linearizar a função erro. Para isto, parte-se da premissa de que o modelo preliminar descreve razoavelmente bem o comportamento observado da estrutura, ou seja que a diferença entre os valores medidos e calculados das frequências naturais é pequena.

A linearização da função erro é conseguida desenvolvendo-se em série de Taylor a frequência w em torno de uma frequência inicial $\bar{w} = \sqrt{\bar{k}/\bar{m}}$ uma vez que se supõe que os valores de $\bar{k}$, $\bar{m}$, $\bar{w}$ e $\hat{w}$ estejam próximos dos valores ótimos. Assim vem:

$$w = \bar{w} + \partial w / \partial k (k - \bar{k}) + \partial w / \partial m (m - \bar{m}) \quad \text{III.14)}$$

onde agora $\partial w / \partial k$ e $\partial w / \partial m$ são calculados no ponto $(\bar{k}, \bar{m})$ e não no ponto de valores ótimos de k e m .

Observe-se também que a expansão da função erro na série de Taylor só considerou termos de primeira ordem em k , m , e w . Isto é válido, desde que se esteja considerando pequenas modificações (24), pelo qual os termos de ordem superior não tem uma importância significativa nos cálculos.

Introduzindo-se a notação:

$$\Delta k = k - \bar{k}$$

$$\Delta m = m - \bar{m},$$

a equação (III.14) fica:

$$w = \bar{w} + \partial w / \partial k (\Delta k) + \partial w / \partial m (\Delta m) \quad \text{(III.15)}$$

e a função erro fica agora da forma a seguir:

$$E(k, m) = P_k^2 (\Delta k)^2 + P_m^2 (\Delta m)^2 + P_{\bar{w}}^2 [\bar{w} - \hat{w} + \partial w / \partial k (\Delta k) + \partial w / \partial m (\Delta m)]^2$$

(III.16)

minimizando a equação (III.16), vem:

$$\partial E / \partial k = 2 P_k^2 \Delta k + 2 P_{\bar{w}}^2 (\partial w / \partial k) [\bar{w} - \hat{w} + \partial w / \partial k (\Delta k) + \partial w / \partial m (\Delta m)]^2 = 0$$

(III.17)

$$\partial E / \partial m = 2 P_m^2 \Delta m + 2 P_{\bar{w}}^2 (\partial w / \partial m) [\bar{w} - \hat{w} + \partial w / \partial k (\Delta k) + \partial w / \partial m (\Delta m)]^2 = 0$$

(III.18)

Desta forma, obtém-se um sistema de equações lineares simétrico, sendo que as incógnitas são agora Δk e Δm .

$$[P_k^2 + P_{\bar{w}}^2 (\partial w / \partial k) (\partial w / \partial k)] \Delta k + P_{\bar{w}}^2 (\partial w / \partial k) (\partial w / \partial m) \Delta m = - P_{\bar{w}}^2 \partial w / \partial k (\bar{w} - \hat{w})$$

(III.19)

$$P_{\bar{w}}^2 (\partial w / \partial m) (\partial w / \partial k) \Delta k + [P_m^2 + P_{\bar{w}}^2 (\partial w / \partial m) (\partial w / \partial m)] \Delta m = - P_{\bar{w}}^2 \partial w / \partial m (\bar{w} - \hat{w})$$

(III.20)

Pode-se notar que o sistema é simétrico.

Resolvido o sistema, os valores ajustados ótimos de rigidez e de massa são dados por :

$$k = \bar{k} + \Delta k$$

$$m = \bar{m} + \Delta m \quad (\text{III.21})$$

onde o par $(\Delta k, \Delta m)$ é chamado par de correção.

III.1.3.2.- IDENTIFICAÇÃO BAYESIANA DE PARÂMETROS - n GRAUS DE LIBERDADE .

A extensão do MIBP para sistemas com n graus de liberdade é imediata. Antes, porém, deve-se notar que o número de frequências a serem ajustadas não necessariamente será igual a n, mas apenas $n_f \leq n$. Da mesma maneira, o número de componentes dos autovetores a serem ajustadas pode ser $n_c \leq n$. Assim a função erro pode ser escrita na forma

$$\begin{aligned} E(k, m) = & \sum_{r=1}^n Pk_{rr}^2 (\Delta k_{rr})^2 + 2 \sum_{s=1}^{n-1} \sum_{r=s+1}^n Pk_{rs}^2 (\Delta k_{rs})^2 + \\ & \sum_{r=1}^n Pm_{rr}^2 (\Delta m_{rr})^2 + 2 \sum_{s=1}^{n-1} \sum_{r=s+1}^n Pm_{rs}^2 (\Delta m_{rs})^2 + \\ & \sum_{\alpha=1}^{n_f} Pw_{\alpha}^2 (\bar{w}_{\alpha} - \hat{w}_{\alpha})^2 + \sum_{\alpha=1}^{n_f} \sum_{\beta=1}^{n_c} Pu_{\beta}^{\alpha} (\bar{u}_{\beta}^{\alpha} - \hat{u}_{\beta}^{\alpha})^2 \end{aligned}$$

(III.22)

onde:

Pk, Pm, Pw e Pu = pesos

k_{rs} = componentes da matriz de rigidez

m_{rs} = componentes da ,matriz de massa

$r,s = 1.....n$

Os valores de w_α ($\alpha = 1...nf$) são as frequências naturais e os valores u_β^α ($\alpha = 1.....nf$, $\beta = 1.....nc$) são as componentes do autovetor α .

É interessante, porém notar que na definição da função erro foi levado em conta a conservação da simetria de K e de M , fazendo $\Delta k_{rs} = \Delta k_{sr}$ e $Pk_{rs} = Pk_{sr}$, $\Delta m_{rs} = \Delta m_{sr}$ e $Pm_{rs} = Pm_{sr}$. Uma segunda consideração seria de trabalhar com as razões.

$$x_{ij} = u_{ij} / u_{ref,j} \quad (III.23)$$

Desde que x_{ij} são as componentes dos autovetores normalizados em relação a um componente de referência do autovetor j . A utilização de x_{ij} em vez de u_{ij} é conveniente uma vez que os autovetores são definidos a menos um fator constante que desaparece quando se usa x_{ij} . Visto isto, ocorre que a função erro fica definida da forma:

$$\begin{aligned} E(k,m) = & \sum_{r=1}^n Pk_{rr}^2 (\Delta k_{rr})^2 + 2 \sum_{s=1}^{n-1} \sum_{r=s+1}^n Pk_{rs}^2 (\Delta k_{rs})^2 + \\ & \sum_{r=1}^n Pm_{rr}^2 (\Delta m_{rr})^2 + 2 \sum_{s=1}^{n-1} \sum_{r=s+1}^n Pm_{rs}^2 (\Delta m_{rs})^2 + \\ & \sum_{\alpha=1}^{nf} Pw_\alpha^2 (\bar{w}_\alpha - \hat{w}_\alpha)^2 + \sum_{\alpha=1}^{nf} \sum_{\beta=1}^{nc} P\bar{x}_\alpha^2 (\bar{x}_\beta^\alpha - \hat{x}_\beta^\alpha)^2 \end{aligned}$$

(III.24)

Para se obter uma minimização aproximada, é conveniente linearizar a função erro. Isto se obtém fazendo:

$$\begin{aligned}
 w_{\alpha} = \bar{w} &+ \sum_{r=1}^n (\partial w_{\alpha} / \partial k_{rr}) \Delta k_{rr} + \sum_{s=1}^{n-1} \sum_{r=s+1}^n [\partial w_{\alpha} / \partial k_{rs} + \partial w_{\alpha} / \partial k_{sr}] \Delta k_{rs} \\
 &+ \sum_{r=1}^n (\partial w_{\alpha} / \partial m_{rr}) \Delta m_{rr} + \sum_{s=1}^{n-1} \sum_{r=s+1}^n [\partial w_{\alpha} / \partial m_{rs} + \partial w_{\alpha} / \partial m_{sr}] \Delta m_{rs}
 \end{aligned}
 \tag{III.25}$$

$$\begin{aligned}
 x_{\beta}^{\alpha} = \bar{x}_{\beta}^{\alpha} &+ \sum_{r=1}^n (\partial x_{\beta}^{\alpha} / \partial k_{rr}) \Delta k_{rr} + \sum_{s=1}^{n-1} \sum_{r=s+1}^n [\partial x_{\beta}^{\alpha} / \partial k_{rs} + \partial x_{\beta}^{\alpha} / \partial k_{sr}] \Delta k_{rs} \\
 &+ \sum_{r=1}^n (\partial x_{\beta}^{\alpha} / \partial m_{rr}) \Delta m_{rr} + \sum_{s=1}^{n-1} \sum_{r=s+1}^n [\partial x_{\beta}^{\alpha} / \partial m_{rs} + \partial x_{\beta}^{\alpha} / \partial m_{sr}] \Delta m_{rs}
 \end{aligned}
 \tag{III.26}$$

A linearização exige o conhecimento das derivadas das frequências e dos modos em relação aos termos das matrizes de rigidez e de massa (matrizes de sensibilidade), indicadas a seguir:

$$\frac{\partial w_{\alpha}}{\partial k_{ij}} ; \quad \frac{\partial w_{\alpha}}{\partial m_{ij}} ; \quad \frac{\partial u_{ij}}{\partial k_{ij}} ; \quad \frac{\partial u_{ij}}{\partial m_{ij}} ; \quad \frac{\partial x_{ij}}{\partial k_{ij}} ; \quad \frac{\partial x_{ij}}{\partial m_{ij}}
 \tag{III.27}$$

Adedução das matrizes de sensibilidade é o objetivo da seção seguinte.

III.2.- MATRIZES DE SENSIBILIDADE.

Na seção anterior foi mostrada a necessidade de se conhecer as matrizes de sensibilidades das frequências e dos autovetores em relação aos parâmetros componentes do sistema, isto é, a razão de variação dos autovalores e autovetores em relação as matrizes de rigidez e de massa.

Muitos são os trabalhos que foram realizados neste aspecto, incentivados sem dúvidas pelo crescente aumento dos projetos utilizando computadores. En (5), são apresentadas expressões exatas para a razão de variação dos autovalores e autovetores em relação aos parâmetros de projeto de uma estrutura, indicando que estas derivadas (de primeira ordem) podem ser muito úteis para aproximar a análise de novos projetos. Expressões similares foram achadas por ROGERS (25), que utilizam un conjunto selecionado das variáveis do projeto para gerar o melhoramento nas características de interesse do sistema. Uma extensão do trabalho de FOX and KAPOOR (5), foi desenvolvido por PLAUT (26) levando em consideração a influência da derivada de segunda ordem na obtenção dos autovalores.

Nesta tese serão empregadas expressões similares às achadas em (5) e (26), sendo que a dedução das matrizes de sensibilidade serão achadas trabalhando-se diretamente com um acréscimo nas variáveis que constituem o problema de autovalores que, na sua forma matricial, são dadas por :

$$(\underline{K} - \omega_n^2 \underline{M}) \underline{u}_n = 0 \quad (\text{III.28})$$

onde:

$\underline{K}$ = matriz de rigidez generalizada do sistema.

$\underline{M}$ = matriz de massa generalizada

ω_n = frequência natural do sistema

$\underline{u}_n$ = autovetor do sistema.

Considerando um acréscimo nas matrizes de rigidez, massa, frequências e modos naturais de vibração, as variáveis do novo sistema teriam a forma a seguir:

$$\begin{aligned} \underline{K}' &= \underline{K} + \Delta \underline{K} \\ \underline{M}' &= \underline{M} + \Delta \underline{M} \\ \omega' &= \omega_n + \Delta \omega_n \\ \underline{u}' &= \underline{u}_n + \Delta \underline{u}_n \end{aligned} \quad (\text{III.29})$$

e o problema de autovalores do novo sistema fica da forma:

$$(\underline{K}' - \omega'^2 \underline{M}') \underline{u}_n' = 0 \quad (\text{III.30})$$

III.2.1.- RAZÃO DE VARIAÇÃO DOS AUTOVALORES.

Nesta seção serão deduzidas as expressões para determinar as variações das frequências naturais em relação aos

termos componentes das rigidez e massa, respectivamente.

Se substituirmos a expressão (III.29) em (III.30), obtemos:

$$[\underline{K} + \Delta \underline{K} - (w_n^2 + 2 w_n \Delta w_n + \Delta w_n^2) (\underline{M} + \Delta \underline{M})] (\underline{u}_n + \Delta \underline{u}_n) = 0 \quad (\text{III.31})$$

desprezando o termo (Δw_n^2) , têm-se:

$$[\underline{K} + \Delta \underline{K} - (w_n^2 + 2 w_n \Delta w_n) (\underline{M} + \Delta \underline{M})] (\underline{u}_n + \Delta \underline{u}_n) = 0 \quad (\text{III.32})$$

desenvolvendo a expressão e continuando a abandonar as potencias de segunda ordem (24),vem:

$$\begin{aligned} & \underline{K} \underline{u}_n + \underline{K} \Delta \underline{u}_n + \Delta \underline{K} \underline{u}_n - w_n^2 \underline{M} \underline{u}_n - w_n^2 \underline{M} \Delta \underline{u}_n - w_n^2 \Delta \underline{M} \underline{u}_n - \\ & 2 w_n \Delta w_n \underline{M} \underline{u}_n = 0 \end{aligned} \quad (\text{III.33})$$

rearranjando termos:

$$\begin{aligned} & (\underline{K} - w_n^2 \underline{M}) \underline{u}_n + (\Delta \underline{K} - w_n^2 \Delta \underline{M}) \underline{u}_n + (\underline{K} - w_n^2 \underline{M}) \Delta \underline{u}_n - \\ & 2 w_n \Delta w_n \underline{M} \underline{u}_n = 0 \end{aligned} \quad (\text{III.34})$$

considerando que:

$$(\underline{K} - w_n^2 \underline{M}) \underline{u}_n = 0 \quad (\text{III.35})$$

$$(\underline{K} - w_n^2 \underline{M}) \Delta \underline{u}_n + (\Delta \underline{K} - w_n^2 \Delta \underline{M}) \underline{u}_n - 2 w_n \Delta w_n \underline{M} \underline{u}_n = 0 \quad (\text{III.36})$$

premultiplicando a equação (III.34) por $\underline{u}_p^T$, vem.

$$\begin{aligned} \underline{u}_p^T (\underline{K} - w_n^2 \underline{M}) \Delta \underline{u}_n + \underline{u}_p^T (\Delta \underline{K} - w_n^2 \Delta \underline{M}) \underline{u}_n - \\ 2 w_n \Delta w_n \underline{u}_p^T \underline{M} \underline{u}_n = 0 \end{aligned} \quad (\text{III.37})$$

Assumindo que os vetores $\underline{u}_n$ e $\underline{u}_p$ são normalizados em relação a matriz $\underline{M}$, de forma que satisfaçam a condição de ortonormalidade, isto é:

$$\underline{u}_p^T \underline{M} \underline{u}_n = \delta_{np} \quad (\text{III.38})$$

sendo

$$\delta_{np} = \text{delta de Kronecker} = \begin{cases} 1, & \text{se } p = n \\ 0, & \text{se } p \neq n \end{cases}$$

os elementos de $\underline{K}$ e $\underline{M}$ são assumidos como funções regulares na vizinhança de um ponto, os autovalores ou frequências naturais e os autovetores são funções regulares nesta vizinhança [24].

Considerando-se o caso em que: $\delta_{np} = 1$ ($p = n$); a

equação (III.37) fica da forma:

$$\underline{u}_n^T (\underline{K} - w_n^2 \underline{M}) \Delta \underline{u}_n + \underline{u}_n^T (\Delta \underline{K} - w_n^2 \Delta \underline{M}) \underline{u}_n - 2 w_n \Delta w_n \underline{u}_n^T \underline{M} \underline{u}_n = 0 \quad (\text{III.39})$$

Levando em consideração a simetria das matrizes de rigidez $\underline{K}$ e massa $\underline{M}$, temos:

$$\underline{u}_n^T (\underline{K} - w_n^2 \underline{M}) = (\underline{K} - w_n^2 \underline{M}) \underline{u}_n^T = 0^T \quad (\text{III.40})$$

e a Equação (III.39) fica:

$$\underline{u}_n^T (\Delta \underline{K} - w_n^2 \Delta \underline{M}) \underline{u}_n - 2 w_n \Delta w_n = 0 \quad (\text{III.41})$$

Desenvolvendo a Equação (III.41), vem:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n u_{in} u_{jn} (\Delta k_{ij} - w_n^2 \Delta m_{ij}) - 2 w_n \Delta w_n = 0 \quad (\text{III.42})$$

derivando (III.42) em relação a k_{rs} e m_{rs} , acham-se as razões de variação dos autovalores em relação aos elementos componentes das matrizes de rigidez e de massa, respectivamente.

$$\frac{\partial w_n}{\partial k_{rs}} = \frac{1}{2 w_n} u_{rn} u_{sn} \quad (\text{III.43})$$

$$\frac{\partial w_n}{\partial m_{rs}} = - \frac{1}{2 w_n} w_n^2 u_{rn} u_{sn} = - w_n^2 \frac{\partial w_n}{\partial k_{rs}} \quad (\text{III.44})$$

III.2.2.- RAZÃO DE VARIAÇÃO DOS AUTOVETORES.

Considere-se agora o caso em que $\delta_{np} = 0$, ($p \neq n$): pelo fato dos autovetores formarem um conjunto completo de vetores, qualquer vetor n-componente pode ser representado como uma combinação linear deles e, em particular, pode-se expandir o acréscimo $\Delta \underline{u}_n$ como:

$$\Delta \underline{u}_n = \sum_q \xi_{qn} \underline{u}_q \quad (\text{III.45})$$

onde:

$\underline{u}_q$ é um autovetor.

sustituindo (III.45) em (III.37), vem:

$$\begin{aligned} \underline{u}_p^T (\underline{K} - w_n^2 \underline{M}) \sum_q \xi_{qn} \underline{u}_q + \underline{u}_p^T (\Delta \underline{K} - w_n^2 \Delta \underline{M}) \underline{u}_n - \\ 2 w_n \Delta w_n \underline{u}_p^T \underline{M} \underline{u}_n = 0 \end{aligned} \quad (\text{III.46})$$

$$\begin{aligned} \sum_q \xi_{qn} (\underline{u}_p^T \underline{K} \underline{u}_q - w_n^2 \underline{u}_p^T \underline{M} \underline{u}_q) + \underline{u}_p^T (\Delta \underline{K} - w_n^2 \Delta \underline{M}) \underline{u}_n - \\ 2 w_n \Delta w_n \underline{u}_p^T \underline{M} \underline{u}_n = 0 \end{aligned} \quad (\text{III.47})$$

mas

$$\underline{u}_p^T \underline{M} \underline{u}_n = 0 \quad p \neq n$$

$$\underline{u}_p^T \underline{K} \underline{u}_q = \delta_{pq} w_n^2$$

$$\underline{u}_p^T \underline{M} \underline{u}_q = \delta_{pq} \quad (\text{III.48})$$

rearranjando a Equação (III.47), vem:

$$\sum_q \zeta_{qn} (w_p^2 - w_n^2) \delta_{pq} + \underline{u}_p^T (\underline{\Delta K} - w_n^2 \underline{\Delta M}) \underline{u}_n = 0 \quad (\text{III.49})$$

Considere-se primeiramente o caso em que $p = q$, isto é, $\delta_{pq} = 1$, a Equação (III.49) fica:

$$\sum_p \zeta_{pn} (w_p^2 - w_n^2) + \underline{u}_p^T (\underline{\Delta K} - w_n^2 \underline{\Delta M}) \underline{u}_n = 0 \quad (\text{III.50})$$

e portanto

$$\zeta_{pn} (w_p^2 - w_n^2) + \underline{u}_p^T (\underline{\Delta K} - w_n^2 \underline{\Delta M}) \underline{u}_n = 0 \quad (\text{III.51})$$

Expandindo o segundo termo do primeiro membro, ter-se-a:

$$\zeta_{pn} (w_p^2 - w_n^2) + \sum_i \sum_j u_{ip} u_{jn} (\Delta k_{ij} - w_n^2 \Delta m_{ij}) = 0 \quad (\text{III.52})$$

aonde se obtém:

$$\zeta_{pn} = \frac{1}{w_n^2 - w_p^2} \sum_i \sum_j u_{ip} u_{jn} (\Delta k_{ij} - w_n^2 \Delta m_{ij}) \quad (\text{III.53})$$

logo

$$\Delta \underline{u}_n = \sum_p \zeta_{pn} \underline{u}_p \quad (\text{III.54})$$

e

$$\Delta u_{ln} = \sum_p \sum_i \sum_j \frac{1}{w_n^2 - w_p^2} u_{ip} u_{jn} u_{lp} (\Delta k_{ij} - w_n^2 \Delta m_{ij}) \quad (\text{III.55})$$

derivando a equação (III.55) em relação aos elementos componentes das matrizes de rigidez e massa; são achadas as matrizes de sensibilidade e que tem a forma a seguir:

$$\frac{\partial u_{ln}}{\partial k_{rs}} = \sum_p \frac{1}{w_n^2 - w_p^2} u_{rp} u_{sp} u_{lp} \quad (\text{III.56})$$

$$\frac{\partial u_{ln}}{\partial m_{rs}} = - \sum_p \frac{1}{w_n^2 - w_p^2} u_{rp} u_{sp} u_{lp} \quad (\text{III.57})$$

Da Equação (III.51) é fácil notar que o termo ζ_{nn} (isto é quando $p = n$) não influencia os cálculos; fato pelo qual não foi definido. Assim, então, as matrizes de sensibilidade foram determinadas em sua totalidade; embora, o ajuste do modelo matemático, não será feito diretamente em relação as componentes dos autovetores, mas em relação às razões.

$$x_{ij} = u_{in} / u_{ref,n} \quad (\text{III.58})$$

Então, para achar as matrizes de sensibilidade só será preciso fazer as derivadas das razões x . Por exemplo:

$$\partial x_{in} / \partial k_{rs} = (u_{ref,n})^{-1} [\partial u_{in} / \partial k_{rs} - x_{in} (\partial u_{ref,n} / \partial k_{rs})] \quad (\text{III.59})$$

de forma análoga se obtém

$$\partial x_{in} / \partial m_{rs} = -(u_{ref,n})^{-1} [\partial u_{in} / \partial m_{rs} - x_{in} (\partial u_{ref,n} / \partial m_{rs})] \quad (III.60)$$

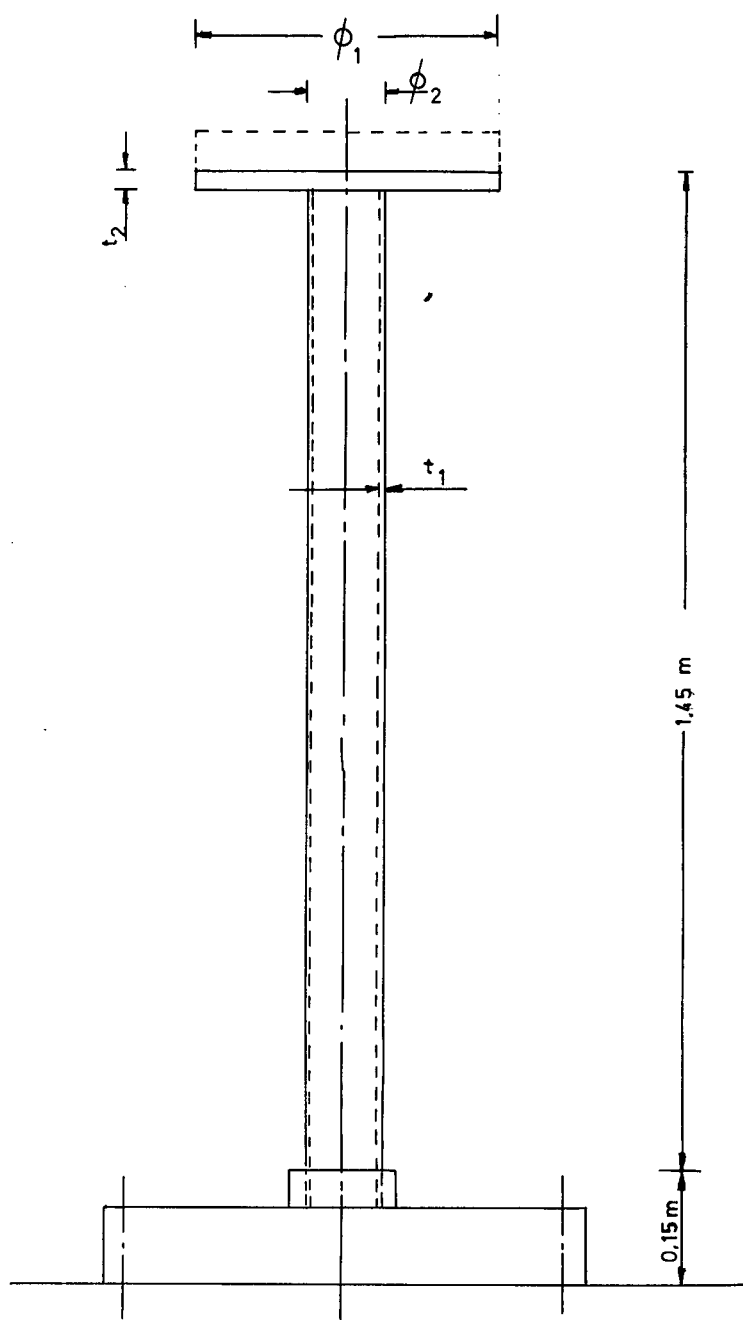
Havendo-se achado as matrizes de sensibilidade o passo a seguir é a minimização da função erro $E(k,m)$, equação (III.24). Isto é facilmente conseguido fazendo-se a derivação da função erro em relação aos termos das matrizes de rigidez e de massa respectivamente e igualando-se as expressões obtidas a zero. A dedução de tais expressões levará a formar um sistema de $n(n + 1)$ equações com incógnitas ΔK e ΔM (23) respectivamente.

CAPÍTULO IV

ANÁLISE EXPERIMENTAL

Para se fazer um bom ajuste de modelos matemáticos que permitam determinar com certa precisão as características dinâmicas de um sistema estrutural, resulta imprescindível a obtenção direta de alguns parâmetros do sistema, visando fazer uma correlação entre os valores medidos e calculados das frequências e modos naturais de vibração.

Neste trabalho, para se fazer os ensaios experimentais foi construído um modelo simplificado de uma plataforma de perfuração de petróleo. Este modelo (feito em aço 2100) consiste essencialmente de um tubo cilíndrico engastado em sua base e em seu extremo superior livre foi soldada uma massa também de aço. A Figura (IV.1) mostra o esquema deste modelo.



$$\phi_2 = 76.2 \text{ mm}$$

$$\phi_1 = 230.0 \text{ mm}$$

$$t_1 = 1.5 \text{ mm}$$

$$t_2 = 20.0 \text{ mm}$$

$$E = 2.1 \times 10^6 \text{ Kgf/cm}^2$$

$$\rho_{aço} = 7.8 \text{ Ton/m}^3$$

FIGURA . IV.1 CARATERISTICAS DO MODELO

IV.1.- CONSIDERAÇÕES TEÓRICAS E PRÁTICAS NUM ENSAIO EXPERIMENTAL

A vibração mecânica é um fenômeno complexo resultante da combinação de muitas excitações mecânicas sobre um sistema estrutural.

As técnicas de medida de vibração englobam um grande número de conceitos e regras práticas, que exigem da pessoa encarregada das medições uma bagagem razoável de conhecimentos.

A pessoa responsável em especificar os instrumentos e os processos de medida deve levar em conta:

- a) quais informações deseja obter;
- b) onde captar estas informações;
- c) como condicioná-las convenientemente;
- d) como apresentar os resultados;
- e) como interpretá-los.

Por outro lado, o operador dos instrumentos, aquele que efetivamente fará as medições, necessita possuir alguns requisitos:

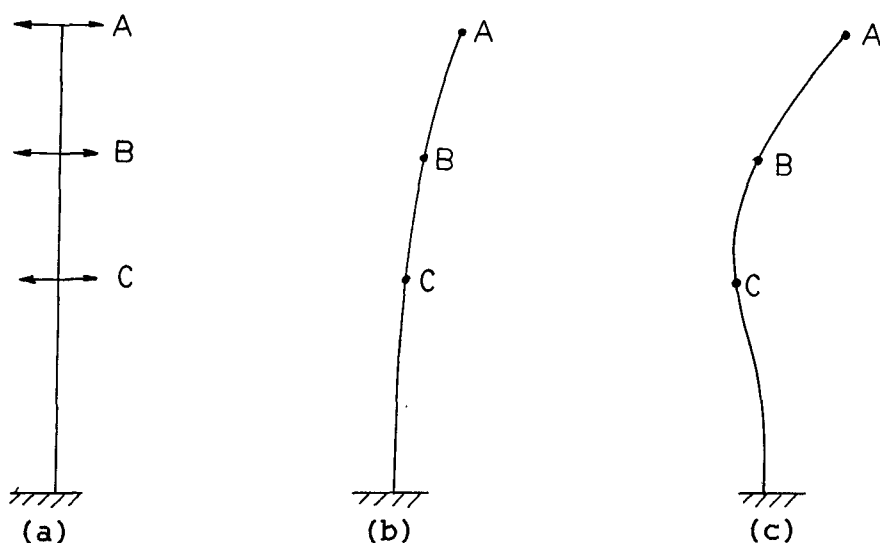
- a) profundo conhecimento dos instrumentos;
- b) executar a medida no ponto e direção indicados;
- c) anotar corretamente os resultados e as condições de medida;
- d) entender o suficiente da dinâmica do sistema para poder reconhecer as medições corretas e situações problemáticas.

A medição de parâmetros é uma técnica independente que consiste em instalar os acelerômetros, calibrá-los, registrar (gravar) e analisar os sinais medidos.

A localização dos sensores pode ser feita a partir de um critério empírico, baseado na experiência do técnico nas formas de movimento da estrutura. Um critério apropriado seria um estudo dos modos de vibração do modelo preliminar. Os sensores devem ser colocados nos pontos de maior deslocamento dos modos que se quer medir, sejam estes de flexão ou de torção. Neste último caso o sensor deve ser instalado num ponto excêntrico de um nível qualquer de uma plataforma. Usualmente o nível selecionado é o próprio convés (27).

Considerando o modelo simples da viga engastada na Figura (IV.2), o sensor A pode detectar facilmente o primeiro e o segundo modo de vibração, mas o sensor B dificilmente detectará o segundo modo. Quando a viga vibrar no primeiro modo os sensores A e C estarão em fase e quando a viga estiver vibrando no segundo modo, os sensores A e C estarão em oposição. O objetivo de localizar sensores em diferentes níveis é para permitir uma fácil identificação dos modos de vibração.

Deverá se levar em consideração que a localização dos sensores deverá ser tal que se evitem modos locais de vibração. Numa comparação entre o modelo preliminar e os resultados medidos, será possível se detectar eventuais modos locais, permitindo uma localização ótima dos sensores. Após instalados, os sensores devem ser testados e calibrados.



VIGA INDEFORMADA

PRIMEIRO MODO

SEGUNDO MODO

FIGURA IV.2 - SENSORES EM UMA VIGA ENGASTADA

A excitação de uma estrutura marinha (navio ou plataforma) poderá ser de dois tipos, segundo seja a natureza da mesma. Quando a excitação provém do mar, do vento, dos equipamentos e máquinas, principalmente de uma estrutura marinha, ela é chamada de excitação natural; quando a excitação é provocada por excitadores de massa excêntrica ou por impacto é chamada de excitação forçada. Os excitadores de massa excêntrica provocam uma força senoidal sobre o sistema e a excitação por impacto produz uma força impulsiva. No teste do modelo para o qual será feito o ajuste, foi usado este último tipo de excitação. Além de sua simplicidade, este tipo de teste tem a vantagem de excitar várias frequências simultaneamente.

IV.2.- INSTRUMENTAÇÃO

Para a determinação das frequências naturais do modelo foi necessário excitar o sistema; para isto foram aplicados uma série de impactos no topo superior do tubo do modelo, deixando que a estrutura vibre naturalmente. A resposta de uma estrutura em vibração livre a um impacto é transiente (28) e composta por uma superposição de seus modos naturais (Figura IV.3). Tendo-se esta resposta transiente no domínio do tempo, é possível, por meio da transformada de Fourier (29), transformá-la para o domínio da frequência. Desta forma, pode se obter as frequências naturais do modelo excitado pelo impacto.

A resposta da estrutura ao impacto, foi medida por meio de acelerômetro do tipo resistivo (30), marca KYOWA, próprio para modelos, com intervalo de resposta até 80 Hz e capacidade de medida de até 1 g.

O primeiro acelerômetro (ASW - 1A/YU 6415), foi instalado na base do tubo, com a orientação positiva no sentido positivo do eixo vertical do modelo. O segundo acelerômetro (ASW - 1A/YU 6410), foi instalado no meio do comprimento do tubo e o terceiro acelerômetro (ASW -1A/YU 6413) instalado no topo superior. A orientação positiva de ambos foi no sentido do comprimento do tanque, Figura (IV.4).

Após instalados os sensores eles foram testados

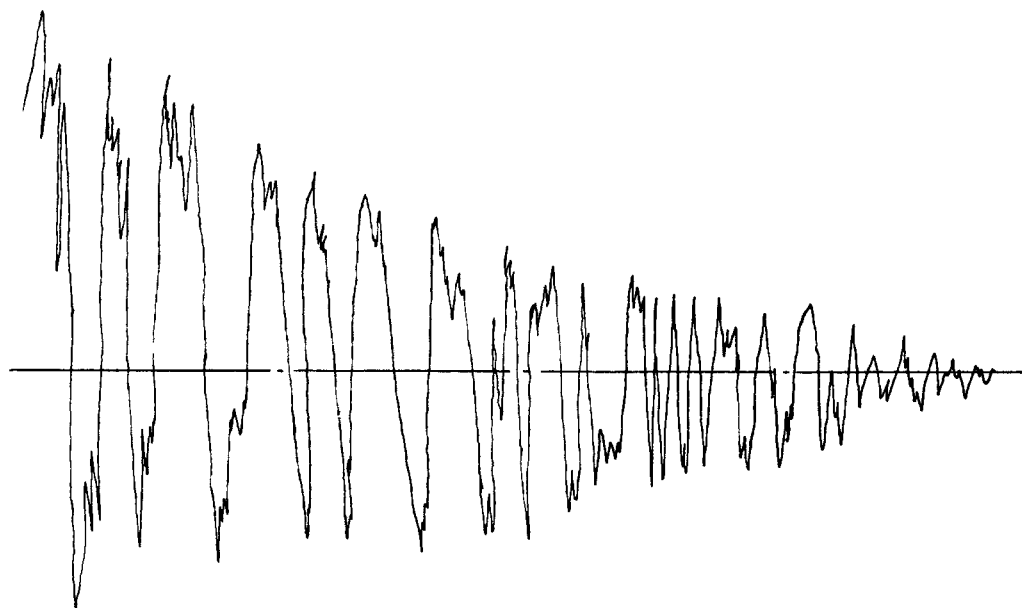


FIGURA .IV.3 RESPOSTA TRANSIENTE DEVIDO AO IMPACTO

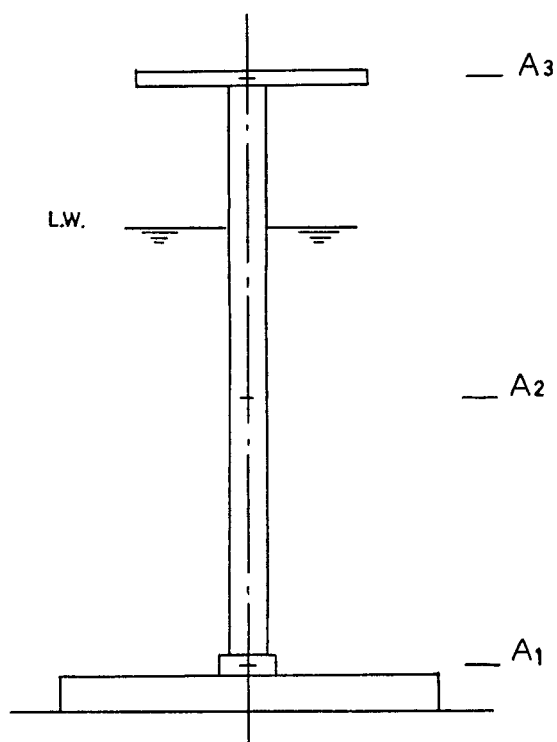


FIGURA .IV.4 DISTRIBUIÇÃO DOS ACELEROMETROS NO MODELO

sando-se uma calibração de 100 μ s com uma atenuação de 10 para o amplificador dá sinal, uma calibração de 2 mv para o gravador e uma frequência de corte de 100 Hz. Isto quer dizer que serão filtradas todas as frequências superiores a 100 Hz.

Um esquema mostrando o circuito de medição de vibração é dado na Figura (IV.5).

Tendo sido feita a instalação, teste e calibração dos equipamentos, o passo seguinte foi levar a efeito o teste propriamente dito. Para tal fim foram consideradas duas situações: teste com modelo em seco e teste com modelo submerso.

Os sinais dos acelerômetros depois de amplificados, filtrados e gravados em fitas magnéticas, foram processados por um analisador de espectros (modelo HP 3582A) operando segundo a transformada de Fourier, transformando o sinal do domínio do tempo para o da frequência e fornecendo espectro de amplitude e espectro de fase para cada ensaio realizado utilizou-se um plotter conectado a este analisador para o desenho destes espectros.

IV.3.- PROCEDIMENTO DE MEDIÇÃO

A determinação das frequências naturais de uma estrutura e dos seus modos associados, pode ser feita em três etapas: determinação do valor das frequências naturais, identi-

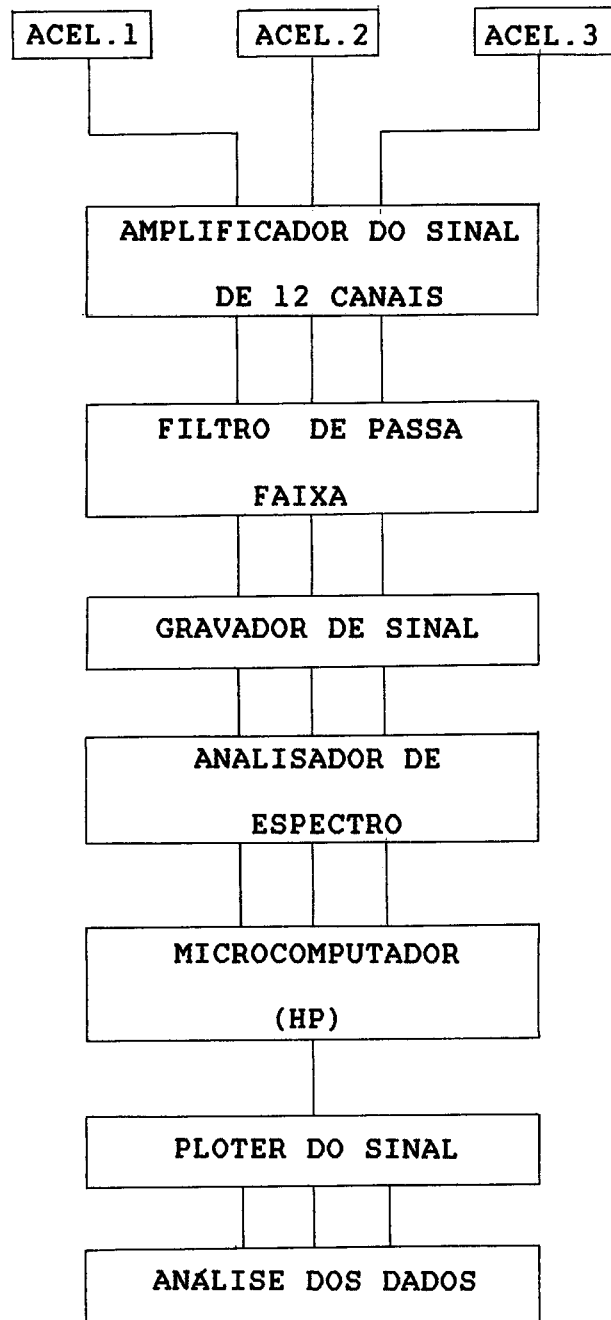


FIGURA IV.5 DISTRIBUIÇÃO ESQUEMATICA DOS EQUIPAMENTOS

ficação e determinação da forma dos modos. Dependendo da intensidade do impacto, as diversas frequências naturais são excitadas em maior ou menor escala. No caso do modelo sob consideração, para se obter o valor exato de cada frequência natural, foram feitos uma série de medições aplicando primeiramente impactos no "convés" e a seguir impactos no convés e no centro do modelo simultaneamente, até a obtenção da frequência em questão completamente definida, isto é, com o pico que a define no espectro de amplitude apresentando valor máximo. Só foi possível identificar a primeira frequência.

Uma vez determinado o valor da frequência natural, procedeu-se à identificação do modo associado a esta frequência, processando-se simultaneamente os acelerômetros do convés e do centro (A3) e (A2), para obter a fase relativa da frequência. Desta forma é possível identificar em uma primeira aproximação o modo associado à frequências em questão.

Uma vez que tenham sido feitos os testes e considerando que a principal dificuldade para a determinação mais apurada dos modos de vibração no teste de impacto é por ter-se uma resposta transiente, é desejável obter simultaneamente as amplitudes em todos os canais (resposta dos acelerômetros). A solução a ser adotada, deve considerar que o analisador de espectro, permite o processamento simultâneo só de dois canais. Um acelerômetro de referência é necessário (o No.A3), podendo se proceder com ensaios independentes para todos os demais acelerômetros. Processando-se simultaneamente o sinal de cada um dos acelerômetros com o de referência, obteve-se a fase relativa

e as amplitudes as quais quando normalizadas com respeito ao canal de referência permitem definir o modo associado a cada uma das frequências medidas. Quanto maior seja o número de acelerômetros instalado num sistema, tanto maior será a precisão do modo medido. Em nosso caso, pelo fato de só ter dois acelerômetros úteis, as coordenadas do modo associada à primeira frequência medida serão calculadas por meio de um programa de elementos finitos.

Foi dito que ao se comparar os valores medidos e calculados dificilmente será observada uma concordância perfeita devido as deficiências do modelo teórico da estrutura, entre as quais podem ser citadas as incertezas sobre a rigidez do solo e sobre a massa hidrodinâmica adicional. Para suprir estas deficiências adotou-se as considerações a seguir: A rigidez do solo foi simulada prendendo a base do modelo ao fundo do tanque de provas com parafusos de 5/8 de polegada, logrando-se desta forma uma condição de engaste perfeito. Para calibrar-se a modelação das massas hidrodinâmicas adicionais o modelo foi testado em duas condições: primeiro em seco e depois submerso na água.

Todos os ensaios e processamento dos sinais foram feitos no Laboratório de Estruturas Navais da COPPE/UFRJ, utilizando-se o tanque de ensaios de vibrações, de 6 metros de comprimento por 3 metros de largura e 1,50 metros de altura. A altura da lâmina de água para os testes do modelo foi de 1.015 metros.

IV.3.1 - TESTE DO MODELO EM SECO

Neste teste o modelo foi ponderado com a sua massa fixa no extremo superior de 7,37 Kg. A seguir procedeu-se à calibração do equipamento, usando-se uma frequência de corte de 100 Hz e uma atenuação de 10 tanto para a primeira quanto para a segunda situação (para uma série de 10 impactos).

IV.3.2 - TESTE DO MODELO NA ÁGUA

O objetivo deste teste é poder fazer uma estimativa do efeito que tem a massa hidrodinâmica adicional no ajuste do modelo matemático. Os resultados dos testes efetuados são dados a seguir.

IV.4.- RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os resultados dos teste são apresentados nas tabelas

IV.1.

TABELA IV.1 MODELO EM SECO

Acel.	Cte. Cal.	Cte. Cal.	Amplit.	g	Veloc.
A1	0.001727	0.2000	0.00	-----	-----
A2	0.001753	0.2000	46.92	.0164501	1.38469E-03
A3	0.001718	0.2000	139.03	.0477707	4.02110E-03

Deslocamento

1.165566E-04

3.384766E-04

Freq. medida no ar : $f_1 = 11.88 \text{ (Hz)} = 74.644241 \text{ (rad/seg)}$

Freq. medida na água: $f_1 = 11.62 \text{ (Hz)} = 73.010613 \text{ (rad/seg)}$

A frequencia do modelo na água teve uma diminuição
de 2 % .

CAPÍTULO V

RESULTADOS NUMÉRICOS E ANÁLISE

Nesta seção serão expostos os resultados numéricos obtidos através do programa MIBP. Em princípio, afim de adquirir uma sensibilidade na aplicação do programa, um exemplo simples com 3 graus de liberdade foi testado e a seguir o "MIBP" foi utilizado para se fazer o ajuste do modelo explicitado na seção (IV.1) e discretizado com 10 e 11 graus de liberdade.

Diversas condições foram testadas, os resultados assim obtidos foram plotados e da análise deles são feitas algumas conclusões e sugestões finais.

V.1.- APLICAÇÃO DO MIBP A UM PROBLEMA COM 3 GRAUS DE LIBERDADE.

Aqui o ajuste foi feito considerando-se variações nas rigidezas, massas e frequências naturais do sistema. As sensibilidades dos modos foram eliminadas desde que este trabalho esteve direcionado apenas ao ajuste das frequências naturais.

Uma pesquisa posterior do método será necessária para uma melhor identificação deste parâmetro e sua influência no ajuste do modelo matemático proposto.

A seguir são apresentados os valores iniciais que são comuns para as 3 condições a serem analisadas:

MATRIZ DE RIGIDEZ INICIAL BK1

2.000000E+00	-1.000000E+00	0.000000E-01
-1.000000E+00	2.000000E+00	-1.000000E+00
0.000000E-01	-1.000000E+00	3.000000E+00

MATRIZ DE MASSA INICIAL BM1

1.000000E+00	0.000000E-01	0.000000E-01
0.000000E-01	1.000000E+00	0.000000E-01
0.000000E-01	0.000000E-01	2.000000E+00

FREQUÊNCIAS NATURAIS MEDIDAS W1 (rad/seg)

8.240000E-01	1.425000E+00	1.910000E+00
--------------	--------------	--------------

AUTOVETORES MEDIDOS E NORMALIZADOS X1

1.000000E+00	1.347110E+00	8.160200E-01
1.000000E+00	2.982840E-01	-8.323120E-01
1.000000E+00	-1.263750E+00	4.162770E-01

V.1.1.1.- CONDIÇÃO No 1.

PESOS DAS RIGIDEZES Pk

1.0	1.0	1.0
1.0	1.0	1.0
1.0	1.0	1.0

PESO DAS MASSAS Pm

1.0	1.0	1.0
1.0	1.0	1.0
1.0	1.0	1.0

PESOS DAS FREQUÊNCIAS Pw

1.0	1.0	1.0
-----	-----	-----

FREQUÊNCIAS NATURAIS CALCULADAS W2 (rad/seg)

8.119943E-01	1.295748E+00	1.778118E+00
--------------	--------------	--------------

AUTOVETORES CALCULADOS E NORMALIZADOS X2

1.000000E+00	1.340665E+00	7.973835E-01
1.000000E+00	3.210368E-01	-8.969355E-01
1.000000E+00	-1.161702E+00	3.495519E-01

FUNÇÃO ERRO E(k,m) = 6.402674E-02

VALORES AJUSTADOS (10a. Iteração)

MATRIZ DE RIGIDEZ BK

2.057460E+00	-9.858084E-01	-1.090668E-01
-9.858084E-01	2.044986E+00	-1.052172E+00
-1.090668E-01	-1.052172E+00	3.038562E+00

MATRIZ DE MASSA BM

8.534779E-01	7.599035E-03	3.680314E-02
7.599035E-03	8.852986E-01	2.428717E-02
3.680314E-02	2.428717E-02	1.929837E+00

FREQUÊNCIAS NATURAIS W2 (rad/seg)

8.232902E-01	1.424505E+00	1.909472E+00
--------------	--------------	--------------

AUTOVETORES NORMALIZADOS X2

1.000000E+00	1.367764E+00	9.220717E-01
1.000000E+00	4.724297E-01	-8.024091E-01
1.000000E+00	-1.101137E+00	2.533506E-01

FUNÇÃO ERRO E(k,m) = 9.588308E-02

Nas seguintes duas condições os pesos das rigidezes e das massas são:

PESOS DAS RIGIDEZES Pk

1.0	1.0	1000.0
1.0	1.0	1.0
1000.0	1.0	1.0

PESOS DAS MASSAS Pm

1.0	1000.0	1000.0
1000.0	1.0	1000.0
1000.0	1000.0	1.0

V.1.2.- CONDIÇÃO No 2 - A

PESOS DAS FREQUÊNCIAS Pw

1.0	1.0	1.0
-----	-----	-----

FREQUÊNCIAS NATURAIS CALCULADAS ω_2 (rad/seg)

8.119943E-01	1.295748E+00	1.778118E+00
--------------	--------------	--------------

AUTOVETORES CALCULADOS E NORMALIZADOS X_2

1.000000E+00	1.340665E+00	7.973835E-01
1.000000E+00	3.210368E-01	-8.969355E-01
1.000000E+00	-1.161702E+00	3.495519E-01

FUNÇÃO ERRO $E(k,m) = 4.999438E+01$

VALORES AJUSTADOS (3a. Iteração)

MATRIZ DE RIGIDEZ BK

2.037003E+00	-1.000007E+00	-8.570600E-02
-1.000007E+00	2.022373E+00	-9.999869E-01
-8.570600E-02	-9.999869E-01	3.025418E+00

MATRIZ DE MASSA BM

9.193231E-01	3.038427E-02	2.875854E-05
3.038427E-02	9.475098E-01	1.003047E-01
2.875854E-05	1.003047E-01	1.953130E+00

FREQUÊNCIAS NATURAIS ω (rad/seg)

7.958983E-01	1.369011E+00	1.896142E+00
--------------	--------------	--------------

AUTOVETORES NORMALIZADOS X

1.000000E+00	1.355347E+00	8.540266E-01
1.000000E+00	3.631705E-01	-8.143340E-01
1.000000E+00	-1.172595E+00	3.777157E-01

FUNÇÃO ERRO E(k,m) = 1.610429E+00

V.1.3.- CONDIÇÃO No. 2 - B

PESOS DAS FREQUÊNCIAS Pw

1000.0 1.0 1.0

FREQUÊNCIAS NATURAIS CALCULADAS W2 (rad/seg)

8.119943E-01 1.295748E+00 1.778118E+00

AUTOVETORES CALCULADOS E NORMALIZADOS X2

1.000000E+00 1.340665E+00 7.973835E-01

1.000000E+00 3.210368E-01 -8.969355E-01

1.000000E+00 -1.161702E+00 3.495519E-01

FUNÇÃO ERRO E(k,m) = 4.940883E+00

VALORES AJUSTADOS (7a. Iteração)

MATRIZ DE RIGIDEZ BK

2.131605E+00 -1.000001E+00 -2.702677E-02

-1.000001E+00 2.050316E+00 -9.999732E-01

-2.702677E-02 -9.999732E-01 3.089282E+00

MATRIZ DE MASSA BM

8.522144E-01 -6.996930E-03 1.643290E-02

-6.996930E-03 1.058983E+00 1.225384E-01

1.643290E-02 1.225384E-01 1.924928E+00

FREQUÊNCIAS NATURAIS W (rad/seg)

8.236079E-01	1.417158E+00	1.871335E+00
--------------	--------------	--------------

AUTOVETORES NORMALIZADOS X

1.000000E+00	1.517524E+00	9.429511E-01
1.000000E+00	4.699787E-01	-8.313681E-01
1.000000E+00	-8.799253E-01	3.212056E-01

FUNÇÃO ERRO E(k,m) = 1.082687E+00

Os resultados numéricos obtidos para cada uma das condições estudadas, são apresentados nos gráficos da Figura V.1 cabendo-se fazer os seguintes comentários:

Na primeira condição analisada, o erro inicial foi 0.064 e na última iteração o erro aumentou para 0.0958. Embora o erro tenha aumentado a segunda e terceira frequência aproximam-se mais dos valores medidos.

Na condição No.2-A a função erro inicial é 49.99, passando por um mínimo de 1.61, na terceira iteração. Aqui as três frequências aproximam-se mais dos valores medidos após o ajuste. Na condição No.2-B tanto a primeira quanto a segunda frequência melhoram após o ajuste.

Uma outra observação importante de fazer notar é que a matriz de massa já não é mais diagonal após o ajuste. Observa-se além disso que em todos os casos considerados as frequências não experimentaram variações consideráveis, mantendo-se sempre

dentro de uma mesma faixa. Isto era de se esperar pois o método só prevê pequenas variações energéticas.

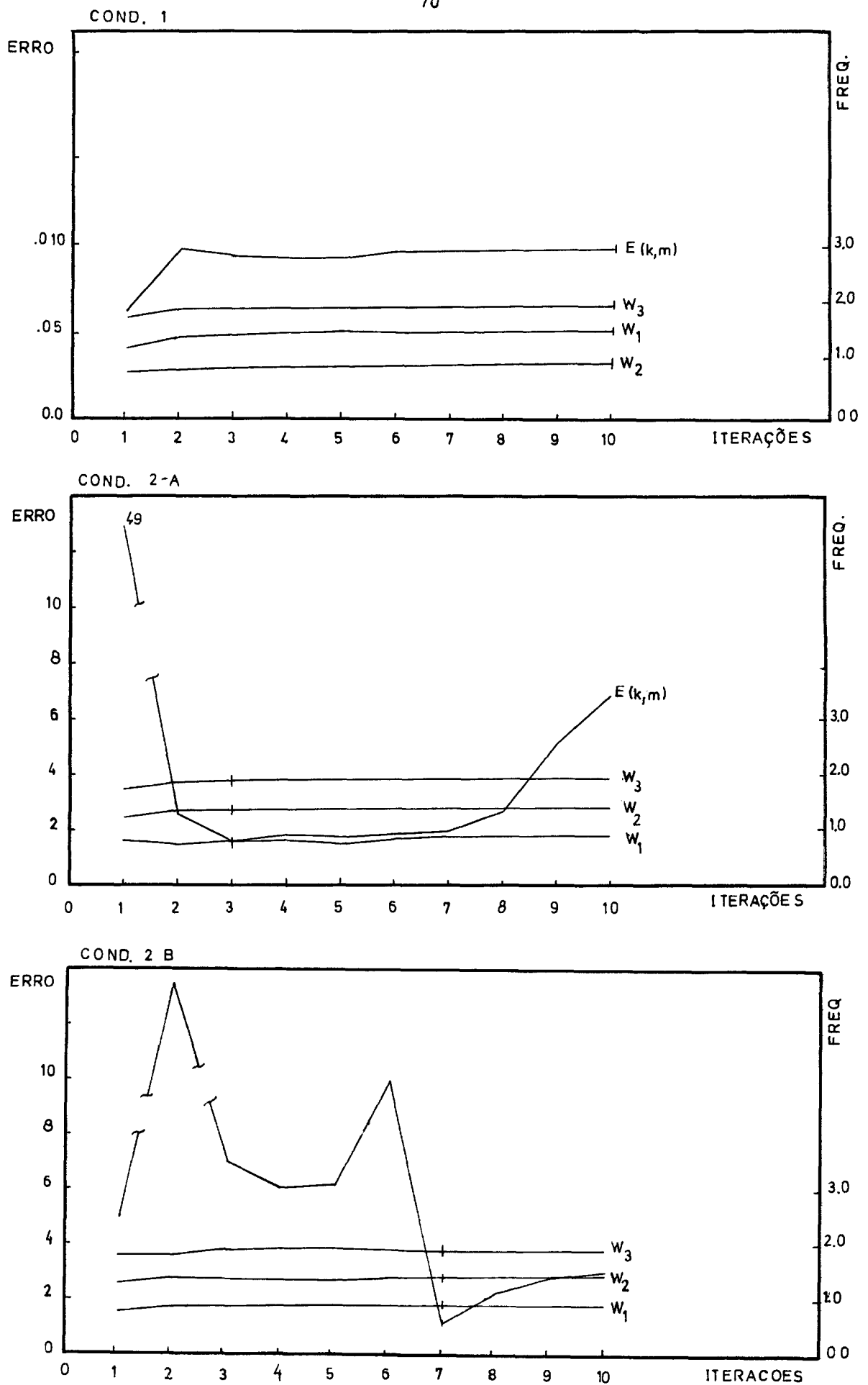


Figura V.1

V.2.- APLICAÇÃO DO MIBP AO PROTÓTIPO DESTA TESE.

A seguir o MIBP foi aplicado para se fazer o ajuste do modelo matemático para o caso do protótipo no qual foram feitos os testes experimentais. Em primeiro lugar são apresentados os valores para o modelo discretizado com 10 graus de liberdade na condição em seco e na água; a seguir o MIBP foi testado para uma discretização com 11 graus de liberdade (em seco), levando em conta o termo de inércia da massa rotacional.

V.2.1.- MODELO COM 10 GRAUS DE LIBERDADE.

Tal como na seção anterior, são dados a seguir os valores iniciais comuns para as seguintes 4 condições testadas:

MATRIZ DE RIGIDEZ INICIAL BK1

2.668550E+07	-6.052130E+07	4.290210E+07	-1.149560E+07
3.080230E+06	-8.253470E+05	2.211570E+05	-5.927910E+04
1.595980E+04	-4.559930E+03		
-6.052130E+07	1.639450E+08	-1.578210E+08	6.897350E+07
-1.848140E+07	4.952080E+06	-1.326940E+06	3.556740E+05
-9.575850E+04	2.735960E+04		
4.290210E+07	-1.578210E+08	2.329180E+08	-1.763020E+08
7.392560E+07	-1.980830E+07	5.307760E+06	-1.422700E+06
3.830340E+05	-1.094380E+05		

-1.149560E+07	6.897350E+07	-1.763020E+08	2.378700E+08
-1.776290E+08	7.428120E+07	-1.990410E+07	5.335120E+06
-1.436380E+06	4.103940E+05		
3.080230E+06	-1.848140E+07	7.392560E+07	-1.776290E+08
2.382260E+08	-1.777250E+08	7.430860E+07	-1.991780E+07
5.362480E+06	-1.532140E+06		
-8.253470E+05	4.952080E+06	-1.980830E+07	7.428120E+07
-1.777250E+08	2.382530E+08	-1.777390E+08	7.433600E+07
-2.001350E+07	5.718150E+06		
2.211570E+05	-1.326940E+06	5.307760E+06	-1.990410E+07
7.430860E+07	-1.777390E+08	2.382810E+08	-1.778350E+08
7.469160E+07	-2.134050E+07		
-5.927910E+04	3.556740E+05	-1.422700E+06	5.335120E+06
-1.991780E+07	7.433600E+07	-1.778350E+08	2.386360E+08
-1.791620E+08	7.964370E+07		
1.595970E+04	-9.575850E+04	3.830340E+05	-1.436380E+06
5.362480E+06	-2.001350E+07	7.469160E+07	-1.791620E+08
2.435880E+08	-1.976430E+08		
-4.559930E+03	2.735960E+04	-1.094380E+05	4.103940E+05
-1.532140E+06	5.718150E+06	-2.134050E+07	7.964370E+07
-1.976430E+08	3.125620E+08		

PESOS DAS RIGIDEZES P_k (I,J) = 1.0 ; I,J = 1,2.....10

PESOS DAS MASSAS P_m

$P_m(I,I) = 1.0$

$P_m(I,J) = 10000.0$; I = 1,2.....10 ; J = I+1,.....10

PESO DA PRIMEIRA FREQUÊNCIA $P_w = 1.0$

V.2.1.1.- MODELO EM SECO.

VALORES INICIAIS

MATRIZ DE MASSA INICIAL BM1 (matriz diagonal)

7.579000E+00	4.180000E-01	4.180000E-01	4.180000E-01
4.180000E-01	4.180000E-01	4.180000E-01	4.180000E-01
4.180000E-01	4.180000E-01		

FREQUÊNCIAS NATURAIS MEDIDAS W1 (rad/seg)

7.464424E+01

AUTOVETORES MEDIDOS E NORMALIZADOS X1

1.000000E+00	8.518395E-01	7.064191E-01	5.665832E-01
4.352743E-01	3.155336E-01	2.104524E-01	1.123176E-01
5.687996E-02	1.477540E-02		

CONDIÇÃO 1-A

Não foram consideradas as sensibilidades dos modos

FREQUÊNCIAS NATURAIS CALCULADAS W2 (rad/seg)

7.768739E+01

AUTOVETORES CALCULADOS E NORMALIZADOS X2

1.000000E+00	8.516930E-01	7.061597E-01	5.662630E-01
4.349574E-01	3.152653E-01	2.102595E-01	1.230609E-01

5.682655E-02 1.474030E-02

FUNÇÃO ERRO $E(k,m) = 2.964978E+02$

VALORES AJUSTADOS (8a. Iteração)

MATRIZ DE RIGIDEZ BK

2.668550E+07	-6.052130E+07	4.290210E+07	-1.149560E+07
3.080230E+06	-8.253470E+05	2.211570E+05	-5.927910E+04
1.595980E+04	-4.559930E+03		
-6.052130E+07	1.639450E+08	-1.578210E+08	6.897350E+07
-1.848140E+07	4.952080E+06	-1.326940E+06	3.556740E+05
-9.575850E+04	2.735960E+04		
4.290210E+07	-1.578210E+08	2.329180E+08	-1.763020E+08
7.392560E+07	-1.980830E+07	5.307760E+06	-1.422700E+06
3.830340E+05	-1.094380E+05		
-1.149560E+07	6.897350E+07	-1.763020E+08	2.378700E+08
-1.776290E+08	7.428120E+07	-1.990410E+07	5.335120E+06
-1.436380E+06	4.103940E+05		
3.080230E+06	-1.848140E+07	7.392560E+07	-1.776290E+08
2.382260E+08	-1.777250E+08	7.430860E+07	-1.991780E+07
5.362480E+06	-1.532140E+06		
-8.253470E+05	4.952080E+06	-1.980830E+07	7.428120E+07
-1.777250E+08	2.382530E+08	-1.777390E+08	7.433600E+07
-2.001350E+07	5.718150E+06		
2.211570E+05	-1.326940E+06	5.307760E+06	-1.990410E+07
7.430860E+07	-1.777390E+08	2.382810E+08	-1.778350E+08
7.469160E+07	-2.134050E+07		
-5.927910E+04	3.556740E+05	-1.422700E+06	5.335120E+06

-1.991780E+07	7.433600E+07	-1.778350E+08	2.386360E+08
-1.791620E+08	7.964370E+07		
1.595970E+04	-9.575850E+04	3.830340E+05	-1.436380E+06
5.362480E+06	-2.001350E+07	7.469160E+07	-1.791620E+08
2.435880E+08	-1.976430E+08		
-4.559930E+03	2.735960E+04	-1.094380E+05	4.103940E+05
-1.532140E+06	5.718150E+06	-2.134050E+07	7.964370E+07
-1.976430E+08	3.125620E+08		

MATRIZ DE MASSA BM

7.579000E+00	4.090581E-01	1.248493E-09	4.729895E-12
1.031009E-09	3.715084E-10	1.060624E-10	1.342048E-09
9.654064E-12	1.115052E-11		
4.090581E-01	4.179997E-01	3.809460E-09	1.683230E-09
-6.339689E-13	8.797069E-13	2.357586E-12	1.658200E-12
1.491622E-10	4.335221E-11		
1.248493E-09	3.809460E-09	4.179997E-01	5.600660E-10
-1.195366E-12	4.215090E-10	1.327553E-09	7.785930E-10
1.393453E-12	-2.749644E-14		
4.729895E-12	1.683230E-09	5.600660E-10	4.179999E-01
1.287336E-09	1.983137E-10	7.774320E-14	5.720483E-10
3.341938E-10	2.457218E-13		
1.031009E-09	-6.339689E-13	-1.195366E-12	1.287336E-09
4.180000E-01	-4.954770E-13	2.306784E-12	-5.622629E-14
6.117357E-14	2.900500E-11		
3.715084E-10	8.797069E-13	4.215090E-10	1.983137E-10
-4.954770E-13	4.180000E-01	8.107436E-12	-2.361468E-13
2.978529E-11	4.505541E-11		
1.060624E-10	2.357586E-12	1.327553E-09	7.774320E-14

2.306784E-12	8.107436E-12	4.180000E-01	1.123975E-11
9.131659E-11	3.054779E-15		
1.342048E-09	1.658200E-12	7.785930E-10	5.720483E-10
-5.622629E-14	-2.361468E-13	1.123975E-11	4.180000E-01
5.397386E-14	5.237283E-14		
9.654064E-12	1.491622E-10	1.393453E-12	3.341938E-10
6.117357E-14	2.978529E-11	9.131659E-11	5.397386E-14
4.180000E-01	-1.979450E-15		
1.115052E-11	4.335221E-11	-2.749644E-14	2.457218E-13
2.900500E-11	4.505541E-11	3.054779E-15	5.237283E-14
-1.979450E-15	4.180000E-01		

FREQUÊNCIAS NATURAIS W2 (rad/seg)

7.464272E+01

AUTOVETORES NORMALIZADOS X2

1.000000E+00	8.518465E-01	7.063928E-01	5.665126E-01
4.351844E-01	3.154490E-01	2.103917E-01	1.231427E-01
5.686603E-02	1.475091E-02		

FREQUÊNCIAS NATURAIS AJUSTADAS W Equação (III.25) (rad/seg)

7.464424E+01

AUTOVETORES AJUSTADOS X Equação (III.26)

1.000000E+00	8.518465E-01	7.063928E-01	5.665126E-01
4.351844E-01	3.154490E-01	2.103917E-01	1.231427E-01
5.686603E-02	1.475091E-02		

FUNÇÃO ERRO $E(k,m) = 9.473071E-05$

CONDIÇÃO 1- B.

Sensibilidades dos modos considerada

PESO DOS MODOS $P_x(I,J) = 1.0$, $I = 1, \dots, 10$; $J = 1$

FREQUÊNCIAS NATURAIS CALCULADAS W_2 (rad/seg)

7.768739E+01

AUTOVETORES NORMALIZADOS X_2

1.000000E+00	8.516930E-01	7.061597E-01	5.662630E-01
4.349574E-01	3.152653E-01	2.102595E-01	1.230609E-01
5.682655E-02	1.474030E-02		

FUNÇÃO ERRO $E(k,m) = 3.178036E+02$

VALORES AJUSTADOS (8a. Iteração)

MATRIZ DE RIGIDEZ BK

2.668550E+07	-6.052130E+07	4.290210E+07	-1.149560E+07
3.080230E+06	-8.253470E+05	2.211570E+05	-5.927910E+04
1.595980E+04	-4.559930E+03		
-6.052130E+07	1.639450E+08	-1.578210E+08	6.897350E+07
-1.848140E+07	4.952080E+06	-1.326940E+06	3.556740E+05
-9.575850E+04	2.735960E+04		
4.290210E+07	-1.578210E+08	2.329180E+08	-1.763020E+08
7.392560E+07	-1.980830E+07	5.307760E+06	-1.422700E+06
3.830340E+05	-1.094380E+05		

-1.149560E+07	6.897350E+07	-1.763020E+08	2.378700E+08
-1.776290E+08	7.428120E+07	-1.990410E+07	5.335120E+06
-1.436380E+06	4.103940E+05		
3.080230E+06	-1.848140E+07	7.392560E+07	-1.776290E+08
2.382260E+08	-1.777250E+08	7.430860E+07	-1.991780E+07
5.362480E+06	-1.532140E+06		
-8.253470E+05	4.952080E+06	-1.980830E+07	7.428120E+07
-1.777250E+08	2.382530E+08	-1.777390E+08	7.433600E+07
-2.001350E+07	5.718150E+06		
2.211570E+05	-1.326940E+06	5.307760E+06	-1.990410E+07
7.430860E+07	-1.777390E+08	2.382810E+08	-1.778350E+08
7.469160E+07	-2.134050E+07		
-5.927910E+04	3.556740E+05	-1.422700E+06	5.335120E+06
-1.991780E+07	7.433600E+07	-1.778350E+08	2.386360E+08
-1.791620E+08	7.964370E+07		
1.595970E+04	-9.575850E+04	3.830340E+05	-1.436380E+06
5.362480E+06	-2.001350E+07	7.469160E+07	-1.791620E+08
2.435880E+08	-1.976430E+08		
-4.559930E+03	2.735960E+04	-1.094380E+05	4.103940E+05
-1.532140E+06	5.718150E+06	-2.134050E+07	7.964370E+07
-1.976430E+08	3.125620E+08		

MATRIZ DE MASSA BM

7.578038E+00	4.227848E-01	4.062203E-05	5.032132E-05
4.468434E-05	2.785156E-05	2.944386E-05	1.801343E-05
7.991606E-06	9.341878E-08		
4.227848E-01	3.919411E-01	6.989323E-05	4.366630E-05
1.635572E-06	2.357880E-05	5.552149E-06	1.149100E-05
2.055420E-07	1.092920E-06		

4.062203E-05	6.989323E-05	4.195717E-01	1.936166E-07
3.495478E-05	3.138683E-05	5.040257E-06	1.135633E-05
2.603392E-06	1.481900E-06		
5.032132E-05	4.366630E-05	1.936166E-07	4.148448E-01
1.988072E-05	1.206104E-05	1.114210E-05	2.863820E-06
-1.360118E-08	9.113551E-07		
4.468434E-05	1.635572E-06	3.495478E-05	1.988072E-05
4.101094E-01	1.374114E-05	3.656563E-06	2.928278E-06
9.040691E-07	7.942710E-07		
2.785156E-05	2.357880E-05	3.138683E-05	1.206104E-05
1.374114E-05	4.163625E-01	1.199055E-05	4.372879E-06
1.058278E-06	2.804621E-07		
2.944386E-05	5.552149E-06	5.040257E-06	1.114210E-05
3.656563E-06	1.199055E-05	4.167039E-01	1.433793E-06
1.285335E-06	2.514412E-07		
1.801343E-05	1.149100E-05	1.135633E-05	2.863820E-06
2.928278E-06	4.372879E-06	1.433793E-06	4.176976E-01
3.758891E-07	2.550652E-08		
7.991606E-06	2.055420E-07	2.603392E-06	-1.360118E-08
9.040691E-07	1.058278E-06	1.285335E-06	3.758891E-07
4.179375E-01	7.359647E-08		
9.341878E-08	1.092920E-06	1.481900E-06	9.113551E-07
7.942710E-07	2.804621E-07	2.514412E-07	2.550652E-08
7.359647E-08	4.179931E-01		

FREQUÊNCIAS NATURAIS W2 (rad/seg)

7.464235E+01

AUTOVETORES NORMALIZADOS X2

1.000000E+00	8.518314E-01	7.063659E-01	5.664774E-01
4.351459E-01	3.154126E-01	2.103619E-01	1.231223E-01
5.685538E-02	1.474786E-02		

FREQUÊNCIAS NATURAIS AJUSTADAS W Equação (III.25) (rad/seg)

7.464423E+01

AUTOVETORES AJUSTADOS X Equação (III.26)

1.000000E+00	8.518202E-01	7.063677E-01	5.664708E-01
4.351402E-01	3.154069E-01	2.103604E-01	1.231220E-01
5.685499E-02	1.474788E-02		

Funcao Erro Ekm = 1.652013E-04

Os resultados das duas condições analisadas acham-se
sumarizados nos gráficos da Figura V.2

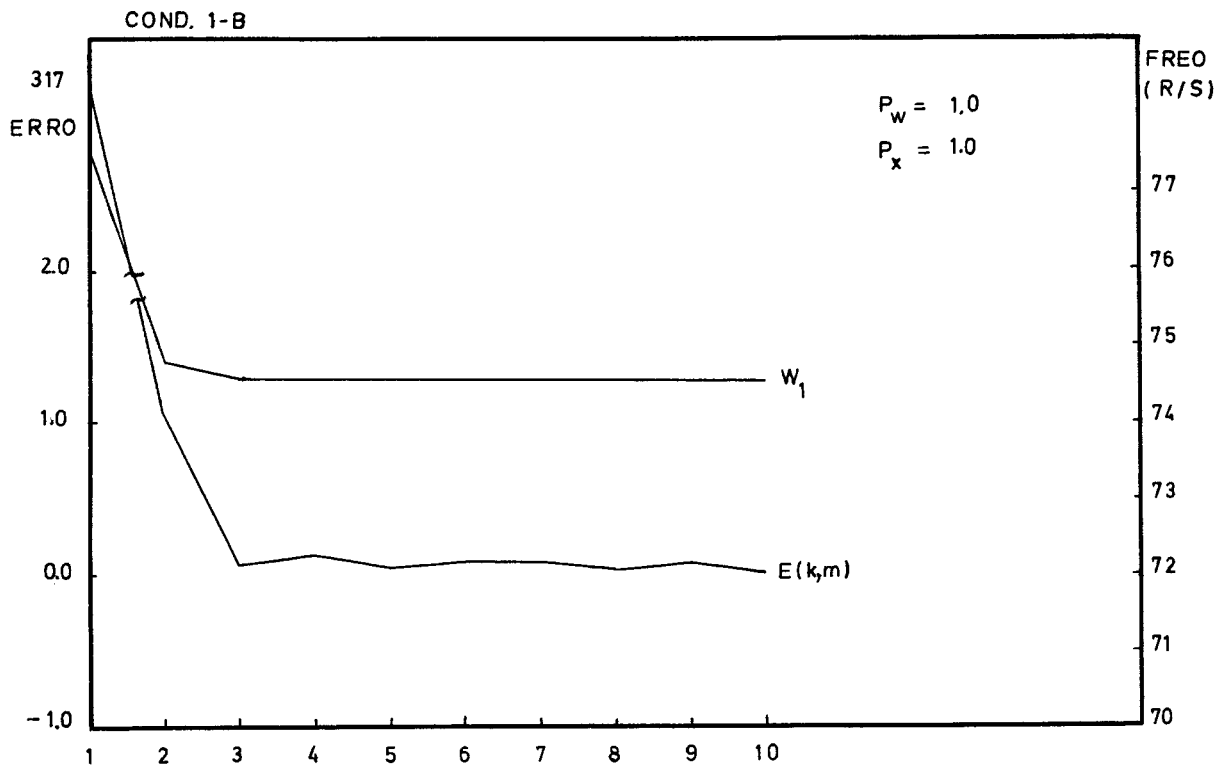
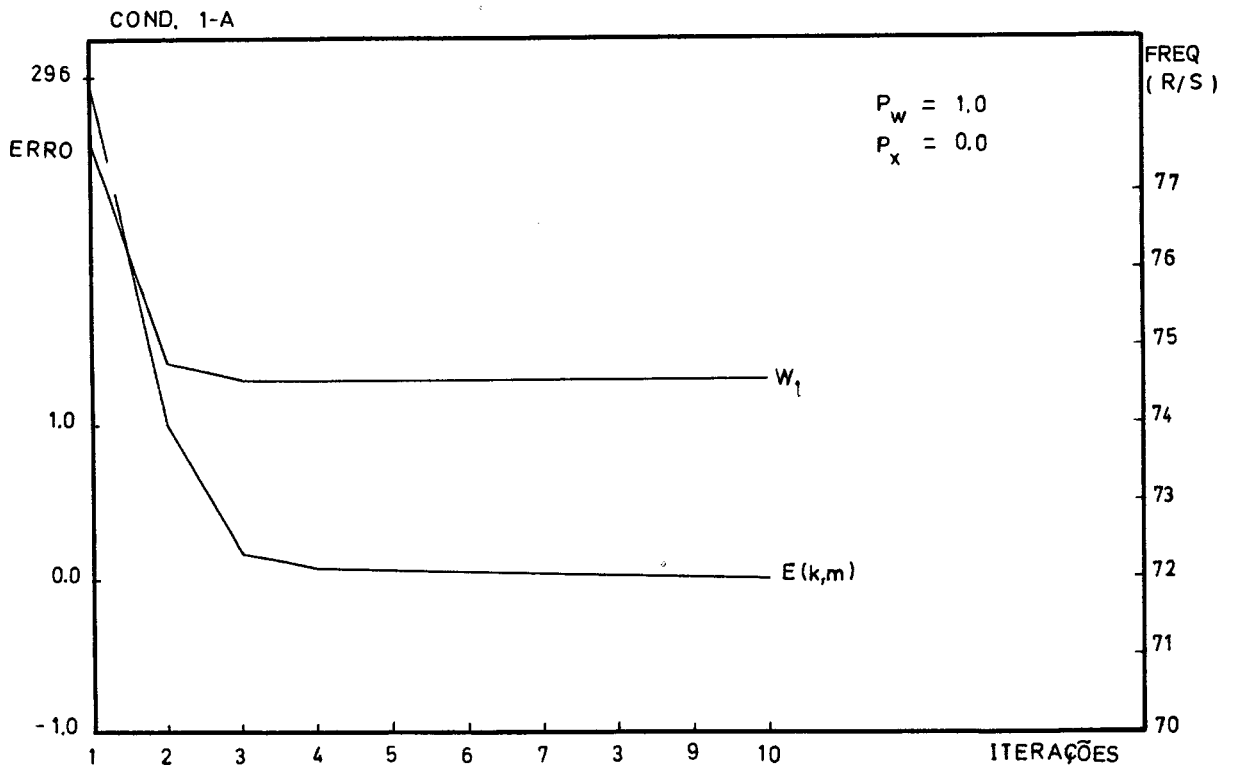


FIGURA - V.2 MODELO EM SECO 10 G.L.

V.2.1.2.- MODELO NA ÁGUA.

VALORES INICIAIS

MATRIZ DE MASSA BM1 (matriz diagonal)

7.579000E+00	4.180000E-01	4.180000E-01	9.322760E-01
9.322760E-01	9.322000E-01	9.322760E-01	09.32276E-01
9.322760E-01	9.322760E-01		

FREQUÊNCIAS NATURAIS MEDIDAS W1 (rad/seg)

7.301061E+01

AUTOVETORES MEDIDOS E NORMALIZADOS X1

1.000000E+00	8.516930E-01	7.065970E-01	5.662630E-01
4.349574E-01	3.152653E-01	2.102595E-01	1.230690E-01
5.682655E-02	1.474030E-02		

CONDIÇÃO 2 - A.

Não foram consideradas as sensibilidades dos modos

FREQUÊNCIAS NATURAIS CALCULADAS W2 (rad/seg)

7.612440E+01

AUTOVETORES CALCULADOS E NORMALIZADOS X2

1.000000E+00	8.525949E-01	7.078531E-01	5.685229E-01
4.374569E-01	3.176532E-01	2.122370E-01	1.244379E-01

5.755931E-02 1.495404E-02

FUNÇÃO ERRO E(k,m) = 3.505005E+02

VALORES AJUSTADOS (6a. Iteração)

MATRIZ DE RIGIDEZ BK

2.668550E+07	-6.052130E+07	4.290210E+07	-1.149560E+07
3.080230E+06	-8.253470E+05	2.211570E+05	-5.927910E+04
1.595980E+04	-4.559930E+03		
-6.052130E+07	1.639450E+08	-1.578210E+08	6.897350E+07
-1.848140E+07	4.952080E+06	-1.326940E+06	3.556740E+05
-9.575850E+04	2.735960E+04		
4.290210E+07	-1.578210E+08	2.329180E+08	-1.763020E+08
7.392560E+07	-1.980830E+07	5.307760E+06	-1.422700E+06
3.830340E+05	-1.094380E+05		
-1.149560E+07	6.897350E+07	-1.763020E+08	2.378700E+08
-1.776290E+08	7.428120E+07	-1.990410E+07	5.335120E+06
-1.436380E+06	4.103940E+05		
3.080230E+06	-1.848140E+07	7.392560E+07	-1.776290E+08
2.382260E+08	-1.777250E+08	7.430860E+07	-1.991780E+07
5.362480E+06	-1.532140E+06		
-8.253470E+05	4.952080E+06	-1.980830E+07	7.428120E+07
-1.777250E+08	2.382530E+08	-1.777390E+08	7.433600E+07
-2.001350E+07	5.718150E+06		
2.211570E+05	-1.326940E+06	5.307760E+06	-1.990410E+07
7.430860E+07	-1.777390E+08	2.382810E+08	-1.778350E+08
7.469160E+07	-2.134050E+07		
-5.927910E+04	3.556740E+05	-1.422700E+06	5.335120E+06

-1.991780E+07	7.433600E+07	-1.778350E+08	2.386360E+08
-1.791620E+08	7.964370E+07		
1.595970E+04	-9.575850E+04	3.830340E+05	-1.436380E+06
5.362480E+06	-2.001350E+07	7.469160E+07	-1.791620E+08
2.435880E+08	-1.976430E+08		
-4.559930E+03	2.735960E+04	-1.094380E+05	4.103940E+05
-1.532140E+06	5.718150E+06	-2.134050E+07	7.964370E+07
-1.976430E+08	3.125620E+08		

MATRIZ DE MASSA BM

7.579000E+00	4.435529E-01	5.418671E-09	2.198287E-10
7.863334E-11	5.782781E-12	1.889417E-12	-3.432385E-13
1.686856E-12	3.207422E-13		
4.435529E-01	4.180005E-01	2.623908E-09	8.787716E-10
1.154899E-12	7.699292E-11	2.441123E-12	4.343737E-11
2.562008E-10	8.069478E-14		
5.418671E-09	2.623908E-09	4.180000E-01	2.368258E-09
2.715810E-10	8.712998E-12	7.845180E-10	4.337557E-12
7.731937E-12	1.323636E-12		
2.198287E-10	8.787716E-10	2.368258E-09	9.322764E-01
5.934116E-12	2.980945E-12	1.267234E-12	1.355604E-10
8.612069E-12	2.889670E-11		
7.863334E-11	1.154899E-12	2.715810E-10	5.934116E-12
9.322760E-01	5.593178E-11	1.196668E-12	2.363350E-11
8.704152E-12	1.658300E-11		
5.782781E-12	7.699292E-11	8.712998E-12	2.980945E-12
5.593178E-11	9.322761E-01	1.511953E-11	3.327810E-13
1.751471E-10	1.430749E-11		
1.889417E-12	2.441123E-12	7.845180E-10	1.267234E-12

1.196668E-12	1.511953E-11	9.322760E-01	3.953354E-12
4.639458E-11	2.633933E-11		
-3.432385E-13	4.343737E-11	4.337557E-12	1.355604E-10
2.363350E-11	3.327810E-13	3.953354E-12	9.322760E-01
2.241198E-11	-1.925909E-14		
1.686856E-12	2.562008E-10	7.731937E-12	8.612069E-12
8.704152E-12	1.751471E-10	4.639458E-11	2.241198E-11
9.322760E-01	6.219324E-12		
3.207422E-13	8.069478E-14	1.323636E-12	2.889670E-11
1.658300E-11	1.430749E-11	2.633933E-11	-1.925909E-14
6.219324E-12	9.322760E-01		

FREQUÊNCIAS MATAIS W2 (rad/seg)

7.301094E+01

AUTOVETORES NORMALIZADOS X2

1.000000E+00	8.526882E-01	7.079709E-01	5.686153E-01
4.375077E-01	3.176663E-01	2.122266E-01	1.244198E-01
5.754536E-02	1.494902E-02		

FREQUÊNCIAS NATURAIS AJUSTADAS W Equação (III.25) (rad/seg)

7.301061E+01

AUTOVETORES AJUSTADOS X Equação (III.26)

1.000000E+00	8.526882E-01	7.079709E-01	5.686153E-01
4.375077E-01	3.176663E-01	2.122266E-01	1.244198E-01
5.754536E-02	1.494902E-02		

FUNÇÃO ERRO E_{km} = 4.993899E-06

CONDIÇÃO 2 - B.

VALORES INICIAIS

PESO DOS MODOS

1.000000E+00	1.000000E+00	1.000000E+00	1.000000E+00
1.000000E+00	1.000000E+00	1.000000E+00	1.000000E+00
1.000000E+00	1.000000E+00		

FREQUÊNCIAS NATURAIS MEDIDAS W1 (rad/seg)

7.301061E+01

AUTOVETORES MEDIDOS E NORMALIZADOS X1

1.000000E+00	8.516930E-01	7.065970E-01	5.662630E-01
4.349574E-01	3.152653E-01	2.102595E-01	1.230690E-01
5.682655E-02	1.474030E-02		

FREQUÊNCIAS NATURAIS CALCULADAS W2 (rad/seg)

7.612440E+01

AUTOVETORES NORMALIZADOS X2

1.000000E+00	8.525949E-01	7.078531E-01	5.685229E-01
4.374569E-01	3.176532E-01	2.122370E-01	1.244379E-01
5.755931E-02	1.495404E-02		

FUNÇÃO ERRO $E(k,m) = 3.540490E+02$

VALORES AJUSTADOS (5a. Iteração)

MATRIZ DE RIGIDEZ BK

2.668550E+07	-6.052130E+07	4.290210E+07	-1.149560E+07
3.080230E+06	-8.253470E+05	2.211570E+05	-5.927910E+04
1.595980E+04	-4.559930E+03		
-6.052130E+07	1.639450E+08	-1.578210E+08	6.897350E+07
-1.848140E+07	4.952080E+06	-1.326940E+06	3.556740E+05
-9.575850E+04	2.735960E+04		
4.290210E+07	-1.578210E+08	2.329180E+08	-1.763020E+08
7.392560E+07	-1.980830E+07	5.307760E+06	-1.422700E+06
3.830340E+05	-1.094380E+05		
-1.149560E+07	6.897350E+07	-1.763020E+08	2.378700E+08
-1.776290E+08	7.428120E+07	-1.990410E+07	5.335120E+06
-1.436380E+06	4.103940E+05		
3.080230E+06	-1.848140E+07	7.392560E+07	-1.776290E+08
2.382260E+08	-1.777250E+08	7.430860E+07	-1.991780E+07
5.362480E+06	-1.532140E+06		
-8.253470E+05	4.952080E+06	-1.980830E+07	7.428120E+07
-1.777250E+08	2.382530E+08	-1.777390E+08	7.433600E+07
-2.001350E+07	5.718150E+06		
2.211570E+05	-1.326940E+06	5.307760E+06	-1.990410E+07
7.430860E+07	-1.777390E+08	2.382810E+08	-1.778350E+08
7.469160E+07	-2.134050E+07		
-5.927910E+04	3.556740E+05	-1.422700E+06	5.335120E+06
-1.991780E+07	7.433600E+07	-1.778350E+08	2.386360E+08
-1.791620E+08	7.964370E+07		
1.595970E+04	-9.575850E+04	3.830340E+05	-1.436380E+06
5.362480E+06	-2.001350E+07	7.469160E+07	-1.791620E+08

2.435880E+08	-1.976430E+08		
-4.559930E+03	2.735960E+04	-1.094380E+05	4.103940E+05
-1.532140E+06	5.718150E+06	-2.134050E+07	7.964370E+07
-1.976430E+08	3.125620E+08		

MATRIZ DE MASSA BM

7.578797E+00	4.461055E-01	1.073866E-03	5.033985E-07
4.775166E-06	-1.815959E-06	3.077670E-07	-3.993613E-07
-4.815183E-07	-3.953805E-08		
4.461055E-01	4.119294E-01	-2.156087E-07	5.059910E-07
-1.273018E-03	5.873871E-07	6.406877E-06	2.654934E-07
1.073376E-07	4.690659E-08		
1.073866E-03	-2.156087E-07	4.166970E-01	5.761705E-07
-4.752589E-06	-1.864957E-06	-2.556265E-06	4.098536E-06
2.526738E-07	1.175313E-07		
5.033985E-07	5.059910E-07	5.761705E-07	9.327917E-01
-2.131394E-06	-1.373273E-06	3.004785E-06	2.511668E-06
-6.490318E-09	-3.109323E-08		
4.775166E-06	-1.273018E-03	-4.752589E-06	-2.131394E-06
9.358881E-01	-1.867339E-06	9.707026E-08	-6.980811E-07
-4.637217E-07	4.079387E-08		
-1.815959E-06	5.873871E-07	-1.864957E-06	-1.373273E-06
-1.867339E-06	9.349384E-01	-2.089352E-07	5.188824E-07
-4.393908E-08	8.202520E-09		
3.077670E-07	6.406877E-06	-2.556265E-06	3.004785E-06
9.707026E-08	-2.089352E-07	9.323579E-01	2.229593E-07
1.760743E-07	-2.393727E-08		
-3.993613E-07	2.654934E-07	4.098536E-06	2.511668E-06
-6.980811E-07	5.188824E-07	2.229593E-07	9.321001E-01

-2.817965E-08	8.339803E-08		
-4.815183E-07	1.073376E-07	2.526738E-07	-6.490318E-09
-4.637217E-07	-4.393908E-08	1.760743E-07	-2.817965E-08
9.322879E-01	-3.695003E-09		
-3.953805E-08	4.690659E-08	1.175313E-07	-3.109323E-08
4.079387E-08	8.202520E-09	-2.393727E-08	8.339803E-08
-3.695003E-09	9.322769E-01		

FREQUÊNCIAS NATURAIS ω_2 (rad/seg)

7.300878E+01

AUTOVETORES NORMALIZADOS X_2

1.000000E+00	8.526895E-01	7.079738E-01	5.686197E-01
4.375126E-01	3.176711E-01	2.122305E-01	1.244223E-01
5.754663E-02	1.494939E-02		

FREQUÊNCIAS NATURAIS AJUSTADAS ω Equação (III.25) (rad/seg)

7.301020E+01

AUTOVETORES AJUSTADOS X Equação (III.26)

1.000000E+00	8.526038E-01	7.080225E-01	5.685343E-01
4.375235E-01	3.176423E-01	2.122165E-01	1.244182E-01
5.753561E-02	1.494789E-02		

FUNÇÃO ERRO $E(k,m) = 3.693422E-05$

Na Figura V.3, é possível visualizar o comportamento da função erro para as diversas iterações.

Dos resultados numéricos obtidos nas quatro condições estudadas podem-se fazer os seguintes comentários:

- Modelo em seco e na água (casos A e B).
-

A frequência ajustada esta muito próxima da frequência medida, sendo que a função erro decresce bruscamente até a terceira iteração para depois tender ao valor mínimo de forma regular.

Nas duas condições do teste em seco, o ajuste é atingido na oitava iteração, enquanto que para o teste do modelo na água o ajuste é alcançado na sexta iteração para a condição A e na quinta iteração na condição B.

A matriz de rigidez permanece inalterada, enquanto que a matriz de massa se modifica após o ajuste, sendo interessante observar que a principal modificação ocorre fora da diagonal principal.

Uma outra observação importante é que o valor da frequência natural expandida pela série de Taylor, equação (III.25), coincide exatamente com o valor medido, ocorrendo o mesmo com as coordenadas do primeiro modo, equação (III.26).

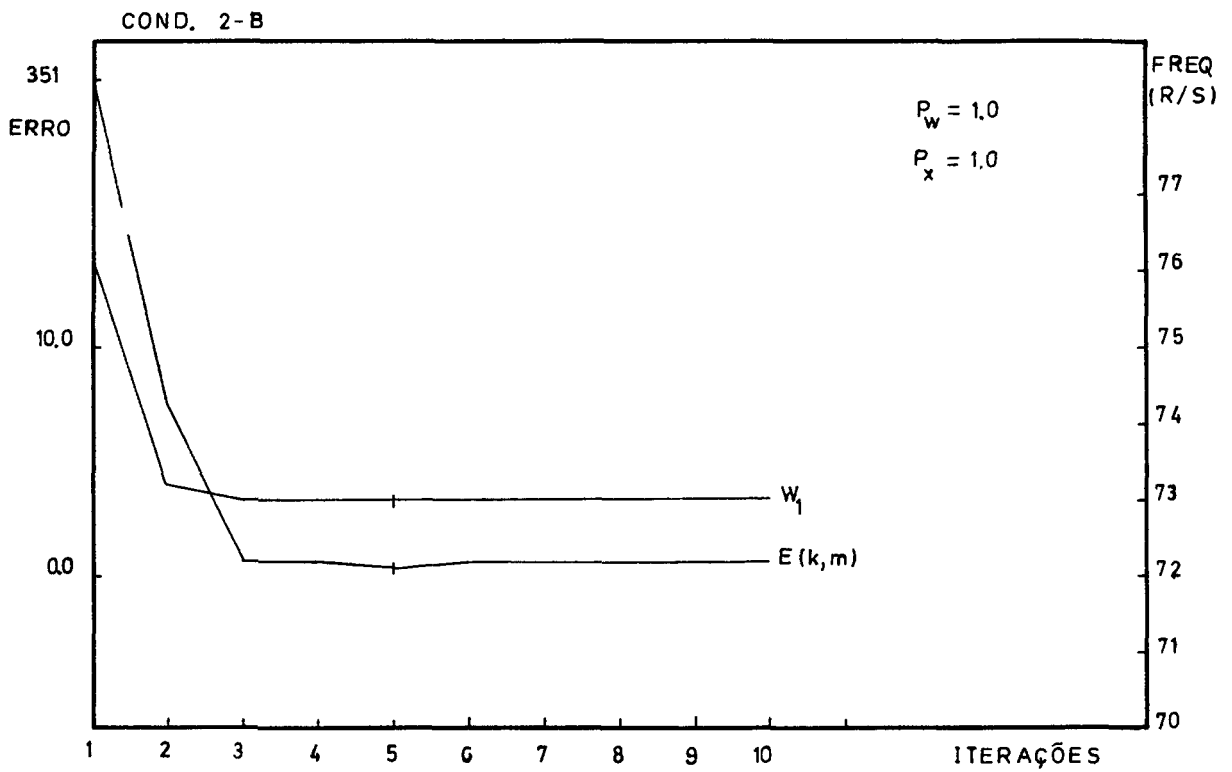
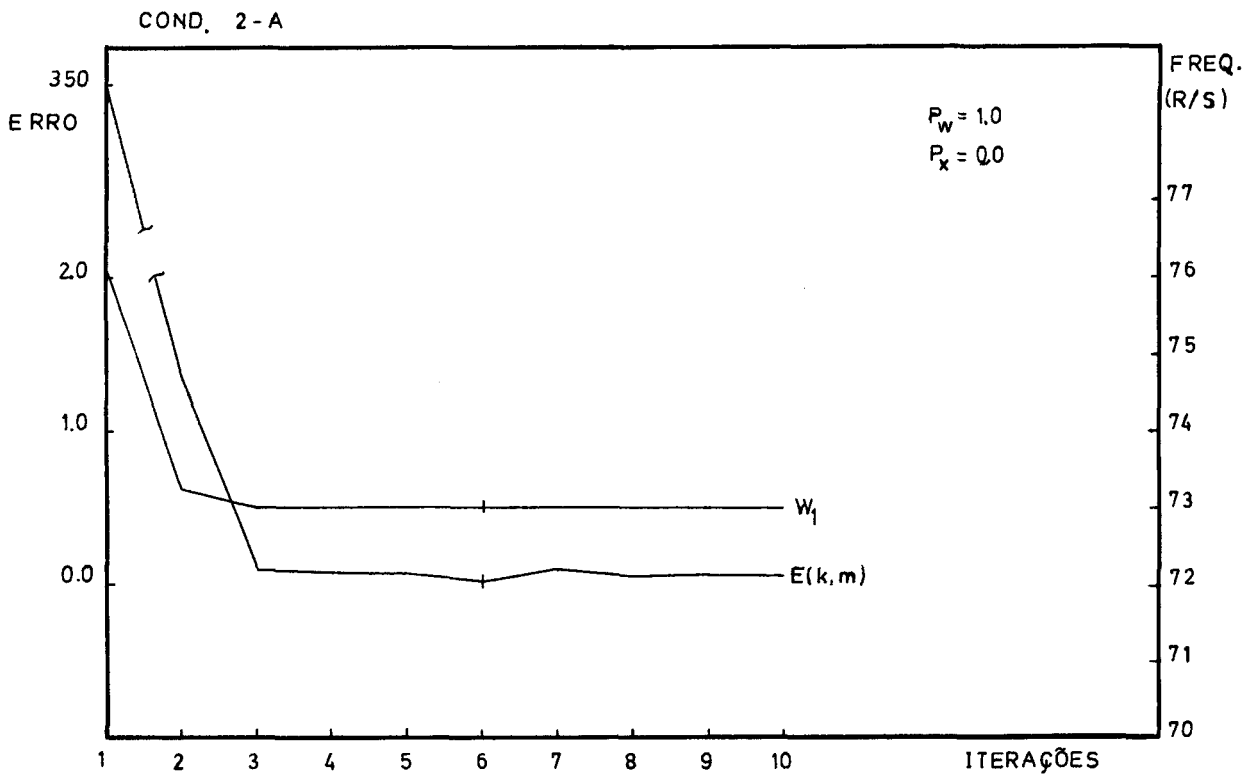


FIGURA. V-3 MODELO NA AGUA 10 G. L

V.2.2 MODELO COM 11 GRAUS DE LIBERDADE

Visando-se fazer uma estimativa do efeito do termo de inércia de massa rotacional foi feito o ajuste do modelo em sêco considerando-se: em primeiro lugar, a sensibilidade dos modos e, em segundo lugar, não considerando-se tal sensibilidade.

Para as duas condições os seguintes valores iniciais são comuns.

PESOS DAS RIGIDEZES $P_x(I,J) = 1.0$; $I,J = 1,2,\dots,11$

PESOS DAS MASSAS $P_m(I,I) = 1.0$; $I = 1,2,\dots,11$

$P_m(I,J) = 1000.0$; $I = 1,2,\dots,11$

$J = I+1,\dots,11$

PESO DAS FREQUENCIAS $P_w = 1.0$

PESO DOS MODOS $P_x(I,J) = 1.0$, $I = 1,2,\dots,11$, $J = 1$

MATRIZ DE RIGIDEZ $BK1$

3.125620E+08	-1.976430E+08	7.964370E+07	-2.134050E+07
5.718170E+06	-1.532220E+06	4.106970E+05	-1.105720E+05
3.159210E+04	-7.898030E+03	3.817380E+02	
-1.976430E+08	2.435880E+08	-1.791620E+08	7.469170E+07
-2.001360E+07	5.362760E+06	-1.437440E+06	3.870030E+05
-1.105720E+05	2.764310E+04	-1.336080E+03	
7.964370E+07	-1.791620E+08	2.386360E+08	-1.778350E+08
7.433620E+07	-1.991880E+07	5.339070E+06	-1.437440E+06
4.106970E+05	-1.026740E+05	4.962590E+03	

-2.134050E+07	7.469170E+07	-1.778350E+08	2.382810E+08
-1.777400E+08	7.431250E+07	-1.991880E+07	5.362760E+06
-1.532220E+06	3.830540E+05	-1.851430E+04	
5.718170E+06	-2.001360E+07	7.433620E+07	-1.777400E+08
2.382570E+08	-1.777400E+08	7.433620E+07	-2.001360E+07
5.718170E+06	-1.429540E+06	6.909460E+04	
-1.532220E+06	5.362760E+06	-1.991880E+07	7.431250E+07
-1.777400E+08	2.382810E+08	-1.778350E+08	7.469160E+07
-2.134050E+07	5.335120E+06	-2.578640E+05	
4.106970E+05	-1.437440E+06	5.339070E+06	-1.991880E+07
7.433620E+07	-1.778350E+08	2.386360E+08	-1.791620E+08
7.964370E+07	-1.991090E+07	9.623620E+05	
-1.105720E+05	3.870030E+05	-1.437440E+06	5.362760E+06
-2.001360E+07	7.469170E+07	-1.791620E+08	2.435880E+08
-1.976430E+08	7.430860E+07	-3.591580E+06	
3.159210E+04	-1.105720E+05	4.106970E+05	-1.532220E+06
5.718170E+06	-2.134050E+07	7.964370E+07	-1.976430E+08
3.125620E+08	-1.777320E+08	1.340400E+07	
-7.898030E+03	2.764310E+04	-1.026740E+05	3.830540E+05
-1.429540E+06	5.335120E+06	-1.991090E+07	7.430860E+07
-1.777320E+08	1.191270E+08	-1.057140E+07	
3.817380E+02	-1.336080E+03	4.962590E+03	-1.851430E+04
6.909460E+04	-2.578640E+05	9.623620E+05	-3.591580E+06
1.340400E+07	-1.057140E+07	1.208920E+06	

MATRIZ DE MASSA BM1 (matriz diagonal)

4.180000E-01	4.180000E-01	4.180000E-01	4.180000E-01
4.180000E-01	4.180000E-01	4.180000E-01	4.180000E-01
4.180000E-01	7.579000E+00	2.534500E-02	

FREQÜÊNCIAS NATURAIS MEDIDAS ω_1 (rad/seg)

7.464424E+01

AUTOVETORES MEDIDOS E NORMALIZADOS X_1

1.472180E-02	5.675670E-02	1.229110E-01	2.110000E-01
3.148700E-01	4.343790E-01	5.654520E-01	7.050710E-01
8.503090E-01	1.000000E+00	1.024180E+00	

CONDIÇÃO 3 - A.

A sensibilidade dos modos foi considerada

FREQÜÊNCIAS NATURAIS CALCULADAS ω_2 (rad/seg)

7.655825E+01

AUTOVETORES CALCULADOS E NORMALIZADOS X_2

1.481204E-02	5.707861E-02	1.235490E-01	2.109865E-01
3.161801E-01	4.359567E-01	5.672004E-01	7.068765E-01
8.520702E-01	1.000000E+00	1.023466E+00	

FUNÇÃO ERRO $E(k,m) = 7.585880E+01$

VALORES AJUSTADOS (6a.Iteração)

MATRIZ DE RIGIDEZ BK

3.125620E+08	-1.976430E+08	7.964370E+07	-2.134050E+07
5.718170E+06	-1.532220E+06	4.106970E+05	-1.105720E+05

3.159210E+04	-7.898030E+03	3.817380E+02	
-1.976430E+08	2.435880E+08	-1.791620E+08	7.469170E+07
-2.001360E+07	5.362760E+06	-1.437440E+06	3.870030E+05
-1.105720E+05	2.764310E+04	-1.336080E+03	
7.964370E+07	-1.791620E+08	2.386360E+08	-1.778350E+08
7.433620E+07	-1.991880E+07	5.339070E+06	-1.437440E+06
4.106970E+05	-1.026740E+05	4.962590E+03	
-2.134050E+07	7.469170E+07	-1.778350E+08	2.382810E+08
-1.777400E+08	7.431250E+07	-1.991880E+07	5.362760E+06
-1.532220E+06	3.830540E+05	-1.851430E+04	
5.718170E+06	-2.001360E+07	7.433620E+07	-1.777400E+08
2.382570E+08	-1.777400E+08	7.433620E+07	-2.001360E+07
5.718170E+06	-1.429540E+06	6.909460E+04	
-1.532220E+06	5.362760E+06	-1.991880E+07	7.431250E+07
-1.777400E+08	2.382810E+08	-1.778350E+08	7.469160E+07
-2.134050E+07	5.335120E+06	-2.578640E+05	
4.106970E+05	-1.437440E+06	5.339070E+06	-1.991880E+07
7.433620E+07	-1.778350E+08	2.386360E+08	-1.791620E+08
7.964370E+07	-1.991090E+07	9.623620E+05	
-1.105720E+05	3.870030E+05	-1.437440E+06	5.362760E+06
-2.001360E+07	7.469170E+07	-1.791620E+08	2.435880E+08
-1.976430E+08	7.430860E+07	-3.591580E+06	
3.159210E+04	-1.105720E+05	4.106970E+05	-1.532220E+06
5.718170E+06	-2.134050E+07	7.964370E+07	-1.976430E+08
3.125620E+08	-1.777320E+08	1.340400E+07	
-7.898030E+03	2.764310E+04	-1.026740E+05	3.830540E+05
-1.429540E+06	5.335120E+06	-1.991090E+07	7.430860E+07
-1.777320E+08	1.191270E+08	-1.057140E+07	
3.817380E+02	-1.336080E+03	4.962590E+03	-1.851430E+04

6.909460E+04	-2.578640E+05	9.623620E+05	-3.591580E+06
1.340400E+07	-1.057140E+07	1.208920E+06	

MATRIZ DE MASSA BM

4.180116E-01	5.402164E-09	6.554950E-09	5.249347E-08
2.153565E-07	3.711193E-08	3.038290E-08	2.610382E-07
1.589783E-07	1.551479E-07	6.191782E-08	
5.402164E-09	4.180744E-01	7.912483E-08	3.432571E-07
1.722678E-07	1.230899E-07	7.656606E-08	4.381451E-07
1.836287E-07	4.111980E-07	5.584267E-07	
6.554950E-09	7.912483E-08	4.183798E-01	3.092041E-07
2.803549E-07	2.593242E-07	1.291609E-06	1.200909E-06
2.419042E-06	2.220700E-07	1.992245E-06	
5.249347E-08	3.432571E-07	3.092041E-07	4.174344E-01
8.798627E-07	7.237705E-07	1.714160E-06	3.334850E-07
1.961713E-06	1.750178E-06	1.720555E-06	
2.153565E-07	1.722678E-07	2.803549E-07	8.798627E-07
4.182045E-01	3.767998E-07	1.970919E-07	8.673244E-07
2.841748E-06	1.012242E-05	3.563315E-06	
3.711193E-08	1.230899E-07	2.593242E-07	7.237705E-07
3.767998E-07	4.229085E-01	1.990754E-06	3.178707E-06
5.528533E-06	3.243752E-05	4.157158E-06	
3.038290E-08	7.656606E-08	1.291609E-06	1.714160E-06
1.970919E-07	1.990754E-06	4.100550E-01	-9.115420E-07
6.040570E-06	2.403595E-03	1.389923E-05	
2.610382E-07	4.381451E-07	1.200909E-06	3.334850E-07
8.673244E-07	3.178707E-06	-9.115420E-07	4.254493E-01
6.140314E-06	3.894830E-06	9.784511E-07	
1.589783E-07	1.836287E-07	2.419042E-06	1.961713E-06

2.841748E-06	5.528533E-06	6.040570E-06	6.140314E-06
4.369070E-01	6.591126E-03	2.675908E-03	
1.551479E-07	4.111980E-07	2.220700E-07	1.750178E-06
1.012242E-05	3.243752E-05	2.403595E-03	3.894830E-06
6.591126E-03	7.583633E+00	1.841775E-01	
6.191782E-08	5.584267E-07	1.992245E-06	1.720555E-06
3.563315E-06	4.157158E-06	1.389923E-05	9.784511E-07
2.675908E-03	1.841775E-01	3.231766E-02	

FREQUÊNCIAS NATURAIS W2 (rad/seg)

7.463634E+01

AUTOVETORES NORMALIZADOS X2

1.470171E-02	5.668770E-02	1.227828E-01	2.098246E-01
3.146762E-01	4.342360E-01	5.654577E-01	7.053726E-01
8.511268E-01	1.000000E+00	1.031437E+00	

FREQUÊNCIAS NATURAIS AJUSTADAS W Equação (III.25) (rad/seg)

7.464346E+01

AUTOVETORES AJUSTADOS X Equação (III.26)

1.470684E-02	5.669401E-02	1.228039E-01	2.098208E-01
3.147123E-01	4.342236E-01	5.651915E-01	7.052601E-01
8.509688E-01	1.000000E+00	1.031561E+00	

FUNÇÃO ERRO E(k,m) = 1.244198E-02

CONDIÇÃO 3 - B.

Sensibilidade dos modos nula.

FREQÜÊNCIAS NATURAIS CALCULADAS W2 (rad/seg)

7.655825E+01

AUTOVETORES CALCULADOS E NORMALIZADOS X2

1.481204E-02	5.707861E-02	1.235490E-01	2.109865E-01
3.161801E-01	4.359567E-01	5.672004E-01	7.068765E-01
8.520702E-01	1.000000E+00	1.023466E+00	

FUNÇÃO ERRO E(k,m) = 8.420705E+01

VALORES AJUSTADOS (7a. Iteração)

MATRIZ DE RIGIDEZ BK

3.125620E+08	-1.976430E+08	7.964370E+07	-2.134050E+07
5.718170E+06	-1.532220E+06	4.106970E+05	-1.105720E+05
3.159210E+04	-7.898030E+03	3.817380E+02	
-1.976430E+08	2.435880E+08	-1.791620E+08	7.469170E+07
-2.001360E+07	5.362760E+06	-1.437440E+06	3.870030E+05
-1.105720E+05	2.764310E+04	-1.336080E+03	
7.964370E+07	-1.791620E+08	2.386360E+08	-1.778350E+08
7.433620E+07	-1.991880E+07	5.339070E+06	-1.437440E+06
4.106970E+05	-1.026740E+05	4.962590E+03	
-2.134050E+07	7.469170E+07	-1.778350E+08	2.382810E+08
-1.777400E+08	7.431250E+07	-1.991880E+07	5.362760E+06

-1.532220E+06	3.830540E+05	-1.851430E+04	
5.718170E+06	-2.001360E+07	7.433620E+07	-1.777400E+08
2.382570E+08	-1.777400E+08	7.433620E+07	-2.001360E+07
5.718170E+06	-1.429540E+06	6.909460E+04	
-1.532220E+06	5.362760E+06	-1.991880E+07	7.431250E+07
-1.777400E+08	2.382810E+08	-1.778350E+08	7.469160E+07
-2.134050E+07	5.335120E+06	-2.578640E+05	
4.106970E+05	-1.437440E+06	5.339070E+06	-1.991880E+07
7.433620E+07	-1.778350E+08	2.386360E+08	-1.791620E+08
7.964370E+07	-1.991090E+07	9.623620E+05	
-1.105720E+05	3.870030E+05	-1.437440E+06	5.362760E+06
-2.001360E+07	7.469170E+07	-1.791620E+08	2.435880E+08
-1.976430E+08	7.430860E+07	-3.591580E+06	
3.159210E+04	-1.105720E+05	4.106970E+05	-1.532220E+06
5.718170E+06	-2.134050E+07	7.964370E+07	-1.976430E+08
3.125620E+08	-1.777320E+08	1.340400E+07	
-7.898030E+03	2.764310E+04	-1.026740E+05	3.830540E+05
-1.429540E+06	5.335120E+06	-1.991090E+07	7.430860E+07
-1.777320E+08	1.191270E+08	-1.057140E+07	
3.817380E+02	-1.336080E+03	4.962590E+03	-1.851430E+04
6.909460E+04	-2.578640E+05	9.623620E+05	-3.591580E+06
1.340400E+07	-1.057140E+07	1.208920E+06	

MATRIZ DE MASSA BM

4.180000E-01	7.095811E-15	1.526161E-13	1.104612E-14
-5.058758E-14	-1.180635E-14	1.049189E-12	2.489742E-12
1.183733E-13	-1.799807E-13	7.331150E-13	
7.095811E-15	4.180000E-01	1.485808E-11	-8.730341E-14
7.226210E-11	3.604719E-14	2.735521E-12	1.871325E-12

5.763159E-11	7.587252E-12	1.935588E-13	
1.526161E-13	1.485808E-11	4.180000E-01	8.646989E-11
2.963526E-12	1.625612E-12	7.531309E-12	8.802870E-12
1.468046E-10	3.123950E-10	4.963249E-14	
1.104612E-14	-8.730341E-14	8.646989E-11	4.180000E-01
7.771801E-12	1.120294E-11	3.716695E-10	-1.497497E-12
2.563494E-11	8.309943E-12	-1.224077E-12	
-5.058758E-14	7.226210E-11	2.963526E-12	7.771801E-12
4.180001E-01	1.806714E-11	5.752653E-10	1.463293E-11
-1.094271E-12	2.859123E-12	6.273221E-10	
-1.180635E-14	3.604719E-14	1.625612E-12	1.120294E-11
1.806714E-11	4.180001E-01	8.740777E-10	2.742648E-11
4.811154E-11	3.374040E-11	6.819530E-11	
1.049189E-12	2.735521E-12	7.531309E-12	3.716695E-10
5.752653E-10	8.740777E-10	4.180001E-01	2.242642E-12
1.809847E-11	-2.716454E-12	1.194055E-10	
2.489742E-12	1.871325E-12	8.802870E-12	-1.497497E-12
1.463293E-11	2.742648E-11	2.242642E-12	4.179999E-01
1.328934E-11	-2.152076E-12	2.229715E-09	
1.183733E-13	5.763159E-11	1.468046E-10	2.563494E-11
-1.094271E-12	4.811154E-11	1.809847E-11	1.328934E-11
4.180004E-01	3.595537E-11	3.069055E-11	
-1.799807E-13	7.587252E-12	3.123950E-10	8.309943E-12
2.859123E-12	3.374040E-11	-2.716454E-12	-2.152076E-12
3.595537E-11	7.579000E+00	2.107508E-01	
7.331150E-13	1.935588E-13	4.963249E-14	-1.224077E-12
6.273221E-10	6.819530E-11	1.194055E-10	2.229715E-09
3.069055E-11	2.107508E-01	2.534505E-02	

FREQUÊNCIAS NATURAIS W2 (rad/seg)

7.464360E+01

AUTOVETORES NORMALIZADOS X2

1.468809E-02	5.663920E-02	1.226874E-01	2.096800E-01
3.144893E-01	4.340229E-01	5.652429E-01	7.051883E-01
8.510132E-01	1.000000E+00	1.032361E+00	

FREQUÊNCIAS NATURAIS AJUSTADAS W Equação (III.25) (rad/seg)

7.464424E+01

AUTOVETORES AJUSTADOS X Equação (III.26)

1.468809E-02	5.663920E-02	1.226874E-01	2.096800E-01
3.144893E-01	4.340229E-01	5.652429E-01	7.051883E-01
8.510132E-01	1.000000E+00	1.032361E+00	

Funcao Erro Ekm = 1.078921E-05

São mostrados na Figura (V.4) os gráficos da função erro e as curvas de frequências naturais para as duas condições analisadas. Pode-se observar que o comportamento da curva, tanto da função erro quanto da frequência é similar ao caso com 10 graus de liberdade, embora, o ajuste tenha sido alcançado na sexta e na sétima iteração para as condições 3-A e 3-B, respectivamente.

A matriz de rigidez não se alterou, enquanto que a matriz de massa variou nos termos fora da diagonal principal.

Uma outra importante observação é o fato da diagonal da matriz de massa modificar-se em todos os casos (10 e 11 graus de liberdade) em que foram levadas em consideração as sensibilidades dos modos no ajuste do modelo.

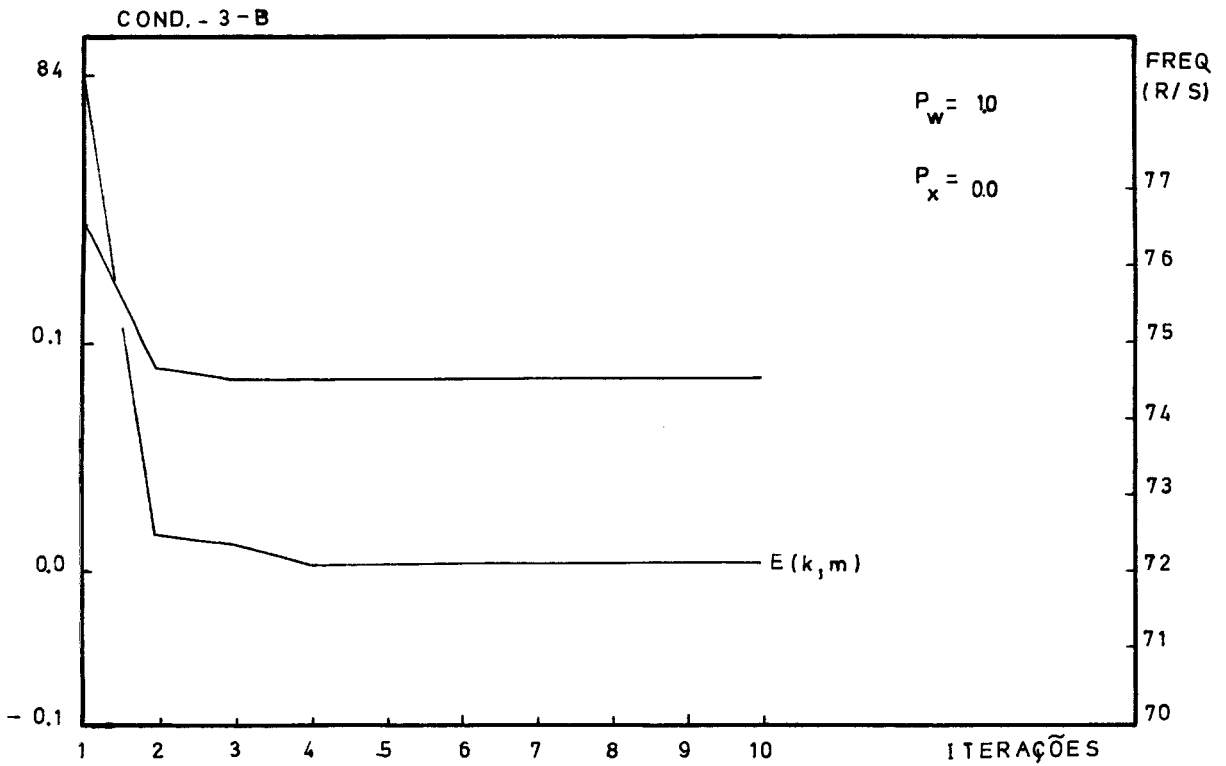
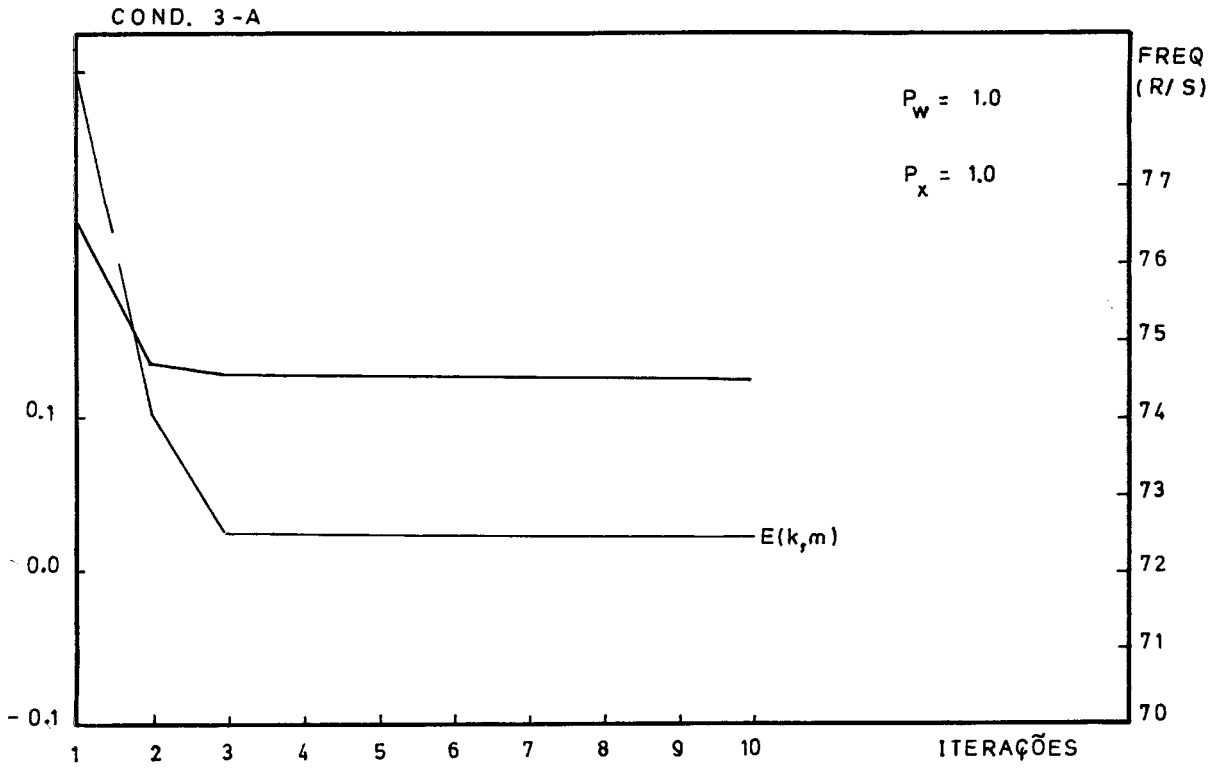


FIGURA V-4 FUNCAO ERRO - MODELO COM 11 G.L.

VI.- CONCLUSÕES E SUGESTÕES FINAIS.

VI.1.- CONCLUSÕES REFERENTES AOS EXEMPLOS DA TESE.

Os resultados numéricos obtidos através do método estudado apresentaram uma boa aproximação no ajuste da frequência natural em todos os casos e condições analisadas.

Viu-se através dos diversos resultados do programa que a convergência da função erro varia fundamentalmente com os valores assumidos dos pesos e as variáveis em questão. A precisão dos valores obtidos no caso do exemplo com 3 graus de liberdade foi melhor na condição 2-B na qual o peso da primeira frequência foi igual a 1000. Isto quer dizer que quanto maior seja o peso (confiança) do parâmetro considerado, tanto melhor será o ajuste deste parâmetro, embora o comportamento da função erro seja instável passando por mínimos e máximos locais.

No caso dos exemplos com 10 e 11 graus de liberdade, pelo fato do ajuste só ter sido feito para a primeira frequência natural, a função erro teve um melhor comportamento e o ajuste foi melhor que no exemplo com 3 graus de liberdade. Embora

o algoritmo tenha dado bons resultados para os exemplos estudados, fica ainda por aperfeiçoar o método no que se refere ao armazenamento de matrizes e técnicas de resolução de sistema de equações. Isto sem dúvida contribuirá para fazer com que o método seja aplicável a sistemas de maior porte.

VI.2.- SUGESTÕES PARA APLICAÇÃO DO MIBP A ESTRUTURAS COMPLEXAS.

Na prática é comum trabalhar com sistemas estruturais de grande complexidade e a aplicação do MIBP da forma como foi exposta nesta tese torna excessivo o trabalho computacional, sendo então necessário introduzir uma série de modificações e simplificações como as sugeridas a seguir:

1.- Ajuste de um número reduzido de frequências e de modos de vibração.

Em uma estrutura, como é o caso de plataformas offshore, as frequências e modos de interesse são normalmente as de baixa ordem. Assim, o ajuste pode ser feito considerando-se só as frequências e modos fundamentais. No caso do modelo estudado na tese, foi ajustado apenas a primeira frequência.

2.- Conservação da banda da matriz de rigidez e de massa.

Uma outra maneira de reduzir o número de equações é impor que as matrizes de rigidez e de massa conservem a mesma

banda após o ajuste. Fisicamente isto quer dizer que o ajuste não impõe ligações fictícias entre dois graus de liberdade que não têm uma ligação direta entre si (um elemento finito). Neste caso, se B é a largura da semi-banda de K (a largura da banda será $2B + 1$), e o número de equações a ser resolvidas será $n \cdot (B + 2)$. No caso da matriz de massa, pode-se permitir que mude a sua característica de diagonal, mas observando-se o problema de ligações fictícias.

3.- Número reduzido de graus de liberdade.

As frequências fundamentais de uma plataforma não são igualmente sensíveis para variações de rigidez e de massa em todos os pontos da estrutura. Por exemplo, um aumento de massa no convés provoca uma redução muito maior nas frequências fundamentais do que se o aumento tivesse ocorrido nas mesas inferiores da jaqueta. O aumento de rigidez tem efeito contrário. Então, para fins de aplicação, não é necessário que o modelo matemático descreva com a mesma precisão todas as partes da estrutura, pois o modelo preliminar já tem precisão suficiente. Assim o ajuste pode ser feito apenas para graus de liberdade selecionados. Formalmente isto equivale a arbitrar pesos infinitos para os parâmetros dos graus de liberdade deixados sem ajuste.

VII.- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) TURNER, M.J., "Design of Minimum Mass Structures With Specified Natural Frequencies", AIAA Journal, pp. 406-412, March 1967.
- (2) TAYLOR, J.E., "Minimum Mass Bar for Axial Vibration at Specified Natural Frequency", AIAA Journal, pp. 1911-1913, October 1967.
- (3) ARMAND, J.L., "Minimum Mass Design of a Plate-Like Structure for Specified Fundamental Frequency", AIAA Journal, Vol. 9, pp. 1739 - 1745, September 1971.
- (4) SARGHAMEE, M.S., "Optimum Frequency of Structures", AIAA Journal, pp. 749-750, April 1968
- (5) FOX, R.L and KAPOOR, M.P., "Rates of Changes of Eigenvalues and Eigenvectors", AIAA Journal, Vol.6, No.12, pp 2426-2429, December 1968.
- (6) RUBIN, Charles P. "Minimum Weight Design of Complex Structures Subject to a Frequency Constraint", AIAA Journal, Vol.8, No.5, pp. 923-927. May 1970.
- (7) POMAZAL, R. J. and SNYDER, V. W., "Local Modification of Damped Linear Systems", AIAA Journal, Vol.9 No.7, pp 2216-2221, November 1971.
- (8) AYRES, F.Jr, "Matrices", McGraw - Hill, 1971.
- (9) HALLQUIST, Jhonn and SNYDER, Wirgil., "Synthesis of two Vibratory Systems Using Eigenvalue Modification", AIAA Jour-

- nal Vol.11, No.2, pp. 247-249. February 1973.
- (10) HORNBECK, Robert W., "Numerical Methods", Prentice - Hall, Inc., Engle. Wood Chiffs, New Jersey - 1975.
 - (11) STETSON, Karl A., "Perturbation Method of Structural Design Relevan to Holographic Vibration Analysis"., AIAA Journal Vol.13, No.4, pp 457-459, April 1975.
 - (12) STETSON, Karl A., "Inverction of First Order Perturbation Theory and Its Aplication to Structural Design", AIAA Journal, Vol.14, No.4, pp 454-460, April 1976.
 - (13) CHEN, J. C. and WADA, B. K., "Criteria for Analysis -Test Correlation of Structural Dynamics Systems "., Journal of Aplied Mechanics, Vol. 42, pp. 471-477, June 1975.
 - (14) IBANES. P. "Review of Analytical and Experimental Techni-ques for Improving Structural Dynamics Model". Wed. Res. Counc. Bull. 249, January 1979.
 - (15) SANDSTROM. R. E., "Modal Perturbation Method for Marine Estrutures", S.N.A.M.E. Transaction, Vol. 90, pp. 41-54 1982.
 - (16) MEIROVITCH. L., "Analytical Methods in Vibrations", The Macmillan Company, New York, 1967.
 - (17) MEIROVITCH. L., "Element of Vibration Analysis", by McGraw Hill, 1975.
 - (18) BATHE and WILSON., "Numerical Methods in Finite Element Analysis", Prentice-Hall, Inc, New Jersey., 1976
 - (19) BERMAN. A and FLANNELLY, W., "Theory of Incomplete Models of Dynamics Structures", AIAA Journal, Vol.9, No. ,pp. 1481-1487, August 1971.
 - (20) IBANES. P., "Identification of Dynamic Parameter of Linear and Non-Linear Structural Models from Experimental

- Data" Nuclear Engineering and Design., pp. 30-41, 25 (1973).
- (21) CHEN. J. C. and WADA.B. K., "Matrix Perturbation for Structural Dynamics Analysis", AIAA Journal, Vol. 15, No.8, pp. 1095 - 1100, August 1977.
- (22) RAGGETT. J. D., "Time Damain Analysis of Structural Motions"., Meeting Preprint 2209, ASCE. Nat. Struc. Engr. Meetings. Cincinnati, Ohio. April 1974.
- (23) DEL VECCHIO. Cesar J. M., "Monitiração Estrutural de Plataformas Offshore", CENPES-444, Rio Novembro 1983.
- (24) CURTIS. J.Hoff and BERMITAS. M.Michael, "Dynamic Redesign of Marine Structures", Journal Ship Research Vol.29, No.4, pp. 285-295, December 1985.
- (25) ROGET. L. C., "Derivatives of Eigenvalues and Eigenvectors AIAA - Journal, Vol 8, No.5, pp. 943-944, May 1980.
- (26) PLAUT. R. H., "Derivatives of Eigenvalues and Eigenvectors in Nonsself-adjunt Systems" AIAA Journal, Vol 11, No. 2, pp. 250-251, February 1983.
- (27) PIEDRAS LOPES. Tiago A. et all., "Plataform Instrumentation Technique and Aplications", International Symposium on Offshore Engineering., Brazil September 1983.
- (28) WHITE. R. G., "Evaluation of the Dynamic Characteristics of Structures by Transient Testing". Journal of Sound Vib. 15(2), 147 - 161, 1971.
- (29) KANDIANIS. F., "Frequency Response of Structures and the Efect of noise on its Estimates from the transient Response", Journal of Sound Vib. 15(2), 203 - 215, 1971.
- (30) DOVE, R. C., Adams., - " Experimental Stress Analysis and Motion Measurements "., Prentice - Hall India 1965.

(31) WILSON, E.L., "SMIS - Symbolic Matrix Interpretive System"

Department of Civil Engineering, University of California., Berkeley, January, 1973.

APÊNDICE A

IMPLANTAÇÃO DO PROGRAMA MIBP EM COMPUTADOR

A.1.- DESCRIÇÃO GERAL

Baseado no método apresentado e desenvolvido no CAPÍTULO III, foi elaborado um programa de computador. A automa-
tização da técnica servirá sem dúvida para a resolução de pro-
blemas que poderiam se dar na prática, assim como servir para
aclarar detalhes vantajosos e mostrar quais os pontos que neces-
sitam ser ainda aperfeiçoados. O objetivo não foi obter um pro-
grama para otimizar ao máximo todas as etapas de resolução do
problema; entretanto um entendimento da programação facilitará
a aplicação da técnica a estruturas de grande complexidade. Os
resultados obtidos e as comparações estabelecidas só foram
possíveis através da utilização do computador, comprovando-se as
idéias iniciais sobre as vantagens e desvantagens do método.

O programa tal como está na sua atual versão, ficou limitado a resolver problemas estruturais relativamente pequenos pelo fato de que o tipo de armazenamento das matrizes de rigidez e de massa foi feito considerando que estas matrizes são cheias. Pode-se modificar facilmente a programação atual para trabalhar com os coeficientes armazenados vetorialmente. Ter-se-ia então, uma utilização mais eficiente da memória computacional ao se trabalhar com sistemas com grande número de graus de liberdade.

O programa chamado MIBP foi desenvolvido em linguagem FORTRAN 77 para microcomputador e implantado no Centro de Processamento de Dados do Laboratório de Estruturas Navais da COPPE/UFRJ. A adaptação a outro tipo de computador poderá exigir apenas pequenas modificações.

Nos computadores utilizados, cada número real é representado através de 4 bytes em precisão simples e 8 em dupla precisão. As características do equipamento utilizado são fornecidas nos manuais da SCOPUS (31) e da HEWLETT PACKARD (32).

Nos microcomputadores o número real pode ser representado através da combinação de números inteiros, por exemplo:

- 1) Dois bytes destinados ao expoente e dois bytes destinados à mantissa.
- 2) Através de números racionais: 2 bytes destinados ao numerador e 2 bytes destinados ao denominador.

Um maior ou menor número de bytes deverão ser reser-

vados aos números reais de acordo com a precisão requerida. Quanto menor for o número de bytes requerido para a representação, tanto maior será a quantidade de dados que poderão ser colocados na memória central do microcomputador.

O fato do programa "MIBP" ter sido implantado em microcomputador facilita enormemente o acesso do usuário, além do que no futuro espera-se poder fazer uma interação com outros programas estruturais implantados em microcomputador ou na sua fase de implantação. Na sua versão atual, este programa funciona independentemente e por ser o seu objetivo a resolução do problema de autovalores e autovetores, é necessário que as matrizes de rigidez e de massa sejam fornecidas como dados de entrada. Estas matrizes (no caso de nosso modelo físico), foram calculadas utilizando o programa estrutural SMIS (31). Outros dados que precisam ser fornecidos como entrada são os valores das frequências e modos naturais de vibração do sistema. Estes dados foram obtidos (no caso da frequência natural) das medições efetuadas diretamente do modelo; o valor dos modos foi calculado pelo SMIS.

O programa trabalha iterativamente ajustando as frequências e modos calculados a seus correspondentes valores medidos, ao mesmo tempo que minimiza a função erro que é função dos parâmetros da estrutura.

A.2.- VARIÁVEIS UTILIZADAS NO PROGRAMA PRINCIPAL

- Variáveis de entrada (leitura)

N = número de graus de liberdade do sistema
NF = número de frequências que se deseja calcular
NU = número de frequências para as quais será feito o ajuste
NC = número da coordenada do autovetor até a qual será feito o ajuste

BK1(N,N) = matriz de rigidez do sistema
BM1(N,N) = matriz de massa do sistema
W1 (NF) = matriz das frequências naturais medidas
X1(NC,NU) = matriz dos autovetores normalizados medidos

- Variáveis de trabalho

V(N,N) = matriz modal calculada por Jacobi
W2(N) = frequências calculadas por Jacobi
X2(NC,NU) = matriz dos autovetores calculados e normalizados
DK(N,N) = Variação dos elementos da matriz de rigidez
DM(N,N) = Variação dos elementos da matriz de massa

- Variáveis de saída

W(NU) = frequências ajustadas
X(NC,NU) = autovetores ajustados e normalizados
ERRO = Função erro minimizada
BK1(N,N) = matriz de rigidez modificada
BM1(N,N) = matriz de massa modificada

A.3 - AS SUBROTINAS.

No item (A.4) apresenta-se o fluxograma do programa MIBP, que é composto das seguintes subrotinas:

A.3.1 - SUBROTINA JACOBI.

Esta subrotina resolve o autoproblema generalizado de Jacobi.

- Variáveis de entrada:

A(N,N) = matriz de rigidez assumida positiva definida
B(N,N) = matriz de massa assumida positiva definida
X(N,N) = matriz modal de autovalores
EIGV(N) = vetor de autovalores
D(N) = vetor de trabalho
RTOL = tolerância para convergência (em geral 10.0 E-12)
NSMAX = número máximo de varreduras permitido.
(em geral ajustado para 15)
IFPR = flag de impressão durante as iterações
EQ.0 não imprime
EQ.1 resultados intermediários são impressos
IOUT = número de dispositivo de saída.

- Variáveis de saída

A(N,N) = matriz de rigidez diagonalizada
 B(N,N) = matriz de massa generalizada
 X(N,N) = autovetores armazenados por coluna
 EIGV(N) = autovalores

A.3.2.- SUBROTINA SENSITIV.

Esta subrotina calcula as razões de variação das frequências e modos naturais em relação aos termos componentes das matrizes de rigidez e de massa. As expressões foram deduzidas nos itens III.2.1 e III.2.2.

- Variáveis de entrada e saída:

DWK = Razão de variação das frequências em função dos termos componentes da matriz de rigidez
 DWM = Razão de variação das frequências em função dos termos componentes da matriz de massa
 DVK = Razão de variação dos autovetores em função dos termos componentes da matriz de rigidez.
 DVM = Razão de variação dos autovetores em função dos termos componentes da matriz de massa.
 DXK = Razão de variação dos autovetores normalizados em função dos termos componentes da matriz de rigidez.
 DXM = Razão de variação dos autovetores normalizados em

função dos termos componentes da matriz de massa.

A.3.3 - SUBROTINA MAT.

Esta subrotina calcula os coeficientes da matriz $F(i,j)$ multiplicadora das incógnitas $DK(i,j)$ e $DM(i,j)$ do sistema de equações dado pela expressão:

$$[F] \begin{Bmatrix} DK \\ DM \end{Bmatrix} = \{E\} \quad (A.1)$$

A.3.4 - SUBROTINA COLE.

Esta subrotina calcula os valores dos termos componentes do vetor de termos constantes E do sistema de equações dado pela expressão anterior.

A.3.5.- SUBROTINA SIMUL.

Esta subrotina é dada para resolver um sistema de n equações lineares da forma $[A] \{X\} = \{B\}$ onde os seguintes argumentos são usados:

- Variáveis de entrada:

A = Arranjo da ordem $N1 \times N1$. É usado para armazenar os termos componentes da matriz F na entrada de dados. Contém a inversa desta matriz e retorna da subrotina SIMUL.

B = Arranjo de ordem $N1$. É usada para armazenar o vetor B na entrada de dados e contém a solução do vetor X no retorno da subrotina SIMUL.

$N1$ = Número de equações a serem resolvidas.

IND = 0 se a inversa de A é requerida e = 1 se X é requerido na entrada de dados.

A.4.- FUXOGRAMA DO PROGRAMA MIBP

