

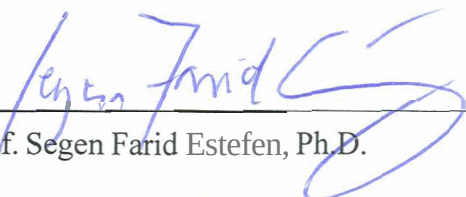
ANÁLISE TERMOMECÂNICA DE DUTOS SUBMARINOS ENTERRADOS

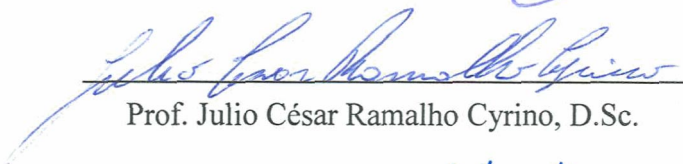
Rafael Familiar Solano

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA OCEÂNICA.

Aprovada por:


Prof. Murilo Augusto Vaz, Ph.D.


Prof. Segen Farid Estefen, Ph.D.


Prof. Julio César Ramalho Cyrino, D.Sc.


Prof. Su Jian, D.Sc.


Dr. Adilson Carvalho Benjamim, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, BRASIL

MARÇO DE 2005

SOLANO, RAFAEL FAMILIAR

Análise Termomecânica de Dutos Submarinos Enterrados [Rio de Janeiro] 2005

XIII, 153p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, D.Sc., Engenharia Oceânica, 2005)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Flambagem Termomecânica

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, para que possam definitivamente
ficar tranquilos e conscientes do dever cumprido.

E reforcem em seus pensamentos o quanto a
sabedoria e o conhecimento é valioso para um homem.

AGRADECIMENTOS

A Deus, acima de tudo pela vida, e por guiar, proteger e iluminar todos os meus passos durante a vida acadêmica.

Aos meus pais, que tanta importância deram aos meus estudos, me incentivando, apoiando, e em fim, proporcionando que tivesse uma educação invejada em todos os sentidos da palavra, sempre com muito carinho e amor.

A minha irmã, Aline, por ser o exemplo e modelo de dedicação que sempre admirei e continuo tentando seguir.

A minha noiva e namorada, Francine, por ser a verdadeira companheira que necessito, por me dar todo apoio e incentivo, e por ter dividido comigo, mais do que qualquer pessoa, diferentes situações ao longo do Doutorado.

Ao meu orientador, Prof. Murilo Augusto Vaz, não só por me acolher como aluno no Doutorado em Engenharia Oceânica e fornecer subsídios para que eu desempenhasse minhas atividades com sucesso, mas principalmente pelas sugestões, críticas e orientações que foram fundamentais nesta etapa da minha formação.

Aos professores, Segen Farid Estefen e Julio César Ramalho Cyrino, que me trataram sempre com muita atenção e respeito, e ao professor Su Jian (Programa de Engenharia Nuclear), pelas valiosas informações e pelo apoio.

Aos meus orientadores de estágio na Petrobras, Carlos Alberto Duarte de Lemos e Arnaldo Papaleo, que abriram as portas para que eu ingressasse nesta área promissora, pelos conselhos e apoio em várias decisões da minha já iniciada carreira profissional.

Aos colegas da Engenharia Submarina da COPPE/UFRJ, Anderson Custódio, Márcio Souto, Lourenço Keuper, Fábio Lima, Rory Richard, Matheus Keuper, Adebayo

Ayodele, Noel Mekan, Marcelo Caire, Bruno Kieper, Mário Ribeiro, Paulo Roberto, Paulo Kennedy, e demais alunos, pelo companheirismo mútuo e pela troca de informações e vivência ao longo de todo curso.

Ao meu gerente na Engenharia de Dutos e Instalações da Petrobras, Marcelo Teixeira, por permitir, e por muitas vezes facilitar, a continuação ininterrupta do doutorado, enfatizando a importância do mesmo na minha formação profissional. E ao Álvaro Maia, que me acolheu em seu grupo de Métodos Científicos no Cenpes, permitindo uma interação de grande valia com a Engenharia, que tanto acrescentou ao meu aprendizado do fenômeno de flambagem de dutos submarinos.

Aos companheiros de Petrobras, Fábio Braga, Adilson Benjamin, Carlos Cardoso, Vinícius Braga e Cláudio Amaral, pelas informações, suportes e consultorias técnicas prestadas sempre com prontidão, eficiência e prazer.

Aos funcionários do PEnO e do NEO pelo suporte prestado sempre que necessário.

À Agência Nacional de Petróleo – ANP.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

ANÁLISE TERMOMECAÂNICA DE DUTOS SUBMARINOS ENTERRADOS

Rafael Familiar Solano

Março/2005

Orientador: Prof. Murilo Augusto Vaz

Programa: Engenharia Oceânica

Existem muitos casos práticos onde a flambagem e a pós-flambagem de vigas esbeltas podem ocorrer. Uma relação entre a flambagem de componentes esbeltos, tais como dutos submarinos, e a flambagem de vigas tem sido longamente identificada. Esta tese investiga a flambagem e a pós-flambagem térmica de vigas elásticas esbeltas inicialmente retas. Para solucionar o grupo de equações diferenciais ordinárias não-lineares, soluções analíticas são obtidas por integrais elípticas desacopladas e por solução por série para vigas aquecidas uniformemente e não-uniformemente, respectivamente. O estudo pode ser qualitativamente expandido para dutos submarinos e outras estruturas esbeltas sujeitas a carregamentos térmicos. Sequencialmente, um modelo numérico é desenvolvido para simular a flambagem termomecânica de dutos submarinos enterrados. Além disso, um estudo paramétrico e uma análise de sensibilidade são realizados para um projeto específico da Petrobras. A flambagem vertical é analisada detalhadamente para avaliar imperfeições iniciais no duto, com o objetivo de encontrar a cobertura mínima para limitar os deslocamentos e assegurar assim sua integridade. Os desafios de projeto provenientes dos requisitos mínimos que garantam uma solução viável para o processo de enterramento são abordados. Esta tese estabelece também uma ferramenta numérica que servirá como base para a análise termomecânica em novos projetos de dutos submarinos.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for degree of Doctor of Science (D.Sc.)

THERMO-MECHANICAL ANALYSIS OF BURIED PIPELINES

Rafael Familiar Solano

March/2005

Advisor: Murilo Augusto Vaz

Department: Ocean Engineering

There are many practical cases where buckling and post-buckling of slender rods may occur. A very narrow relationship between the thermal buckling of slender components, such as buried pipelines, and the buckling of rods has long been recognized. This thesis investigates the thermal buckling and post-buckling of an initially straight slender rod made of linear elastic material. To solve the set of non-linear ordinary differential equations, the analytical solutions are obtained by uncoupled elliptic integrals and by power series for uniformly and non-uniformly heated rods, respectively. This study may be qualitatively expanded to pipelines and other slender structures subjected to thermal loads. Sequentially, a numerical model is developed to simulate the thermo-mechanical buckling phenomenon of buried heated pipelines. Furthermore, a sensibility analysis and a parametric study are carried out for a specific Petrobras project. The upheaval buckling is studied in full detail in order to evaluate initial geometric imperfections, with the objective of finding the minimum cover height to limit the pipeline displacement and thus assuring its integrity. The design challenges due to the burial requirements in order to find a safe solution for the trenching and backfilling process are focused. This thesis also establishes a numerical tool that will serve as basis for the thermo-mechanical analysis in new buried pipeline design.

ÍNDICE

FOLHA DE ROSTO	i
FICHA CARTOGRÁFICA	ii
DEDICATÓRIA	iii
AGRADECIMENTOS	iv
RESUMO	vi
ABSTRACT	vii
ÍNDICE	viii
NOMENCLATURA	xi
1 – INTRODUÇÃO	1
2 – ESTABILIDADE DE VIGAS	13
2.1 – Introdução	13
2.2 – Instabilidade de Vigas	14
2.3 – Análises Lineares e Não-Lineares	17
2.4 – Instabilidade Flexional de Vigas	20
3 – PRINCÍPIOS DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR	27
3.1 – Introdução	27
3.2 – Modos Básicos de Transferência de Calor	28
3.3 – Transferência de Calor em uma Tubulação	38
3.4 – Condução de Calor em Regime Transiente num Cilindro Longo	42
3.5 – Isolamento Térmico de Dutos Submarinos	46

4 – FLAMBAGEM E PÓS-FLAMBAGEM DE VIGAS AQUECIDAS	49
4.1 – Estabilidade Termomecânica de Vigas Uniformemente Aquecidas	49
4.1.1 – Formulação Matemática	50
4.1.2 – Temperatura Crítica de Flambagem	53
4.1.3 – Soluções Analítica e Numérica para a Pós-Flambagem	57
4.1.4 – Estudos de Casos e Análise de Resultados	61
4.2 – Flambagem de Vigas Aquecidas Não-Uniformemente	66
4.2.1 – Formulação Matemática	67
4.2.2 – Temperatura Crítica de Flambagem	70
4.2.3 – Solução Analítica de Pós-Flambagem	75
4.2.4 – Estudos de Casos e Análise de Resultados	78
5 – FLAMBAGEM VERTICAL DE DUTOS SUBMARINOS	84
5.1 – Introdução	84
5.2 – Força compressiva no Duto	86
5.3 – Análise de Flambagem Vertical	91
5.3.1 – Estratégias de Análise	91
5.3.2 – Resistência ao Levantamento do Duto	98
5.3.3 – Prevenção da Flambagem Vertical	101
5.3.4 – Medidas Mitigatórias	103
6 – MODELO NUMÉRICO PARA ANÁLISE TERMOMECÂNICA	106
6.1 – Introdução	106
6.2 – Oleodutos de Exportação do Terminal Norte Capixaba	109
6.3 – Modelagem Numérica	114
6.4 – Estudo Paramétrico	121
6.5 – Análise de Sensibilidade na Região de <i>Shore Approach</i>	127

7 - CONCLUSÕES	142
8 - REFERÊNCIAS	145

NOMENCLATURA

Símbolos Latinos

A	Área
Bi	Número de Biot
C	Constantes
c	Coesão / Parâmetro de mudança de variável
D	Diâmetro
E	Módulo de elasticidade (Módulo de Young)
EI	Rigidez à flexão
F, f	Parâmetro função de x e s , respectivamente
F	Força
F_s	Força de reação passiva do solo
f	Fator de fricção / Coeficiente de levantamento
H	Altura (profundidade) de enterramento
$\bar{h}$	Coeficiente de transferência de calor
I	Momento de inércia
K	Condutância térmica
K_s, k_s	Rigidez da mola linear
k	Condutividade Térmica / Constante do modo de flambagem
k_0	Coeficiente de pressão em repouso
L, l	Comprimento
L_i	Comprimento inicial da imperfeição geométrica
M, m	Momento fletor
N	Componente longitudinal de força / Fator de capacidade de carga
n	Número inteiro seqüencial
P, Q, R, S	Polinômios
P, p	Força de compressão axial
P_c	Carga crítica de flambagem

p	Pressão
p_e	Perímetro exposto
Q, q	Força de reação do solo por unidade de comprimento
q	Taxa de transferência de calor / Resistência ao levantamento do duto
R	Resistência térmica
r	Raio
S, s	Posição / Comprimento de arco
$SMYS$	Mínima tensão de escoamento especificada
$SMTS$	Mínima tensão de ruptura especificada
Su	Resistência ao cisalhamento não-drenada
T, t	Temperatura
t	Espessura de parede do duto
U	Coefficiente de transferência de calor total
V	Componente transversal de força / Força cisalhante
W	Peso por unidade de comprimento
W_{req}	Carregamento (peso) requerido
X, Y, Z	Coordenadas Cartesianas
x, y, z	Coordenadas Cartesianas
x_0	Ponto ordinário
Y_{max}, y_{max}	Deslocamento vertical máximo

Símbolos Gregos

α	Coefficiente de expansão térmica / Fator de adesão empírico
β	Ângulo
$\Delta T, \Delta t$	Variação (gradiente) de temperatura
Δ, δ	Deslocamento
δ	Ângulo de fricção da interface solo-duto
δ_i	Altura inicial da imperfeição geométrica
ε	Deformação
ε_1	Emitância da superfície cinzenta

Φ	Parâmetro adimensional
ϕ	Ângulo de fricção interno do solo / Ângulo
γ	Peso do solo por unidade de comprimento
K, κ	Curvatura
λ	Razão de esbeltez
ν	Coefficiente de Poisson
π	Número Pi
θ	Função de temperatura / Ângulo
σ	Tensão / Constante de Stefan Boltzmann
$\mathfrak{I}_{1-2}$	Módulo adimensional (radiadores perfeitos)

Outros Símbolos

$(^*)$	Configuração deformada.
$(\dot{})$	Derivada primeira com relação a x (d/dx) .
$(\ddot{})$	Derivada segunda com relação a x (d^2 /dx^2) .
$(\dddot{})$	Derivada terceira com relação a x (d^3 /dx^3) .
$(\ddddot{})$	Derivada quarta com relação a x (d^4 /dx^4) .
$(\dot{})$	Derivada primeira com relação a s (d/ds) .
$(\ddot{})$	Derivada segunda com relação a s (d^2 /ds^2) .
$(\dddot{})$	Derivada terceira com relação a s (d^3 /ds^3) .
$(\ddddot{})$	Derivada quarta com relação a s (d^4 /ds^4) .

1 – INTRODUÇÃO

A necessidade de se obter recursos do fundo oceânico em profundidades cada vez maiores tem desafiado a indústria petrolífera a desenvolver novos equipamentos e estruturas capazes de atender as exigências de projeto, impulsionando então a busca de tecnologias mais avançadas para se realizar com êxito a exploração e produção de petróleo nestas profundidades. Dentre esses itens, os dutos submarinos apresentam-se como uma estrutura fundamental no desenvolvimento de um campo submarino.

Das novas barreiras tecnológicas que precisam ser vencidas, ressaltam-se aqui os problemas gerados pelas temperaturas elevadas dos produtos extraídos. As altas temperaturas induzem a expansão térmica do duto, que é contraposta por uma força de compressão oriunda essencialmente da interação com o solo marinho, fricção com o mesmo e/ou pontos de restrição ao longo de seu comprimento, como pontos de ancoragem, interligações (*tie-ins*), *spools* de expansão, entre outros. Atingindo uma determinada temperatura (crítica) o duto curva-se, ocorrendo então o fenômeno denominado flambagem.

Devido a questões de logísticas dos sistemas submarinos, e assim, a necessidade de se garantir o transporte dos produtos a longas distâncias, os dutos submarinos passam a ser bastante extensos, tendo o comprimento muito maior que o diâmetro. Essa característica geométrica dos dutos permite que estes sejam simplificados como vigas esbeltas, e como em todo projeto de estruturas esbeltas submetidas a cargas compressivas, deve-se considerar entre outros pontos, os fenômenos que envolvem o conceito de estabilidade das mesmas.

Pode-se considerar que a Teoria Clássica da Estabilidade teve a sua origem em 1744, com os trabalhos de EULER sobre estabilidade elástica de colunas [1]. A sua aplicação corresponde à realização de análises lineares de estabilidade de estruturas, e os resultados obtidos consistem, essencialmente, em cargas de bifurcação e modos de instabilidade e podem, na sua grande maioria, ser encontrados nas obras clássicas de TIMOSHENKO e GERE [2], entre outras.

Apesar de Euler ter abordado igualmente o comportamento das colunas no domínio pós-crítico, o conhecimento do comportamento de pós-flambagem das estruturas foi julgado desnecessário até 1930. A contribuição decisiva para a compreensão dos fenômenos ligados ao comportamento de pós-flambagem das estruturas deve-se a Koiter que, em 1945, publicou os fundamentos da Teoria Não-Linear da Estabilidade Elástica (Teoria de Pós-Flambagem de sistemas estruturais contínuos em regime elásticos). Mais tarde, a formulação da Teoria de Pós-Flambagem de Koiter foi aplicada a sistemas estruturais discretos (n graus de liberdade) em diversos trabalhos disponíveis na literatura.

Desde o pioneiro trabalho de Euler vários trabalhos referentes a flambagem e pós-flambagem de vigas elásticas sujeitas a cargas mecânicas têm sido publicados. O problema da estabilidade elástica de vigas sujeitas a cargas compressivas mecânicas e térmicas tem sido muito estudado desde que Bernoulli, Euler, e Lagrange investigaram o clássico problema da *elastica*, isto é, a configuração de equilíbrio de vigas inextensíveis sob compressão axial. O livro texto de LOVE [3] sobre teoria matemática de elasticidade tem sido extensivamente usado em diversos campos da mecânica aplicada, estabelecendo a base para muitas pesquisas sobre equilíbrio de vigas elásticas. Algumas das muitas contribuições são revistas a seguir.

THEOCARIS e PANAYOTOUNAKOS [4] obtiveram uma solução fechada para a equação diferencial que governa a linha elástica de uma viga esbelta inicialmente reta sujeita a carregamento terminal co-planar. Baseado nesta solução, o problema da flambagem excêntrica e a influência das deformações cisalhantes transversais foram examinadas. STEMPLER [5] apresentou uma teoria de viga-coluna extensional consistente e soluções exatas para o problema da *elastica*. A teoria foi também usada para prover uma base mais lógica para as denominadas relações força-deslocamento. WANG [6] estudou grandes deslocamentos e a pós-flambagem completa de uma viga elástica, com extremidades engastadas e rotuladas, empregando perturbações próximo ao ponto de bifurcação, análise assintótica para grandes carregamentos e esquemas de integração numérica. FILIPICH e ROSALES [7] estudaram a pós-flambagem de vigas elásticas inextensíveis usando modelos numéricos não-lineares. A clássica aproximação

de Resistência dos Materiais é comparada e discutida com as descrições *Lagrangeana* e *Euleriana*, e os famosos métodos de Cauchy e Green de Mecânica do Contínuo são empregados alternativamente. Em [8], VAZ e SILVA apresentaram a formulação e a solução para vigas elásticas esbeltas sujeitas a forças terminais axiais, assumindo condições de contorno rotulada em uma das extremidades e restrita elasticamente por uma mola rotacional na outra extremidade. Soluções para flambagem, pós-flambagem inicial (perturbação), grandes carregamentos (assintótica) e integração numérica são desenvolvidas. Métodos numéricos foram desenvolvidos por LEE e OH [9] para resolver a carga elástica e a carga de flambagem de colunas apoiadas sujeitas à carga compressiva nas extremidades, onde o modelo de coluna é baseado na teoria de viga de Bernoulli-Euler.

O problema da estabilidade elástica de vigas sujeitas a cargas térmicas é substancialmente diferente do problema de vigas sujeitas a cargas compressivas mecânicas, fato este que motivou os vários estudos referentes a flambagem térmica de vigas. EL NASCHIE [10] considerou a estabilidade térmica de uma viga extensional. O comportamento de flambagem e pós-flambagem de acordo com a visão de Koiter são tratados no trabalho pela teoria geral de vigas de sistemas discretos. Em seu trabalho, JEKOT [11] investigou a pós-flambagem térmica de vigas constituídas fisicamente de material termoelástico não-linear. A temperatura crítica de flambagem foi determinada, e algumas comparações entre o comportamento de pós-flambagem linear e não-linear foram discutidos. Contudo, a não-linearidade geométrica devido à curvatura do eixo central não foi considerada e uma forma simplificada da deformação axial não-linear foi usada. COFFIN e BLOOM [12] desenvolveram uma solução via integral elíptica para a pós-flambagem de uma viga linear elástica e higrotérmica, isto é, com material sujeito à ação de umidade e temperatura, completamente restringida quanto à expansão axial. Eles assumiram uma relação deformação-temperatura linear e resolveram o grupo de equações diferenciais na configuração não-deformada, conseqüentemente, duas equações integrais elípticas precisaram ser resolvidas simultaneamente. LI e CHENG [13], baseados na teoria geométrica não-linear exata para vigas inextensíveis e usando um método de *shooting* (chute), propuseram uma análise computacional para o comportamento de pós-flambagem térmica de vigas com ambas as extremidades restritas com relação ao movimento axial, rotulada-rotulada, assim como engastada-

engastada. Mais recentemente, LI et al. [14] apresentaram um modelo matemático para a pós-flambagem de uma viga elástica com extremidades rotulada-engastada quando um aumento quase-estático de temperatura é aplicado. Usando o método de *shooting* em conjunto com a concepção de continuação analítica, o problema de valor de contorno não-linear constituído de equações diferenciais foi resolvido numericamente. Os resultados mostraram que a temperatura crítica de flambagem e a configuração da viga pós-flambada são influenciadas sensivelmente pela razão de esbeltez. CISTERNAS e HOLMES [15] incluíram os efeitos da expansão térmica na teoria de viga inextensível, focando seus estudos nas bifurcações resultantes das equações de equilíbrio sob condições de contorno específicas. Finalmente, VAZ e SOLANO [16-19] desenvolveram uma solução analítica fechada via integrais elípticas desacopladas para a análise de flambagem e pós-flambagem de vigas elásticas esbeltas sujeitas a cargas térmicas uniforme.

Com relação às publicações referentes a flambagem de estruturas sujeitas a temperaturas não-uniformes, várias recentes contribuições merecem destaque, dentre elas o trabalho de YIN e WANG [20] que apresentaram resultados de um estudo paramétrico numérico dos efeitos da distribuição não-uniforme de temperatura na seção transversal sobre a resistência a flambagem lateral de vigas de aço. CISTERNAS et al. [21] consideraram o problema da flambagem termoelástica de vigas esbeltas e placas finas sujeitas a aquecimentos especificados sobre suas superfícies. Neste trabalho, o resultado dos campos de temperatura que induzem a flambagem é estudado analítico e numericamente como um problema de bifurcação nas equações não-lineares de equilíbrio. O comportamento de flambagem térmica de placas laminadas sujeitas à distribuição de temperatura uniforme e não-uniforme foi estudado por CHEN et al. [22, 23] e CHEN e CHEN [24], e solucionadas através do método de elementos finitos. SHUKLA e NATH [25] apresentaram análises de flambagem e pós-flambagem de placas laminadas compósitas retangulares sujeitas a carregamento mecânico combinado a gradientes de temperaturas através da espessura da placa. E a resposta de grandes deslocamentos e rotações de painéis laminados sob carregamentos térmicos não-uniforme foi investigado por BARUT et al. [26] através de análises não-lineares de elementos finitos.

Existem muitos casos práticos onde a flambagem e a pós-flambagem de vigas esbeltas podem ocorrer. Uma relação entre a flambagem de componentes esbeltos – tais como trilhos de trem, estradas pavimentadas de concreto, fibras ópticas, tendões de satélites e dutos submarinos – e a flambagem de vigas tem sido longamente identificada. Por essa razão, torna-se de interesse prático para projetos empregar análises simplificadas sobre o fenômeno. A análise de instabilidade de dutos submarinos tem sido extensivamente estudada, e os primeiros modelos foram inspirados em formulações de flambagem de trilhos de trem [27, 28]. Modelos analíticos e numéricos da resposta de flambagem de dutos submarinos têm tido rápidos progressos nos últimos anos, provenientes das análises clássicas que têm sido amplamente aceitas como ferramentas para projetos. O comportamento estrutural de dutos submarinos é avaliado por HOBBS [29] em um trabalho clássico que tem sido extensivamente adotado em análises preliminares de projeto. Apresenta um modelo básico de flambagem em um duto longo no qual a força de compressão axial devido à expansão térmica é resistida pela fricção com o solo submarino. Estudos similares foram apresentados por JU e KYRIAKIDES [30] que incluíram imperfeições geométricas iniciais no modelo e consideraram o duto com material inelástico, por CHIOU e CHI [31] que aplicaram método de elemento de contorno, elementos finitos e diferenças finitas para estudar numericamente a flambagem, modelando o duto com material elasto-plástico e por TAYLOR e GAN [32] que propuseram uma ferramenta analítica para evitar a flambagem do duto em operação. HOBBS e LIANG [33] estenderam e desenvolveram uma formulação para a flambagem térmica de dutos semi-infinitos restringidos, discutindo algumas novas possibilidades de projeto. O recente aumento da necessidade de se operar dutos submarinos com altas temperaturas e a carência de publicações sobre o assunto aumenta o interesse dos estudos deste fenômeno pela comunidade *offshore*.

HARRISON et al. [34] estudaram o fenômeno de expansão térmica no sistema de isolamento pipe-in-pipe, onde ênfase é dada no cálculo do alongamento, tensões e deformações do duto. Já SOLANO [35] apresentou um modelo analítico para análise da flambagem térmica de um sistema pipe-in-pipe dual em águas profundas, onde o modo lateral de flambagem do sistema e suas interações são investigados numericamente. VAZ e PATEL [36] analisaram a instabilidade devido a flambagem de um sistema *bundle* utilizando uma solução de autovalor da equação resultante, variando o número

de espaçadores e a uniformidade do espaçamento entre eles. Nestes trabalhos, é sentido a simplicidade da formulação proposta, apresentando soluções analíticas que fornecem uma compreensão física dos problemas, e que também renderam possíveis formulações de projeto de dutos dos referidos sistemas.

A expansão térmica de dutos submarinos é resistida pela interação entre o duto e solo marinho, causando uma força de compressão ao longo da linha que pode levar a flambagem lateral (*snaking*) ou a flambagem vertical (*upheaval*) do mesmo. O recente crescimento do interesse em dutos rígidos de altas temperaturas e a carência de publicações tem induzido um grande aumento com relação aos estudos desse fenômeno.

Como a temperatura do fluido no interior do duto submarino freqüentemente deve ser mantida dentro de um limite desejável para garantir o escoamento, e adicionalmente, a produção de óleo e gás pode estar associada a uma pressão interna elevada, tem-se que ambas temperatura e pressão contribuem na expansão do duto, que é definida pelos seguintes parâmetros: gradiente de temperatura, pressão interna, peso próprio do duto, características do material do duto e interação solo-duto.

O duto pode ser enterrado ou apenas assentado sobre o solo marinho, em ambos os casos, há uma parcela ativa e uma parcela totalmente restringida. Um duto submarino enterrado tem uma longa área de contato com o solo e, conseqüentemente, encontra-se mais restringido pelo efeito da fricção com o solo. Em outras palavras, um duto submarino enterrado, mesmo sob alta temperatura e pressão interna, tem uma mobilidade mínima, e conseqüentemente menor possibilidade de expansão. Contudo, a dificuldade e o elevado custo da operação de enterramento de um duto, principalmente em lâminas d'água profundas, limita o uso de dutos totalmente enterrados, e conseqüentemente, motiva o desenvolvimento de dutos apenas assentados sobre o solo marinho, promovendo desse modo uma considerável redução no custo de instalação. Um duto não enterrado, relativamente, tem uma menor área de contato com o solo, aumentando a mobilidade neste quando operando com uma elevada temperatura e pressão. Dessa maneira, pode ocorrer um substancial alongamento e um desvio lateral caracterizando a flambagem.

Considerando que a flambagem lateral pode ocorrer em dutos submarinos deitados sobre o solo marinho que operam transportando fluidos a elevadas temperaturas, MILES e CALLADINE [37] investigaram esse fenômeno por meio de modelos físicos em escala reduzida, e simulações numéricas. Já KERSHENBAUM et al. [38] propuseram um modelo analítico para um duto submarino com desvio lateral devido à expansão térmica. MORK et al. [39], SPINAZZE et al. [40], VITALI et al. [41] e TORSELLETI et al. [42] apresentaram os resultados de pesquisa e desenvolvimento do projeto *Hotpipe* cujo objetivo era preparar normas de recomendações DnV para serem usadas em projetos e verificações de dutos a elevadas temperaturas e elevadas pressões. Em seu trabalho, BENJAMIN e ANDRADE [43] apresentaram uma versão modificada do método analítico clássico proposto por Hobbs em 1984, para a avaliação da flambagem lateral de dutos aquecidos. Realizaram um estudo da sensibilidade dos parâmetros representativos da flambagem lateral do duto a variações no seu grau de penetração no solo, e apresentam também uma descrição do fenômeno da instabilidade da configuração fletida do duto. CARDOSO et al. [44] realizaram uma análise de flambagem global de dutos aquecidos em regiões de vãos livres. E em outro trabalho, CARDOSO et al. [45] apresentaram uma metodologia para representar a interação solo-duto sujeito a flambagem global e local acopladas através de modelos de elementos finitos. A metodologia utilizando modelos mistos foi usada para analisar a ruptura do duto PE-2 que operava na Baía de Guanabara no Rio de Janeiro. Já ILSOON et al. [46] realizaram uma simulação numérica da falha, considerando a ciclagem térmica que conduziu a flambagem lateral do duto. A falha deste duto devido a flambagem termo-estrutural levou a Petrobras a estudar várias alternativas de um novo duto. Como resultado desse estudo, a solução utilizando um duto com configuração geométrica em “zigzag” foi adotada, e então, JUNIOR et al. [47] apresentaram modelagens numéricas e ensaios experimentais em modelo reduzido para essa solução, enquanto BENJAMIN et al. [48] realizaram um estudo de sensibilidade das imperfeições geométricas do duto.

Já sob determinadas condições de enterramento os dutos tendem a exibir o modo vertical de flambagem devido a uma maior restrição lateral. A descrição clássica de um JIP (*Joint Industry Project*) sobre flambagem vertical foi apresentada por PALMER et al. [49]. Neste trabalho foi desenvolvido um método simplificado semi-

empírico e métodos detalhados baseados em análises numéricas para flambagem vertical em projetos de dutos submarinos. GUTTORMSEN e ASS [50] apresentaram modelos analíticos que experimentam o comportamento de flambagem, onde os resultados mostram que para determinadas situações o duto desenvolve a flambagem vertical. As principais características da flambagem vertical de dutos submarinos longos foram discutidas por RAOOF e MASCHNER [51], onde testes experimentais representam a flambagem vertical, comparando os resultados obtidos com alguns modelos teóricos desenvolvidos para linhas. Em seu trabalho, CROLL [52] estende a aproximação da flambagem de colunas engastadas como alternativa conceitual de entendimento da mecânica, e uma análise mais simplificada e direta, para a flambagem vertical de sistemas contendo imperfeições geométricas iniciais. Já PEDERSEN e MICHELSEN [53] apresentam procedimentos de análise não-linear que podem ser usados para determinar a deformação e a deflexão em dutos submarinos aquecidos e enterrados através de modelos matemáticos. A investigação da flambagem vertical de dutos submarinos enterrados foi apresentada em duas partes por MALTBY e CALLADINE: um aparato experimental em modelo reduzido é descrito em detalhe [54] e teorias de modelos em base rígidas e base elástica, e as análises de observações experimentais também são abordadas [55]. E por fim, SOLANO et al. [56-58] investigaram através de um estudo paramétrico e utilizando um modelo de elementos finitos, a influência de imperfeições geométricas iniciais nas alturas de enterramento mínimas requeridas em projetos de dutos submarinos aquecidos e enterrados.

Apesar dos vários trabalhos referentes a flambagem e pós-flambagem de estruturas esbeltas, especialmente de vigas, sujeitas tanto a carregamentos mecânicos quanto a carregamentos térmicos, o assunto ainda vem sendo estudado intensivamente. Fato que se deve ao grande potencial e inúmeras aplicações fornecidas pelas possíveis simplificações empregadas, e a grande necessidade de se otimizar essas estruturas com relação a uma melhor funcionalidade, principalmente no setor *offshore*, e mais especificamente em estruturas esbeltas como dutos submarinos, cuja exploração petrolífera encontra novos desafios a cada dia.

No escopo deste trabalho, o capítulo 1 (Introdução) apresenta, primeiramente, a principal motivação responsável pelo seu desenvolvimento e na segunda parte, citações

de artigos, livros e trabalhos referentes à estabilidade de vigas. Em seguida, as referências estão focadas no fenômeno de flambagem e pós-flambagem de vigas elásticas esbeltas sujeitas a cargas compressivas mecânicas e térmicas, usando formulações analíticas e modelos numéricos. Outras aplicações referentes ao estudo da flambagem térmica, inclusive em outras estruturas carregadas não-uniformemente também são brevemente citadas. E por último, é colocada a interligação entre a flambagem térmica de vários componentes, entre eles dutos submarinos, e a simples flambagem de vigas, apresentando vários trabalhos, principalmente sobre o comportamento de flambagem termomecânica de dutos submarinos.

Já no capítulo 2 (Estabilidade de Vigas) apresenta-se um estudo teórico de estabilidade de vigas com o objetivo de obter uma base sólida com relação aos conceitos e formulações apresentadas e desenvolvidas na literatura, e assim, consolidar a aplicação desta teoria em determinados problemas de instabilidade que possam ocorrer em dutos, visto a simplificação deste por uma viga esbelta. A instabilidade de vigas, com o estudo do problema clássico da “coluna de Euler”, definições de análises lineares e não-lineares (pós-flambagem) e o desenvolvimento matemático da instabilidade flexional de colunas inicialmente retas sob diferentes condições de contorno são abordados na íntegra neste capítulo.

Tendo em vista a consolidação dos principais conceitos de transferência de calor, apresenta-se no capítulo 3 (Princípios da Transferência de Calor) um relato abrangendo os modos básicos: condução, convecção e radiação, além da transferência de calor em termos de um coeficiente global. A transferência de calor em uma tubulação também é descrita como forma de aproximação de alguns problemas práticos pertinentes a dutos submarinos, assim como a condução de calor em regime transiente e o isolamento térmico em dutos submarinos.

Mais objetivamente, as contribuições acadêmicas e científicas desenvolvidas são apresentadas em duas partes no capítulo 4 (Flambagem e Pós-Flambagem de Vigas Elásticas Esbeltas Aquecidas). Primeiramente, realiza-se um estudo de flambagem e pós-flambagem térmica de vigas elásticas esbeltas sujeitas a diferentes condições de contorno e aquecidas uniformemente. Em seguida, analisam-se a flambagem de vigas

elásticas esbeltas sujeitas a carregamentos térmicos não-uniformes para determinadas condições de contorno.

Para a primeira parte do Capítulo 4, apresenta-se formulação matemática, temperatura crítica de flambagem e soluções analíticas e numéricas para o comportamento de pós-flambagem térmica de vigas esbeltas sujeitas a um carregamento térmico uniforme. O material assumido é elástico linear, homogêneo e isotrópico. Além disso, grandes deslocamentos são considerados, conseqüentemente, a formulação é geometricamente não-linear. Três condições de contorno diferentes são assumidas: (i) imóvel e bi-rotulada, (ii) rotulada e imóvel em uma das extremidades, considerando que na outra extremidade o deslocamento longitudinal é restringido por uma mola linear, e (iii) imóvel e bi-engastada.

As soluções de flambagem e a pós-flambagem são encontradas assumindo rotações infinitesimais e finitas respectivamente. A solução analítica é obtida por integrais elípticas desacopladas, que são derivadas das equações de governo na configuração deformada, já a técnica numérica aplica uma solução clássica de Runge-Kutta de ordem superior para resolver um grupo de equações diferenciais ordinárias não-lineares. Os resultados são apresentados em gráficos adimensionais para intervalos do gradiente de temperatura e diferentes valores da razão de esbeltez, onde é mostrado que esse parâmetro governa o comportamento de flambagem e pós-flambagem. A influência das condições de contorno é avaliada através dos resultados gráficos para a configuração deformada, a máxima deflexão, o máximo ângulo de inclinação e a máxima curvatura da viga.

Na segunda parte do Capítulo 4, com o objetivo de analisar o comportamento de flambagem de vigas elásticas esbeltas, apresenta-se uma formulação e solução por série considerando variações de temperatura não-uniformes ao longo da viga e condições de contorno rotulada ou engastada nas extremidades. O material é assumido linear elástico, a relação deformação-temperatura é considerada linear e pequenos deslocamentos são assumidos.

Uma solução analítica fechada com solução por série é encontrada para as equações de governo calculando a carga crítica de flambagem e as temperaturas em ambas as extremidades da viga. Os resultados são apresentados em gráficos adimensionais para intervalos de temperatura nas extremidades da viga e diferentes valores da temperatura ambiente e um parâmetro adimensional de transferência de calor (Biot adaptado). Esse trabalho pode ser qualitativamente expandido para dutos submarinos e outras estruturas esbeltas sujeitas a cargas térmicas.

Objetivando iniciar e direcionar estudos com contribuições práticas, principalmente para a comunidade de dutos, no capítulo 5 realiza-se uma completa descrição do fenômeno de flambagem térmica de dutos submarinos enterrados, com a definição de conceitos como: expansão térmica, força de compressão axial, resistência ao movimento e força de reação do solo, a contribuição e os efeitos da pressão interna, comprimento de *feed-in*, ponto virtual de ancoragem, desalinhamento (*out-of-straightness*), imperfeição geométrica inicial ou curvatura inicial, ou ainda, prop, etc. E por fim, comparam-se modelos analíticos consagrados descritos nas publicações de MALTBY e CALLADINE [54, 55] e modelagem simplificada em elementos finitos com o objetivo de validar parâmetros do modelo numérico.

No capítulo 6 (Modelo Numérico para a Análise de Flambagem Vertical) descreve-se detalhadamente o modelo numérico desenvolvido para as análises termomecânicas de dutos aquecidos enterrados na região de *shore approach*, tendo como base a metodologia desenvolvida e adotada pelo grupo de engenheiros da Petrobras para análises similares, referenciando principalmente trabalhos potenciais e de cume prático como o de SOLANO et al. [56-58], BENJAMIM e ANDRADE [43, 48], CARDOSO et al. [44, 45] e JUNIOR et al. [47].

Um apanhado do estado da arte com relação à questão da movimentação de sedimentos na região de *shore approach* é apresentado, incluindo trabalhos que retratam a influência de ondas, correntes, e enfim, do meio, sob dutos submarinos enterrado, como nos trabalhos de MOSTAFA e MIZUTAMI [59] e GAO et al. [60]. E também trabalhos sobre a resposta de solos não-homogêneos ao redor de dutos submarinos sob a ação do meio, JENG e LIN [61] e JENG et al. [62].

E por fim, realiza-se um estudo paramétrico para as análises de dutos aquecidos enterrados na região de *shore approach*, contemplando a influência da movimentação de sedimentos após a abertura da trincheira para o enterramento do duto, além de uma cobertura (*backfilling*) com um material (solo) mais pesado, isto é, que ofereça uma maior resistência ao movimento do duto. Foca-se então, na análise de *upheaval buckling* de dutos enterrados com duas camadas sobrepostas de solos, sendo: a primeira camada oriunda da movimentação de sedimentos, e provavelmente, composto pelo solo remoldado (desagregado) removido durante a operação de abertura da trincheira; e a segunda camada, composta de um solo requerido para garantir a estabilidade termomecânica do duto, especificada em projeto e sobreposta à primeira camada de solo pela operação de recobrimento do duto (*backfilling*).

O Capítulo 7 (Conclusões) apresenta todas as conclusões abordando as contribuições da tese, onde podem-se ressaltar os principais pontos: soluções analíticas fechadas de flambagem e pós flambagem de vigas submetidas a carregamentos térmicos uniforme e não-uniformes para diferentes condições de contorno em suas extremidades; validade, eficiência e importância do modelo numérico 3D desenvolvido, o estudo de sensibilidade para os parâmetros de enterramento do duto e recomendações de projeto de dutos aquecidos que chegam enterrados na região de *shore approach*.

2 – ESTABILIDADE DE VIGAS

2.1 - Introdução

Na análise, dimensionamento e projeto de estruturas, a noção de estabilidade aparece associada ao conceito de equilíbrio, na medida em que é utilizada para classificar as configurações de equilíbrio. Assim, admite-se que uma estrutura, submetida a um sistema de forças externas, exibe uma configuração de equilíbrio caracterizada pelos valores dos deslocamentos dos seus pontos. A estabilidade dessa configuração pode ser avaliada através do comportamento da estrutura, após sofrer uma perturbação causada por um pequeno carregamento externo arbitrário – a configuração de equilíbrio diz-se estável ou instável consoante a estrutura, se ela regressa ou não, quando cessa a perturbação, REIS e CAMOTIM [63].

A estabilidade do equilíbrio é um conceito básico da Mecânica do Corpo Rígido. A generalização e aplicação deste conceito ao equilíbrio de “sistemas estruturais deformáveis”, isto é, estruturas com comportamento elástico ou elasto-plástico, constitui o principal objetivo da Teoria da Estabilidade Estrutural.

O projeto de uma estrutura não pode basear-se unicamente em conceitos de segurança relacionados com a resistência e deformabilidade dos seus elementos, especialmente no caso de estruturas esbeltas. É indispensável considerar também fenômenos que envolvem conceitos de estabilidade, quer dos próprios elementos, encarados isoladamente, quer de toda a estrutura, analisada no seu conjunto. Estes fenômenos designam-se, genericamente, por fenômenos de instabilidade estrutural.

Os fenômenos de instabilidade estrutural correspondem sempre a situações de estado limite último – estado limite de instabilidade, estado limite este que está associado a situações de colapso global ou local. No entanto, na terminologia associada ao projeto de estruturas, a palavra flambagem tem sido usada como um termo geral para designar os fenômenos de instabilidade estrutural, independente de sua natureza específica e do tipo de estrutura em que ocorrem (vigas, placas, cascas, etc.).

2.2 - Instabilidade de Vigas

A configuração de equilíbrio de uma viga sujeita a um determinado carregamento pode ser estável ou instável. Veja o clássico problema da “coluna de Euler” – coluna elástica de comprimento L simplesmente apoiada e submetida a uma carga axial P (Fig. 2.1a). As trajetórias de equilíbrio estão representadas na Fig. 2.1b, onde Δ é o valor do deslocamento transversal máximo, isto é, a flecha máxima.

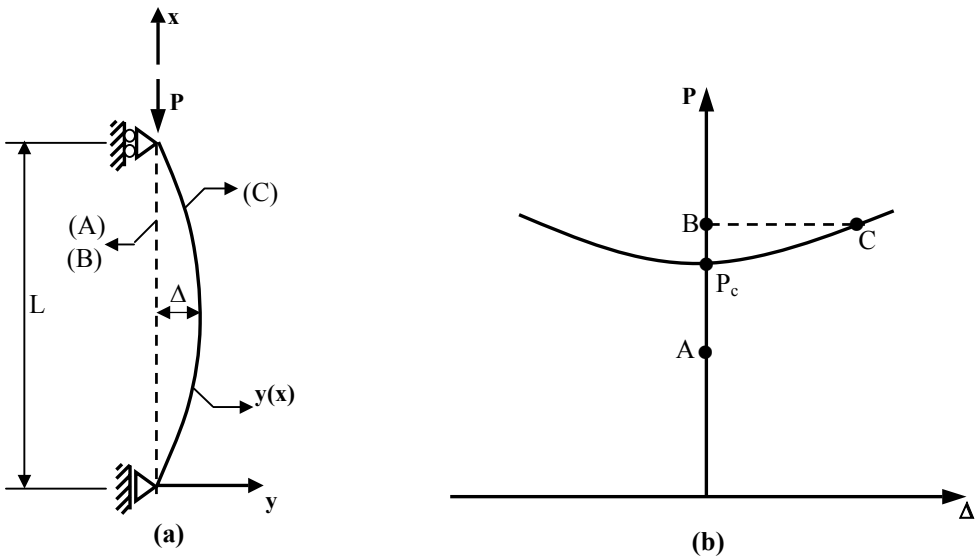


Figura 2.1 - Coluna de Euler: Geometria, Carregamento e Trajetória de Equilíbrio.

No ponto $P = P_c$ ocorre uma bifurcação de equilíbrio, onde a carga crítica de Euler P_c é dada por:

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (2.1)$$

A grandeza EI é a rigidez à flexão da seção transversal da coluna, sendo E o módulo de elasticidade do material e I o menor momento principal de inércia da seção.

Considere agora as três configurações de equilíbrio da coluna, representadas na Fig. 2.1b pelos pontos A, B e C. Admite-se que, em cada configuração de equilíbrio, se perturba a coluna através da aplicação de uma carga infinitesimal arbitrária. No ponto A

($\Delta=0$ e $P < P_c$), após a perturbação, a coluna regressa à configuração inicial, o que significa a configuração de equilíbrio estável. No ponto B ($\Delta=0$ e $P > P_c$), por outro lado, a coluna se afasta da configuração inicial, o que significa que o equilíbrio é instável. Já no ponto C ($\Delta \neq 0$ e $P > P_c$), verifica-se novamente uma nova configuração de equilíbrio estável.

A Fig. 2.2 mostra as características do comportamento geometricamente não-linear da coluna de Euler. Representam-se as trajetórias de equilíbrio, o ponto de bifurcação e as configurações de equilíbrio estáveis e instáveis.

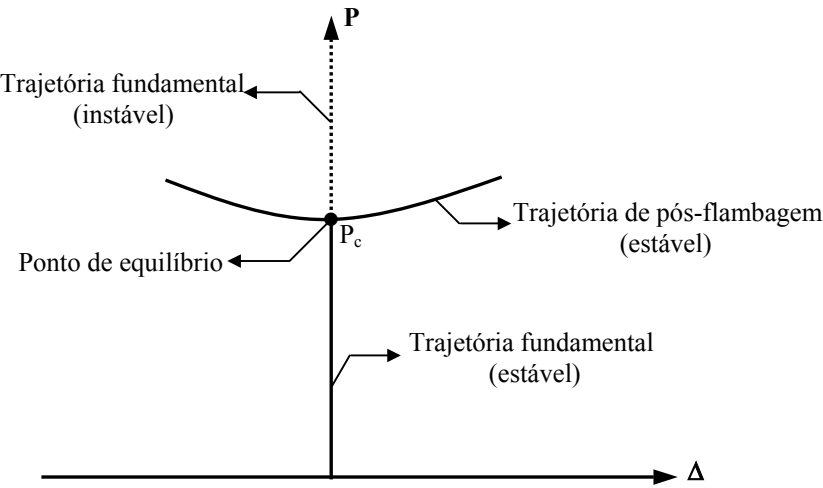


Figura 2.2 - Comportamento da Coluna de Euler.

A instabilidade de uma viga que evolui ao longo de uma determinada trajetória de equilíbrio (relação carga-deslocamento) corresponde à transição entre configurações de equilíbrio estáveis e instáveis. Essa instabilidade pode surgir de dois modos: ocorrência de um ponto de bifurcação, isto é, o fenômeno da instabilidade bifurcacional ou ocorrência de um ponto limite, ou seja, de um ponto onde a trajetória de equilíbrio (não-linear) tem derivada nula.

A Fig. 2.3 mostra um diagrama carga-deslocamento genérico que ilustra, esquematicamente, os conceitos essenciais envolvidos num problema de instabilidade bifurcacional arbitrário, que é caracterizado pela existência de:

- Uma trajetória de equilíbrio fundamental (linear ou não-linear);
- Uma trajetória de equilíbrio pós-flambagem;
- Um ponto de bifurcação que corresponde à interseção das duas trajetórias e no qual as configurações de equilíbrio da trajetória fundamental passam de estáveis a instáveis.

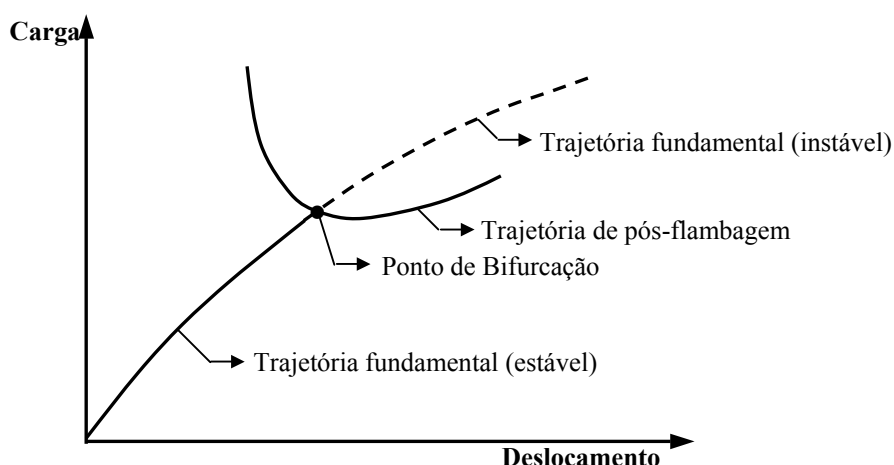


Figura 2.3 - Instabilidade Bifurcacional.

A análise de um problema deste tipo envolve a determinação das coordenadas do ponto de bifurcação, da configuração deformada exibida pela estrutura quando ocorre a bifurcação (modo de instabilidade) e das propriedades da trajetória de pós-flambagem. É ainda importante chamar a atenção para o caráter “abrupto” da instabilidade bifurcacional, o que se traduz pelo fato de os deslocamentos que definem o modo de instabilidade de uma estrutura (por exemplo, os deslocamentos transversais, no caso da coluna de Euler) não estarem presentes na trajetória fundamental e surgirem, subitamente, quando ocorre a bifurcação. Deste modo, só é possível detectar um fenômeno com estas características através de uma análise estrutural que incorpore o aparecimento desses deslocamentos.

2.3 - Análises Lineares e Não-Lineares

Pode definir-se o comportamento de uma estrutura submetida a um conjunto de carregamentos como a relação que existe entre os valores desses carregamentos e dos efeitos por eles provocados na estrutura (tensões, deformações, deslocamentos, etc.), REIS e CAMOTIM [63]. A determinação desse comportamento é o objetivo da Teoria das Estruturas e requer a consideração dos seguintes tipos de equações:

- Equações de equilíbrio, envolvendo forças aplicadas, esforços e tensões;
- Relações constitutivas, envolvendo esforços ou tensões e deformações – descrevem o comportamento do material que constitui a estrutura;
- Relações cinemáticas, envolvendo deformações e deslocamentos;
- Equações de compatibilidade, envolvendo deslocamento e destinadas a garantir que a estrutura respeita as suas ligações (dos vários elementos entre si e com o exterior).

Dependendo do problema específico que se pretende estudar, o comportamento de uma viga, assim como de outras estruturas, pode ser modelado de várias maneiras (modelos de comportamento estrutural), através da adaptação de diferentes hipóteses que incidem sobre as características das equações referidas. A cada modelo de comportamento estrutural corresponde um tipo de análise estrutural diferente.

A análise estrutural mais simples está associada ao comportamento linear, denominada por análise linear de estruturas. Baseia-se na hipótese de todas as equações serem lineares, o que pressupõe: linearidade física (relações constitutivas lineares, isto é, materiais elásticos lineares) e linearidade geométrica (equações de equilíbrio escritas na configuração indeformada da estrutura e relações cinemáticas lineares, isto é, hipótese de pequenos deslocamentos).

No entanto, a análise linear de estruturas não permite identificar ou estudar fenômenos de instabilidade, o que resulta no fato de que a natureza destes fenômenos ser, de uma forma intrínseca, geometricamente não-linear. Tem-se portanto que, por definição, qualquer análise de estabilidade de uma estrutura envolve, obrigatoriamente,

o estabelecimento das equações de equilíbrio na configuração deformada e/ou a consideração de relações cinemáticas não-lineares.

A Fig. 2.4 mostra um diagrama carga-deslocamento genérico que ilustra, esquematicamente, que para valores da carga de compressão axial P elevados, a influência da não-linearidade geométrica é extremamente significativa. Os erros associados aos valores de Δ fornecidos pela análise linear aumentam com o valor de P e são contra a segurança para o caso de carga compressiva.

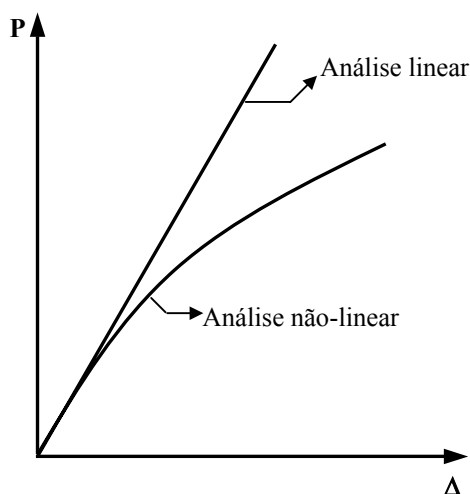


Figura 2.4 - Trajetórias de Equilíbrio.

Dessa maneira, as análises de estabilidade incluem, obrigatoriamente, efeitos geometricamente não-lineares, razão pela qual se pode afirmar que são sempre análises não-lineares. Com relação à linearidade física, ela pode estar presente ou não. No primeiro caso (material elástico linear), trata-se de análise de estabilidade em regime elástico (linear) ou, simplesmente, análise de estabilidade elástica. No segundo caso (material não-linear – por exemplo, material elasto-plástico), as análises designam-se por análise de estabilidade em regime elasto-plástico, etc.

Só em problema muito simples é possível obter soluções analíticas exatas para as trajetórias de equilíbrio, isto é, determinar o verdadeiro comportamento geometricamente não-linear do sistema. No caso geral, apenas se conseguem determinar aproximações dessas trajetórias, válidas para valores menores dos parâmetros de

deformação. As análises de estabilidade que conduzem a essas trajetórias de equilíbrio aproximadas denominam-se, genericamente, análises aproximadas de estabilidade.

Análise Linear de Estabilidade

Existem muitos problemas de instabilidade bifurcacional em que, por um lado, a trajetória fundamental é linear, por outro lado, se pretende determinar unicamente cargas críticas e modos de instabilidade (na maior parte das vezes, apenas a menor dessas cargas – carga crítica de flambagem – e o modo associado). É então, suficiente efetuar uma análise linear de estabilidade.

Na análise não-linear de estabilidade de um sistema estrutural, estabelecem-se as equações de equilíbrio na configuração deformada, mas linearizam-se essas equações relativamente aos deslocamentos envolvidos, isto é, as equações que definem os modos de estabilidade. Tudo se passa como se estabelecessem às equações de equilíbrio numa configuração deformada que está apenas ligeiramente afastada da trajetória fundamental. Como é óbvio, uma análise deste tipo não fornece quaisquer indicações sobre as características das trajetórias de pós-flambagem.

Análise de Pós-Flambagem

Quando se pretende determinar o comportamento de pós-flambagem de uma estrutura, é necessário considerar termos não-lineares nas equações de equilíbrio estabelecidas na configuração deformada, isto é, efetuar uma análise não-linear de estabilidade ou análise de pós-flambagem. A precisão dos resultados obtidos depende, naturalmente, da ordem até a qual são retidos termos nas equações de equilíbrio.

Em geral, é suficiente efetuar a mais simples das análises de pós-flambagem, na qual se retêm apenas os termos não nulos de ordem imediatamente superior à primeira. É válida para valores pequenos dos parâmetros de deformação e permite caracterizar adequadamente o comportamento inicial de pós-flambagem do sistema estrutural, ou seja, o comportamento na vizinhança do ponto de bifurcação.

Critério de Estabilidade

Os critérios de estabilidade são as condições através das quais é possível identificar a estabilidade ou instabilidade de configurações de equilíbrio de sistemas estruturais. Deste modo, a utilização desses critérios permite detectar a ocorrência de fenômenos de instabilidade ao longo das trajetórias de equilíbrio que descrevem o comportamento dos sistemas.

Existem, essencialmente, dois critérios de estabilidade: os critérios dinâmicos e os critérios estáticos. A utilização dos critérios dinâmicos, que são os mais gerais, envolve o estudo do comportamento dinâmico (características do movimento) da estrutura, na vizinhança da configuração de equilíbrio em análise e após a atuação de uma pequena perturbação (por exemplo, força ou deslocamento inicial de pequeno valor). Uma configuração de equilíbrio diz-se estável se as vibrações da estrutura permanecem limitadas no tempo, e instável no caso contrário. Já os fenômenos de instabilidade que ocorrem em configurações de equilíbrio estático são detectados por meio de critérios estáticos. Refira-se, ainda, que, em problemas conservativos, é possível demonstrar que os critérios estáticos e dinâmicos são equivalentes.

2.4 - Instabilidade Flexional de Vigas

Com o objetivo de estudar a instabilidade flexional de colunas inicialmente retas, considere a viga bi-apoiada de comprimento inicial L submetida a uma carga de compressão axial P , conforme ilustrado na Fig. 2.5.

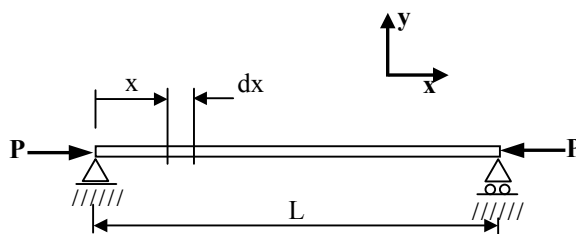


Figura 2.5 - Viga Reta Carregada Centralmente.

A carga crítica para a instabilidade flexional, ou seja, a carga crítica de flambagem, é a menor carga na qual a viga pode ser mantida em equilíbrio na forma reta. Levando em consideração a influência das rotações no comportamento da estrutura, aplica-se as equações de equilíbrio num elemento infinitesimal da viga dx na configuração deformada, como mostra a Fig. 2.6.

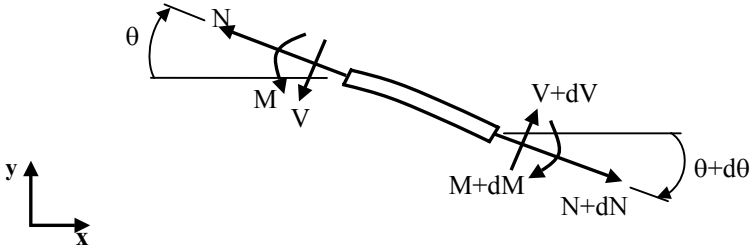


Figura 2.6 - Ação das Forças e Momentos no Elemento da Viga na Configuração Deformada.

Onde θ é o ângulo entre a tangente e o eixo x , N é o componente longitudinal da força, V o componente transversal da força e M o momento fletor.

Considerando que o quadrado da rotação θ é pequeno em comparação com a unidade, isto é, pequena inclinação ou rotação da viga, tem-se que $\sin \theta \cong \theta$ e $\cos \theta \cong 1$, e as equações são obtidas em formas mais simples se as forças são assumidas nas direções x e y .

Do equilíbrio das forças nas direções x e y ($\sum F_x = 0$ e $\sum F_y = 0$) e de momento, tem-se respectivamente:

$$\frac{dN}{dx} + V \frac{d\theta}{dx} + \theta \frac{dV}{dx} = 0 \quad (2.2a)$$

$$-N \frac{d\theta}{dx} - \theta \frac{dN}{dx} + \frac{dV}{dx} = 0 \quad (2.2b)$$

$$V = \frac{dM}{dx} \quad (2.2c)$$

Para vigas esbeltas em consideração, as forças e tensões transversais cisalhantes são muito pequenas. Adota-se, então, que os quadrados dos termos que representam a interação não-linear entre as pequenas forças transversais cisalhantes e as rotações podem ser desprezados. Têm-se assim as seguintes formas simplificadas para as equações de equilíbrio:

$$\frac{dN}{dx} = 0 \quad (2.3a)$$

$$\frac{dV}{dx} - N \frac{d\theta}{dx} = 0 \quad (2.3b)$$

$$V = \frac{dM}{dx} \quad (2.3c)$$

Ou ainda:

$$\frac{dN}{dx} = 0 \quad (2.4a)$$

$$\frac{d^2 M}{dx^2} - N \frac{d\theta}{dx} = 0 \quad (2.4b)$$

Desse modo a análise de equilíbrio conduz a duas equações e três incógnitas N , M e θ . Como pode-se notar $\theta = -dy/dx$ e pela teoria de viga, além disso, $M = -EI d^2 y/dx^2$, onde E é o módulo de elasticidade do material e I é o momento de inércia da seção transversal da viga. Conseqüentemente, as equações de equilíbrio podem ser escritas em termos de duas incógnitas, N e y , como segue:

$$\frac{dN}{dx} = 0 \quad (2.5a)$$

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} - N \frac{d^2 y}{dx^2} = 0 \quad (2.5b)$$

Pela Eq. (2.5a) é visto que N é constante em x , e pelas condições de contorno em $x = 0, L$, tem-se que $N = -P$. Conseqüentemente, as Eqs. (2.5) são simplificadas por

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{P}{EI} \frac{d^2 y}{dx^2} = 0 \quad (2.6)$$

A Eq. (2.6) é a expressão de governo bem conhecida do equilíbrio de uma viga na forma ligeiramente deformada. A solução geral da equação diferencial de quarta ordem com coeficientes constantes é prontamente dada por:

$$y(x) = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx + C_3 x + C_4 \quad (2.7)$$

Onde $k^2 = P/EI$, e C_1 , C_2 , C_3 e C_4 são constantes. Os autovalores são determinados pela substituição apropriada das condições de contorno nas extremidades da viga.

Viga Bi-Rotulada

Para a viga bi-rotulada nas extremidades tem-se as seguintes condições de contorno: $y = d^2y/dx^2 = 0$ em $x = 0, L$. Substituindo as condições de contorno adequadamente na Eq. (2.7) encontra-se:

$$C_2 = C_3 = C_4 = C_1 \sin kL = 0 \quad (2.8)$$

Para a viga na configuração defletida, C_1 deve ser diferente de zero (solução não trivial). Logo a Eq. (2.7) é satisfeita somente se $\sin kL = 0$ e $k = n\pi/L$, onde n é um inteiro positivo. Assim, o menor autovalor de kL é π , e como $k^2 = P/EI$, tem-se a seguinte expressão para a carga crítica de flambagem:

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (2.9)$$

Conseqüentemente, a solução para a configuração defletida para a viga com extremidades bi-rotuladas é dada por:

$$y(x) = C \cdot \sin \frac{\pi x}{L} \quad (2.10)$$

Onde C é uma constante indefinida no problema de autovalor e autovetor.

Viga Bi-Engastada

Já para a viga bi-engastada nas extremidades as condições de contorno são: $y = dy/dx = 0$ em $x = 0, L$. Substituindo as condições de contorno adequadamente na Eq. (2.7) fica-se com:

$$C_2 + C_4 = 0 \quad (2.11a)$$

$$kC_1 + C_3 = 0 \quad (2.11b)$$

$$C_1 \sin kL - C_2 \cos kL + C_3 L + C_4 = 0 \quad (2.11c)$$

$$kC_1 \cos kL - kC_2 \sin kL + C_3 = 0 \quad (2.11d)$$

Para que a solução não trivial do sistema de equações homogêneas exista, o determinante dos coeficientes deve ser igual a zero, ou seja:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ k & 0 & 1 & 0 \\ \sin kL & \cos kL & \cos kL & 1 \\ k \cos kL - k \sin kL & -k \sin kL & -k \sin kL & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (2.12)$$

Ou ainda, $\sin(kL/2) = 0$. O menor valor diferente de zero de $kL/2$ é π , ou como $k^2 = P/EI$:

$$P_c = 4 \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (2.13)$$

Logo, carga crítica de flambagem para uma viga engastada em ambas as extremidades é quatro vezes a carga crítica de uma que está simplesmente rotulada ou apoiada nas extremidades.

Por fim, a solução para a configuração defletida para a viga com extremidades bi-engastadas é dada por:

$$y(x) = C \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{L} \right) \quad (2.14)$$

Onde C é uma constante indefinida no problema de autovalor e autovetor.

Viga Engastada-Rotulada

Para a condição engastada em uma das extremidades e rotulada na outra tem-se as condições de contorno: $y = dy/dx = 0$ em $x = 0$ e $y = d^2y/dx^2 = 0$ em $x = L$, respectivamente. Substituindo as condições de contorno na Eq. (2.7) e fazendo o determinante do sistema de equações homogêneas encontrado igual a zero, a solução não trivial é dada por:

$$\tan kL = kL \quad (2.15)$$

A menor raiz corresponde a $kL = 4,49$, então $k^2 = 2,04\pi^2 / L^2$, ficando-se então com a seguinte carga crítica de flambagem:

$$P_c = 2,04 \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (2.16)$$

E a solução para a configuração defletida para a viga com uma das extremidades rotuladas e a outra extremidade engastada é:

$$y(x) = C [\operatorname{sen} kx - kL \cos kx + k(L - x)] \quad (2.17)$$

Onde C é uma constante indefinida e $k = 4,49 / L$.

Viga Engastada-Livre

Considere agora uma viga com uma das extremidades engastada ($x = 0$), e a outra livre ($x = L$). Para a viga ligeiramente defletida, a força transversal cisalhante na extremidade livre é aproximadamente $V = P dy/dx$, vide Eq. (2.3b). Mas

$V = -EI d^3 y / dx^3$ e $k^2 = P / EI$. Então, as condições de contorno podem ser escritas como: $y = dy / dx = 0$ em $x = 0$, e $d^2 y / dx^2 = 0$ e $d^3 y / dx^3 = -k^2 dy / dx$ em $x = L$. Substituindo na Eq. (2.7) encontram-se:

$$C_1 = C_3 = 0 \tag{2.18a}$$

$$C_2 = -C_4 \tag{2.18b}$$

$$C_2 \cos kL = 0 \tag{2.18c}$$

Onde $k = (2n + 1)\pi / 2L$ e n é um inteiro não-negativo. Então, para o menor autovalor correspondente ($n = 0$), tem-se:

$$P_c = \frac{1}{4} \frac{\pi^2 EI}{L^2} \tag{2.19}$$

Conseqüentemente, a solução para a configuração defletida para a viga com uma extremidade engastada e a outra extremidade livre é dada por:

$$y(x) = C \left(1 - \cos \frac{\pi x}{2L} \right) \tag{2.20}$$

Onde C é uma constante indefinida no problema de autovalor e autovetor.

A Fig. 2.7 mostra uma comparação entre os efeitos das condições de contorno.

Condições de Contorno	Configuração Defletida	Carga Crítica
Bi-Rotulada		$\pi^2 EI / L^2$
Bi-Engastada		$4 \pi^2 EI / L^2$
Engastada-Rotulada		$2,04 \pi^2 EI / L^2$
Engastada-Livre		$\pi^2 EI / 4 L^2$

Figura 2.7 - Comparação dos Efeitos das Condições de Contorno.

3 – PRINCÍPIOS DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR

3.1 – Introdução

Sempre que houver um gradiente de temperatura dentro de um sistema, ou então, se dois sistemas a diferentes temperaturas forem colocados em contato, haverá transferência de energia. O processo pelo qual a energia é transportada é conhecido por transferência de calor. A entidade em trânsito, chamada calor, não pode ser medida ou observada diretamente, porém os efeitos que ela produz são susceptíveis de observação e medição. O fluxo de calor, assim como o desempenho de trabalho, é um processo pelo qual a energia interna de um sistema é alterada. Esses conceitos e definições, assim como os que seguem, são descritos nos textos clássicos de transferência de calor, como KREITH e BOHN [64], ÖZISIK [65], INCROPERA e WITT [66] e BEJAN [67].

Na transferência de calor, como em outros ramos da engenharia, a solução de um problema impõe algumas premissas e idealizações. É quase impossível escrever com exatidão os fenômenos físicos e, para expressar um problema na forma de equação que possa ser resolvida, são necessárias algumas aproximações. É importante saber as premissas, idealizações e aproximações adotadas no decorrer de uma análise quando os resultados finais forem interpretados. Algumas vezes, informações insuficientes sobre as propriedades físicas exigem a utilização de aproximações de engenharia para solucionar um problema. Propriedades físicas como a condutividade térmica ou a viscosidade variam com a temperatura, mas se forem selecionados valores médios adequados, os cálculos podem ser consideravelmente simplificados sem a introdução de um erro apreciável no resultado final.

Não existem guias simples para solucionar problemas novos ou inexplorados, e uma suposição válida para um problema pode não ser para um outro. A experiência tem demonstrado, entretanto, que o primeiro requisito para fazer suposições e aproximações de engenharia adequadas é a compreensão física completa e perfeita do problema em questão. No campo da transferência de calor, isso significa familiaridade não só com as

leis e os mecanismos físicos do fluxo de calor, mas também com os da mecânica do fluxo, da física e da matemática.

A transferência de calor pode ser definida como a transmissão de energia de uma região a outra resultante da diferença de temperatura entre elas. A literatura da transferência de calor geralmente reconhece três modos distintos de transmissão de calor: condução, radiação e convecção. Exatamente falando, somente a condução e a radiação devem ser classificadas como processos de transferência de calor, pois somente esses dois mecanismos dependem meramente da existência de uma diferença de temperatura para operar. O último dos três modos, a convecção, não obedece exatamente à definição da transferência de calor, porque sua operação depende também do transporte mecânico de massa. Como, porém, a convecção também realiza a transmissão de energia de regiões de temperatura mais alta para regiões de temperatura mais baixa, o termo “transferência de calor por convecção” tornou-se aceito de forma generalizada.

Quando existe um gradiente de temperatura em um meio estacionário, que pode ser sólido ou fluido, usa-se o termo condução para referir-se a transferência de calor que irá ocorrer através desse meio. Por outro lado, o termo convecção refere-se à transferência de calor que irá ocorrer entre uma superfície e um fluido em movimento quando eles se encontram em temperaturas diferentes. E, por fim, sabe-se que todas as superfícies a uma temperatura finita emitem energia na forma de ondas eletromagnéticas. E assim, na ausência de um meio que se interponha entre duas superfícies, a diferentes temperaturas, existe transferência de calor por radiação.

3.2 – Modos Básicos de Transferência de Calor

Condução de Calor

Sempre que houver um gradiente de temperatura em um meio sólido, o calor fluirá da região de temperatura mais alta para a região de temperatura mais baixa. A

taxa na qual o calor é transferido por condução (q_k) é proporcional ao gradiente de temperatura dT/dx multiplicado pela área A através da qual o calor é transferido:

$$q_k \propto A \frac{dT}{dx} \quad (3.1)$$

Nesta relação, $T(x)$ é a temperatura local e x é a distância na direção do fluxo de calor. A taxa real do fluxo de calor depende da condutividade térmica k , que é uma propriedade física do meio. Para a condução através de um meio homogêneo, a taxa de transferência é, então,

$$q_k = -kA \frac{dT}{dx} \quad (3.2)$$

O sinal negativo é uma consequência da segunda lei da termodinâmica, exigindo que o calor flua na direção da temperatura mais alta para a mais baixa. O gradiente de temperatura será negativo se a temperatura diminuir com valores crescentes de x . Portanto, se o calor transferido na direção x positiva deve ser uma quantidade positiva, um sinal negativo deve ser inserido no lado direito da Eq. (3.2).

A Eq. (3.2) é chamada de lei da condução de Fourier, e define a condutividade térmica. A condutividade térmica é uma propriedade do material que indica a quantidade de calor que fluirá por unidade de tempo através de uma unidade de área quando o gradiente de temperatura for unitário.

Os valores da condutividade térmica dos vários tipos de materiais são apresentados na Tab. 3.1 (KREITH e BOHN [64]) e a Fig. 3.1 (ÖZISIK [65]) mostra a discrepância de valores entre a ordem de grandeza da condutividade térmica de um sólido comparada a de um gás. Apesar da condutividade térmica geralmente variar com a temperatura, em muitos problemas de engenharia a variação é suficientemente pequena e pode ser desprezada. A Fig. 3.2 (ÖZISIK [65]) mostra a dependência da condutividade térmica com a temperatura.

Tabela 3.1 – Condutividade Térmica de Alguns Metais, Sólidos Não-Metálicos, Líquidos e Gases.

Condutividade Térmica a 300K	
Material	W/m.K
Cobre	399
Alumínio	237
Aço-carbono, 1% C	43
Vidro	0,81
Plástico	0,2-0,3
Água	0,6
Etilenoglicol	0,26
Óleo de motor	0,15
Freon (líquido)	0,07
Hidrogênio	0,18
Ar	0,026

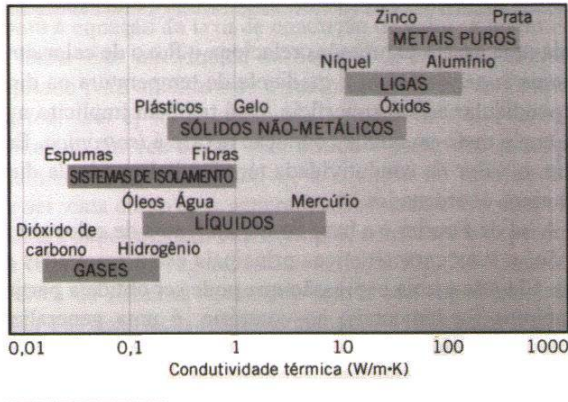


Figura 3.1 – Condutividade Térmica em Condições Normais de Temperatura e Pressão.

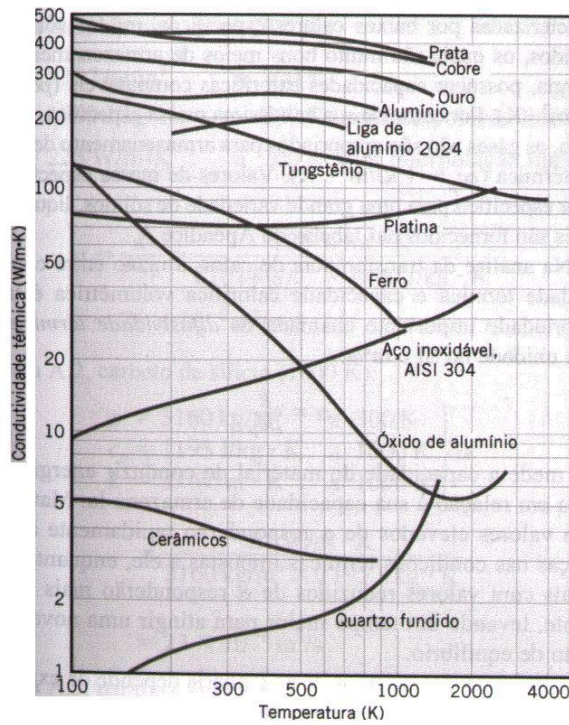


Figura 3.2 – Dependência da Condutividade Térmica com a Temperatura.

Para cálculos de engenharia, normalmente utilizam-se valores de condutividade térmica medidos experimentalmente, embora para gases em temperaturas moderadas possa-se utilizar a teoria cinética dos gases para estimar de forma precisa os valores experimentais.

Convecção

O modo de transferência de calor por convecção, na realidade, consiste de dois mecanismos operando simultaneamente. O primeiro é a transferência de energia atribuída ao movimento molecular, ou seja, o modo condutivo. Sobreposta a ele está a transferência de energia através do movimento macroscópico de parcelas do fluido. O movimento do fluido resulta do movimento de suas parcelas, cada qual consistindo de um grande número de moléculas, que se movem em razão de uma força externa.

Se o movimento do fluido for introduzido artificialmente, que força o fluxo do fluido sobre a superfície, diz-se que a transferência de calor se processa por convecção forçada. Se o movimento do fluido resulta dos efeitos da ascensão provocada pela

diferença de densidade causada pela diferença de temperatura no fluido, a transferência de calor se dá por convecção livre (ou natural).

A transferência de calor por convecção depende da densidade, viscosidade e velocidade do fluido, bem como de suas propriedades térmicas (condutividade térmica e calor específico). Enquanto na convecção forçada a velocidade normalmente é imposta sobre o sistema e pode ser especificada diretamente, na convecção natural ela depende da diferença de temperatura existente entre a superfície e o fluido, do coeficiente de expansão térmica do fluido (que determina a variação de densidade por unidade de diferença de temperatura) e do campo de força do corpo que, em sistemas localizados na terra, é simplesmente a força da gravidade.

Independente dos detalhes do mecanismo, a taxa de transferência de calor por convecção entre uma superfície e um fluido pode ser calculada a partir da relação:

$$q_c = \bar{h}_c A \Delta T \quad (3.3)$$

Onde q_c é a taxa de transferência de calor por convecção, A é a área de transferência de calor, ΔT é a diferença entre a temperatura da superfície T_s e uma temperatura do fluido T_∞ em algum local especificado e $\bar{h}_c$ é o coeficiente de transferência de calor por convecção sobre a área (normalmente chamado de coeficiente de transferência de calor da superfície).

A Eq. (3.3) vem sendo grandemente utilizada na engenharia, mesmo sendo ela uma definição de $\bar{h}_c$ em vez de uma lei fenomenológica da convecção. A avaliação do coeficiente de transferência de calor por convecção é difícil, por tratar-se de um fenômeno muito complexo. O valor numérico de $\bar{h}_c$ em um sistema depende da geometria da superfície, da velocidade e também das propriedades físicas do fluido e, com frequência, até da diferença de temperatura ΔT . Tendo em vista o fato de que essas quantidades não são necessariamente constantes sobre uma superfície, o coeficiente de transferência de calor por convecção também pode variar de um ponto a

outro. Por esse motivo, deve-se fazer distinção entre um coeficiente de transferência de calor por convecção local e um médio. O coeficiente local é definido por:

$$dq_c = -h_c dA(T_s - T_\infty) \tag{3.4}$$

enquanto o coeficiente médio $\overline{h}_c$ pode ser definido em termos do valor local por:

$$\overline{h}_c = \frac{1}{A} \iint_A h_c dA \tag{3.5}$$

Para a maioria das aplicações de engenharia tem interesse nos valores médios. Os valores típicos da ordem de magnitude dos coeficientes médios de transferência de calor por convecção, observados na prática da engenharia, são fornecidos na Tab. 3.2 (ÖZISIK [65]).

Tabela 3.2 – Ordem de Magnitude dos Coeficientes de Transferência de Calor por Convecção.

Coeficiente de Transferência de Calor por Convecção	
Fluido	W/m ² .K
Ar, convecção livre	6-30
Vapor ou ar superaquecido, convecção forçada	30-300
Óleo, convecção forçada	60-1800
Água, convecção forçada	300-18000
Água, em ebulição	3000-60000
Vapor, condensado	6000-120000

Utilizando a Eq. (3.3), pode-se definir a condutância térmica para a transferência de calor por convecção K_c como:

$$K_c = \overline{h}_c A \tag{3.6}$$

E a resistência térmica para a transferência de calor por convecção R_c , que é igual a recíproca da condutância, como:

$$R_c = \frac{1}{K_c} \quad (3.7)$$

Radiação

Todos os corpos emitem continuamente energia em virtude da sua temperatura; a energia assim emitida é a radiação térmica. A emissão ou absorção da energia radiante por um corpo é um processo de massa, isto é, a radiação que se origina no interior do corpo, é emitida através da superfície. Inversamente, a radiação incidente na superfície de um corpo penetra até as profundezas do meio, onde é atenuada. Quando uma grande proporção da radiação incidente é atenuada a uma distância muito pequena da superfície, pode-se falar da radiação como absorvida ou emitida pela superfície.

A quantidade de energia que deixa uma superfície como calor irradiado depende da temperatura absoluta e da temperatura da superfície. Um radiador perfeito ou corpo negro emite energia irradiada de sua superfície a uma taxa q_r fornecida por:

$$q_r = \sigma A_1 T_1^4 \quad (3.8)$$

Onde q_r é a taxa de fluxo de calor, σ é uma constante dimensional com um valor de $5,67 \times 10^{-8}$ (W/m².K⁴), ou seja, a constante de Stefan-Boltzmann, A_1 é a área da superfície e T_1 é a temperatura.

A inspeção da Eq. (3.8) mostra que qualquer superfície de corpo negro em temperatura acima de zero absoluto irradia calor em taxa proporcional à quarta potência da temperatura absoluta. Apesar de a taxa de calor irradiado ser independente das condições da vizinhança, uma transferência líquida de calor irradiado exige diferenças nas temperaturas das superfícies de dois corpos quaisquer entre os quais ocorrerá a troca. Se o corpo negro irradiar para um envoltório fechado que também é negro, ou seja, que absorve toda a energia irradiada incidente sobre ele, a taxa líquida de transferência de calor irradiado é fornecida por:

$$q_r = A_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (3.9)$$

Onde T_2 é a temperatura do envoltório fechado.

Os corpos reais não atendem às especificações de um radiador ideal e emitem radiação a uma taxa mais baixa que a dos corpos negros. Se eles emitirem a uma temperatura igual àquela de um corpo negro, uma fração constante da emissão do corpo negro em cada comprimento de onda, eles são chamados corpos cinzentos. Um corpo cinzento A_1 a uma temperatura T_1 emite radiação a uma taxa de $\varepsilon_1 \sigma A_1 T_1^4$, e a taxa de transferência de calor entre um corpo cinzento a uma temperatura T_1 e um envoltório negro fechado circunvizinho a uma temperatura T_2 é:

$$q_r = A_1 \varepsilon_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (3.10)$$

Onde ε_1 é a emitância da superfície cinzenta e é igual à emissão a partir da superfície cinzenta e a emissão a partir de um radiador perfeito na mesma temperatura.

Se nenhum dos dois corpos for um radiador perfeito e os dois tiverem determinado relacionamento geométrico entre si, a transferência líquida de calor por radiação entre eles é fornecida por:

$$q_r = A_1 \mathfrak{F}_{1-2} \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (3.11)$$

onde $\mathfrak{F}_{1-2}$ é um módulo adimensional que modifica as equações para radiadores perfeitos, a fim de levar em consideração as emitâncias e as geometrias relativas aos corpos reais.

Em muitos problemas de engenharia, a radiação é combinada com outros modos de transferência de calor. A solução desses problemas normalmente pode ser simplificada pela utilização de uma condutância térmica K_r ou uma resistência térmica

R_r para a radiação. A definição de K_r é similar à de K_k , a condutância térmica por condução. Se a transferência de calor por radiação for escrita como:

$$q_r = K_r (T_1 - T_2') \quad (3.12)$$

a condutância por radiação, por comparação a Eq. (3.5), é dada por:

$$K_r = \frac{A_1 \mathfrak{T}_{1-2} \sigma (T_1^4 - T_2'^4)}{(T_1 - T_2')} \quad (3.13)$$

A condutância de radiação térmica unitária ou o coeficiente de transferência de calor por radiação, $\bar{h}_r$, será então:

$$\bar{h}_r = \frac{K_r}{A_1} = \frac{\mathfrak{T}_{1-2} \sigma (T_1^4 - T_2'^4)}{(T_1 - T_2')} \quad (3.14)$$

onde T_2' é qualquer temperatura de referência conveniente, cuja escolha normalmente é ditada pela equação de convecção. De forma similar, a resistência térmica para radiação unitária é:

$$R_r = \frac{T_1 - T_2'}{A_1 \mathfrak{T}_{1-2} \sigma (T_1^4 - T_2'^4)} \quad (3.15)$$

Coeficiente de Transferência de Calor Global

Em certos tipos de problemas é conveniente simplificar a formulação de transferência de calor por meio das resistências ou condutâncias individuais do sistema térmico em uma quantidade chamada condutância unitária global, transmitância total ou coeficiente total de transferência de calor U . A utilização de um coeficiente total é uma conveniência na notação e é importante não perder de vista o significado dos fatores individuais que determinam o valor numérico de U .

A taxa de transferência de calor em termos de um coeficiente global fornece:

$$q = UA\Delta T_{total} \quad (3.16)$$

onde:

$$UA = \frac{1}{R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n} = \frac{1}{R_{total}} \quad (3.17)$$

E ainda, $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$ são as resistências térmicas e R_{total} é a resistência térmica total do sistema.

A resistência térmica R_k que uma superfície oferece ao fluxo de calor por condução é dada por:

$$R_k = \frac{L}{Ak} \quad (3.18)$$

onde L é o comprimento através do qual o calor é transferido.

A resistência térmica para a resistência de calor por convecção é:

$$R_c = \frac{1}{\bar{h}_c A} \quad (3.19)$$

onde $\bar{h}_c$ é o coeficiente de transferência de calor por convecção.

E por fim, a resistência térmica para a resistência de calor por radiação é:

$$R_r = \frac{1}{\bar{h}_r A} \quad (3.20)$$

onde $\bar{h}_r$ é o coeficiente de transferência de calor por radiação.

3.3 – Transferência de Calor em uma Tubulação

No caso da transferência de calor através de uma tubulação com um fluido em movimento em seu interior, o sistema pode ser idealizado como um fluxo de calor radial através de um envoltório cilíndrico, conforme a Fig. 3.3 (KREITH e BOHN [64]). Deve-se determinar, então, a distribuição de temperatura e a taxa de transferência de calor em um cilindro longo oco de comprimento L , se as temperaturas das superfícies interna e externa forem respectivamente T_i e T_o , e não houver geração interna de calor. Como se trata de regime permanente, a distribuição de temperaturas não é uma função do tempo e a forma apropriada da equação de condução é:

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad (3.21)$$

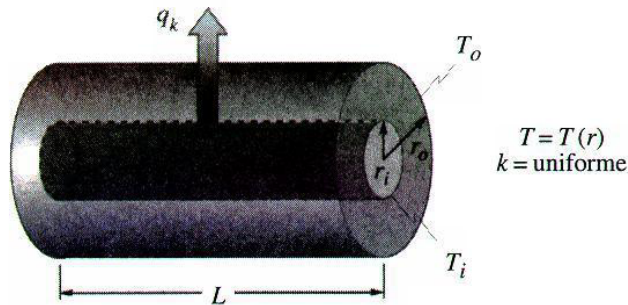


Figura 3.3 – Condução de Calor Radial através de um Envoltório Cilíndrico.

Integrando a Eq. (3.21) em relação ao raio (r), obtêm-se:

$$r \frac{dT}{dr} = C_1 \text{ ou } \frac{dT}{dr} = \frac{C_1}{r} \quad (3.22)$$

Uma segunda integração fornece $T = C_1 \ln r + C_2$. As constantes de integração podem ser determinadas a partir das condições de contorno:

$$T_i = C_1 \ln r_i + C_2 \quad \text{em } r = r_i \quad (3.23)$$

Assim, $C_2 = T_i - C_1 \ln r_i$. De forma similar, para T_0 :

$$T_0 = C_1 \ln r_0 + T_i - C_1 \ln r_i \quad \text{em } r = r_0 \quad (3.24)$$

Portanto, $C_1 = (T_0 - T_i) / \ln(r_0 / r_i)$.

A distribuição de temperaturas, expressa em forma adimensional, é portanto:

$$\frac{T(r) - T_i}{T_0 - T_i} = \frac{\ln(r / r_i)}{\ln(r_0 / r_i)} \quad (3.25)$$

A taxa de transferência de calor por condução através do cilindro de comprimento L é, a partir da Eq. (3.2):

$$q_k = -kA \frac{dT}{dr} = 2\pi Lk \frac{T_i - T_0}{\ln(r_0 / r_i)} \quad (3.26)$$

Em termos de resistência, pode-se escrever:

$$q_k = \frac{T_i - T_0}{R_{th}} \quad (3.27)$$

onde a resistência ao fluxo de calor por condução através de um cilindro de comprimento L , raio interno r_i e raio externo r_0 é:

$$R_{th} = \frac{\ln(r_0 / r_i)}{2\pi Lk} \quad (3.28)$$

Suponha um fluido aquecido em tubulação recoberta por material isolante. O sistema perde calor para o ar ao seu redor através de um coeficiente médio de transferência de calor $\bar{h}_{c,o}$.

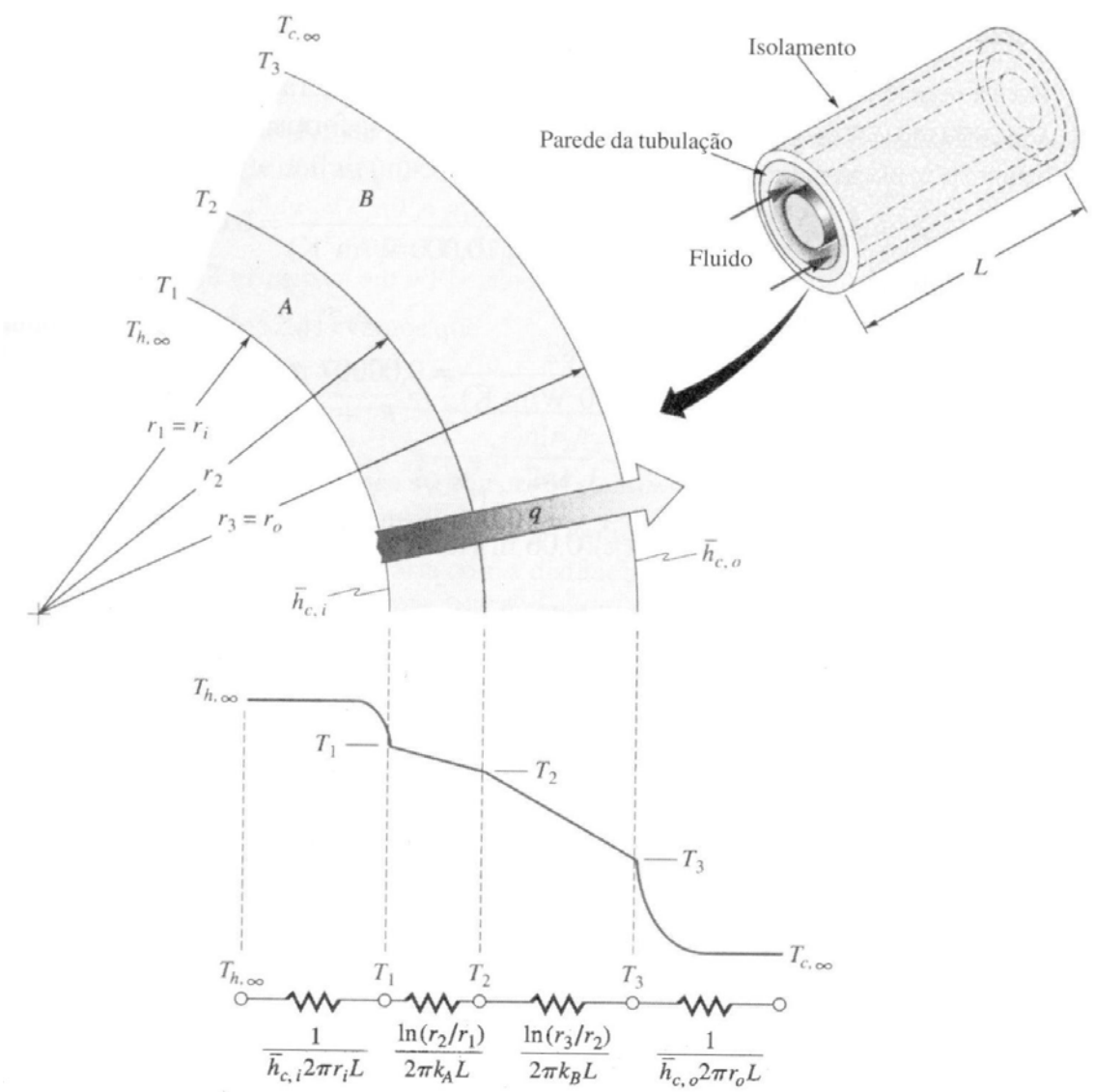


Figura 3.4 – Distribuição de Temperaturas para uma Parede Cilíndrica Composta, com Convecção nas Superfícies Internas e Externas.

Utilizando a Eq. (3.26) para a resistência térmica dos dois cilindros, vide Fig. 3.4 (KREITH e BOHN [64]), e a Eq. (3.7) para a resistência térmica no interior da tubulação e a parte externa do isolamento, obtêm-se a rede térmica. Indicando a

temperatura do fluido aquecido como $T_{h,\infty}$ e a temperatura do ar ambiente como $T_{c,\infty}$, a taxa do fluxo de calor é:

$$q = \frac{\Delta T}{\sum_1^4 R_{th}} = \frac{T_{h,\infty} - T_{c,\infty}}{\frac{1}{\bar{h}_{c,i} 2\pi r_1 L} + \frac{\ln(r_2 / r_1)}{2\pi k_A L} + \frac{\ln(r_3 / r_2)}{2\pi k_B L} + \frac{1}{\bar{h}_{c,o} 2\pi r_3 L}} \quad (3.29)$$

Freqüentemente é conveniente definir um coeficiente total de transferência de calor através da equação:

$$q = UA\Delta T_{total} = UA(T_{quente} - T_{fria}) \quad (3.30)$$

Comparando as Eqs. (3.29) e (3.30) têm-se:

$$UA = \frac{\Delta T}{\sum_1^4 R_{th}} = \frac{1}{\frac{1}{\bar{h}_{c,i} A_i} + \frac{\ln(r_2 / r_1)}{2\pi k_A L} + \frac{\ln(r_3 / r_2)}{2\pi k_B L} + \frac{1}{\bar{h}_{c,o} A_o}} \quad (3.31)$$

Para sistemas cilíndricos, a área varia com a distância radial, e os coeficientes globais de transferência de calor podem estar baseados em qualquer área no caminho do fluxo de calor. Assim, o valor numérico de U dependerá da área escolhida. Como na prática o diâmetro externo é o de mais fácil medição, $A_o = 2\pi r_3 L$ normalmente é escolhida como a área base. A taxa de fluxo de calor é então:

$$q = UA_o (T_{quente} - T_{fria}) \quad (3.32)$$

e o coeficiente global torna-se:

$$U = \frac{1}{\frac{r_3}{r_1 \bar{h}_{c,i}} + \frac{r_3 \ln(r_2 / r_1)}{k_A} + \frac{r_3 \ln(r_3 / r_2)}{k_B} + \frac{1}{\bar{h}_{c,o}}} \quad (3.33)$$

3.4 – Condução de Calor em Regime Transiente num Cilindro Longo

Até agora só foi considerada a condução de calor no estado estacionário, porém algum tempo deve transcorrer após o início do processo de transferência de calor antes das condições de estado estacionário serem alcançadas. Durante esse período transiente, a temperatura varia e a análise deve levar em conta as variações na energia interna. Agora serão abordados os métodos para a análise de problemas mais complexos do fluxo de calor em estado transiente, pois o fluxo de calor transiente é de grande importância prática na engenharia.

Sistemas com Resistência Interna Desprezíveis

Apesar de não haver na natureza material que apresente uma condutividade térmica infinita, muitos problemas de fluxo de calor transitório podem ser rapidamente solucionados com precisão aceitável pela superposição de que a resistência condutiva interna do sistema é tão pequena que a temperatura no seu interior é substancialmente uniforme em qualquer instante. A simplificação é justificada quando a resistência térmica externa entre a superfície externa do sistema e o meio ao seu redor é tão grande, quando comparada à resistência térmica interna do sistema, que ela controla o processo de transferência de calor.

Uma medida da importância relativa da resistência térmica dentro de um corpo sólido é o número de Biot (Bi) a razão entre a resistência interna e externa, que é definida pela equação:

$$Bi = \frac{R_{interna}}{R_{externa}} = \frac{\bar{h}L}{k_s} \quad (3.34)$$

Onde $\bar{h}$ é o coeficiente de calor médio, L é a dimensão de comprimento significativo, obtida pela divisão do volume do corpo por sua área superficial e k_s é a condutividade térmica do corpo sólido. Em corpos cuja forma se assemelha a uma placa, um cilindro ou uma esfera, o erro introduzido pela superposição de que a temperatura em qualquer

instante é uniforme será menor que 5% quando a resistência interna for menor que 10% da resistência da superfície externa, isto é, quando $\bar{h}L/k_s < 0,1$.

Gráficos para a Condução de Calor Transiente

Para a condução transiente de calor em um cilindro infinitamente longo de raio r_0 , sujeito às condições de contorno de importância prática, foram calculados a distribuição de temperaturas e o fluxo de calor; os resultados estão apresentado nas Figs. 3.5 a 3.7(KREITH e BOHN [64]), onde têm a aplicação em alguns problemas típicos de condução transitória de calor com o número de Biot maior que 0,1.

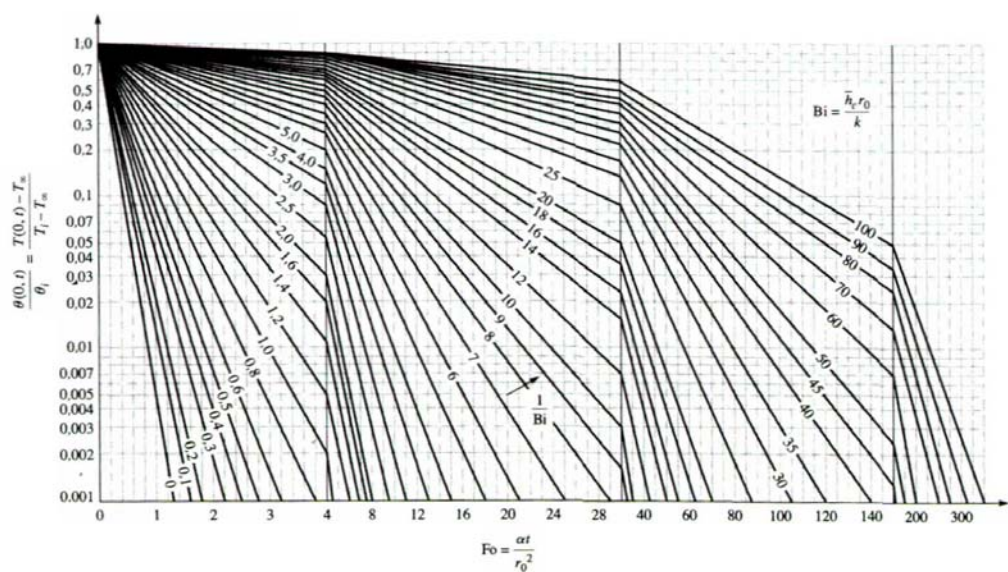


Figura 3.5 – Temperaturas Transitórias Adimensionais em Função do Número de Fourier.

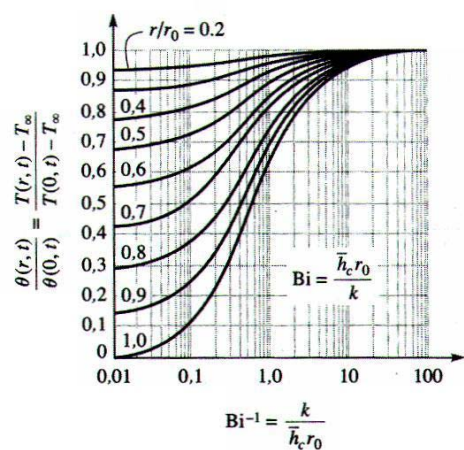


Figura 3.6 – Temperaturas Transitórias Adimensionais em Função do Inverso do Número de Biot.

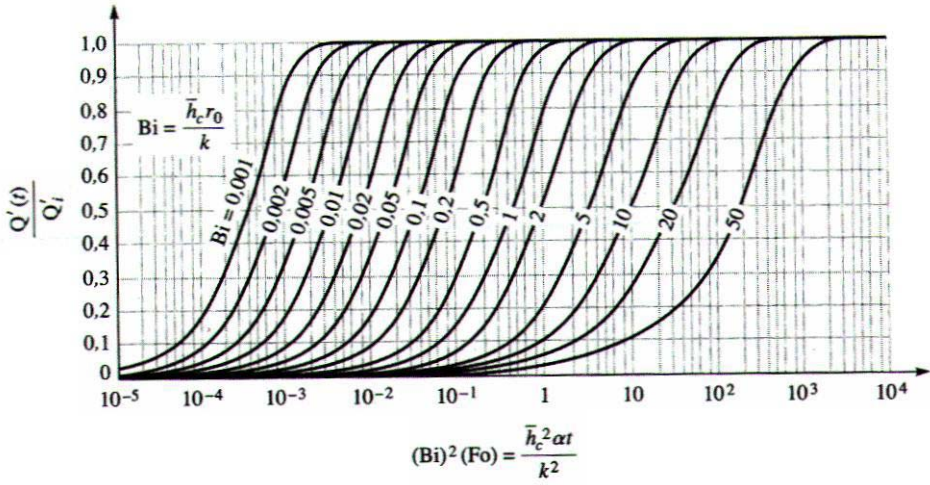


Figura 3.7 –Fluxo de Calor Adimensional para um Cilindro Longo.

Para solução unidimensional uma condição de contorno exige que o gradiente de temperatura no eixo do cilindro seja igual a zero. Fisicamente, isso corresponde à ausência de fluxo de calor nesse local.

A outra condição de contorno exige que o calor conduzido para ou a partir da superfície do cilindro seja transferido por convecção para ou de um fluido à temperatura T_∞ , por meio de um coeficiente de transferência de calor por convecção constante, $\bar{h}_c$ ou:

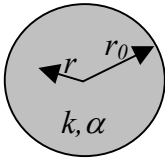
$$\bar{h}_c (T_s - T_\infty) = -k \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_s \quad (3.35)$$

onde o subscrito s se refere às condições na superfície e n à coordenada da direção normal à superfície. Deve-se observar que o caso limite de $Bi \rightarrow \infty$ corresponde a uma resistência térmica desprezível na superfície ($\bar{h}_c \rightarrow \infty$), de forma que a temperatura superficial é especificada como igual a T_∞ para $t > 0$.

As condições iniciais para a solução gráfica exigem que o cilindro esteja inicialmente a uma temperatura uniforme t_i e que, ao iniciar a condição transitória no tempo zero ($t = 0$), a superfície do cilindro esteja em contato com um fluido a T_∞ .

A solução para o caso está representada graficamente em termos de parâmetros adimensionais. As formas desses parâmetros estão resumidas na Tab. 3.3 (ÖZISIK [65]).

Tabela 3.3 – Resumo dos Parâmetros Adimensionais para um Cilindro Infinitamente Longo.

Descrição	Cilindro Infinitamente Longo, Raio r_0
Geometria	
Posição adimensional	$\frac{r}{r_0}$
Número de Biot	$\frac{\overline{h}_c r_0}{k}$
Número de Fourier	$\frac{\alpha t}{r_0^2}$
Temperatura adimensional da linha central $\frac{\theta(0,t)}{\theta_i}$	Fig. 3.3
Temperatura adimensional local $\frac{\theta(x,t)}{\theta(0,t)}$ ou $\frac{\theta(x,t)}{\theta(0,t)}$	Fig. 3.4
Transferência de calor adimensional $\frac{Q''(t)}{Q''_i}, \frac{Q'(t)}{Q'_i}, \frac{Q'(t)}{Q'_i}$	Fig. 3.5 $Q'_i = \rho c \pi r_0^2 (T_i - T_\infty)$

As temperaturas adimensionais são apresentadas na forma de dois gráficos inter-relacionados. A Fig. 3.5 fornece a temperatura adimensional no centro do cilindro como uma função do número de Fourier, ou seja, tempo adimensional, com o inverso do

número de Biot como o parâmetro constante. A temperatura adimensional no centro para esse gráfico é definida como:

$$\frac{T(0,t) - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} \equiv \frac{\theta(0,t)}{\theta_i} \quad (3.36)$$

Para avaliar a temperatura local como função do tempo, deve-se utilizar o segundo gráfico de temperatura. A Fig. 3.6 fornece a razão entre a temperatura local e a temperatura no centro do cilindro como uma função do inverso do número de Biot para vários valores do parâmetro de distância adimensional, r/r_0 para um cilindro. A razão entre temperaturas é:

$$\frac{T(r,t) - T_{\infty}}{T_i(0,t) - T_{\infty}} \equiv \frac{\theta(r,t)}{\theta_i(0,t)} \quad (3.37)$$

Para determinar a temperatura local em função do tempo t , forma-se o produto:

$$\frac{T(r,t) - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} = \left[\frac{T(0,t) - T_{\infty}}{T_i - T_{\infty}} \right] \left[\frac{T(r,t) - T_{\infty}}{T(0,t) - T_{\infty}} \right] \quad (3.38)$$

3.5 – Isolamento Térmico de Dutos Submarinos

Com o objetivo de tornar um pouco mais prática essa descrição, e justificar as descrições da transferência de calor em uma tubulação e condução de calor em regime transiente num cilindro longo, apresentadas nos itens anteriores, uma breve aplicação de engenharia será abordada nos próximos parágrafos: o isolamento térmico de dutos submarinos.

Lembra-se que a transferência de calor sempre acontece quando existe um gradiente térmico dentro de um sistema, ou quando são posicionados dois sistemas de

temperaturas diferentes, assim pode haver a transferência de energia térmica entre eles. A transferência de calor sempre acontece na direção da energia movida de um sistema de temperatura mais alta para um sistema de temperatura mais baixa, conforme a Segunda Lei da Termodinâmica, ÖZISIK [65]. À medida que ocorre o fluxo de calor entre as várias camadas de diferentes materiais, é possível identificar, no estudo clássico de transferência de calor, três modos distintos de transmissão de calor, que são a condução, a convecção e a radiação.

Quando um duto é projetado sobre o solo oceânico, ou enterrado sob o mesmo, para conduzir óleo quente da cabeça de poço para uma unidade de produção ou um duto de exportação, esta transferência de calor acontece do óleo quente em direção a água do mar. Muitas vezes, este fenômeno deve ser evitado devido às exigências de produção como as condições de fluxo do fluido (viscosidade, fluxo bifásico), formação de hidrato ou deposição de parafina, pois representam situações que podem causar bloqueio do duto ou exigências de processo na plataforma. A fim de evitar ou reduzir a perda de calor, o duto geralmente é isolado termicamente. Para alcançar estes objetivos são usados diferentes métodos e materiais. Algumas formulações matemáticas e simulações numéricas de grande relevância, referentes à transferência de calor em dutos submarinos, são descritas nas publicações de SU et al. [68-71] e CERQUEIRA et al. [72].

Há vários parâmetros que devem ser considerados no projeto do sistema de isolamento de dutos. É importante conhecer os valores do coeficiente de transferência de calor e as variações da condutividade térmica do fluido transportado e as características dos sistemas de isolamento disponíveis. A determinação da capacidade necessária de isolamento térmico de um duto, no entanto, é extremamente peculiar ao sistema submarino em análise (distâncias a serem percorridas, vazão, pressão, temperatura, etc.). Adicionalmente, ao serem estabelecidos os requisitos de isolamento térmico da linha, deve-se considerar com o maior grau de aproximação possível, por exemplo, as propriedades físicas do fluido transportado (densidade, viscosidade, capacidade térmica, condutividade térmica, etc.). Custos de construção e de operação, segurança e operacionalidade também são parâmetros importantes no processo de dimensionamento, AZEVEDO [73].

Isolamento térmico ou sistemas de isolamento térmico são definidos como materiais ou combinações de materiais que retardam o fluxo de calor pelo modo de transferência condutivo, convectivo ou radiativo, ou uma combinação destes. Os materiais podem se adaptar a diferentes tamanhos, formas e superfícies. O isolamento térmico serve para uma ou mais funções, tais como: conservar energia através da redução da perda de calor em tubos, dutos, vasos, equipamentos e estruturas; controlar a temperatura da superfície dos equipamentos e das estruturas para proteção pessoal e conforto; facilitar o controle de temperatura de um processo químico; prevenir a condensação do vapor na superfície, com temperatura inferior ao ponto de orvalho da atmosfera; reduzir flutuações de temperatura dentro do duto quando não é possível aquecimento ou resfriamento.

Dependendo da exigência do projeto, a escolha de um isolamento térmico particular pode envolver um conjunto de características secundárias além das propriedades primárias de baixa condutividade térmica. Características, tais como, resiliência ou rigidez, absorção acústica de energia, permeabilidade do vapor d'água, resistência do ar, resistência ao fogo, facilidade de aplicação, custo de aplicação e outros parâmetros podem influenciar a escolha dos materiais.

O isolamento térmico de dutos submarinos é uma das muitas aplicações do fenômeno de transferência de calor. Junto a este, o gradiente de temperatura ao longo da espessura das camadas de um duto e a própria variação de temperatura ao longo do comprimento são pontos fundamentais em projetos termomecânicos de dutos submarinos aquecidos. Dessa forma, com o objetivo de abordar os principais fundamentos térmicos para a compreensão e desenvolvimento em projetos de dutos submarinos, apresentou-se neste capítulo os modos e os conceitos básicos de transferência de calor.

4 – FLAMBAGEM E PÓS-FLAMBAGEM DE VIGAS AQUECIDAS

O grande potencial e as inúmeras aplicações fornecidas pelas simplificações de estruturas esbeltas, como em dutos submarinos por exemplo, motivam os estudos continuados da flambagem e pós-flambagem de vigas sujeitas tanto a carregamentos mecânicos quanto a carregamentos térmicos. Assim como, os estudos dos efeitos do acoplamento desses carregamentos através de formulações referentes à estabilidade termomecânica.

Seguindo essa linha de pesquisa, neste capítulo realiza-se primeiramente um estudo de flambagem e pós-flambagem térmica de vigas elásticas esbeltas sujeitas a diferentes condições de contorno e aquecidas uniformemente, item 4.1. Em seguida, no item 4.2, analisam-se a flambagem de vigas elásticas esbeltas sujeitas a carregamentos térmicos não-uniformes para determinadas condições de contorno.

4.1 – Estabilidade Termomecânica de Vigas Uniformemente Aquecidas

Com o objetivo de analisar a estabilidade termomecânica de vigas, apresenta-se formulação matemática, temperatura crítica de flambagem e soluções analíticas e numéricas para o comportamento de flambagem e pós-flambagem térmica de vigas esbeltas sujeitas a carregamentos térmicos uniformes. O material é assumido linear elástico, isotrópico e homogêneo, e grandes deslocamentos são considerados, conseqüentemente, a formulação é geometricamente não-linear. Diferentes condições de contorno são assumidas e as soluções de flambagem e pós-flambagem são encontradas assumindo rotações infinitesimais e finitas, respectivamente.

4.1.1 – Formulação Matemática

Considere uma viga esbelta aquecida uniformemente com extremidades sujeitas a diferentes condições de contorno em sua configuração inicial e defletida, como mostrado na Fig. 4.1. Sendo que na Fig. 4.1a a viga tem extremidades imóveis e bi-rotuladas, na Fig. 4.1b uma extremidade é considerada imóvel e a outra extremidade é limitada por uma mola linear de rigidez constante K_s , que restringe a expansão longitudinal. Finalmente na Fig. 4.1c a viga tem extremidades imóveis e bi-engastadas.

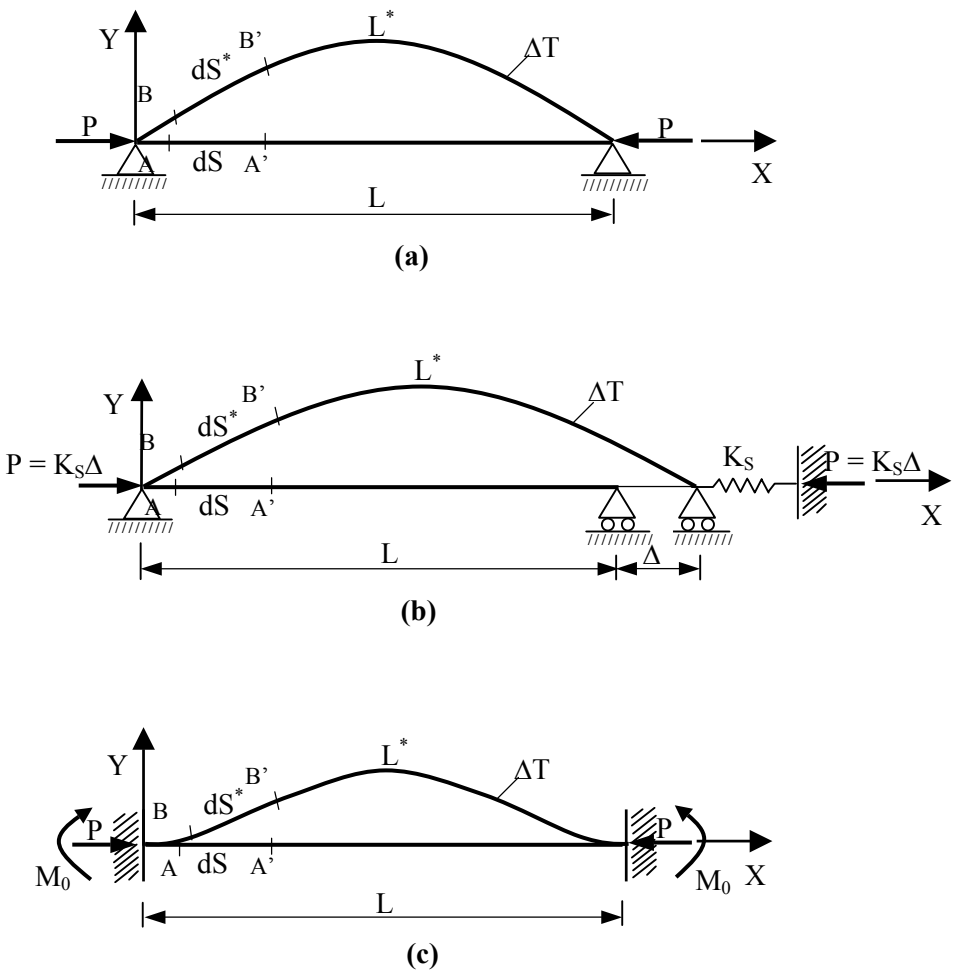


Figura 4.1 – Esquema de uma Viga Esbelta Aquecida.

Neste trabalho (X, Y) constitui o sistema de coordenadas Cartesianas, ΔT é o gradiente de temperatura uniforme, P é a força de compressão oriunda das restrições à expansão, M_0 é o momento que restringe as extremidades, S é o comprimento de arco,

S^* é o comprimento de arco deformado, L e L^* são o comprimento inicial e deformado da viga, respectivamente.

As equações de governo são derivadas da compatibilidade geométrica, equilíbrio de forças e momentos, equações constitutivas e relação deformação-deslocamento, seguindo o desenvolvimento apresentado por SOLANO e VAZ [16-19] e considerando o elemento infinitesimal deformado da viga (veja Fig. 4.2).

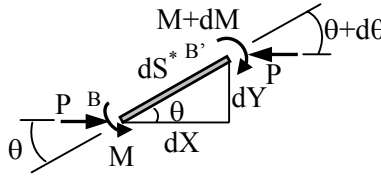


Figura 4.2 – Elemento Infinitesimal da Viga Defletida.

Onde M é o momento fletor e θ é o ângulo formado pela curva tangente e o eixo longitudinal.

Além disso, variáveis adimensionais podem ser convenientemente definidas pelo uso das seguintes relações: $L^* = l^* L$, $S = s L$, $X = x L$, $Y = y L$, $S^* = s^* L$, $K = \kappa / L$, $\lambda^2 = L^2 A / I$, $P = p EI / L^2$, $M_0 = m EI / L$, $K_s = k_s EI / L^3$, $\Delta = \delta L$ and $\Delta T = \Delta t / \lambda^2 \alpha$. Onde K é a curvatura, E é o módulo de Young, I é o momento de inércia da seção transversal, A é a área da seção transversal, λ é a razão de esbeltez da viga e α é o coeficiente de expansão térmica.

Finalmente, assumindo material elástico linear, homogêneo e isotrópico (relações constitutivas dadas pela lei de Hooke), e ainda considerando o estado de flexão pura, as equações de governo para a viga esbelta sujeita a um gradiente de temperatura uniforme são escritas como:

$$\frac{dx}{ds^*} = \cos \theta \quad (4.1a)$$

$$\frac{dy}{ds^*} = \sin \theta \quad (4.1b)$$

$$\frac{d\theta}{ds^*} = \kappa \quad (4.1c)$$

$$\frac{ds}{ds^*} = \frac{1}{(1 + \varepsilon)} \quad (4.1d)$$

$$\frac{d\kappa}{ds^*} = -p \sin \theta \quad (4.1e)$$

$$\frac{dp}{ds^*} = 0 \quad (4.1f)$$

Onde:

$$\varepsilon = \frac{\Delta t}{\lambda^2} - \frac{p}{\lambda^2} \cos \theta \quad (4.1g)$$

é a deformação da linha central, constante ao longo da viga, é definida como a razão entre o alongamento na configuração deformada e seu comprimento inicial.

Em resumo, uma viga esbelta tende a expandir-se quando está sujeita a um gradiente de temperatura Δt e, conseqüentemente, uma carga compressiva p aparece se o movimento da extremidade é restrito. Assim, a deformação total é dada pela soma da deformação térmica e a deformação devido à força de compressão ($\varepsilon = \varepsilon_t + \varepsilon_c$). O primeiro termo do lado direito da Eq. (4.1g) define a deformação térmica para materiais cuja dependência deformação-temperatura é linear.

As seguintes condições de contorno devem ser satisfeitas para as situações apresentadas na Fig. 4.1, respectivamente:

$$x(0) = y(0) = \kappa(0) = x(l^*) - 1 = y(l^*) = \kappa(l^*) = 0 \quad (4.2a)$$

$$x(0) = y(0) = \kappa(0) = x(l^*) - 1 - \delta = y(l^*) = \kappa(l^*) = 0 \quad (4.2b)$$

$$x(0) = y(0) = \theta(0) = x(l^*) - 1 = y(l^*) = \theta(l^*) = 0 \quad (4.2c)$$

Onde as Eqs. (4.2a), (4.2b) e (4.2c) representam, respectivamente, as condições de contorno bi-rotulada, rotulada-restringida axialmente por uma mola linear e bi-engastada.

Dessa forma, a influência da razão de esbeltez e do grau de mobilidade da extremidade, isto é, a rigidez da mola, sobre a carga e temperatura crítica de flambagem e sobre a configuração deformada de pós-flambagem podem ser calculadas analítica e numericamente.

4.1.2 – Temperatura Crítica de Flambagem

A carga crítica de flambagem é encontrada aplicando as equações de equilíbrio para o elemento infinitesimal de viga numa configuração ligeiramente deformada. Como a rotação θ é assumida pequena, $\cos \theta \cong 1$ e $\sin \theta \cong \theta$. Conseqüentemente, a equação de governo pode ser reduzida a:

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + p \frac{d^2 y}{dx^2} = 0 \quad (4.3)$$

A solução geral para a equação (4.3) diferencial homogênea com coeficientes constantes é prontamente encontrada:

$$y(x) = C_1 \sin(\sqrt{p} x) + C_2 \cos(\sqrt{p} x) + C_3 x + C_4 \quad (4.4)$$

(i) Extremidades imóveis e bi-rotuladas

Aplicando as condições de contorno para vigas com extremidades imóveis e bi-rotuladas tem-se $C_2 = C_3 = C_4 = C_1 \sin(\sqrt{p}) = 0$, e para evitar solução trivial C_1 deve ser diferente de zero, que pode ser satisfeita se $\sin(\sqrt{p}) = 0$ e $\sqrt{p} = n\pi$, onde n é um inteiro positivo. O menor autovalor neste caso corresponde a $n = 1$, isto é, o primeiro modo de flambagem corresponde a:

$$p_c = \pi^2 \quad (4.5)$$

Sujeito a um aumento uniforme de temperatura, a viga tende a expandir, mas até atingir a carga crítica de flambagem, sua deformação é zero ($\varepsilon = 0$), conseqüentemente:

$$\Delta t - p = 0 \quad (4.6)$$

A Eq. (4.5) pode ser substituída na Eq. (4.6) para encontrar a temperatura crítica de flambagem:

$$\Delta t_c = p = \pi^2 \quad (4.7)$$

(ii) O deslocamento longitudinal em uma das extremidades é restringido por uma mola linear

É sabido que $p = k_s \delta$, então aplicando as condições de contorno para a viga, tem-se $C_2 = C_3 = C_4 = C_1 k_s \delta \sin[(1 + \delta)\sqrt{k_s \delta}] = 0$. Para evitar a solução trivial $(1 + \delta)\sqrt{k_s \delta} = n\pi$ onde n é um inteiro positivo. O menor autovalor corresponde a $n = 1$, logo o deslocamento lateral crítico para o primeiro modo de flambagem é dado por:

$$\delta_c = \frac{(w - 2)^2}{6w} \quad (4.8)$$

onde: $w = \left[8 + 108 \frac{\pi^2}{k_s} + \frac{12\pi}{k_s} \sqrt{12k_s + 81\pi^2} \right]^{1/3}$

É interessante mostrar a influência da rigidez da mola sobre a carga crítica de flambagem. Na Fig. 4.3 o deslocamento e a carga crítica são apresentados como função da rigidez da mola. Quando a rigidez da mola aumenta o deslocamento na extremidade e a carga de flambagem tendem a zero e π^2 , respectivamente. Por outro lado quando k_s tende a zero, δ_c aumenta para infinito e a carga crítica de flambagem tende a zero.

Contudo, note que a deformação da viga foi limitada a 2% o que leva a $k_s = 474.32$, $\delta_c = 0.02$ e $p_c = 9.4864$.

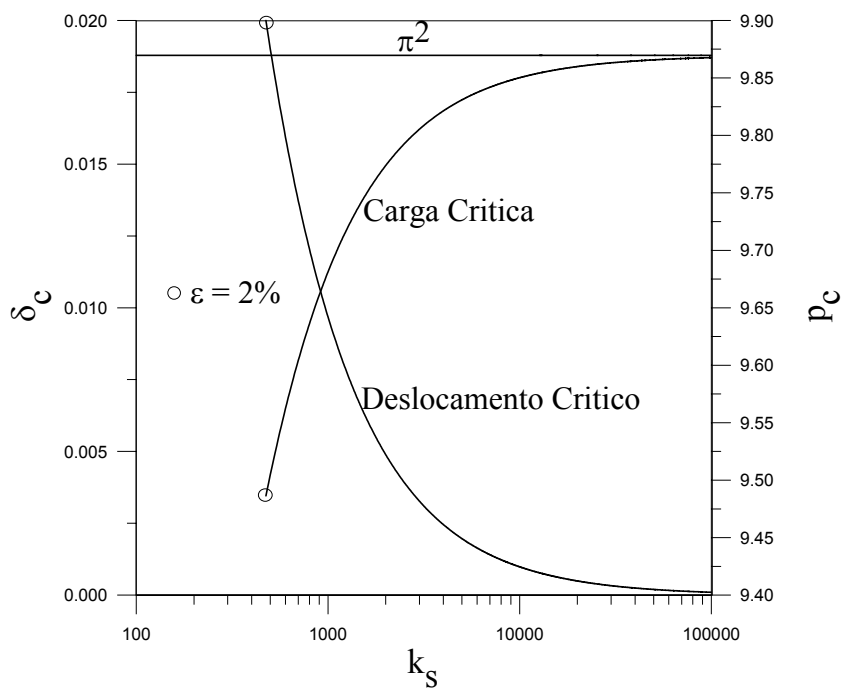


Figura 4.3 – Deslocamento e Carga Crítica como Função da Rigidez da Mola.

Até a carga crítica ser atingida um aquecimento uniforme da viga tende a expandi-la mantendo sua configuração reta, isto é, $\varepsilon = \delta_c$, conseqüentemente da Eq. (4.1g) tem-se:

$$\Delta t = \delta_c (k_s + \lambda^2) \tag{4.9}$$

Note que dois parâmetros controlam a temperatura crítica de flambagem: a rigidez da mola k_s e a razão de esbeltez da viga. O deslocamento lateral crítico δ_c , sendo função de k_s , é dado por meio da Eq. (4.8).

As propriedades físicas e geométricas da viga devem ser cuidadosamente selecionadas para assegurar o significado prático e real das análises, e concomitantemente evitar violação de hipóteses incluídas na formulação matemática. Portanto, temperaturas e deformações altas não devem ser consideradas. Além disso, o

estudo paramétrico foi conduzido para razões de esbelteza da viga de $\lambda = 50, 100, 150$ e 200 .

A Fig. 4.4 apresenta a temperatura crítica de flambagem como função da rigidez da mola para quatro valores da razão de esbeltez da viga. Quando a rigidez da mola aumenta as condições de contorno tendem a imóveis e bi-rotuladas e, como esperado, a temperatura crítica tende a π^2 .

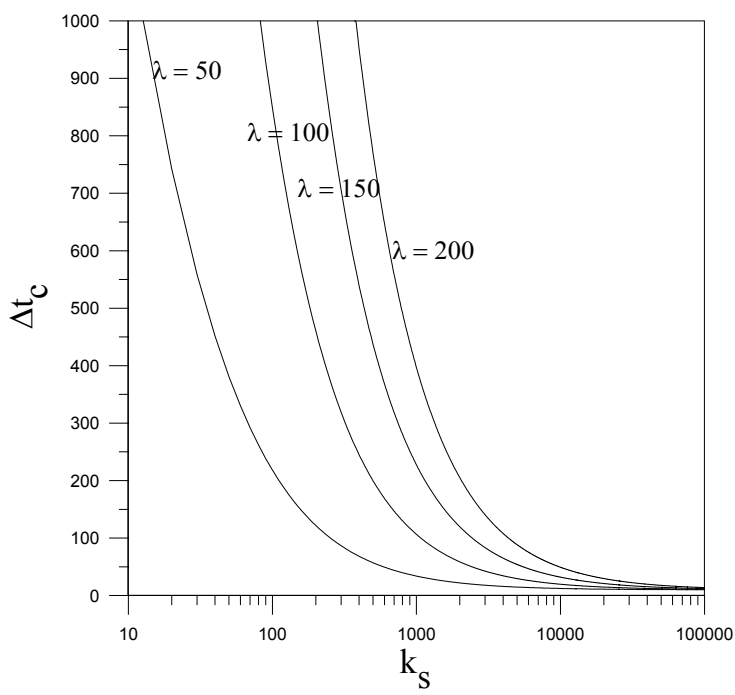


Figura 4.4 – Temperatura Crítica como Função de Rigidez da Mola.

(iii) Extremidades imóveis e bi-engastadas

Aplicando as condições de contorno para vigas com extremidades imóveis e bi-engastadas rende-se um sistema de equações homogêneas. Para uma solução não-trivial desse sistema de equações homogêneas existir, o determinante dos coeficientes C_1 , C_2 , C_3 e C_4 deve ser igual a zero. Após alguns rearranjos, o determinante encontrado é dado pelo produto de dois fatores, e como resultado tem-se que $\sin(\sqrt{p}/2) = 0$ ou $\tan(\sqrt{p}/2) = \sqrt{p}/2$. O menor valor diferente de zero de $\sqrt{p}/2$ para o qual $\sin(\sqrt{p}/2) = 0$ é π , já o menor valor diferente de zero para que $\tan(\sqrt{p}/2) = \sqrt{p}/2$ é

4.49. Conseqüentemente, o menor autovalor neste caso, onde $\sqrt{p} = 2n\pi$ e n é um inteiro positivo, correspondendo a $n=1$, isto é, o primeiro modo de flambagem corresponde a:

$$p_c = 4\pi^2 \quad (4.10)$$

Sujeito a um aumento uniforme de temperatura, a viga tende a expandir, mas até a carga crítica de flambagem ser atingida, sua deformação é nula ($\varepsilon=0$), logo:

$$\Delta t - p = 0 \quad (4.11)$$

A Eq. (4.10) pode ser substituída na Eq. (4.11) para encontrar a temperatura crítica de flambagem:

$$\Delta t_c = p = 4\pi^2 \quad (4.12)$$

4.1.3 - Soluções Analítica e Numérica para a Pós-Flambagem

(i) Solução Analítica

Para as condições de contorno: (i) imóvel bi-rotulada e (ii) uma das extremidades imóvel e rotulada, enquanto na outra extremidade o deslocamento longitudinal é restringido por uma mola linear ($p = k_s \delta$), uma solução analítica fechada para a pós-flambagem térmica de uma viga elástica esbelta uniformemente aquecida é desenvolvida a seguir via integrais elípticas completas, derivadas das equações de governo na configuração deformada, seguindo trabalhos similares desenvolvidos por SOLANO e VAZ [16-19]. O material é assumido linear elástico e a relação deformação-temperatura é linear. É mais conveniente trabalhar com o ângulo θ (BAŽANT e CEDOLIN [74]), logo das Eqs. diferenciais adimensionais (4.1c) e (4.1e) tem-se:

$$\frac{d^2\theta}{ds^2} = -p \sin \theta \quad (4.13)$$

A solução da equação diferencial ordinária não-linear (4.13) foi inicialmente resolvida por Lagrange (uma analogia cinética de colunas; LOVE [3]). Integrando a Eq. (4.13) e aplicando as condições de contorno nas extremidades da viga (isto é, $\theta(0) = -\theta(l^*) = \beta$ e $\kappa(0) = \kappa(l^*) = 0$) tem-se:

$$\frac{d\theta}{ds^*} = -\sqrt{2p(\cos \theta - \cos \beta)} \quad (4.14)$$

Recorrendo a identidades trigonométricas familiares para reescrever a Eq. (4.14), separando e mudando as variáveis ($\sin \theta/2 = c \sin \phi$, onde $c = \sin \beta/2$), e após algumas manipulações algébricas seguidas por uma integração obtêm-se o comprimento deformado da viga:

$$l^* = \frac{2}{\sqrt{p}} \int_0^{\pi/2} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - c^2 \sin^2 \phi}} \quad (4.15)$$

A configuração defletida da viga esbelta pode ser obtida por meio das Eqs. (4.1a) e (4.1b) calculando as coordenadas x e y respectivamente:

$$x = \frac{1}{\sqrt{p}} \int_{\phi_0}^{\pi/2} \frac{1 - 2c^2 \sin^2 \phi}{\sqrt{1 - c^2 \sin^2 \phi}} d\phi \quad (4.16a)$$

$$y = \frac{2c}{\sqrt{p}} \cos \phi_0 \quad (4.16b)$$

E $-\pi/2 \leq \phi_0 \leq \pi/2$. Como $\kappa = -p y$ a curvatura da viga κ na configuração deformada pode agora ser prontamente obtida:

$$\kappa = -2c\sqrt{p} \cos \phi_0 \quad (4.17)$$

Para a condição de contorno imóvel bi-rotulada, a simetria implica que o ponto de deslocamento máximo ocorre para $x(l^*/2) = 1/2$, assim pode-se calcular p para esta condição como uma simples aplicação da Eq. (4.16a):

$$p = \left[2 \int_0^{\pi/2} \frac{1 - 2c^2 \sin^2 \phi}{\sqrt{1 - c^2 \sin^2 \phi}} d\phi \right]^2 \quad (4.18a)$$

Similarmente, para uma extremidade limitada por uma mola linear, por simetria tem-se que o ponto de deslocamento máximo ocorre para $x(l^*/2) = (1 + \delta)/2$, assim calcula-se δ para essa condição como simples aplicação da Eq. (4.16a):

$$\delta = \frac{(W - 2)^2}{6W} \quad (4.18b)$$

Onde: $W = \left[8 + 108 \frac{I}{k_s} + \frac{12\sqrt{I}}{k_s} \sqrt{12k_s + 81I} \right]^{1/3}$ e $I = \left(2 \int_0^{\pi/2} \frac{1 - 2c^2 \sin^2 \phi}{\sqrt{1 - c^2 \sin^2 \phi}} d\phi \right)^2$

Conseqüentemente para cada configuração deformada (que está relacionada a um gradiente de temperatura), isto é, para um dado ângulo β , $c = \sin \beta$ é calculado, e conseqüentemente p ($p = k_s \delta$ para o caso de uma das extremidades limitadas por uma mola linear) das Eqs. (4.18a) e (4.18b). Finalmente, é possível encontrar as coordenadas (x, y) e curvatura κ ao longo da viga pelas Eqs. (4.16a), (4.16b) e (4.17).

O gradiente de temperatura associado com a configuração deformada pode ser obtido considerando a Eq. (4.1g). Desse modo:

$$\Delta t = \lambda^2 (l^* - 1) + 2\sqrt{p} \int_0^{\pi/2} \frac{(1 - 2c^2 \sin^2 \phi)^2}{(1 - c^2 \sin^2 \phi)^{1/2}} d\phi \quad (4.19)$$

Esta expressão pode ser prontamente avaliada uma vez que p e l^* são conhecidos.

ii) Solução Numérica

É difícil obter soluções analíticas para um problema de valor de contorno, como vigas esbeltas com extremidades bi-engastadas. A solução numérica para vigas esbeltas com (iii) extremidades imóveis engastadas, isto é, a solução das Eqs. (4.1a)-(4.1f) requer especificação de seis condições de contorno, dadas pelas Eqs. (4.2c). Note que p não é conhecido a priori. Além disso, três condições de contorno são especificadas em cada extremidade, caracterizando um problema de valor de contorno de dois pontos. Algumas técnicas têm sido empregadas para este problema (por exemplo, método de elementos finitos, método de diferenças finitas e métodos de energia). Soluções via método de chute (*shooting method*) com integração direta são convenientemente empregadas em problemas lineares e não-lineares quando somente um parâmetro é requerido para interpolação, mas eles tornam-se bastantes complexos se duas condições de contorno são buscadas em um sistema não-linear. Contudo, um simples mas robusto modo de transformar um problema de valor de contorno em um problema de valor inicial está disponível em MATHCAD [75] através do seguinte procedimento: (a) estimam-se os valores iniciais requeridos; (b) especificam-se valores de contorno nas extremidades; (c) defini-se um grupo de equações diferenciais; (d) estabelece-se uma função de carregamento que retorna as condições iniciais; (e) emprega-se uma função de contagem para medir a diferença entre as condições terminais e as condições terminais desejadas; (f) calculam-se finalmente as condições iniciais equivalentes. Assim, um método clássico de solução de Runge-Kutta pode ser empregado para resolver um grupo de equações diferenciais ordinárias não-lineares.

Sendo assim, pode-se solucionar numericamente o problema de uma viga elástica esbelta submetida a carregamentos térmicos para diferentes condições de contorno. A solução analítica fechada de pós-flambagem via integrais elípticas desenvolvida para a viga com extremidades imóveis e bi-rotuladas, valida o método de solução numérica proposto.

4.1.4 - Análise de Resultados de Pós-Flambagem

A solução fechada é implementada através de um programa computacional desenvolvido no aplicativo matemático MATHCAD [75], e um estudo paramétrico é realizado com a finalidade de analisar os resultados. Os resultados mais significativos referentes ao fenômeno de pós-flambagem térmica de vigas com extremidades (i) imóveis bi-rotuladas e (iii) imóveis bi-engastadas são apresentados para valores típicos da razão de esbeltez: carga de compressão (Fig. 4.5a), deflexão máxima (Fig. 4.5b), ângulo de inclinação máxima (Fig. 4.5c) e curvatura máxima (Fig. 4.5d).

Uma vez que a carga crítica de flambagem é atingida e a temperatura é progressivamente aumentada, a força de compressão decresce consideravelmente, como pode ser observado na Fig. 4.5. A deflexão máxima da viga (y_{max}), que ocorre em $x(l^*/2) = 1/2$, aumenta com a temperatura como mostrado na Fig. 4.5b. O ângulo de inclinação máximo (θ_{max}) também aumenta com a temperatura (vide Fig. 4.5c) mas ocorre nas extremidades da viga. E por fim, a curvatura máxima (Fig. 4.5d) ocorre no meio da viga e também aumenta, em módulo, conforme a temperatura é progressivamente aumentada.

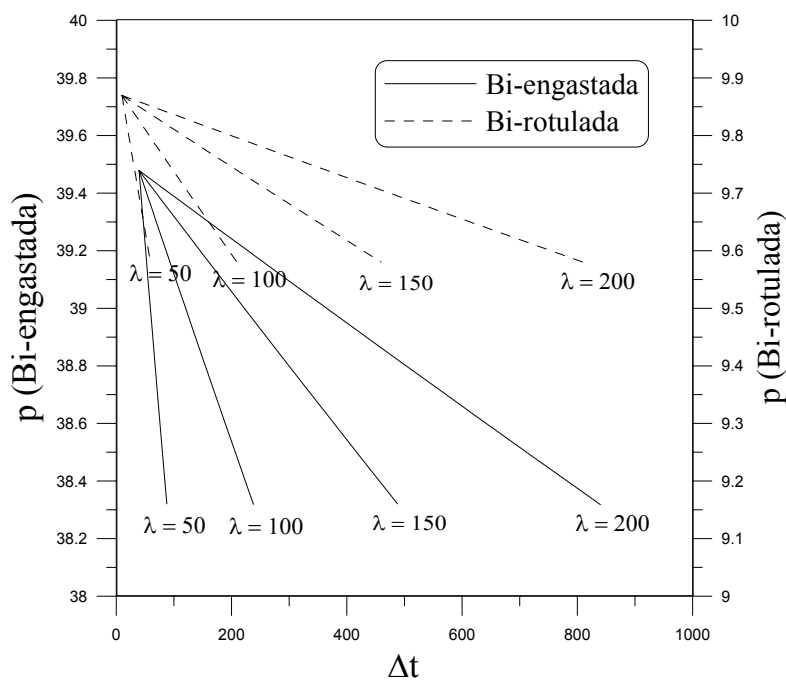


Figura 4.5a – Carga de Compressão.

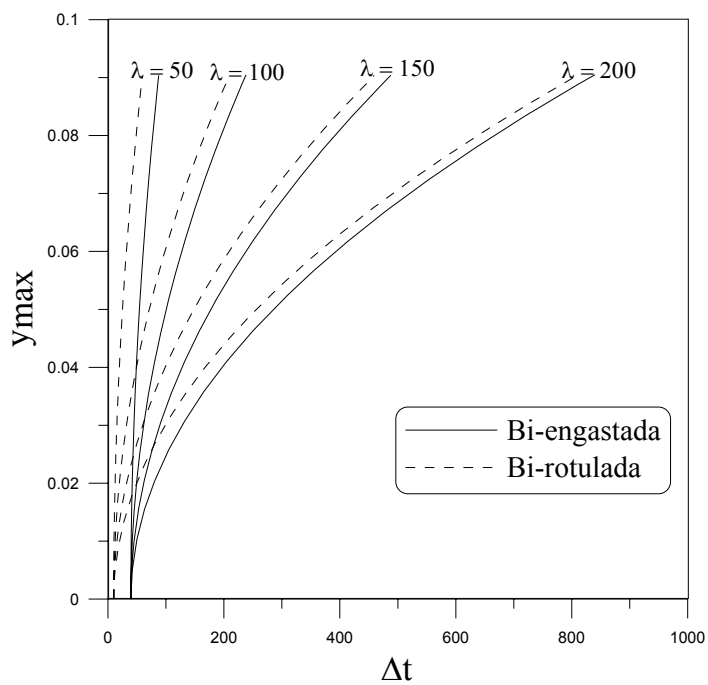


Figura 4.5b – Deflexão Máxima.

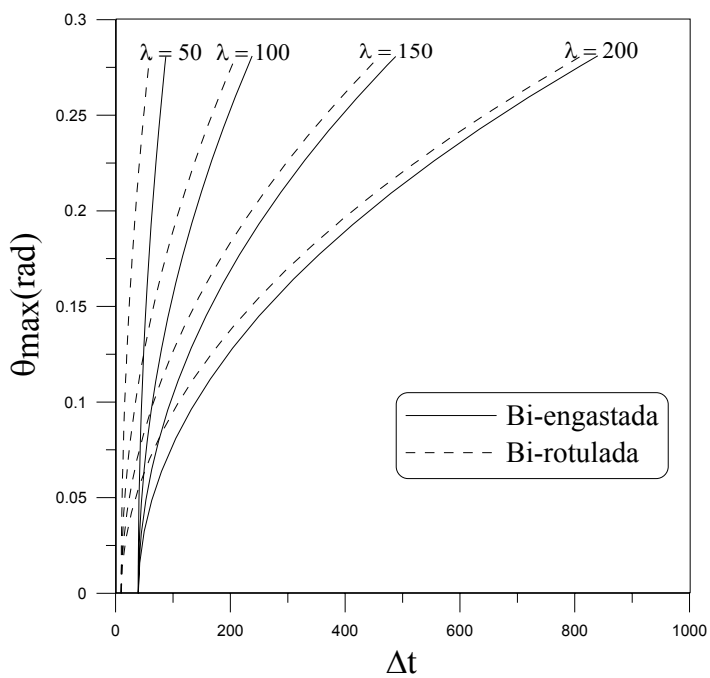


Figura 4.5c – Ângulo Máximo.

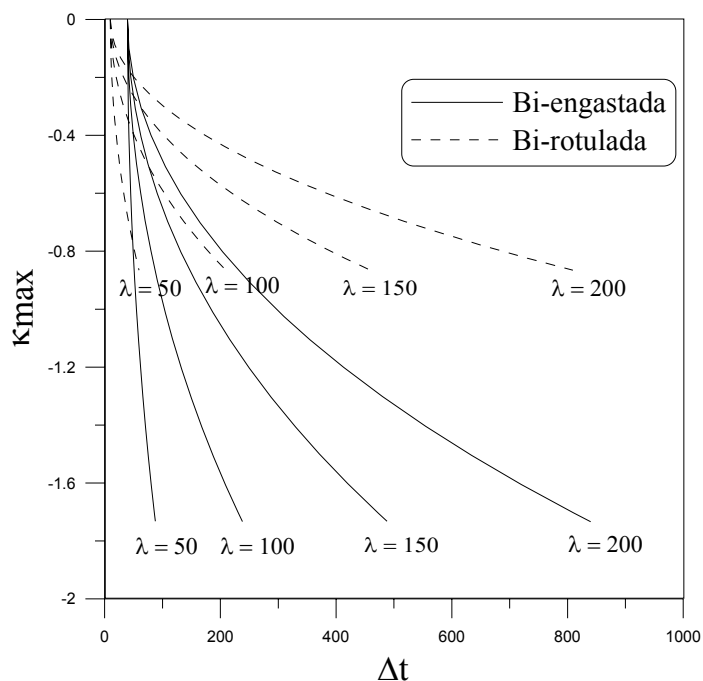


Figura 4.5d – Curvatura Máxima.

Similarmente, os resultados referentes a pós-flambagem térmica da viga com (ii) uma das extremidades imóveis enquanto a outra extremidade é limitada por uma mola linear é apresentada para valores típicos da razão de esbeltez e rigidez da mola nas Figs. 4.6a a 4.6d. É importante lembrar que a deflexão máxima na viga para este caso ocorre em $x(l^*/2) = (1 + \delta)/2$.

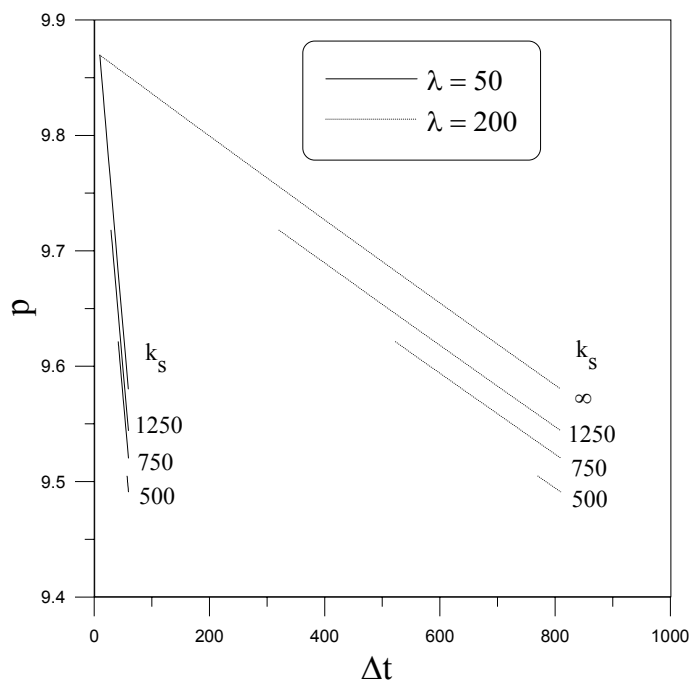


Figura 4.6a – Carga de Compressão.

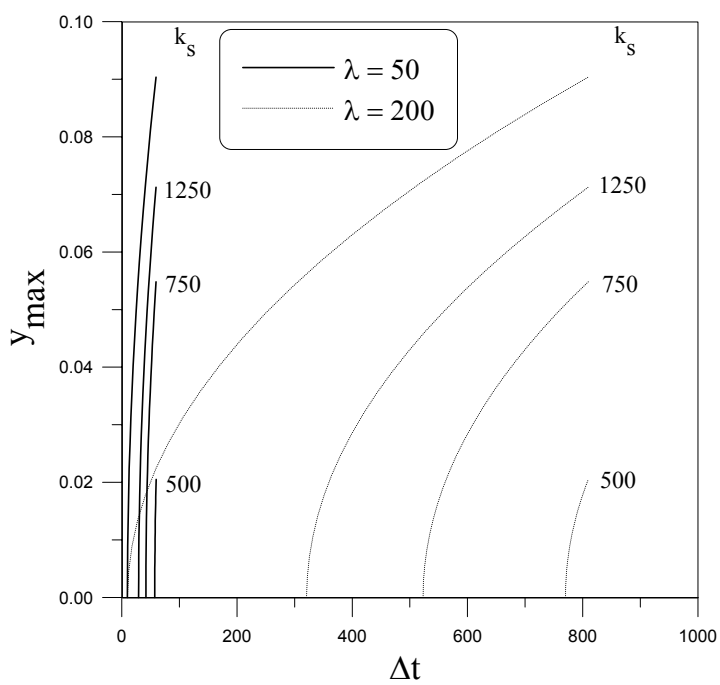


Figura 4.6b – Deflexão Máxima.

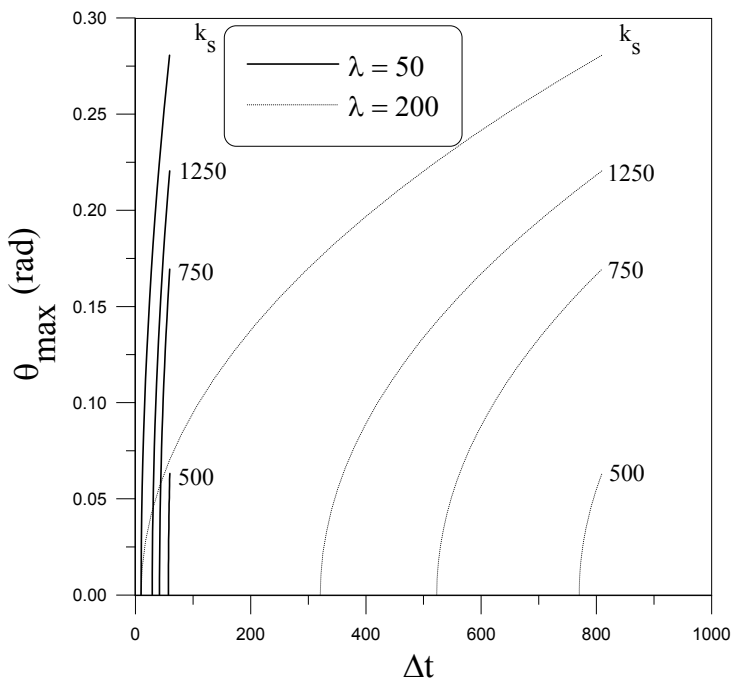


Figura 4.6c – Ângulo Máximo.

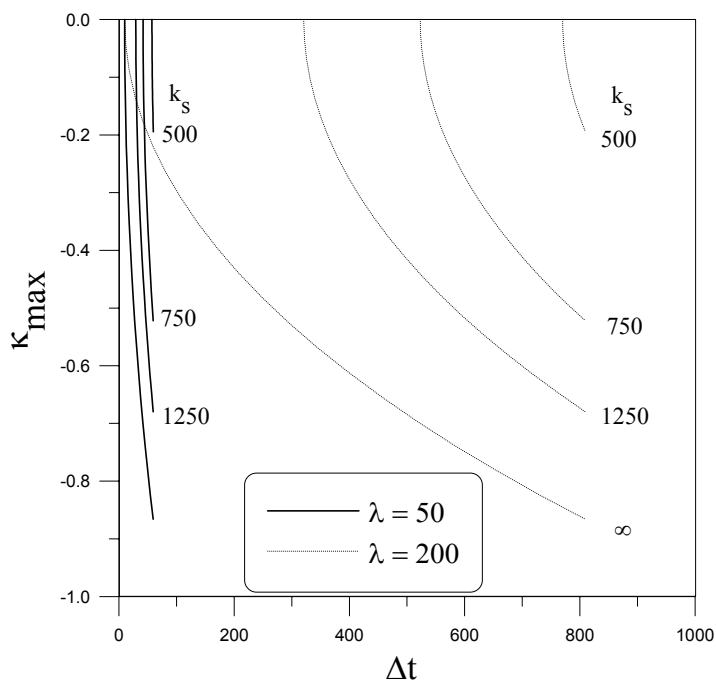


Figura 4.6d – Curvatura Máxima.

A Fig. 4.7 apresenta configurações da viga para uma deformação total de $\varepsilon = 2\%$ e quatro valores de rigidez da mola $k_s = 500, 750, 1250$ e ∞ . A temperatura requerida para as razões de esbeltez de $\lambda = 50$ e 200 também são mostradas.

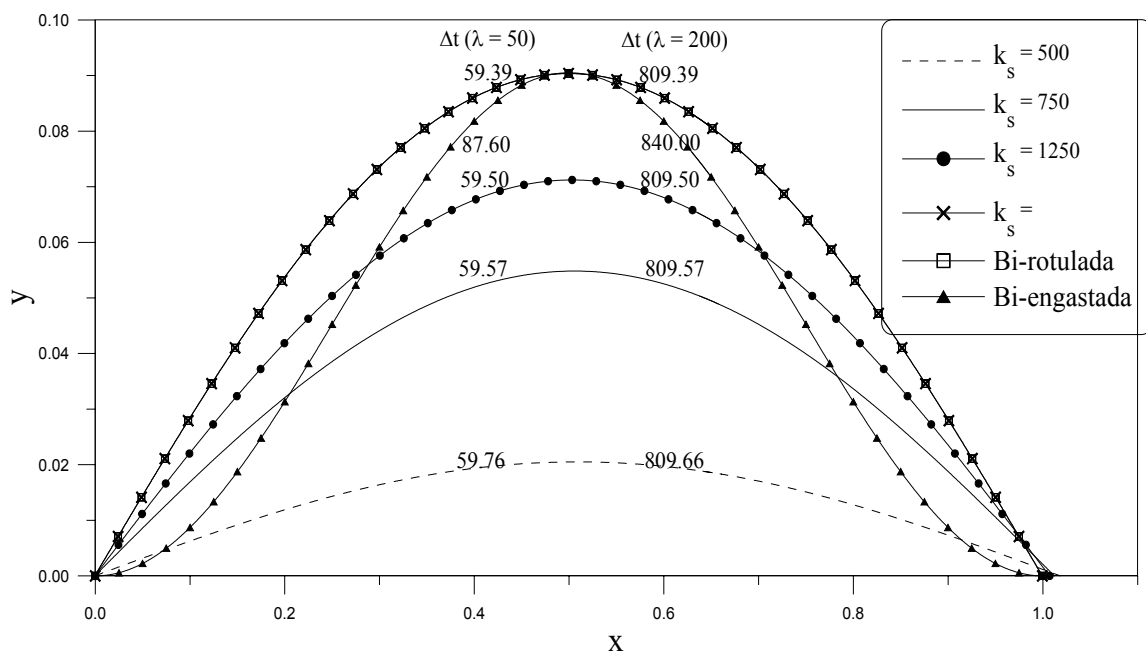


Figura 4.7 – Configurações Defletidas para Deformação Total de $\varepsilon = 2\%$.

4.2 – Flambagem de Vigas Aquecidas Não-Uniformemente

Com o objetivo de analisar o comportamento de flambagem térmica de vigas aquecidas não-uniformemente, apresenta-se formulação matemática, carga crítica de flambagem e temperaturas em ambas as extremidades da viga, através de solução por série considerando variações de temperatura ao longo da viga devido aos processos de transferência de calor.

A viga é aquecida a uma determinada temperatura em uma de suas extremidades, e sujeita aos processos de condução e convecção de calor. Devido à troca térmica a temperatura na outra extremidade da viga é menor do que a temperatura na extremidade aquecida da viga, caracterizando assim, o aquecimento não-uniforme. As condições de contorno rotulada ou engastada nas extremidades da viga são

consideradas. O material é assumido linear elástico, homogêneo e isotrópico, a relação deformação-temperatura é considerada linear e pequenos deslocamentos são assumidos.

4.2.1 – Formulação Matemática

Considere uma viga esbelta aquecida não-uniformemente com extremidades sujeitas a diferentes condições de contorno em sua configuração inicial e defletida, como mostrado na Fig. 4.8 (Fig. 4.8a para extremidades rotuladas, Fig. 4.8b para extremidades rotulada-engastada, Fig. 4.8c para extremidades engastada-rotulada e Fig. 4.8d para extremidades engastadas).

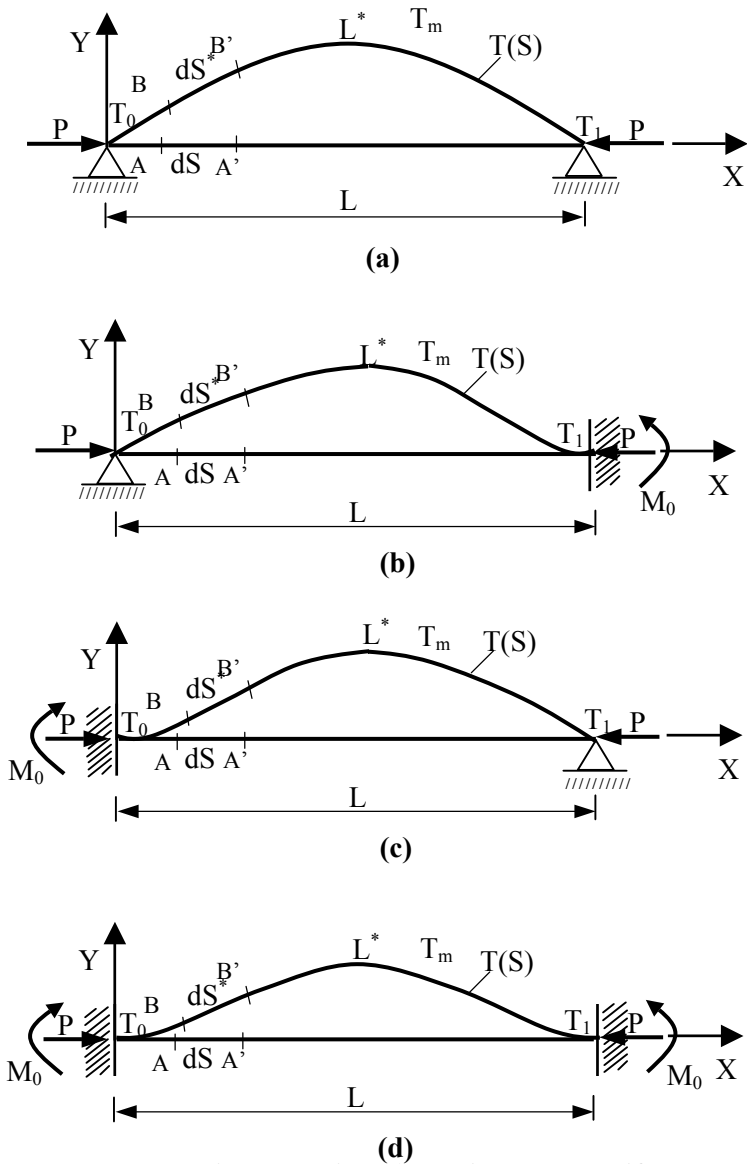


Figura 4.8 – Esquema de Vigas Elásticas Aquecidas Não-Uniformemente.

Onde (X, Y) constituem as coordenadas Cartesianas da linha central da viga, $T(S)$ é a variação não-uniforme de temperatura ao longo da viga, T_m é a temperatura ambiente, $T(0) = T_0$ e $T(L^*) = T_1$ são as temperaturas nas extremidades da viga, P é a carga de compressão oriunda da restrição à expansão, M_0 é o momento que restringe as extremidades, S é o comprimento de arco inicial, S^* é o comprimento de arco deformado, L e L^* são os comprimentos inicial e deformado da viga, respectivamente.

As equações de governo são derivadas da compatibilidade geométrica, equilíbrio de forças e momentos, equações constitutivas e relação deformação-deslocamento, seguindo o desenvolvimento apresentado por SOLANO e VAZ [16-19] e considerando um elemento infinitesimal da viga deformada (veja Fig. 4.9).

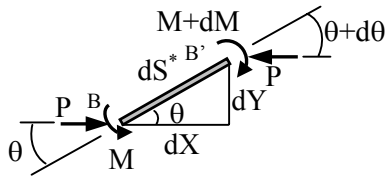


Figura 4.9 – Elemento Infinitesimal da Viga Defletida.

Onde M é o momento fletor ($M + PY = M_0$) e θ é o ângulo formado pela curva tangente e o eixo longitudinal.

As variáveis podem ser convenientemente adimensionalizadas, sendo definidas pelo uso das seguintes relações: $L^* = l^* L$, $S = s L$, $X = x L$, $Y = y L$, $S^* = s^* L$, $K = \kappa / L$, $\lambda^2 = L^2 A / I$, $P = p EI / L^2$ e $T = t / \lambda^2 \alpha$. Onde K é a curvatura, E é o módulo de Young, I é o segundo momento de inércia da seção transversal, A é a área da seção transversal, λ é a razão de esbeltez da viga e α é o coeficiente de expansão térmica do material.

As equações adimensionais de governo para viga esbelta sujeita a uma variação não-uniforme de temperatura ao longo de seu comprimento são escritas como:

$$\frac{dx}{ds} = (1 + \varepsilon) \cos \theta \quad (4.20a)$$

$$\frac{dy}{ds} = (1 + \varepsilon) \sin \theta \quad (4.20b)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = (1 + \varepsilon) \kappa \quad (4.20c)$$

$$\frac{ds^*}{ds} = (1 + \varepsilon) \quad (4.20d)$$

$$\frac{d\kappa}{ds} = -(1 + \varepsilon) p \sin \theta \quad (4.20e)$$

$$\frac{dp}{ds} = 0 \quad (4.20f)$$

Onde:

$$\varepsilon(s) = \frac{t(s)}{\lambda^2} - \frac{p}{\lambda^2} \cos \theta \quad (4.20g)$$

é a deformação da linha central definida como a razão entre o alongamento nas configurações deformada e inicial.

Em resumo, uma viga esbelta sujeita a um gradiente positivo (aumento) de temperatura $t(s)$ tende a expandir e, conseqüentemente, uma carga compressiva surge se o movimento das extremidades da viga estão restringidos. Como conseqüência, a deformação total da viga é dada pela soma da deformação térmica e da deformação devido à carga compressiva ($\varepsilon(s) = \varepsilon_T(s) + \varepsilon_c$). O primeiro termo do lado direito da Eq. (4.20g) define a deformação térmica para materiais cuja dependência deformação-temperatura é linear.

Associadas às equações de governo (4.20) as seguintes condições de contorno devem ser cumpridas:

$$x(0) = y(0) = \kappa(0) = x(1) - 1 = y(1) = \kappa(1) = 0 \quad (4.21a)$$

$$x(0) = y(0) = \kappa(0) = x(1) - 1 = y(1) = \theta(1) = 0 \quad (4.21b)$$

$$x(0) = y(0) = \theta(0) = x(1) - 1 = y(1) = \kappa(1) = 0 \quad (4.21c)$$

$$x(0) = y(0) = \theta(0) = x(1) - 1 = y(1) = \theta(1) = 0 \quad (4.21d)$$

Onde as Eqs. (4.21a)-(4.21d), respectivamente, representam as condições de contorno bi-rotulada, rotulada-engastada, engastada-rotulada e bi-engastada.

Conseqüentemente, as influências da razão de esbeltez e de um parâmetro adimensional que rege a transferência de calor sobre a carga crítica de flambagem e sobre o perfil de temperatura ao longo da viga podem ser calculadas analítica e numericamente.

4.2.2 – Temperatura Crítica de Flambagem

O cálculo da temperatura crítica de flambagem segue a aproximação direta da equação de equilíbrio de momento assumindo pequenos deslocamentos, isto é, $\cos\theta \cong 1$ e $\sin\theta \cong \theta$. Então, as equações de governo (4.20) podem ser reduzidas a:

$$\frac{dx}{ds} = (1 + \varepsilon) \quad (4.22a)$$

$$\frac{dy}{ds} = (1 + \varepsilon) \theta \quad (4.22b)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = (1 + \varepsilon) \kappa \quad (4.22c)$$

$$\frac{ds^*}{ds} = (1 + \varepsilon) \quad (4.22d)$$

$$\frac{d\kappa}{ds} = -(1 + \varepsilon) p \theta \quad (4.22e)$$

$$\frac{dp}{ds} = 0 \quad (4.22f)$$

Onde:

$$\varepsilon = \frac{t}{\lambda^2} - \frac{p}{\lambda^2} \quad (4.22g)$$

Uma vez que a apresentação da formulação matemática completa e sem aproximações torna-se extensa e com equações com grande número de termos, opta-se por simplificações com relação à nomenclatura matemática utilizada, adotando-se, então, as seguintes notações:

$$\varepsilon = \varepsilon(s), \quad f' = \frac{df}{ds}, \quad f'' = \frac{d^2 f}{ds^2}, \quad f''' = \frac{d^3 f}{ds^3} \text{ e } f^{iv} = \frac{d^4 f}{ds^4}$$

Sendo f qualquer parâmetro função de s , $f = f(s)$. Derivando ambos os termos da Eq. (4.22b), têm-se:

$$y'' = (1 + \varepsilon)\theta' + \varepsilon'\theta \quad (4.23)$$

Substituindo as Eqs. (4.22b) e (4.22c) na Eq. (4.23) e rearrumando os termos, obtêm-se:

$$\kappa = y'' \frac{1}{(1 + \varepsilon)^2} - \varepsilon' \frac{1}{(1 + \varepsilon)^3} y' \quad (4.24)$$

Derivando a Eq. (4.24) com relação a s e rearrumando os termos, encontra-se:

$$\kappa' = y''' \frac{1}{(1 + \varepsilon)^2} - 3\varepsilon' \frac{1}{(1 + \varepsilon)^3} y'' - \varepsilon'' \frac{1}{(1 + \varepsilon)^3} y' + 3\varepsilon'^2 \frac{1}{(1 + \varepsilon)^4} y' \quad (4.25)$$

Substituindo a Eq. (4.22e) na Eq. (4.25), encontra-se:

$$-(1 + \varepsilon)p\theta = y''' \frac{1}{(1 + \varepsilon)^2} - 3\varepsilon' \frac{1}{(1 + \varepsilon)^3} y'' - \varepsilon'' \frac{1}{(1 + \varepsilon)^3} y' + 3\varepsilon'^2 \frac{1}{(1 + \varepsilon)^4} y' \quad (4.26)$$

Derivando ambos os termos da Eq. (4.26) em relação a s e rearrumando os termos, obtêm-se:

$$y'^v - 5 \frac{\varepsilon'}{(1+\varepsilon)} y''' + \left[p(1+\varepsilon)^2 - 4 \frac{\varepsilon''}{(1+\varepsilon)} + 12 \frac{\varepsilon'^2}{(1+\varepsilon)^2} \right] y'' + \left[- \frac{\varepsilon'''}{(1+\varepsilon)} + \frac{\varepsilon' \varepsilon''}{(1+\varepsilon)^2} - 12 \frac{\varepsilon'^2}{(1+\varepsilon)^3} \right] y' = 0 \quad (4.27)$$

Seguindo a linha de que a apresentação da formulação matemática completa rende equações muito extensas, adotam-se mais algumas notações conforme segue abaixo:

$$\varepsilon = \varepsilon(x), \quad \dot{g} = \frac{dg}{dx}, \quad \ddot{g} = \frac{d^2 g}{dx^2}, \quad \ddot{\ddot{g}} = \frac{d^3 g}{dx^3} \text{ e } \ddot{\ddot{\ddot{g}}} = \frac{d^4 g}{dx^4}$$

Sendo F qualquer parâmetro função de x , $F = F(x)$, assim:

$$F' = (1 + \varepsilon) \dot{F} \quad (4.28a)$$

$$\begin{aligned} F'' &= (F')' = ((1 + \varepsilon) \dot{F})' \\ &= (1 + \varepsilon)^2 \ddot{F} + (1 + \varepsilon) \dot{\varepsilon} \dot{F} \end{aligned} \quad (4.28b)$$

$$\begin{aligned} F''' &= (F'')' = ((1 + \varepsilon)^2 \ddot{F} + (1 + \varepsilon) \dot{\varepsilon} \dot{F})' \\ &= (1 + \varepsilon)^3 \ddot{\ddot{F}} + 3(1 + \varepsilon)^2 \dot{\varepsilon} \ddot{F} + (1 + \varepsilon) \dot{\varepsilon}^2 \dot{F} + (1 + \varepsilon)^2 \ddot{\varepsilon} \dot{F} \end{aligned} \quad (4.28c)$$

$$\begin{aligned} F''v &= (F''')' = ((1 + \varepsilon)^3 \ddot{\ddot{F}} + 3(1 + \varepsilon)^2 \dot{\varepsilon} \ddot{F} + (1 + \varepsilon) \dot{\varepsilon}^2 \dot{F} + (1 + \varepsilon)^2 \ddot{\varepsilon} \dot{F})' \\ &= (1 + \varepsilon)^4 \ddot{\ddot{\ddot{F}}} + 6(1 + \varepsilon)^3 \dot{\varepsilon} \ddot{\ddot{F}} + 4(1 + \varepsilon)^3 \ddot{\varepsilon} \ddot{F} + 7(1 + \varepsilon)^2 \dot{\varepsilon}^2 \ddot{F} \\ &\quad + 4(1 + \varepsilon)^2 \dot{\varepsilon} \ddot{\varepsilon} \dot{F} + (1 + \varepsilon) \dot{\varepsilon}^3 \dot{F} + (1 + \varepsilon)^3 \ddot{\varepsilon}^2 \dot{F} \end{aligned} \quad (4.28d)$$

Desse modo, aplicando as Eqs. (4.28) para a deformação ε , têm-se:

$$\varepsilon' = (1 + \varepsilon)\dot{\varepsilon} \quad (4.29a)$$

$$\varepsilon'' = (1 + \varepsilon)^2 \ddot{\varepsilon} + (1 + \varepsilon)\dot{\varepsilon}^2 \quad (4.29b)$$

$$\varepsilon''' = (1 + \varepsilon)^3 \ddot{\varepsilon} + 4(1 + \varepsilon)^2 \dot{\varepsilon}\ddot{\varepsilon} + (1 + \varepsilon)\dot{\varepsilon}^3 \quad (4.29c)$$

$$\varepsilon'^v = (1 + \varepsilon)^4 \ddot{\varepsilon} + 7(1 + \varepsilon)^3 \dot{\varepsilon}\ddot{\varepsilon} + 4(1 + \varepsilon)^3 \dot{\varepsilon}^2 + 11(1 + \varepsilon)^2 \dot{\varepsilon}^2 \ddot{\varepsilon} + (1 + \varepsilon)\dot{\varepsilon}^4 \quad (4.29d)$$

Substituindo as Eqs. (4.29) na Eq. (4.27), encontra-se:

$$y'^v + Cy''' + By'' + Ay' = 0 \quad (4.30)$$

Onde:

$$A = -(1 + \varepsilon)^2 \ddot{\varepsilon} + 5(1 + \varepsilon)\dot{\varepsilon}\ddot{\varepsilon} + 4\dot{\varepsilon}^3 \quad (4.31a)$$

$$B = p(1 + \varepsilon)^2 - 4(1 + \varepsilon)\ddot{\varepsilon} + 8\dot{\varepsilon}^2 \quad (4.31b)$$

$$C = -5\dot{\varepsilon} \quad (4.31c)$$

Aplicando agora as Eqs. (4.28) para y , obtêm-se:

$$y' = (1 + \varepsilon)\dot{y} \quad (4.32a)$$

$$y'' = (1 + \varepsilon)^2 \ddot{y} + (1 + \varepsilon)\dot{\varepsilon}\dot{y} \quad (4.32b)$$

$$y''' = (1 + \varepsilon)^3 \ddot{\ddot{y}} + 3(1 + \varepsilon)^2 \dot{\varepsilon}\ddot{y} + (1 + \varepsilon)\dot{\varepsilon}^2 \dot{y} + (1 + \varepsilon)^2 \ddot{\varepsilon}\dot{y} \quad (4.32c)$$

$$y'^v = (1 + \varepsilon)^4 \ddot{\ddot{y}} + 6(1 + \varepsilon)^3 \dot{\varepsilon}\ddot{y} + 4(1 + \varepsilon)^3 \ddot{\varepsilon}\dot{y} + 7(1 + \varepsilon)^2 \dot{\varepsilon}^2 \ddot{y} + 4(1 + \varepsilon)^2 \dot{\varepsilon}\ddot{\varepsilon}\dot{y} + (1 + \varepsilon)\dot{\varepsilon}^3 \dot{y} + (1 + \varepsilon)^3 \ddot{\varepsilon}\dot{y} \quad (4.32d)$$

Multiplicando termo a termo da Eq. (4.30) de acordo com as Eqs. (4.31) e (4.32), têm-se:

$$Ay' = -(1 + \varepsilon)\ddot{\varepsilon}\dot{y} + 5(1 + \varepsilon)^2 \dot{\varepsilon}\ddot{\varepsilon}\dot{y} - 4(1 + \varepsilon)\dot{\varepsilon}^3 \dot{y} \quad (4.33a)$$

$$By'' = p(1 + \varepsilon)^4 \ddot{y} + p(1 + \varepsilon)^3 \dot{\varepsilon}\dot{y} - 4(1 + \varepsilon)^3 \ddot{\varepsilon}\ddot{y} - 4(1 + \varepsilon)^2 \dot{\varepsilon}\ddot{\varepsilon}\dot{y} + 8(1 + \varepsilon)^2 \dot{\varepsilon}^2 \ddot{y} + 8(1 + \varepsilon)\dot{\varepsilon}^3 \dot{y} \quad (4.33b)$$

$$Cy''' = -5(1 + \varepsilon)^3 \dot{\varepsilon}\ddot{\ddot{y}} - 15(1 + \varepsilon)^2 \dot{\varepsilon}^2 \ddot{\ddot{y}} - 5(1 + \varepsilon)\dot{\varepsilon}^3 \dot{\ddot{y}} - 5(1 + \varepsilon)^2 \dot{\varepsilon}\ddot{\varepsilon}\dot{\ddot{y}} \quad (4.33c)$$

Logo, substituindo as Eqs. (4.31) e (4.32) na Eq. (4.30), obtêm-se:

$$\ddot{y} + \frac{\dot{\varepsilon}}{(1+\varepsilon)} \ddot{y} + p \ddot{y} + p \frac{\dot{\varepsilon}}{(1+\varepsilon)} \dot{y} = 0 \quad (4.34)$$

Como $\bar{\varepsilon} = \ln(1+\varepsilon)$, onde ε é a deformação de engenharia e $\bar{\varepsilon}$ é a deformação real, então $\dot{\bar{\varepsilon}} = \dot{\varepsilon}/(1+\varepsilon)$, e a Eq. (4.34), se reduz a:

$$\ddot{y} + \dot{\bar{\varepsilon}} \ddot{y} + p \ddot{y} + p \dot{\bar{\varepsilon}} \dot{y} = 0 \quad (4.35)$$

A equação diferencial homogênea de quarta ordem (4.35) possui coeficientes que são função de x , uma vez que a deformação real $\bar{\varepsilon}$ é função da temperatura, onde o perfil de temperatura é não-uniforme ao longo da viga $t(x)$ e calculado no item seguinte. A solução por série da Eq. (4.35) pode ser facilmente obtida considerando uma equação do tipo:

$$P(x)\ddot{y} + Q(x)\ddot{y} + R(x)\dot{y} + S(x)y = 0 \quad (4.36)$$

Onde P , Q , R e S são polinômios, na vizinhança de um ponto ordinário x_0 . Assumindo que a Eq. (4.41) tem solução $y = \phi(x)$, e que ϕ pode ser expressa por uma série:

$$y = \phi(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - x_0)^n \quad (4.37)$$

na qual converge para $|x - x_0| < \rho$, $\rho > 0$, logo os coeficientes a_n podem ser determinados substituindo diretamente a série dada pela Eq. (4.37) para y na Eq. (4.36).

4.2.3 – Determinação do Perfil de Temperatura ao Longo da Viga

Considere uma viga esbelta, com seção transversal constante, isto é, cuja área da seção transversal A independente da posição x ao longo da viga, aquecida em uma das extremidades a uma temperatura T_0 , como mostrado na Fig. 4.10. Conforme BEJAN [67], assumindo regime estacionário, condutividade térmica do material da viga k constante, e por fim, que a temperatura T ao longo do comprimento da viga é somente função de x , $T = T(x)$, ou seja, a temperatura é constante ao longo da seção transversal da viga, a equação de condução de calor unidirecional é dada por:

$$kA \frac{d^2 T(S^*)}{dS^{*2}} - \bar{h} p_e [T(S^*) - T_m] = 0 \quad (4.38)$$

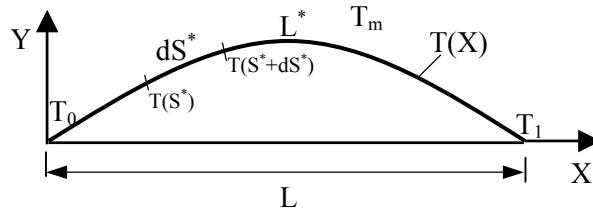


Figura 4.10 – Viga Termicamente Aquecida em uma das Extremidades.

Onde k é a condutividade térmica longitudinal do material, $\bar{h}$ é o coeficiente de transferência de calor por convecção. Para uma seção sólida circular, assumida neste trabalho, $p_e = 2\pi r$ é o perímetro exposto da seção transversal da viga e r é o raio da seção transversal. Foi assumido que o valor de $\bar{h}$ sobre a superfície da viga é igual ao valor na base da superfície da mesma. Na prática, o coeficiente de transferência de calor seria menor na base do que sobre a superfície da viga.

A Eq. (4.38) expressa o balanço perfeito entre a transferência de calor por condução que chega longitudinalmente na posição s e a transferência de calor por convecção que sai da viga através da superfície lateral em contato com o fluido.

Outras relações adimensionais também podem ser convenientemente definidas: $Bi = 2\bar{h} / kr$ e $T_m = t_m / \lambda^2 \alpha$. Onde Bi será denominado como um “número de Biot

adaptado”, representando um parâmetro da interação viga-fluido. Sendo assim, a Eq. (4.38) pode ser adimensionalizada e rearrumando têm-se:

$$\frac{d}{ds^*} \left[\frac{dt(s^*)}{ds^*} \right] - Bi[t(s^*) - t_m] = 0 \quad (4.39)$$

Desenvolvendo separadamente o primeiro termo da Eq. (4.39), têm-se:

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds^*} \left[\frac{dt(s^*)}{ds^*} \right] &= \frac{d}{ds^*} \left[\frac{dt}{ds} \frac{ds}{ds^*} \right] = \frac{d}{ds^*} \left[\frac{dt}{ds} \frac{1}{(1+\varepsilon)} \right] \frac{ds}{ds^*} = \frac{d}{ds} \left[\frac{dt}{ds} \frac{1}{(1+\varepsilon)} \right] \frac{1}{(1+\varepsilon)} = \\ &= \frac{1}{(1+\varepsilon)} \left[\frac{1}{(1+\varepsilon)} \frac{d^2 t}{ds^2} - \frac{dt}{ds} \frac{1}{(1+\varepsilon)^2} \frac{d\varepsilon}{ds} \right] \end{aligned} \quad (4.40)$$

Recorrendo novamente as notações de derivada, aplicando assim as Eqs. (4.28a) e (4.28b) na Eq. (4.40), encontra-se:

$$\frac{1}{(1+\varepsilon)} \left\{ \frac{1}{(1+\varepsilon)} \left[(1+\varepsilon)^2 \frac{1}{(1+\varepsilon)} \ddot{t} + (1+\varepsilon) \dot{\varepsilon} \dot{t} \right] - (1+\varepsilon) \dot{t} \frac{1}{(1+\varepsilon)^2} (1+\varepsilon) \dot{\varepsilon} \right\} = \ddot{t} \quad (4.41)$$

Retomando a equação em sua totalidade, substitui-se a Eq. (4.41) na Eq. (4.39), e obtêm-se:

$$\frac{d^2 t(x)}{dx^2} - Bi t(x) = -Bi t_m \quad (4.42)$$

A solução da equação diferencial de segunda ordem (4.42) é dada por:

$$t(x) = C_1 e^{\sqrt{Bi} x} + C_2 e^{-\sqrt{Bi} x} - t_m \quad (4.43)$$

Aplicando na Eq. (4.43) as condição de contorno nas extremidades da viga $t(0) = t_0$ (extremidade onde a viga está sendo aquecida com temperatura t_0) e $t(1) = t_1$

(a outra extremidade da viga de comprimento adimensionalizado), obtêm-se as constantes C_1 e C_2 :

$$C_1 = \frac{-t_1 + t_m + e^{-\sqrt{Bi}}(t_0 - t_m)}{e^{-\sqrt{Bi}} - e^{\sqrt{Bi}}} \quad (4.44a)$$

$$C_2 = \frac{t_1 - t_m - e^{\sqrt{Bi}}(t_0 - t_m)}{e^{-\sqrt{Bi}} - e^{\sqrt{Bi}}} \quad (4.44b)$$

Substituindo as constantes dadas pelas Eqs. (4.44a) e (4.44b) na Eq. (4.43), expandindo e rearrumando todos os termos, encontra-se o perfil de temperatura ao longo da viga:

$$t(x) = \frac{(t_1 - t_m) \sinh(\sqrt{Bi} x) + (t_0 - t_m) \sinh(\sqrt{Bi} (1 - x))}{\sinh(\sqrt{Bi})} + t_m \quad (4.45)$$

Contudo, é usual reescrever as temperaturas em termos de funções de temperatura, $\theta(x) = t(x) - t_m$, $\theta_0 = t_0 - t_m$ e $\theta_1 = t_1 - t_m$. Dessa maneira, pode-se reescrever a Eq. (4.45), obtendo-se:

$$\theta(x) = \frac{\theta_1 \sinh(\sqrt{Bi} x) + \theta_0 \sinh(\sqrt{Bi} (1 - x))}{\sinh(\sqrt{Bi})} \quad (4.46)$$

Desenvolvendo e manipulando algebricamente a Eq. (4.22a) sob a consideração que o comprimento inicial da viga é igual ao comprimento final, têm-se:

$$\int_0^1 dx = \int_0^1 (1 + \varepsilon(s)) ds \quad (4.47)$$

Resolvendo a integral do primeiro membro da Eq. (4.47), reorganizando o segundo membro e reescrevendo em função de x através da relação dada pela Eq. (4.28a), encontra-se:

$$\int_0^1 \frac{\varepsilon(x)}{1 + \varepsilon(x)} dx \quad (4.48)$$

Como $\varepsilon(x) = \frac{\theta(x)}{\lambda^2} - \frac{p}{\lambda^2}$, aplica-se a Eq. (4.46) a esta expressão e encontra-se:

$$\varepsilon(x) = \frac{1}{\lambda^2} \left[\frac{\theta_1 \sinh(\sqrt{Bi} x) + \theta_0 \sinh(\sqrt{Bi} (1-x))}{\sinh(\sqrt{Bi})} - p \right] \quad (4.49)$$

E por fim, substituindo a Eq. (4.49) na Eq. (4.48), obtêm-se:

$$\int_0^1 \frac{\frac{1}{\lambda^2} \left[\frac{\theta_1 \sinh(\sqrt{Bi} x) + \theta_0 \sinh(\sqrt{Bi} (1-x))}{\sinh(\sqrt{Bi})} - p \right]}{1 + \frac{1}{\lambda^2} \left[\frac{\theta_1 \sinh(\sqrt{Bi} x) + \theta_0 \sinh(\sqrt{Bi} (1-x))}{\sinh(\sqrt{Bi})} - p \right]} dx = 0 \quad (4.50)$$

Dessa forma, pode-se solucionar o problema de flambagem térmica e mecânica acoplada (flambagem termomecânica) de uma viga elástica esbelta aquecida não-uniformemente em uma das extremidades com o sistema de equações formado pela solução da equação diferencial (4.36) e pela Eq. (4.50).

4.2.4 – Estudo de Casos e Análise de Resultados

Um estudo paramétrico é executado com a finalidade de analisar os resultados. A solução é implementada através de um programa computacional desenvolvido no aplicativo matemático MAPLE 8 [76]. Considerando um aumento gradativo de temperatura em uma das extremidades da viga, a condução de calor e a transferência de calor por convecção ao longo da mesma, obtêm-se, então, um perfil de temperatura não-uniforme ao longo de seu comprimento. E assim, analisam-se os resultados mais significativos relativos ao fenômeno de flambagem térmica de vigas para as diferentes condições de contorno propostas.

As propriedades físicas e geométricas foram cuidadosamente selecionadas para assegurar o significado prático e real das análises, e também, evitar a não conformidade com as hipóteses da formulação matemática. A temperatura de aquecimento de uma das extremidades da viga (t_0), assim como a temperatura ambiente (t_m), e conseqüentemente θ_0 , foram selecionadas evitando-se valores excessivos. Além disso, como parâmetro térmico fundamental para esse tipo de análise, realiza-se o estudo paramétrico e apresentam-se os resultados para diferentes valores do parâmetro adimensional adaptado de Biot ($Bi = 5, 10 \text{ e } 15$) para uma única viga esbelta com razão de esbeltez $\lambda = 100$.

Para definir a faixa de aplicação do problema estudado deve-se considerar a temperatura máxima que a viga pode ser submetida, de forma que suas propriedades físicas permaneçam inalteradas. Ampliando ao máximo a faixa de aplicação dos aços utilizados na fabricação de dutos e demais estruturas esbeltas, e estendendo também para outros materiais metálicos, têm-se o valor limite da temperatura de aquecimento adimensionalizada $\theta_0 < 100$.

Considerando para as análises uma viga esbelta inicialmente reta, desprovida de imperfeições iniciais ou temperatura inicial que induza deformação, a temperatura é aumentada gradativamente em uma de suas extremidades. E então, o cálculo da temperatura na outra extremidade e da carga crítica de flambagem são efetuados até a determinada temperatura de aquecimento adimensionalizada pré-estabelecida de acordo com a aplicabilidade física do fenômeno.

Em resumo, analisa-se uma viga esbelta imersa num meio de determinada temperatura t_m , aquecida em uma das extremidades por uma temperatura (t_0), calculando-se então, a carga crítica de flambagem p e a temperatura na outra extremidade t_1 após a transferência de calor ao longo da viga para diferentes condições de contorno estudadas.

As Figs. 5.4 a 5.6 apresentam os resultados gráficos do aumento de temperatura numa das extremidades da viga ($\lambda = 100$) em função da temperatura na outra extremidade, como solução do fenômeno de flambagem térmica da mesma.

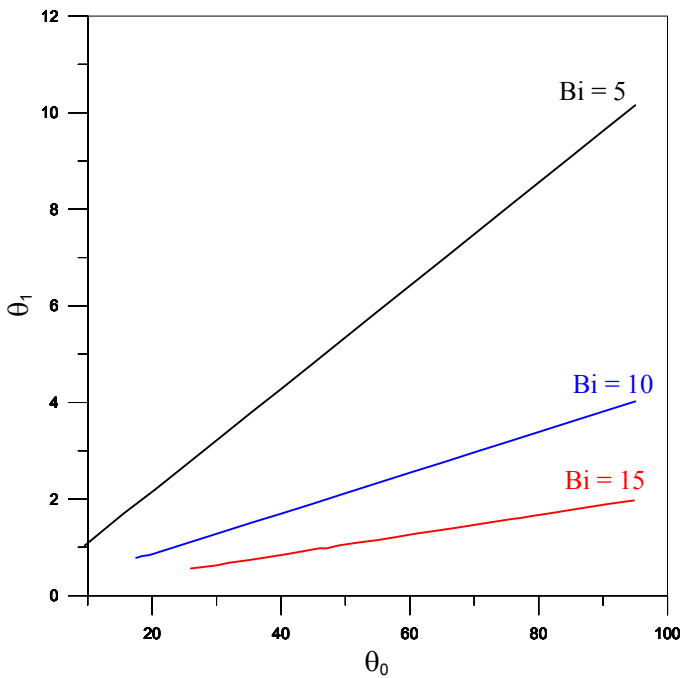


Figura 5.4 – Temperaturas para a Condição Bi-Rotulada.

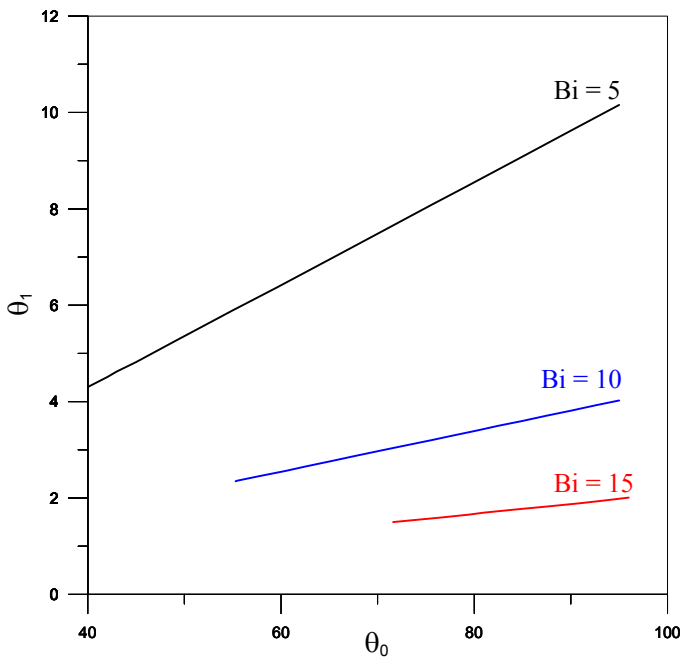


Figura 5.5 – Temperaturas para a Condição Rotulada-Engastada.

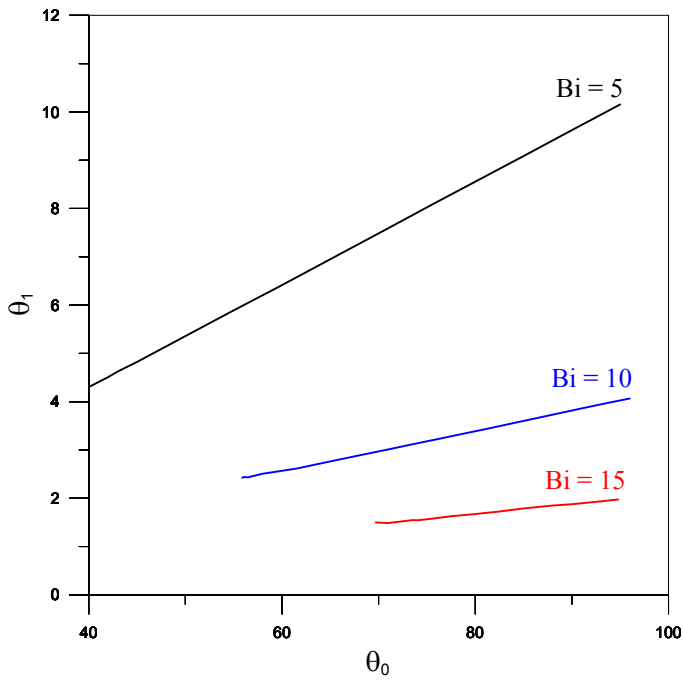


Figura 5.6 – Temperaturas para a Condição Engastada-Rotulada.

Nota-se que, quanto maior o valor do parâmetro adimensional adaptado de Biot (Bi), menores são as inclinações das curvas e menores valores são encontrados para a temperatura θ_1 , caracterizando uma maior troca térmica. Além disso, a viga só atinge a carga crítica de flambagem, isto é, o problema passa a ter solução, para vigas aquecidas a temperaturas cada vez mais elevadas.

De forma similar, nas Figs. 5.7 e 5.8 a carga crítica de flambagem p em função da temperatura de aquecimento θ_0 pode ser graficada para as condições de contorno rotulada-engastada e engastada-rotulada para o intervalo de temperatura pré-definido. Porém, este parâmetro é bem menos sensível a variações do parâmetro de Biot.

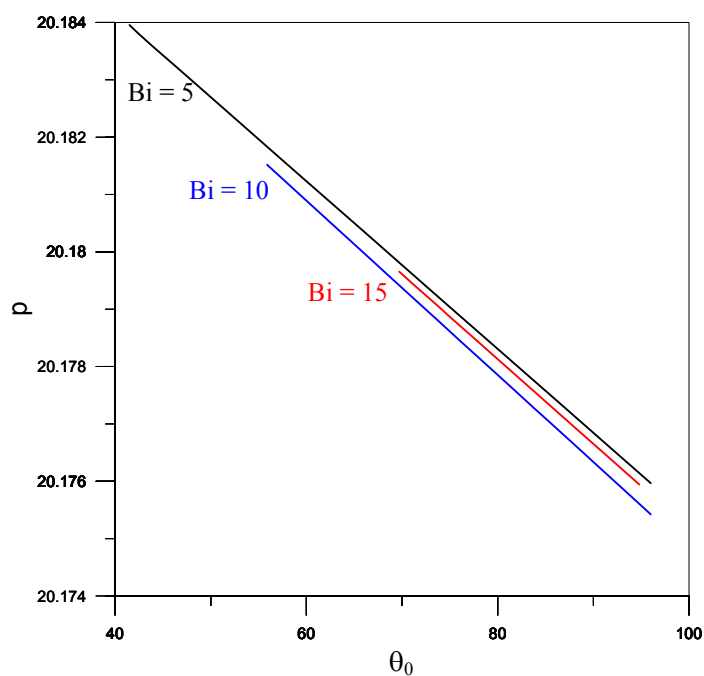


Figura 5.7 – Carga Crítica de Flambagem em Função da Temperatura Para a Condição Rotulada-Engastada.

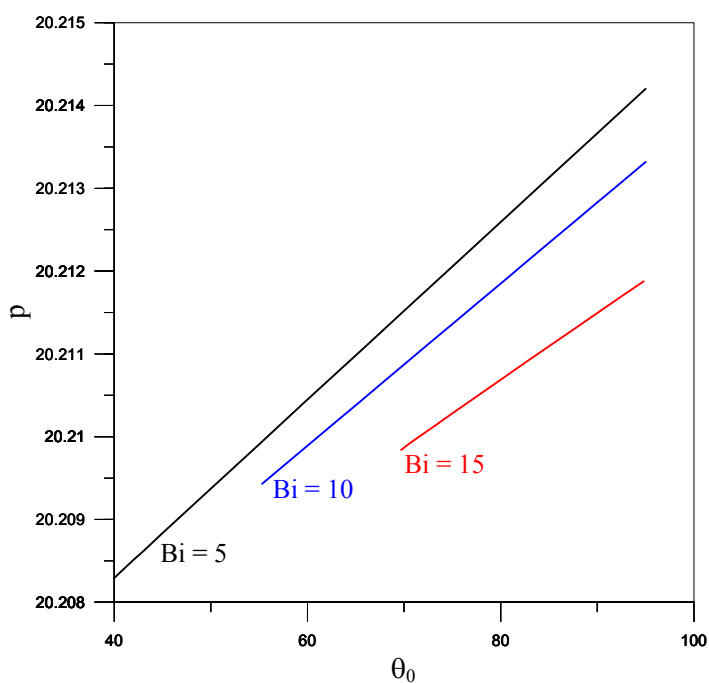


Figura 5.8 – Carga Crítica de Flambagem em Função da Temperatura Para a Condição Engastada-Rotulada.

Para a condição de contorno bi-engastada, a viga não atinge a carga crítica de flambagem, isto é, o problema não tem solução para o intervalo de temperatura definida para as análises (temperatura máxima de aquecimento adimensionalizada até

aproximadamente o valor de $\theta_0 < 100$). Isto porque, seriam necessárias temperaturas muito elevadas que não retratariam as temperaturas reais de problemas práticos de estruturas metálicas esbeltas.

Até o momento, o fenômeno de flambagem e pós-flambagem de vigas foi tratado com o objetivo de se obter formulações e soluções para determinados problemas matemáticos, definindo conceitos usuais no estudo de instabilidade, formando uma base matemática sólida e direcionando o estudo para problemas práticos onde várias estruturas esbeltas, como dutos submarinos, podem vir a ser simplificadas por vigas esbeltas.

A solução numérica por elementos finitos do problema de instabilidade térmica de vigas pode ser facilmente obtida considerando uma perturbação infinitesimal no sistema para que a variação de temperatura e pressão conduza a flambagem termomecânica da mesma. Mas para efeito de validação e obtenção de uma ferramenta a ser utilizada numa fase preliminar de projeto de dutos submarinos é mais interessante ter em mãos planilhas de cálculo baseadas em modelos analíticos consagrados [54] e validadas por testes experimentais [55], e que de forma semelhante nos permite validar, conforme apresentado por KEUPER et al. [77], modelos numéricos que contemplam todas as não-linearidades do fenômeno, como apresentado na sequência desta dissertação.

Dessa maneira, a seguir objetiva-se apresentar diretamente o modelo numérico desenvolvido para a análise termomecânica de dutos submarinos enterrados (capítulo 6), logo depois de uma introdução completa da flambagem vertical de dutos submarinos (capítulo 5), uma vez que o trabalho de KEUPER et al. [77] fornecem os modelos analíticos simplificados e parte da validação dos modelos numéricos que serão apresentados a seguir.

5 – FLAMBAGEM VERTICAL DE DUTOS SUBMARINOS

5.1 – Introdução

A flambagem de dutos submarinos é um fenômeno de instabilidade compressiva causada em dutos que operam a elevadas temperaturas e pressões. As altas temperaturas de operação são necessárias para prevenir que a solidificação do produto transportado ocorra dentro do duto, garantido assim um perfeito escoamento, enquanto as altas pressões são necessárias para alcançar maiores taxas de escoamento.

Dutos submarinos são normalmente lançados com tensões residuais relativamente pequenas e na temperatura do ambiente marinho. Sob condições normais de operação, a diferença entre a temperatura e a pressão de operação e as condições como lançado (*as-laid*), levaria o duto a expandir-se. Entretanto, a expansão axial é restringida pela interação solo-duto, induzindo forças axiais compressivas na parede do duto. Dessa maneira, tratando-se de estruturas esbeltas, os dutos submarinos são vulneráveis a flambagem compressiva, e esta normalmente ocorre na região de uma imperfeição geométrica inicial (*prop*), ou seja, de um desalinhamento da linha central do duto (*out-of-straightness*), oriundo dos processos de lançamento e enterramento. Dutos simplesmente deitados, ou seja, apoiados sobre o solo marinho tendem a curvar-se horizontalmente (lateralmente), caracterizando a flambagem lateral ou *snaking*, enquanto os dutos enterrados, devido a uma maior restrição lateral, tendem a curvar-se verticalmente, caracterizando a flambagem vertical ou *upheaval buckling*.

Se um duto estiver entrincheirado e descoberto, forças compressivas podem resultar em deslocamentos laterais dentro da trincheira, mas se o duto estiver enterrado, a cobertura da trincheira impede movimentos laterais extensos e o duto tende a mover-se na direção vertical. Experiências têm mostrado que a flambagem vertical é instável, e o resultado do deslocamento pode ser bastante expressivo para forçar o duto a sair da trincheira, e desse modo, expor-se a riscos devido ao seu afloramento, e principalmente, as implicações devido às deformações flexionais excessivas.

Um diagrama esquemático da flambagem vertical de dutos enterrados é mostrado na Fig. 5.1. Uma seção do duto representada por uma linha central é mostrada em sua configuração inicial enterrada na trincheira, e também, em sua configuração flambada com um trecho do duto levantado (comprimento de flambagem) que normalmente ocorre na região de uma imperfeição geométrica inicial (prop). Se uma força axial compressiva é aplicada ao duto, a imperfeição cresce em magnitude com o aumento dessa força até determinada combinação crítica de força e deslocamento na qual a flambagem ocorre.

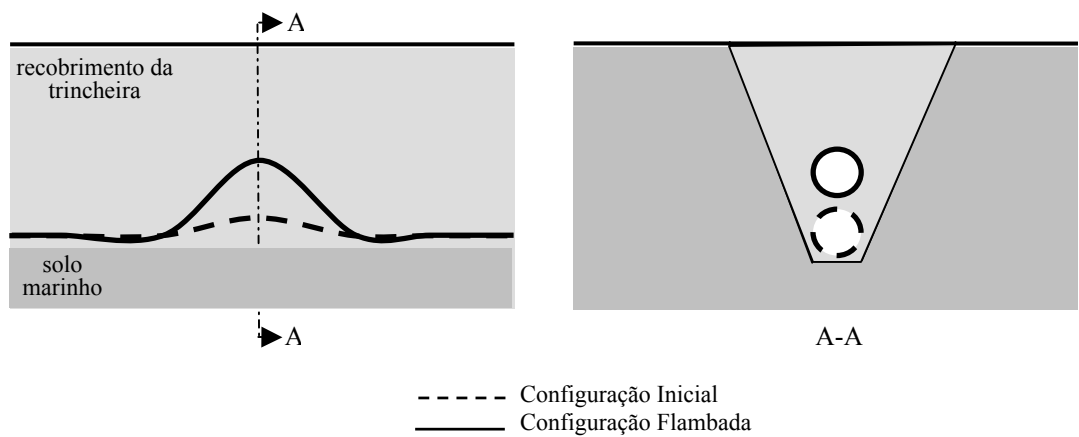


Figura 5.1 – Configuração Esquemática de um Duto Enterrado.

A flambagem é indesejável devido ao aumento do potencial de falha do duto, e freqüentemente, esforços e gastos consideráveis são exercidos para prevenir sua ocorrência. Se projetado e instalado adequadamente, a restrição vertical provida pelo peso do solo de cobertura é em geral suficiente para prevenir a flambagem. Em algumas circunstâncias, algumas medidas, tais como, a acomodação de pedras ao longo da diretriz do duto (*rock dumping*) ou considerações de tensões residuais de lançamento (*snake-lay*) tornam-se necessárias como medidas mitigadoras.

Portanto, os principais parâmetros de projeto de dutos aquecidos e enterrados são a força axial induzida que conduz a flambagem, a rigidez à flexão do duto, a interação solo-duto e as dimensões e a forma da imperfeição geométrica inicial. E essencialmente, o projeto para prevenir a flambagem vertical de dutos submarinos segue as seguintes etapas:

- Uma análise inicial ou preliminar para determinar se a flambagem vertical ocorrerá, e avaliar a criticidade do problema;
- Uma análise detalhada usando métodos numéricos;
- E por fim, uma análise e uma avaliação da inspeção pós-instalação (*post-installation survey*).

5.2 – Força Compressiva no Duto

A flambagem vertical de dutos submarinos é regida por dois carregamentos principais: temperatura e pressão. Em dutos rígidos de aço, a temperatura é normalmente o parâmetro mais importante, mas a pressão pode contribuir significativamente, e deve ser levada em consideração. Já em linhas compósitas e flexíveis, a pressão é o principal parâmetro, e a temperatura tem um efeito menor. Alguns estudiosos acreditam que somente a pressão não pode causar a flambagem de dutos restringidos, mas esta convicção é errônea. A ocorrência da flambagem somente pelo carregamento de pressão pode ser facilmente demonstrada experimentalmente, PALMER e BALDRY [78].

Essencialmente, a flambagem vertical é descrita por seu comprimento, isto é, o comprimento de onda, e sua amplitude, ou seja, o deslocamento vertical. Normalmente, análises numéricas detalhadas de dutos submarinos apresentam, dentre outros resultados importantes, o gráfico do aumento da amplitude do desalinhamento em função da temperatura aplicada. E conclui-se normalmente, que a resposta do duto depende consideravelmente da magnitude da imperfeição geométrica inicial ou desalinhamento inicial, ou ainda, do prop do duto, e também, que a natureza instável da flambagem vertical é bastante diferente do problema clássico de flambagem de coluna de Euler. Um pequeno aumento da imperfeição geométrica inicial reduz significativamente a temperatura em que a flambagem ocorrerá (temperatura crítica de flambagem). E, para grandes valores da imperfeição geométrica inicial, o salto de instabilidade (*snap-through*) pode não ocorrer, e a instabilidade é substituída por uma relação altamente não-linear entre a temperatura aplicada e a amplitude da imperfeição.

A natureza instável da flambagem termomecânica é derivada da alimentação (*feed-in*) do comprimento extenso de um duto, em ambos os lados da imperfeição, ou seja, em ambos os lados do comprimento de flambagem, Fig. 5.2. Isto porque, quando um duto é aquecido, um comprimento muito grande é comprimido, e quando um comprimento relativamente pequeno se eleva, isto é, o comprimento de flambagem L , a força axial compressiva na seção elevada se reduz e o comprimento de deslizamento L_s , onde o duto se desloca longitudinalmente sob a ação do atrito com o solo pode contribuir para o aumento da deflexão vertical na imperfeição.

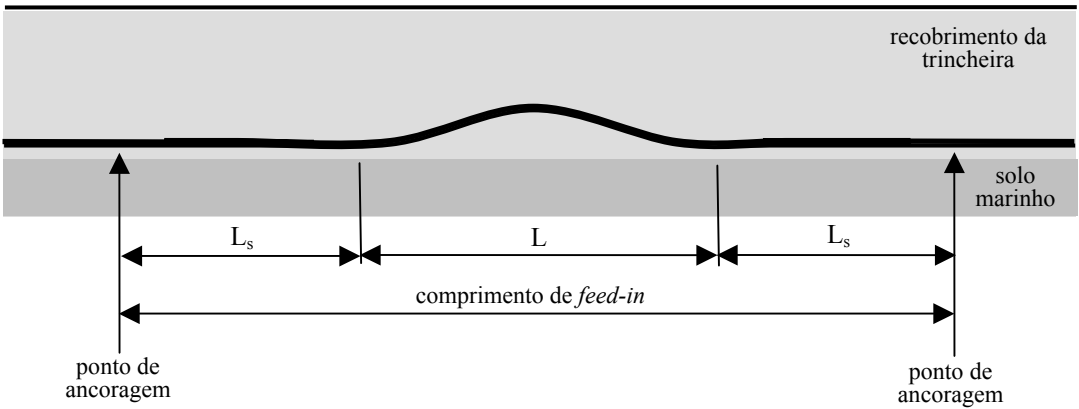


Figura 5.2 – Comprimento de *Feed-in* e Ponto de Ancoragem do Duto.

Esta seção lida como a força compressiva conduz a flambagem do duto seguindo os desenvolvimentos descritos por PALMER e KING [79]. A força resulta da restrição à expansão do duto devido à fricção entre o duto e solo marinho. Esta força que restringe a expansão é afetada pelo peso submerso efetivo do duto, incluindo qualquer sobrecarga, e a interação solo-duto. O ponto na qual a expansão do duto é totalmente restringida é denominado como ponto de ancoragem, como mostrado na Fig. 5.2. Na extremidade do duto a força é efetivamente nula e a expansão não ocorre. A força aumenta linearmente da extremidade do duto até o ponto de ancoragem onde a força de restrição é igual à força de expansão. O duto terá pontos de ancoragem adjacentes as posições extremas do comprimento de flambagem L .

Dessa maneira, os cálculos da tensão longitudinal na parede do duto estão errados se temperatura e pressão não são incluídas sistematicamente. Os cálculos são

melhores executados utilizando a idealização de tubo de parede fina; uma vez que não é sempre vantajoso usar análises para duto de parede espessa (grossa), entretanto, particularmente não é difícil efetuar os cálculos para parede espessa. E também, não há restrição em realizar uma análise parcialmente de parede fina e parcialmente de parede espessa. E por fim, é fortemente recomendado considerar deformações e tensões tratativas como positivas e deformações e tensões compressivas como negativas, e respeitar severamente a convenção adotada.

Considere inicialmente o caso sem pressão externa. A tensão circunferencial na parede do duto σ_h é estaticamente determinada, e dada por:

$$\sigma_h = \frac{pr}{t} \quad (5.1)$$

Onde p é a pressão interna, t é a espessura nominal da parede do duto e r é o raio médio medido do centro até a mediana da espessura da parede do duto. A Eq. (5.1) é a fórmula de Barlow com o diâmetro médio substituído por duas vezes o raio médio.

A deformação longitudinal ε_L é dada pela relação tensão-deformação para um material linear elástico isotrópico:

$$\varepsilon_L = \frac{1}{E}(-\nu\sigma_h + \sigma_L) + \alpha\Delta T \quad (5.2)$$

Onde σ_L é a tensão longitudinal, E é o módulo de elasticidade do material, ν é o coeficiente de Poisson, α é o coeficiente de expansão térmica linear e a ΔT é a diferença entre a temperatura de operação e a temperatura de instalação da parede do duto.

O efeito da tensão radial na parede do duto pode ser desprezado, sendo consistente com a idealização de duto de parede fina.

A tensão longitudinal σ_L não é estaticamente determinada, e depende da extensão que o movimento longitudinal é restringido. Se há restrição axial completa, $\varepsilon_L = 0$. Resumindo na formulação apresentada, a tensão longitudinal é dada por:

$$\sigma_L = \frac{\nu p r}{t} - E \alpha \Delta T \quad (5.3)$$

Conseqüentemente, a tensão longitudinal tem duas componentes, a primeira relacionada à pressão e a segunda relacionada à temperatura. A componente de pressão é usualmente positiva (trativa), enquanto a componente de temperatura é negativa (compressiva).

Como a área da seção transversal do duto é $2\pi r t$, a força longitudinal na parede do duto P é dada por:

$$P = 2\nu\pi r^2 p - 2\pi r t E \alpha \Delta T \quad (5.4)$$

Há um componente adicional de força axial do conteúdo do duto, isto é, do fluido transportado. A área da seção transversal do conteúdo, ou seja, a área interna da seção transversal do duto, é πr^2 , e a tensão longitudinal do conteúdo é $-p$, considerando consistentemente tração positiva. Logo, a força axial compressiva do fluido é $-\pi r^2 p$.

Considerando ambas as contribuições, da parede e do conteúdo interno do duto, a força axial é então:

$$P = -(1 - 2\nu)\pi r^2 p - 2\pi r t E \alpha \Delta T \quad (5.5)$$

A Eq. (5.5) considera um termo de pressão e um termo de temperatura. Na maioria dos casos ΔT e p são ambos positivos, e $(1 - 2\nu)$ é positivo para metais, logo ambos os termos da Eq. (5.5) são negativos e, portanto compressivos.

Com relação a dutos submarinos, a pressão hidrostática externa também deve ser considerada. A Eq. (5.5) expressa uma mudança na força longitudinal induzida pelo aumento da pressão interna p e pelo aumento da temperatura ΔT . Além disso, há usualmente uma força axial presente no duto submarino como construído (*as-built*), antes da linha entrar em operação e a pressão interna e a temperatura serem aumentadas. A tensão efetiva no duto construído por uma embarcação lançadora de duto é igual a componente horizontal da tensão de lançamento aplicada. A força axial resultante é obtida adicionando a força axial compressiva dada pela Eq. (5.5) à tensão residual deixada após a construção, considerando devidamente os sinais. Em alguns casos a tensão residual pode ser significativa. E por fim, é um erro interpretar p na Eq. (5.5) como a diferença entre a pressão interna e a pressão hidrostática externa, e ao mesmo tempo subtrair a tensão residual efetiva, isto porque a tensão residual efetiva já deve considerar a pressão hidrostática externa.

A Eq. (5.5) fornece a força axial resultante na parede de um duto completamente restringido, isto é, com o movimento longitudinal impedido. Porém, nas extremidades de dutos submarinos, *loops* de expansão permitem que movimentos de expansão longitudinal ocorram, onde então, a força axial é menos compressiva. Num *loop* de expansão, a força axial resultante é menor, porque a tensão longitudinal na parede do duto quase equilibra a compressão do fluido transportado. Se a resistência friccional ao movimento é uniforme ao longo do comprimento do duto, a força axial resultante diminui linearmente de um valor completamente restrito (atingida em determinada distância do *loop* de expansão e comumente chamada de ponto de ancoragem) a zero, ou quase zero, no *loop* de expansão. Então, um *loop* de expansão protege parcialmente as seções da linha em ambos os lados contra flambagem.

Conclui-se pela Eq. (5.5) que o estabelecimento de perfis de pressão e temperatura precisos são pontos importantes nas análises de flambagem vertical. E dessa maneira, os cálculos da tensão longitudinal no duto devem levar em consideração ambos os efeitos, temperatura e pressão. Nas análises termomecânicas de dutos deve-se considerar um envelope superior com os perfis de temperatura e pressão ao longo do comprimento do duto, levando também em consideração quaisquer efeitos sobre a flambagem vertical do duto, tais como os efeitos de lançamento e enterramento.

Dessa forma, a flambagem vertical de dutos é um resultado direto das elevadas temperaturas e pressões de operação. A entrada do duto será o ponto mais aquecido pelo produto transportado, e eventualmente, para um duto relativamente longo os efeitos da troca térmica com o meio ocorrem ao longo de seu comprimento, caracterizando um decaimento de temperatura. A taxa de perda de calor em dutos é dependente de uma série de fatores, incluindo: as propriedades do fluido transportado, a taxa de escoamento e o coeficiente de transferência de calor global. Os dois primeiros fatores são relativos ao processo associado com o duto. Já o terceiro fator, é determinado pelo material do duto, materiais das camadas e características dos meios que o circundam, inclusive o solo marinho. O perfil de temperatura deve ser calculado usando um modelo que inclua os efeitos de qualquer cobertura adicional ao duto.

5.3 – Análise de Flambagem Vertical

Ultimamente, tem havido muitas pesquisas sobre flambagem vertical de dutos submarinos e algumas estratégias para projetos de dutos submarinos enterrados têm evoluído.

5.3.1 – Estratégias de Análise

A primeira estratégia está relacionada à clássica teoria de flambagem de mecanismos estruturais e considera um duto perfeitamente reto apoiado (deitado) sobre uma fundação horizontal perfeitamente reta. HOBBS [29] inicialmente baseou suas pesquisas na flambagem de trilhos de trem desenvolvidas por MARTINET [27] e KERR [28], e considerou como condições que o duto inicialmente reto permanece em equilíbrio, como uma alça (curvatura) elevada, ocorrendo um movimento longitudinal em direção da alça do duto em ambos os lados. Isto resolve o problema de como o duto flambado pode permanecer em equilíbrio, mas não explica como o duto salta da sua configuração inicial para sua configuração flambada.

Em termos mecânicos, um duto perfeitamente reto tem uma força de flambagem infinita acoplada com uma intensidade infinita de sensibilidade à imperfeição. A imperfeição do perfil do solo marinho na qual o duto está deitado, é então, uma característica importante do problema. É necessário considerar diferentes tipos de perfil de imperfeições, cada uma caracterizada por uma altura, por um comprimento e por uma forma (curvatura) matematicamente definida. Podem-se citar vários perfis de imperfeição geométrica inicial, dentre eles, por exemplo, a imperfeição de perfil senoidal, dada por:

$$y(x) = \frac{1}{2} \delta_i \left[1 + \cos\left(\frac{\pi x}{L_i}\right) \right] \quad (5.6)$$

Onde x e y são as coordenadas horizontal e vertical da imperfeição, δ_i é a altura inicial da imperfeição (amplitude de onda) e L_i é o comprimento inicial da imperfeição (comprimento de onda).

Como se sabe, a estabilidade do duto é dependente do perfil local do duto em contato com o solo marinho ou com o fundo da vala ou trincheira. Se o duto é perfeitamente reto, isto é, desprovido de desalinhamentos iniciais, a temperatura torna-se excessivamente grande e o comportamento estrutural do duto é limitada pela flambagem plástica do duto. Contudo, um duto real nunca está perfeitamente reto, havendo sempre imperfeições geométricas iniciais provindas das operações de instalação do mesmo, embora na fase inicial de operação os valores precisos desses desalinhamentos iniciais na maioria das vezes não são conhecidos.

A análise determina então, as condições sob a qual o duto pode permanecer instável e elevar-se acima do perfil da imperfeição. PALMER et al. [49] desenvolveram essa idéia detalhadamente, onde uma curva identifica uma região segura, e outra região não segura, num mapa com dois parâmetros, um parâmetro adimensional de carregamento:

$$\Phi_q = \frac{qEI}{\delta P^2} \quad (5.7)$$

Onde q é o carregamento total (peso do duto somado a resistência ao levantamento se o duto estiver enterrado), EI é a rigidez a flexão do duto, δ é a altura da imperfeição geométrica e P é a força de compressão axial.

E o parâmetro adimensional de comprimento da imperfeição geométrica:

$$\Phi_L = L\sqrt{\frac{P}{EI}} \quad (5.8)$$

Onde L é o comprimento da imperfeição.

Esta aproximação tem várias limitações: assume que o material do duto é elástico, e confia extremamente nos perfis simples de imperfeição idealizados, considerando que perfis reais tornam-se complicados e de difícil idealização.

Na prática, a análise de flambagem vertical de dutos submarinos é um problema altamente não-linear e deve incluir o perfil da imperfeição geométrica inicial do duto sob um comprimento adequado, as propriedades do material do duto e um método de análise numérica que possa contemplar as não-linearidades geométrica e do material do duto, além é claro, da não-linearidade referente à interação solo-duto.

Uma aproximação mais precisa é discutida posteriormente, mas para uma fase inicial de projeto de dutos é suficiente usar uma aproximação derivada de fórmulas bastante acuradas para as análises, PALMER et al. [49]. A formulação aproximada é:

$$W_{req} = \left[1.16P - 4.76 \left(EI \frac{W}{\delta_i} \right)^{0.5} \right] \left(\frac{\delta_i W}{EI} \right)^{0.5} \quad (5.9)$$

Onde W_{req} é o carregamento requerido durante a operação do duto, P é a força axial máxima total no duto, EI é a rigidez à flexão do duto, W é o peso submerso total do duto instalado e δ_i é a altura inicial da imperfeição, isto é, a amplitude do desalinhamento inicial.

Essa equação é usada para calcular o carregamento requerido para a estabilidade do duto numa fase inicial de projeto. O carregamento pode ser avaliado contrário ao peso do duto e a resistência efetiva ao levantamento utilizando as informações do solo e da cobertura.

O duto deve ser enterrado, coberto com o solo marinho natural retirado durante a operação de abertura da trincheira (vala) ou coberto com um material mais pesado, como cascalho ou brita. A resistência ao levantamento q apresentada por PALMER et al. [49] para um duto submarino enterrado em solo não-coesivo (areia ou pedra) é:

$$q = \gamma HD \left(1 + f \frac{H}{D} \right) \quad (5.10)$$

Onde γ é o peso submerso do solo por unidade de comprimento, H é a altura de recobrimento referenciado do topo do duto, isto é, da geratriz superior do duto, D é o diâmetro externo do duto e f é um coeficiente de levantamento determinado experimentalmente, aproximadamente 0,7 para pedra e 0,5 para areia, e ocasionalmente, um valor relativamente menor em areia fofa.

Como f impacta criticamente sobre a profundidade requerida da cobertura, os projetistas nos cálculos do enterramento precisam ter segurança mas não devem ser muito conservativos na decisão sobre o valor desse coeficiente no projeto.

A resistência ao levantamento para um duto enterrado em solo coesivo (argila) é calculada por uma fórmula diferente baseada na teoria da plasticidade e em alguns experimentos, e dada por:

$$q = SuD \min \left[3, \frac{H}{D} \right] \quad (5.11)$$

Onde Su é a resistência não-drenada ao cisalhamento.

O caso do enterramento em argila uniforme contínua frequentemente não ocorre, isto porque é quase impossível repor a argila numa condição uniforme. É muito mais provável que a argila seja amontoada ou que haja partes de argila numa matriz de areia contínua, e essa mistura se comporte como uma areia.

A formulação apresentada para uma análise inicial de flambagem vertical capacita a identificação da criticidade e do método de mitigação que deve ser planejado para ser aplicado ao projeto do duto. A próxima etapa é analisar o comportamento de flambagem vertical do duto mais detalhadamente para determinar com precisão os requisitos para definir a profundidade de um determinado material de cobertura.

Uma análise mais precisa requer um método numérico que possa levar em consideração a natureza não-linear da flambagem e uma modelagem mais precisa do desalinhamento inicial e dos efeitos do material de cobertura.

Algumas ferramentas numéricas tem sido desenvolvidas especificamente para a flambagem vertical e o trabalho de KLEVER et al. [80] têm sido uma referência clássica sobre o assunto. Em geral, *softwares* de elementos finitos, como ABAQUS e ANSYS, também têm sido consideravelmente efetivos em aplicações para muitos problemas práticos de dutos submarinos. A imperfeição geométrica inicial é geralmente modelada como uma superfície rígida com um perfil especificado. As extremidades da seção do duto são modeladas conectadas a molas que tem uma característica de simular o efeito de *feed-in* no duto.

Uma estratégia alternativa foi desenvolvida através de um projeto de pesquisa, parte de um JIP (*Joint Industry Project*). Utilizando um programa de elementos finitos, o UPBUCK para resolver o problema numericamente, torna-se possível incorporar perfis de imperfeições mais complexos, levando em consideração o comportamento

elasto-plástico do material do duto, e acompanhando o comportamento do duto detalhadamente conforme a temperatura e a pressão de operação aumentam. O UPBUCK tem sido comercializado como PCUPBUCK, e é um programa padrão em projeto de dutos enterrados utilizado por algumas empresas de engenharia.

Outra possibilidade é aplicar um software de elementos finitos, como o ABAQUS ou o ANSYS, que incluem elementos de viga de seção tubo (*pipe*). A flambagem vertical é um fenômeno de instabilidade, e neste caso é essencial ter convicção que a formulação em elementos finitos modela os efeitos das mudanças de geometria sob forças internas. Em particular, o elemento *pipe* tem que permitir na realidade que, se uma pressão interna está presente e o elemento flete, o fluido deve exercer uma força sobre o elemento. Um modo de testar isto é modelar um duto de comprimento longo reto e extremidades restringidas, e então, aumentar a pressão interna até que a flambagem ocorra. Pode ser necessário ajustar numericamente uma instabilidade no modelo com a implementação de um pequeno deslocamento transversal (uma pequena perturbação no sistema), contudo a força de flambagem não deve depender muito da magnitude desse deslocamento. Se o duto flamba num intervalo elástico, a pressão de flambagem encontrada pelo modelo de elementos finitos deve estar bem próxima do resultado analítico simplificado, onde a flambagem ocorre quando a força axial dada pela Eq. (5.5) iguala a força de flambagem de Euler para a mesma seção transversal, comprimento e condições de extremidade do duto.

A imperfeição geométrica inicial é modelada nesta etapa da análise por um tipo de “prop” de fundação. A intenção é simular o efeito do duto posicionado sobre uma pedra ou caroço de argila compactada na trincheira. Experiências têm mostrado que a amplitude da imperfeição geométrica inicial pode ser razoavelmente estimada de acordo com o tipo de solo e a disposição da trincheira. Assim, para uma trincheira aberta por um arado um valor razoável para a amplitude da imperfeição geométrica inicial para solos rijos é 0,3m e para solos moles é 0,15m.

Normalmente, um modelo de elementos finitos simula o duto durante as situações de instalação e operação. Desse modo, o modelo do duto é assentado sobre o solo marinho contendo uma imperfeição geométrica inicial (prop), e então, o modelo

apropriado para a cobertura é adicionado, forçando efetivamente o duto sobre o prop. Os carregamentos de pressão e temperatura são impostos ao duto, com a temperatura sendo gradualmente aumentada até o duto mover-se ascendentemente na região da imperfeição.

O método analítico e o PCUPBUCK consideram situações bidimensionais, onde a deflexão do duto ocorre no plano vertical. Na realidade, o problema é tridimensional e a modelagem 3D do comportamento do duto é extremamente importante para análises de flambagem vertical. Um aumento de uma curvatura pode facilmente mover o duto lateralmente, e transformá-la em uma flambagem lateral. Isto freqüentemente acontece, e a transformação pode ocorrer pela translação de seções transversais diferentes, sem rotação ou torção. As flambagem verticais mais expressivas de dutos submarinos enterrados são estabelecidas apenas pela resistência lateral das seções na extremidade do vão elevado.

Dessa maneira, se a flambagem é modelada por um programa de elementos finitos, é necessário ajustar o modelo para que movimentos tridimensionais fora do plano vertical possam ocorrer.

Essas estratégias podem executar uma análise completa da resposta dos dutos submarinos, contemplando a instabilidade, os saltos para uma nova configuração e as deformações adicionais se a temperatura e a pressão forem aumentadas. Se o objetivo for apenas investigar a flambagem ocorrida num duto, esse tipo de análise é necessário e suficiente. Mas freqüentemente, projetam-se dutos para operar em condições seguras com relação a flambagem vertical, e então, deve-se ter a resposta para a seguinte questão: pode-se medir ou calcular o perfil inicial do duto e qual é a força externa requerida para manter o duto na posição inicial quando este entrar em operação e a força axial compressiva aumentar? Essa análise é bastante simples. As complicações aumentam nas análises com o surgimento nas mudanças de geometria, mas se o objetivo é que o duto não se mexa e permaneça na sua posição inicial, então se deve lidar com as mudanças geométricas. Então, a nova estratégia seria encontrar a força requerida para que o duto não se mova.

5.3.2 – Resistência ao Levantamento do Duto

Considere uma seção de um duto numa configuração arbitrária definida pela altura y (coordenada vertical) que é função de uma distância horizontal x (coordenada horizontal). A Fig. 5.3 mostra um elemento da seção do duto.

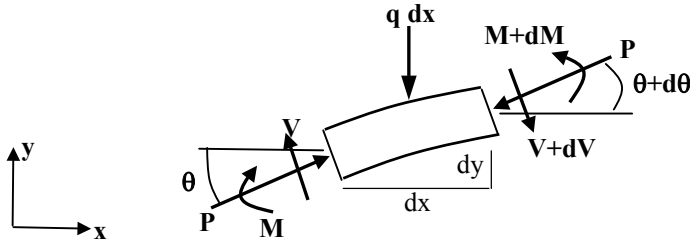


Figura 5.3 – Elemento Infinitesimal do Duto.

Na Fig. 5.3 P é a força axial compressiva (positiva), V é a força cisalhante, q é a força vertical externa por unidade de comprimento, M é o momento fletor e θ é o ângulo com o eixo x . A força cisalhante V e o momento fletor M variam ao longo do comprimento, já a força axial P não varia. Do equilíbrio de forças na direção vertical e do equilíbrio de momentos, têm-se respectivamente:

$$q = -\frac{dV}{dx} \quad (5.12)$$

$$q \frac{dy}{dx} + \frac{dM}{dx} - V = 0 \quad (5.13)$$

E conseqüentemente:

$$q = -P \frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{d^2 M}{dx^2} \quad (5.14)$$

Se o duto permanece no regime elástico, tem-se:

$$M = EI \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (5.15)$$

Onde EI é a rigidez a flexão. Substituindo a Eq. (5.12) em (5.11), obtêm-se:

$$q = -P \frac{d^2 y}{dx^2} - EI \frac{d^4 y}{dx^4} \quad (5.16)$$

Na Eq. (5.16), o primeiro termo da direita é o produto entre a força axial e a curvatura ($d^2 y/dx^2$), sendo negativo na parte superior do elemento infinitesimal do duto e negativo na parte inferior da curva. Na parte superior da curva, o duto tende a fletir para cima, o primeiro termo do lado direito da Eq. (5.16) é positivo, e o duto requer um valor positivo de q para mantê-lo na posição. Na parte inferior da curva, o duto tende a fletir para baixo, o primeiro termo do lado direito da Eq. (5.16) é negativo, e o duto requer um valor negativo de q para mantê-lo na posição. O segundo termo da Eq. (5.16) é menos evidente, e é proporcional a mudança na força cisalhante. Considerando o comprimento de um perfil típico, o segundo termo é menor que o primeiro, e tem pouca influência.

Vale ressaltar algumas questões típicas, como: para um duto enterrado sob uma cobertura de argila, pelo aumento gradual da temperatura, por exemplo, pode ser percebido que para pequenos valores da força axial compressiva o duto não se move até que a força iguale o peso do duto e da cobertura assentada sobre o duto. Esta é a mobilização do duto e a força pode continuar aumentando até eventualmente uma força máxima ser atingida num ponto que o duto pode então se mover com decréscimo da força. No mecanismo para o aumento da força após a mobilização do duto pode ser percebido que a fricção entre a cunha do solo e o resto da cobertura deve ser superado para capacitar o duto a mover-se ascendentemente, PEDERSEN e MICHELSEN [53]. A Fig. 5.4 mostra os esforços atuantes na configuração deformada do duto, considerando a altura de imperfeição inicial δ_i e a variação da resistência ao levantamento q com o deslocamento vertical δ . Enquanto a Fig. 5.5 apresenta as

curvas idealizadas de resistência ao levantamento para solos argilosos e arenosos em função do deslocamento vertical para dutos totalmente enterrados.

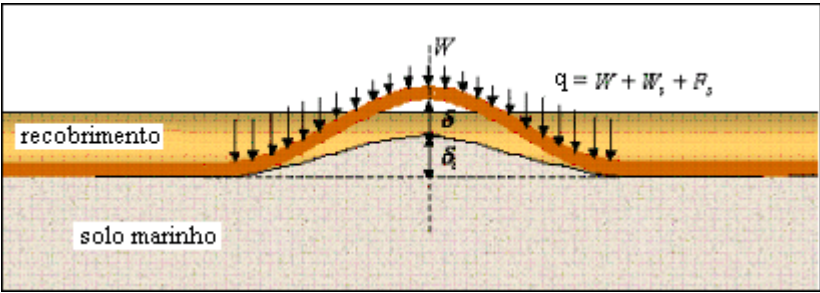


Figura 5.4 – Resistência Imposta pelo Solo de Cobertura.

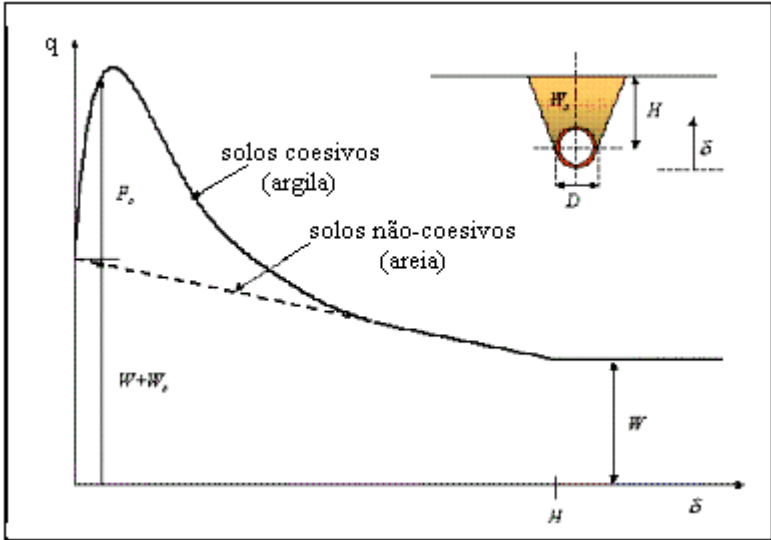


Figura 5.5 – Curvas Esquemáticas de Resistência ao Levantamento do Duto.

Onde W é o peso submerso do duto por unidade de comprimento, W_s é o peso submerso do solo de cobertura por unidade de comprimento, F_s reação passiva do solo argiloso por unidade de comprimento e H é a altura de enterramento do duto.

Logo, para análises não-lineares do duto, incorporando a não-linearidade da resistência ao levantamento, pode ser percebido que inicialmente o duto não se move ascendentemente em resposta à temperatura aplicada, e então, o efeito da reação passiva do solo é superado e o duto se move na região da imperfeição geométrica inicial. Então, com o aumento da temperatura e com a resistência ao levantamento superada, o duto exibe deflexões instáveis excessivas.

Um outro fator importante neste comportamento é que o duto se move na ascendente na região da imperfeição geométrica inicial e um pouco do solo de cobertura pode mover-se abaixo do duto. Se em algum tempo mais tarde a temperatura diminui o duto poderá não retornar a sua posição original, isto é, a magnitude da imperfeição geométrica inicial terá aumentado. Com ciclos sucessivos de *shut-down* e *start-up* o duto pode mover-se incrementalmente para cima até determinado ponto onde a altura de cobertura não seja suficiente para prevenir a ocorrência da flambagem vertical. Esse fenômeno é chamado de *ratcheting* (acumulo de deslocamento do duto), e como dutos submarinos estão sujeitos a significativos números de ciclos de operação de aquecimento e resfriamento é importante que o *ratcheting* seja eliminado. O modo mais eficaz é assegurar que a profundidade de cobertura seja adequada para eliminar a possibilidade do duto aflorar.

Portanto, com a Eq. (5.16) torna-se possível determinar, para um dado perfil do duto, a força necessária para manter o duto na posição, sem a necessidade de uma análise mais complexa para determinar como esse se move, torna-se instável, e por fim, salta para uma nova posição. Esta é a melhor aproximação para muitos problemas que aparecem na prática, e fornece diretamente subsídios para projetos para problemas de engenharia.

5.3.3 – Prevenção da Flambagem Vertical

O fator principal para determinar se a flambagem vertical ocorrerá ou não, é a suavidade do perfil do solo marinho. Dados quantitativos refinados da diretriz do duto são de suma importância para a análise termomecânica. É muitas vezes sugerido que o projeto seja baseado em alturas de imperfeições padrões, e isto tem uma razão básica: tais valores seriam uma seleção de projeto, ora para a consideração de um solo marinho composto por uma argila média uniforme, ora para a consideração de um solo marinho desigual de areia, pedra, cascalho, brita e etc.

As informações geotécnicas do solo marinho e as informações do perfil do duto são de grande relevância. O perfil do duto pode ser assegurado numa inspeção com ROV (*Remotely Operated Vehicle*) com precisão batimétrica, e às vezes, por mergulhadores. Se o duto submarino já está no local, seu perfil pode ser medido com boa acurácia com a passagem de um *pig* inercial, como o *Geopig*. As informações do solo são obtidas por levantamentos geotécnicos ao longo da rota do duto, fornecendo entre outros parâmetros: o tipo de solo, o peso específico por unidade de comprimento, a resistência não-drenada ao cisalhamento e o ângulo de atrito.

Muitas estratégias alternativas foram investigadas, e várias têm sido aplicadas na construção do duto. A mais simples é reduzir a força que conduz a flambagem vertical, através da redução da temperatura e/ou pressão de operação, ou pela redução da espessura de parede do duto a um valor mínimo admissível por norma. Isto pode ser percebido na Eq. (5.5), onde o termo da temperatura na força compressiva axial que conduz a flambagem é proporcional a ΔT , logo o ganho oriundo da redução deste componente implica em reduzir também P . Esta foi umas das maiores motivações para o desenvolvimento de métodos de projeto de deformação admissível. A força que conduz a flambagem do duto também pode ser reduzida pela adição de *loops* de expansão em intervalos ao longo do comprimento do duto ou pelo lançamento da linha em zigzag, ou seja, *snake lay*.

Uma segunda alternativa é fazer o perfil do duto mais suave. Isto pode ser feito pela seleção da rota evitando áreas de rugosidade e depressão, o que ajuda também a reduzir o comprimento e o número de vãos livres. O perfil também pode ser suavizado durante o entrincheiramento com uma máquina (arado) “inteligente” que escava mais profundamente em pontos mais altos do perfil e menos profundamente em pontos mais baixos.

Uma alternativa prática mas onerosa é colocar uma cobertura de pedra sobre todo o comprimento do duto. Uma estratégia mais econômica é identificar as curvaturas mais críticas onde a flambagem vertical pode iniciar e colocar pedras somente sobre essas curvaturas. Esta prática utiliza menos pedras, mas obviamente depende da capacidade de localizar as curvaturas e retornar ao mesmo local para posicionar a

cobertura de pedra. O tipo de pedra deve ser escolhido para que essa alternativa seja estável e as pedras não afundem dentro do solo marinho.

5.3.4 – Medidas Mitigatórias

Tendo sido estabelecido que o duto estará exposto a flambagem vertical durante sua vida útil em operação é necessário considerar que medidas possam ser tomadas para mitigar o problema de instabilidade. Algumas medidas mitigatórias para tornar possível segura a operação do duto tem sido pauta de estudos e podem ser classificadas como:

- Aumento da resistência ao levantamento: recobrimento natural / aumento da profundidade de enterramento, aumento do peso do duto com camadas de concreto e a acomodação de pedras ao longo de toda a diretriz do duto (*rock dumping*);
- Técnicas baseadas na expansão: acomodação intermitente de pedras ao longo da diretriz do duto (*intermittent rock dumping*), formação de curvaturas iniciais pré-definidas durante o processo de lançamento (*snake-lay*) e a instalação de *spools* intermediários de expansão.
- Mudança das características do duto: redução da espessura da parede do duto, uso de configurações em *bundle* e sistemas *pipe-in-pipe* e utilização de tubos flexíveis;

Todas essas opções têm sido estudadas técnica e economicamente em projetos de dutos aquecidos, mas a mais extensivamente utilizada é aumentar a resistência ao levantamento do duto através da acomodação de pedras ao longo de toda a diretriz do duto (*rock dumping*) ou recobrimento mecânico.

Como foi observada, a flambagem vertical ocorre quando a força desestabilizadora devido à força axial compressiva, normalmente na região de uma imperfeição geométrica inicial, é maior que a resistência ao levantamento do duto. Um componente primário da resistência ao levantamento é o peso próprio submerso do duto, e outro é o peso e a resistência ao levantamento provida pelo solo de recobrimento. Se o

peso efetivo do duto é aumentado, então, a resistência a flambagem vertical do duto também é aumentada. Há algumas maneiras de se aumentar a resistência ao levantamento do duto, dentre as quais incluem: o aumento ou a adição de peso através de camadas de concreto, a adição de recobrimento natural sobre a trincheira e a aplicação de pedras como material de recobrimento.

O aumento na espessura da camada de concreto pode ter um efeito isolante que contra-balance o valor mitigatório da camada de peso. Há também um substancial custo implicado, a menos que o concreto seja requerido para propósito de estabilidade hidrodinâmica. Estudos têm mostrado que a utilização de camadas de peso tem um efeito maior sobre condições de solo fofo, para temperaturas moderadas, e onde as amplitudes (alturas) de imperfeição inicial são menores ou iguais a 0,1.

O recobrimento da trincheira tem o efeito de aumentar o carregamento sobre o duto, e conseqüentemente, aumentar a temperatura de flambagem embora este contra-balance o efeito isolante do solo de cobertura adicional. O efeito do carregamento do recobrimento é dependente das propriedades do material de recobrimento e da profundidade da trincheira. O perfil da seção transversal da trincheira não tem qualquer efeito sobre a resistência ao levantamento.

O solo de cobertura pode ser classificado em duas categorias gerais, isto é, solos não-coesivos, areia por exemplo, e solos coesivos como a argila. Em muitos casos o recobrimento é uma mistura desses dois componentes e a definição das propriedades da cobertura tem que ser estabelecido por levantamentos geotécnicos extensivos ao longo da rota do duto. Um grande risco pode existir com relação à utilização do solo de cobertura em áreas sujeitas à ação do meio, ondas e correntes. Nessas circunstâncias não pode ser possível garantir a presença contínua do material de recobrimento.

O carregamento sobre o duto pode ser aumentado pelo preenchimento da trincheira com pedras, britas ou cascalho, denominado *rock dumping*. A vantagem é que as propriedades desse material de cobertura podem ser estimadas com bastante precisão sem necessitar de levantamentos geotécnicos custosos. Alguns fatores devem ser levados em consideração em projetos de coberturas com pedras, incluindo: precisão da

colocação das pedras, a necessidade de entrincheirar a linha antes do recobrimento com pedras, particularmente do ponto de vista de custo, e a vantagem de poder realizar com precisão uma inspeção pós-entrincheiramento que pode ser efetivo para minimizar a quantidade e o custo do *rock dumping*.

6 – MODELO NUMÉRICO PARA ANÁLISE TERMOMECAÂNICA

6.1 – Introdução

O fenômeno de flambagem de dutos é um assunto que vem sendo estudado extensivamente e ainda não se encontra totalmente esgotado. Devido às diferentes configurações e condições de operação, a flambagem de dutos aquecidos demanda estudos aprofundados, e decorrente dessas peculiaridades, muitas vezes cada caso deve ser analisado separadamente.

Após o acidente ocorrido com o duto PE-2 em janeiro de 2000 na Baía de Guanabara, a PETROBRAS não tem poupado esforços para evitar que a expansão térmica em dutos submarinos, tanto deitados sobre o leito marinho como completamente enterrados, possa conduzir a novas falhas, e conseqüentemente, causar impactos ambientais e prejuízos financeiros à companhia.

Com relação aos dutos enterrados, atualmente a Petrobras depara-se com um grande desafio de projeto: os oleodutos do Terminal Norte Capixaba (TNC). A grande complexidade deste projeto deve-se entre outros aspectos, principalmente à elevada temperatura do óleo a ser transportado. Devido à essa complexidade, o projeto dos oleodutos no TNC passou a ser considerado um projeto “didático”, fonte de pesquisa e desenvolvimento para projetos de dutos submarinos aquecidos enterrados.

O sistema submarino do Terminal Norte Capixaba, localizado no Campo de Produção de Fazenda Alegre no estado do Espírito Santo é composto por dois oleodutos conectando o Terminal localizado em terra a um PLEM (Pipeline End Manifold) e a uma monobóia (ponto de atracação flutuante em alto mar) para exportar o óleo pesado. Dois mangotes flexíveis instalados em uma configuração de Lanterna Chinesa foram especificados para conectar o PLEM à monobóia, e então, um mangote flutuante será usado para exportar o óleo até o navio tanque. O PLEM submarino está projetado com válvulas hidráulicas de controle de escoamento operadas pelo Terminal por um umbilical submarino. Dois oleodutos são necessários para permitir uma volta completa

da operação do pig inteligente, obedecer às leis brasileiras e também permitir a remoção do óleo pesado após cada operação de carregamento. Em ambos os casos as válvulas hidráulicas posicionadas no PLEM serão operadas do Terminal Norte Capixaba.

Os oleodutos de exportação do Terminal Norte Capixaba (TNC) estão localizados em águas rasas distando da costa em até 16m de profundidade d'água. Tais profundidades geralmente não representam problemas significativos de projeto e instalação de dutos. Contudo, o óleo extraído tem grande viscosidade devendo ser bombeado a elevadas temperaturas para se garantir o perfeito escoamento. A temperatura de 85°C será comum durante a operação, e associada à pressão interna tem-se um grande potencial para a instabilidade do duto.

Neste capítulo foi desenvolvido um modelo numérico em elementos finitos para a análise termomecânica dos oleodutos de exportação do Terminal Norte Capixaba e realizado um estudo paramétrico baseado na altura de enterramento e nas imperfeições geométricas iniciais, ou seja, nos desalinhamentos iniciais (“props”) oriundos das operações de lançamento e enterramento do duto. A flambagem vertical é estudada detalhadamente para avaliar as curvaturas pré-definidas, com o objetivo de encontrar a altura mínima de enterramento, assegurando assim a integridade do duto. Desse modo, obtêm-se também uma ferramenta numérica que serve como base para a análise de flambagem vertical em novos e diversificados projetos de dutos.

A metodologia de projeto para as análises de flambagem vertical dos oleodutos de exportação é então desenvolvida:

- Uma altura de imperfeição máxima permissível é estabelecida para o duto enterrado da seção *offshore*.
- Um estudo paramétrico é executado para avaliar a influência da forma e da altura da imperfeição geométrica na profundidade de enterramento requerida devido a flambagem vertical do duto. A análise considera uma variação de temperatura de 70°C e alturas de imperfeição inicial variando de 0,4m a 1,0m para um comprimento de onda da imperfeição inicial de 100m.

- E por fim, uma análise de sensibilidade é realizada para avaliar os deslocamentos do duto submetido à temperatura e pressão máximas de projeto na região de *shore approach*. As análises consideram a movimentação de sedimentos nesta região, modelando o preenchimento ou recobrimento da trincheira aberta na operação de enterramento do duto com diferentes tipos de solo: argila indeformada (agregada), argila desagregada e areia. Além de analisar a sobreposição desses solos, formando duplas camadas sobre a geratriz superior do duto. Uma vez que, entre as operações de entrincheiramento e recobrimento do duto, a movimentação de sedimentos inicia um recobrimento natural do duto. Em seguida, através de um recobrimento automatizado previsto na fase de projeto, uma camada de solo (peso) requerido é lançada sobre a rota do duto.

O modelo de elementos finitos empregado para a análise termomecânica considera a não-linearidade da interação solo-duto aquecido e as não-linearidades física e geométrica do duto. O peso submerso do duto, o máximo diferencial de pressão de operação e a variação uniforme de temperatura na parede do duto também são considerados. O modelo numérico considera o elemento PIPE executando o acoplamento entre a pressão interna e a flexão no duto. Além disso, a análise leva em consideração todas as condições de contorno relevantes: restrições à movimentação das extremidades do duto, imperfeições geométricas iniciais devido ao processo de lançamento e enterramento, e por fim, as reações do solo marinho nas direções verticais, horizontais (laterais) e axiais usadas no modelo global do duto.

O estudo de sensibilidade para a altura de imperfeição geométrica inicial (δ_i) na direção vertical, originada dos processos de lançamento e enterramento do duto tem o propósito de verificar a possibilidade de flambagem global (δ), como ilustrada na Fig. 6.1. A integridade estrutural do duto é verificada nas análises termomecânicas pela norma API RP 1111 [81].

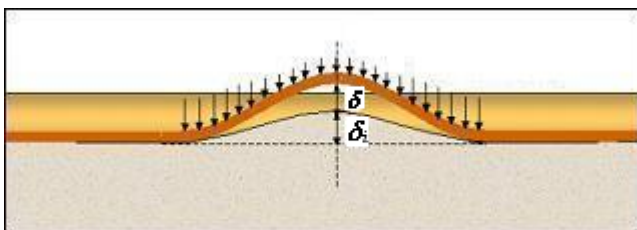


Figura 6.1 – Flambagem Vertical de Dutos Aquecidos Enterrados.

6.2 – Oleodutos de Exportação do Terminal Norte Capixaba

A Petrobras está desenvolvendo o Campo de Fazenda Alegre, localizado em terras brasileiras no Estado do Espírito Santo. Este estratégico desenvolvimento compreende um Terminal exportador, bombeando óleo quente até navios tanque via uma monobóia marinha e dois oleodutos de exportação simétricos e idênticos de 16pol. Em condições normais esses dutos, nomeados norte e sul, estarão operando simultaneamente durante o carregamento. O *layout* dos dutos, os *spools* intermediários e os *tie-ins* (trechos de fechamento) devem permitir a passagem de *pigs* convencionais e inteligentes. A monobóia estará ancorada a 16m de lâmina d'água, e terá um PLEM localizado abaixo, que receberá e combinará o óleo de ambos os oleodutos, redirecionando o escoamento para a monobóia através de mangotes flexíveis. No final de cada operação, o óleo pesado que permanecer nos oleodutos será removido por um óleo leve para assegurar que o resfriamento dos oleodutos não cause sérios problemas na operação de descarregamento subsequente.

Então, a operação de carregamento do navio tanque compreende os seguintes passos: primeiro, o óleo leve nos dutos é removido pelo bombeamento de um *pig* de espuma dentro de um duto percorrendo um circuito completo na operação de pigagem. O óleo leve retorna para o Terminal, e então, válvulas hidráulicas são operadas no PLEM e o óleo pesado aquecido é bombeado para o navio tanque por ambos dutos. Novamente há operações de válvulas hidráulicas no PLEM, e finalmente, o *pig* de espuma é bombeado com óleo leve por um dos dutos para retornar o óleo pesado para o Terminal. O sistema submarino é ilustrado na Fig. 6.2.

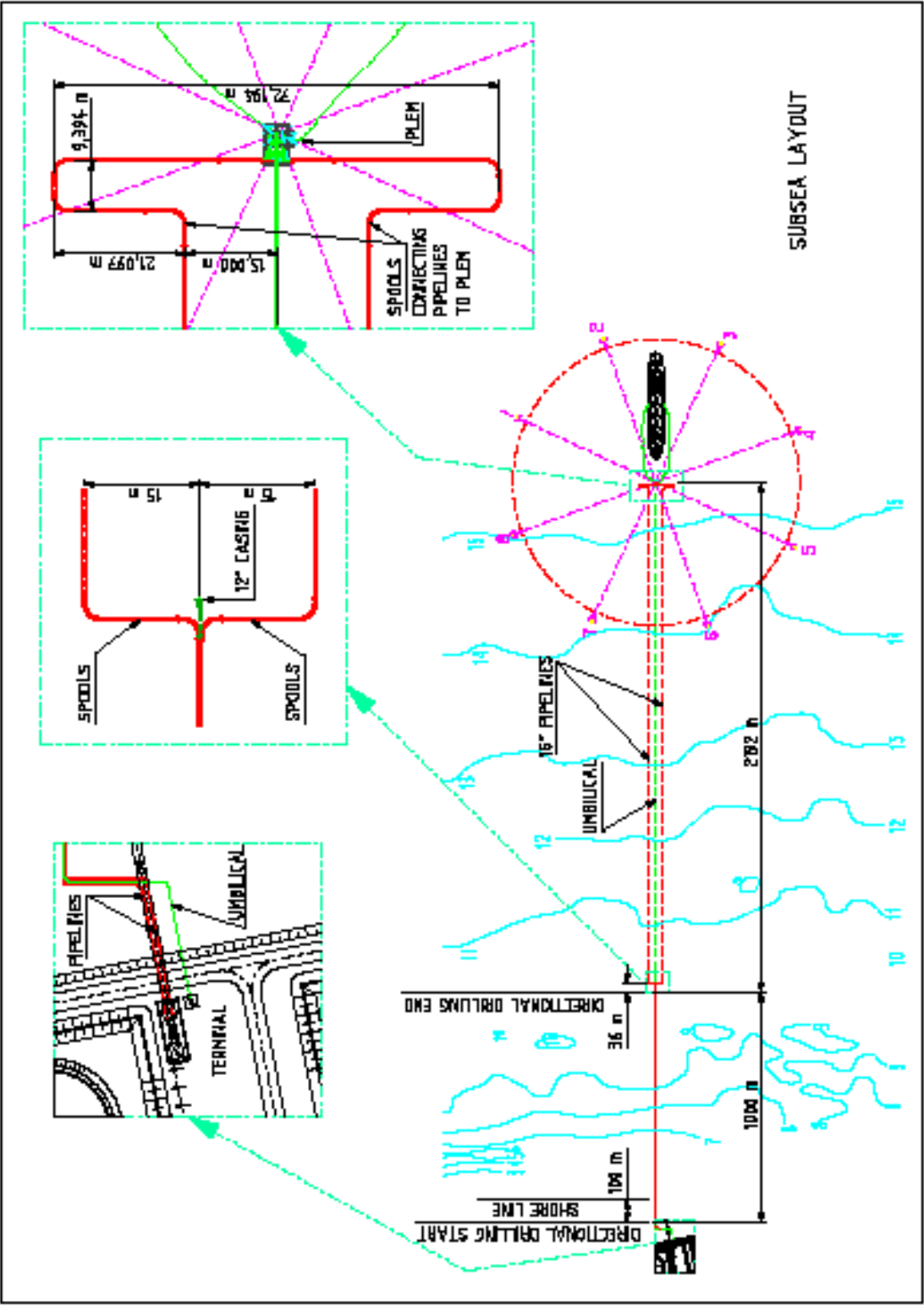


Figure 6.2 – Layout do Sistema Submarino do Terminal Norte Capixaba.

Os dutos do TNC satisfazem as exigências típicas de projetos de dutos submarinos tais como capacidade de escoamento, dimensionamento a pressão,

estabilidade hidrodinâmica, isolamento térmico, proteção catódica e esforços de lançamento. A espessura de parede do duto e a camada de concreto foram selecionadas espessas, para se obter um peso específico do duto que garanta a estabilidade hidrodinâmica em condições ambientais anuais, assegurando tempo suficiente para as operações submarinas de enterramento e recobrimento dos dutos.

Os dutos compreendem uma seção terrestre (*onshore*) e uma seção submarina (*offshore*) totalizando um comprimento de aproximadamente 3600m. Os dutos da seção *offshore* podem ser divididos em dois segmentos:

- O segmento de cruzamento da costa, que tem aproximadamente 1100m de comprimento, será instalado através de um furo direcional (*Horizontal Directional Drilling*);
- O segmento *offshore* enterrado tem aproximadamente 2140m de comprimento e será instalado por meio de uma embarcação *S-lay* seguido pela operação de enterramento.

Como os oleodutos têm rotas simétricas, somente o oleoduto sul será modelado numericamente.

Os spools submarinos flangeados enterrados interligarão ambos segmentos. As extremidades submarinas dos oleodutos serão interligadas ao PLEM por meio de spools flangeados e padronizados, estes serão abandonados desenterrados sobre o leito marinho. A seção terrestre, com 300m de comprimento aproximadamente, completa o oleoduto do início do furo direcional até o lançador de pig localizado no Terminal.

Os seguintes dados foram selecionados para este projeto:

Configuração do Sistema

A configuração para o oleoduto sul, incluindo as seções onshore e offshore com os segmentos de cruzamento da costa e o segmento enterrado, é ilustrada na Fig. 6.3.

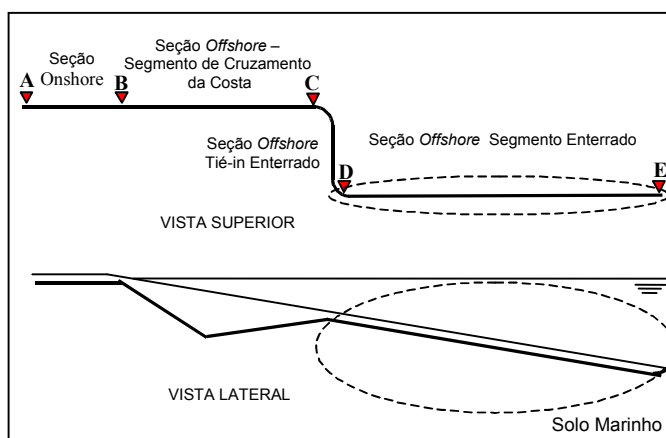


Figura 6.3 – Configuração Esquemática do Oleoduto Sul.

A Tab. 6.1 apresenta os dados para a configuração do sistema, incluindo os dados do furo direcional e as condições de enterramento.

Tabela 6.1 – Dados da Configuração dos Oleodutos.

Parâmetro	Valor
Altura de Enterramento da Seção <i>Onshore</i>	2,50m
Ângulo de Entrada de Cruzamento da Costa	14deg
Raio de Curvatura Vertical no Ponto B	2032mm
Ângulo de Saída de Cruzamento da Costa	2deg
Raio de Curvatura Vertical no Ponto C	2032mm
Altura de Enterramento para o Segmento Enterrado da Seção <i>Offshore</i>	H (m)*
Offset entre o Cruzamento da Costa e o Segmento Enterrado da Seção <i>Offshore</i>	10,0m
Raio de Curvatura Horizontal das curvas do <i>spool</i> nos pontos Points C e D	2032mm

(*) Altura de enterramento mínima requerida que será estabelecida para cada imperfeição geométrica inicial adotada.

As profundidades de enterramento são medidas do nível de solo mais baixo até o centro do duto e os ângulos são medidos com relação ao plano horizontal e referem-se aos pontos B e C como mostrado na Fig. 6.3. A curva vertical nos pontos B e C são os valores mínimos, que são cinco vezes o diâmetro externo do duto. O *offset* entre o

cruzamento da costa e o segmento enterrado da seção *offshore* é o valor mínimo estabelecido para o projeto do *tie-in* proposto, que inclui a redução do *offset* nominal pela a tolerância de instalação.

Dados Operacionais

Os principais dados operacionais para se garantir um perfeito escoamento e otimizar a velocidade de bombeio do óleo são apresentados na Tab. 6.2.

Tabela 6.2 – Dados Operacionais.

Parâmetro	Valor
Máxima Pressão de Projeto	2,452MPa
Pressão do Teste Hidrostático	3,089MPa
Variação de Temperatura	70°C
Vida do Projeto	30 anos
Ciclos de Carregamento	2/semana
Densidade do Óleo	977,2kg/m ³

Dados do Solo

Baseado na avaliação dos levantamentos geotécnicos realizados ao longo das diretrizes preliminares dos dutos, um solo argiloso (crítico para as seções *offshore*) e um solo arenoso (aplicável na seção *onshore*) foram selecionados para as análises termomecânicas. A Tab. 6.3 apresenta as informações dos solos selecionados para argila e areia.

Tabela 6.3 – Dados de Solo para Argila e Areia.

Parâmetro	Valor
Resistência ao Cisalhamento não-Drenada (argila)	11kPa
Peso Submerso (argila)	17kN/m ³
Ângulo de Fricção Interno (areia)	24,2deg
Ângulo de Fricção da Interface Solo-Duto (areia)	30deg
Peso Submerso (areia)	10kN/m ³

Dados do Oleoduto

Os dados geométricos e do material para os dutos de aço dos segmentos *onshore* e *offshore* enterrados, baseados principalmente no dimensionamento mecânico e na análise de estabilidade hidrodinâmica, são apresentados na Tab. 6.4.

Tabela 6.4 – Dados do Oleoduto.

Parâmetro	Valor
Especificação do Material do Duto	API 5L B
Diâmetro Externo de Aço	16pol
Espessura da Parede de Aço	0,562pol
Diâmetro Externo Total para a Seção <i>Offshore</i> Enterrada	0,4862m
Diâmetro Externo Total para a Seção <i>Offshore</i> (HDD)	0,4164m
Diâmetro Externo Total para a Seção <i>Onshore</i> Enterrada	0,4100m
Peso Submerso Total para a Seção <i>Offshore</i> Enterrada	2,182kN/m
Peso Seco Total para a Seção <i>Offshore</i> Enterrada	2,449kN/m
Módulo de Young do Aço	200GPa
Coefficiente de Poisson's do Aço	0,3
Coefficiente de Expansão Térmica do Aço	1,17 10 ⁻⁵ /°C
Mínima Tensão de Escoamento Especificada (SMYS)	241MPa

6.3 – Modelagem Numérica

Várias formulações analíticas foram desenvolvidas, e elas são realmente muito úteis para propósitos preliminares de projeto. Contudo, um método numérico que possa considerar a natureza não-linear geométrica e física do fenômeno de flambagem é requerido para uma análise mais detalhada e mais precisão.

O modelo de elementos finitos simula o duto durante situações de operação. Assim o modelo do duto é colocado no solo marinho contendo uma imperfeição

geométrica inicial (prop) máxima permissível. A pressão e a temperatura são então impostas ao duto, com a temperatura sendo gradativamente aumentada até o duto elevar-se na região do prop e curvar-se ascendentemente.

Dessa maneira, o segmento do duto eleva-se na direção de menor resistência (vertical ascendente) através da cobertura de solo pelo aumento gradual da temperatura. Percebe-se que para pequenos valores da força axial o duto não se move, e quando a força supera a resistência imposta pelo peso próprio do duto somada à resistência do solo, o fenômeno de flambagem termomecânica é iniciado na região da imperfeição geométrica inicial.

Para uma correta simulação numérica do fenômeno de flambagem termomecânica em dutos, o software utilizado deve representar todas as cargas a que o duto está exposto, tais como peso próprio, pressão interna e carga térmica induzida, além de representar a interação solo-duto não-linear e a não-linearidade geométrica e física (do material) do duto.

O software ABAQUS tem sido utilizado amplamente para a modelagem termomecânica de dutos simplesmente assentados sobre o solo marinho, veja, por exemplo, um recente *Joint Industry Project* (SAFEBUCK JIP). Neste capítulo analisa-se numericamente a flambagem termomecânica de um duto submarino enterrado utilizando o ABAQUS.

O software ABAQUS v.6.4 [82] é empregado nas análises onde o duto é modelado com uma malha uniforme refinada de elementos PIPE linear, com 1001 nós, e conseqüentemente, 1000 elementos de comprimento 2,20m, Fig. 6.4. As extremidades do duto são consideradas engastadas e imóveis. Uma imperfeição geométrica inicial (prop) é aplicada para permitir uma análise carga-deslocamento de pós-flambagem. A forma da imperfeição geométrica inicial do duto foi definida usando uma equação polinomial como perfil do prop.

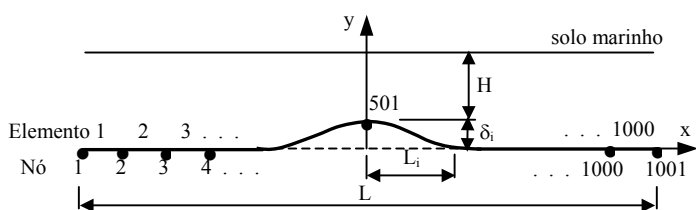


Figura 6.4 – Esquema do Modelo do Duto.

O modelo constitutivo considera curvas de reação do solo elástica-perfeitamente plástica. A modelagem do material do duto é baseada no critério de escoamento de von Mises com encruamento isotrópico, com módulo de Young 200GPa, coeficiente de Poisson 0,3 e mínima tensão de escoamento especificada (SMYS) 241MPa. Tensões residuais provindas da operação de lançamento do duto não são consideradas no modelo.

O software ABAQUS provê uma biblioteca de elementos de interação solo-duto para modelar a interação entre o duto enterrado e o solo marinho circunvizinho. Esses elementos têm somente graus de liberdade de deslocamento em seus nós. Uma extremidade do elemento compartilha os nós com o elemento do duto subjacente.

O comportamento da interação solo duto é modelado, ora por elementos de mola tipo SPRING 1 e SPRING 2, ora usando o elemento PSI34. É importante notar que elementos PSI não fazem a discretização do domínio atual do solo marinho ao redor do duto. A extensão do domínio do solo é refletida através da rigidez do elemento, que é definida por um modelo constitutivo como é descrito posteriormente. Para o caso da modelagem com elementos de mola, como ilustrado na Fig. 6.5, esse mesmo modelo constitutivo é utilizado para calcular as curvas de solo, isto é, as curvas da força de reação do solo-deslocamento que modelam a rigidez do mesmo.

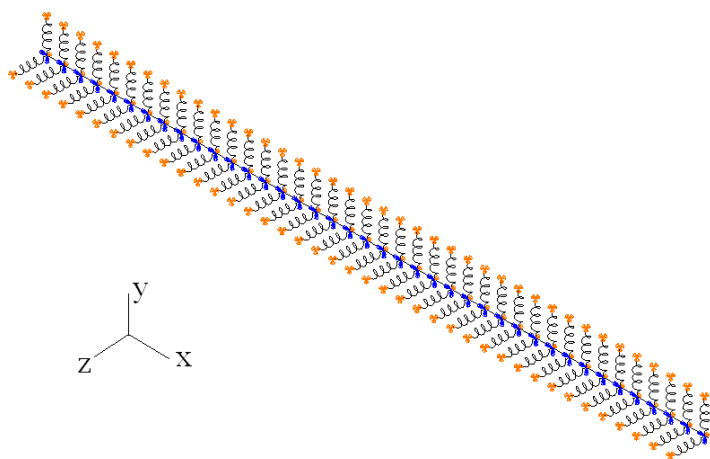


Figura 6.5 –Modelo Numérico das Molas de Solo.

O comportamento da interação solo duto é considerado elástico-perfeitamente plástico. As rigidezes nas direções vertical, horizontal (lateral) e axial são normalmente diferentes. É assumido mais adiante que o duto é enterrado profundamente debaixo da superfície do solo marinho de forma que a resposta é simétrica com relação a sua origem. Nas primeiras análises o carregamento ocorre no plano (axial-vertical), logo as propriedades para o comportamento de interação solo-duto na direção transversal horizontal passam a não ser importantes.

Os modelos analíticos providos pelo ABAQUS para descrever a interação solo-duto definem a força máxima constante que pode ser exercida sobre o duto. Em outras palavras, esses modelos descrevem o comportamento elástico-perfeitamente plástico do solo. A formulação desses modelos analíticos para o uso com areia e argila são descritos em detalhe no ASCE *Guidelines of the Seismic Design of Oil and Gas Pipeline Systems* [83]. O comportamento constitutivo é definido basicamente especificando a relação q_i (“força de reação”) como função do deslocamento relativo.

Comportamento Axial

A força de reação axial máxima por unidade de comprimento que pode ser transmitida ao duto para um solo argiloso é dada por [83]:

$$q_a = \pi D \alpha S_u \quad (6.1)$$

Onde S_u é a resistência ao cisalhamento não-drenada do solo, D é o diâmetro externo do duto e α é um fator de adesão empírico que relaciona a resistência ao cisalhamento não-drenada do solo com a coesão, $c = \alpha S_u$.

Já para um solo arenoso, a força de reação axial máxima por unidade de comprimento é dada por [83]:

$$q_a = \pi D H \gamma' \frac{1 + K_0}{2} \tan \delta \quad (6.2)$$

Onde H é a altura de enterramento referenciado a partir do centro do duto, γ' é o peso específico por unidade de comprimento do solo, K_0 é o coeficiente de pressão no repouso, $\delta = f\phi$ é o ângulo de fricção da interface solo-duto, ϕ é o ângulo de fricção interno do solo e f é o fator que depende da camada externa do duto relativa ao ângulo de fricção interna do solo para o ângulo de fricção na interface solo-duto. Valores representativos de f para diferentes tipos de camada externa do duto são apresentados na Tab. 6.5.

Tabela 6.5 – Fator de Fricção f .

Parâmetro	Valor
Concreto	1,0
<i>Coal Tar</i>	0,9
Aço rugoso	0,8
Aço liso	0,7
<i>Fusion Bonded Epoxy</i>	0,6
Polietileno	0,6

A força de reação do solo máxima é atingida num deslocamento relativo máximo Δ_a de aproximadamente 2,5 a 10,0 mm para argila e de aproximadamente 2,5 a 5,0 mm para areia. Uma resposta elástica linear é assumida para $\Delta < \Delta_a$.

Comportamento Vertical

O deslocamento vertical é descrito por diferentes relações para o movimento ascendente, quando o duto sobe com relação à superfície do solo, e o movimento descendente. Os movimentos descendentes dão origem a deslocamentos relativos positivos de forma que forças positivas são aplicadas ao duto. Similarmente, movimentos ascendentes dão origem a deslocamentos relativos e forças no duto negativas.

A força de reação máxima do solo por unidade de comprimento para o movimento descendente do duto enterrado na argila é dada por [83]:

$$q_{vp} = S_u N_c D \quad (6.3)$$

Onde N_c é um fator de capacidade de carga. A força de reação máxima do solo é atingida num deslocamento relativo de aproximadamente $\Delta_{vp} = 0,10D$ a $\Delta_{vp} = 0,15D$ para argila.

Já para o solo arenoso, a força de reação máxima do solo por unidade de comprimento que pode ser transmitida ao duto para o movimento descendente do duto é dada por [83]:

$$q_{vp} = \gamma H N_q D + \frac{1}{2} \gamma D^2 N_\gamma \quad (6.4)$$

Onde γ é o peso total do solo, N_q e N_γ são fatores de capacidade de carga. A força de reação máxima do solo é atingida num deslocamento relativo de aproximadamente $\Delta_{vp} = 0,10D$ a $\Delta_{vp} = 0,15D$ para areia.

Para o movimento ascendente do duto, a força de reação máxima por unidade de comprimento para solo argiloso é dada por [83]:

$$q_{vn} = S_u N_{cv} D \quad (6.5)$$

Onde N_{cv} é um fator de capacidade de carga reversa ou fator de capacidade de carga quanto ao arrancamento. A força de reação máxima do solo por unidade de comprimento é atingida num deslocamento relativo de aproximadamente $\Delta_{vn} = 0,10H$ a $\Delta_{vn} = 0,20H$ para argila.

Já para o solo arenoso, a força de reação máxima do solo por unidade de comprimento para o movimento ascendente do duto é dada por [83]:

$$q_{vn} = \gamma' H N_{qv} D \quad (6.6)$$

Onde N_{qv} é um fator de capacidade de carga reversa. A força de reação máxima do solo por unidade de comprimento é atingida num deslocamento relativo de aproximadamente $\Delta_{vn} = 0,01H$ a $\Delta_{vn} = 0,02H$ para areia.

Comportamento Horizontal Transversal

A relação força de reação máxima horizontal-deslocamento para um solo argiloso é dada por [83]:

$$q_h = S_u N_{ch} D \quad (6.7)$$

Onde N_{ch} é o fator de capacidade de carga horizontal. A força de reação máxima por unidade de comprimento é atingida num deslocamento relativo de aproximadamente $\Delta_h = C_h(H + D/2)$, onde C_h está entre 0,03 a 0,05 para argila.

Num solo arenoso, a força de reação máxima horizontal do solo por unidade de comprimento é dada por [83]:

$$q_h = \gamma H N_{qh} D \quad (6.8)$$

Onde N_{qh} é o fator de capacidade de carga horizontal. A força de reação máxima por unidade de comprimento é atingida num deslocamento relativo de aproximadamente $\Delta_h = C_h(H + D/2)$, onde C_h está entre 0,07 a 0,10 para areia fofa, 0,03 a 0,05 para areia média e 0,02 a 0,03 para areia densa.

Todos os fatores de adesão, de capacidade de carga e de capacidade de carga reversa podem ser obtidos em gráficos no Guideline da ASCE [83].

O modelo desenvolvido no ABAQUS considera todas as cargas atuantes e foi validado por meio de uma comparação de resultados gerados nas análises com os resultados obtidos no relatório técnico [84] feito pela Intec Engineering usando o software PCUpbuck2.

6.4 – Estudo Paramétrico

A análise de flambagem termomecânica considera uma imperfeição geométrica inicial presente ao longo do comprimento do duto. Dois perfis de imperfeições geométricas são tipicamente usados para modelar a fundação do solo ao longo de uma rota reta teórica: configurações de prop dadas por equações polinomiais de quarta ordem

e configurações de prop senoidal. Outro perfil de imperfeição geométrica para possível consideração em análises é originado da configuração deformada de uma viga elástica esbelta sujeita a carregamento de compressão axial.

Comparando os perfis usuais de prop é fácil mostrar que a configuração deformada mais conservadora é a configuração de prop da equação polinomial de quarta ordem, que basicamente considera que a forma do duto possui a curvatura variando continuamente. Nas análises o perfil do prop considerado é dado pela seguinte equação polinomial de quarta ordem:

$$y(x) = \delta_i \left[4 \left(1 - \frac{|x|}{L_i} \right)^3 - 3 \left(1 - \frac{|x|}{L_i} \right)^4 \right] \quad (6.9)$$

Onde: δ_i é a altura do prop e L_i é meio comprimento de onda do prop.

É importante notar que o potencial de instabilidade só pode ser confirmado com uma avaliação mais realística baseada nas informações dadas por uma inspeção da configuração do duto *as-laid*.

Um estudo paramétrico é executado com o propósito de analisar os resultados. Os resultados são apresentados para valores de imperfeição geométrica inicial (prop) de 0,4, 0,6, 0,8 e 1,0%. A temperatura é aumentada uniformemente e a tensão de von Mises é monitorada para diferentes alturas de enterramento com o objetivo de estabelecer a altura de enterramento mínima requerida para cada imperfeição geométrica inicial. As alturas de enterramento e o deslocamento máximo vertical na qual o duto atinge 90% de SMYS [81] para uma variação de temperatura de 70°C são apresentados na Tab. 6.6.

Tabela 6.6 – Altura de Enterramento (H) e Deslocamento Máximo Vertical (Ymax) para Diferentes Imperfeições Geométricas Iniciais (prop).

prop (%)	H (mm)	Y _{max} (mm)
0,4	495	449
0,6	800	659
0,8	1117	871
1,0	1530	1080

Antes de realizar as análises, foi necessário calcular reações do solo para as diferentes alturas de enterramento. As reações do solo foram calculadas baseadas na ASCE Guidelines of the Seismic Design of Oil and Gas Pipeline Systems [83].

A relação entre a força de reação axial por unidade de comprimento e o deslocamento relativo para argila é mostrado na Fig. 6.6.

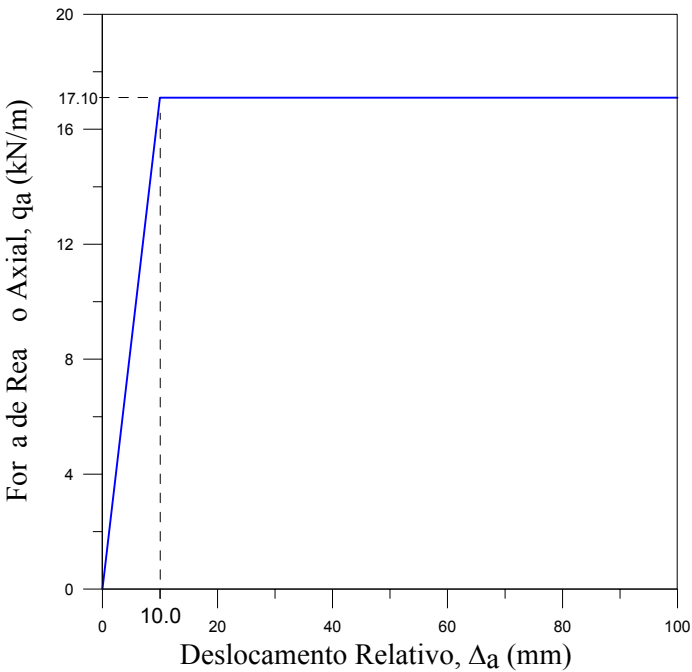


Figura 6.6 – Relação Força Axial-Deslocamento Relativo.

A carga máxima é atingida no deslocamento relativo Δ_a , e um valor conservativo de 10,0mm (argila) para Δ_a é considerado nas análises. Uma resposta elástica linear é assumida para $\Delta < \Delta_a$.

As forças máximas para os movimentos ascendentes e descendentes do duto em solos argilosos para diferentes imperfeições geométricas (prop) suas respectivas profundidades de enterramento são mostradas na Fig. 6.7, onde as forças máximas para os movimentos ascendentes e descendentes são respectivamente atingidas no deslocamento relativo de aproximadamente $\Delta_{vp} = 0,15D$ e $\Delta_{vn} = 0,20H$ (se $\Delta_{vn} < 0,20D$, caso contrário $\Delta_{vn} = 0,20D$) para solos argilosos.

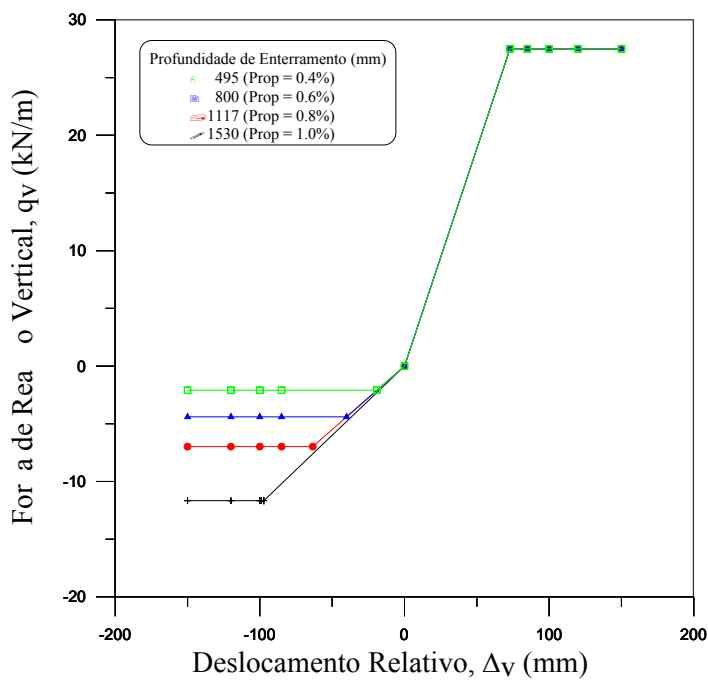


Figura 6.7 – Relação Força Vertical-Deslocamento Relativo.

Os resultados gráficos do estudo paramétrico gerados pelo modelo numérico para as análises de flambagem vertical são apresentados a seguir. A Fig. 6.8 apresenta a tensão de von Mises para imperfeições geométricas iniciais na qual o duto atinge 217MPa (90% de SMYS) para variação de temperatura de 70°C.

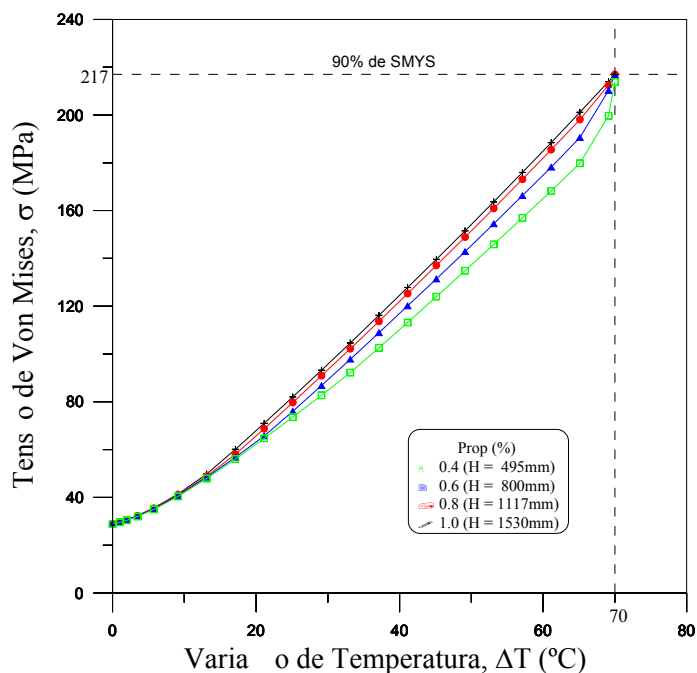


Figura 6.8 – Tensão de Von Mises como Função da Variação de Temperatura.

As Figs. 6.9 e 6.10 apresentam respectivamente os resultados para a coordenada vertical máxima no duto como função da temperatura e o deslocamento axial no duto como função da coordenada horizontal para uma variação de temperatura de (70°C), na qual ocorrem respectivamente no meio e nas extremidades do comprimento de *feed-in* do duto (400m aproximadamente).

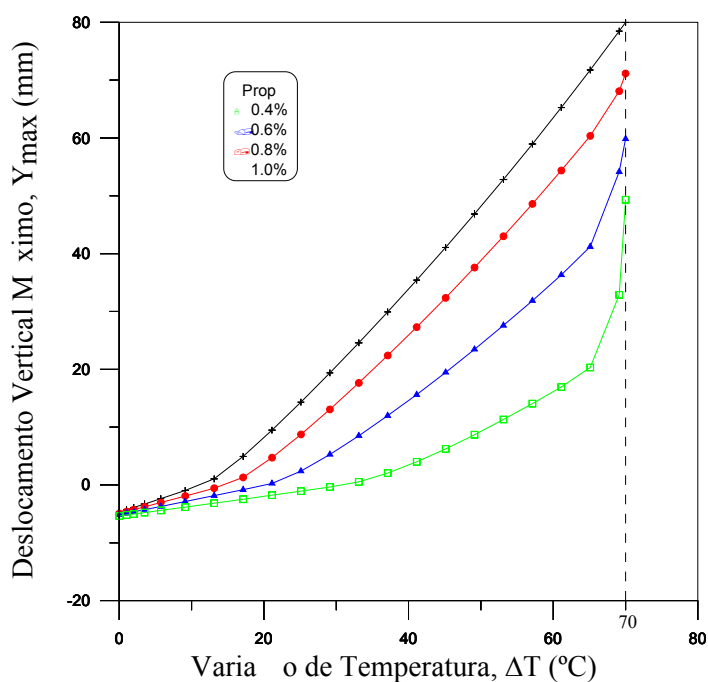


Figura 6.9 – Deslocamento Vertical como Função da Variação de Temperatura.

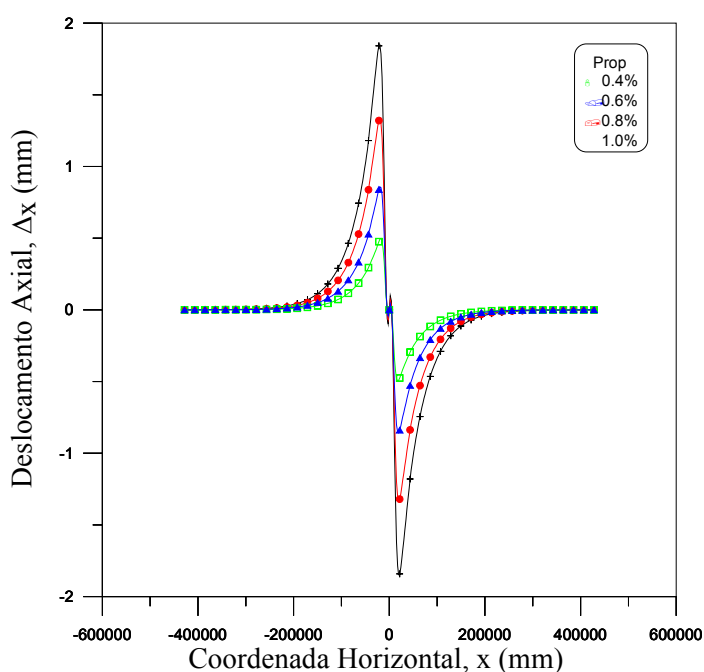


Figura 6.10 – Deslocamento Axial (“Comprimento de *Feed-in*”).

A Fig. 6.11 apresenta as configurações deformadas para imperfeições geométricas nas quais o duto atinge 90% de SMYS para uma variação de temperatura de 70°C. Para maiores imperfeições geométricas iniciais as análises diferenciam mais significativamente.

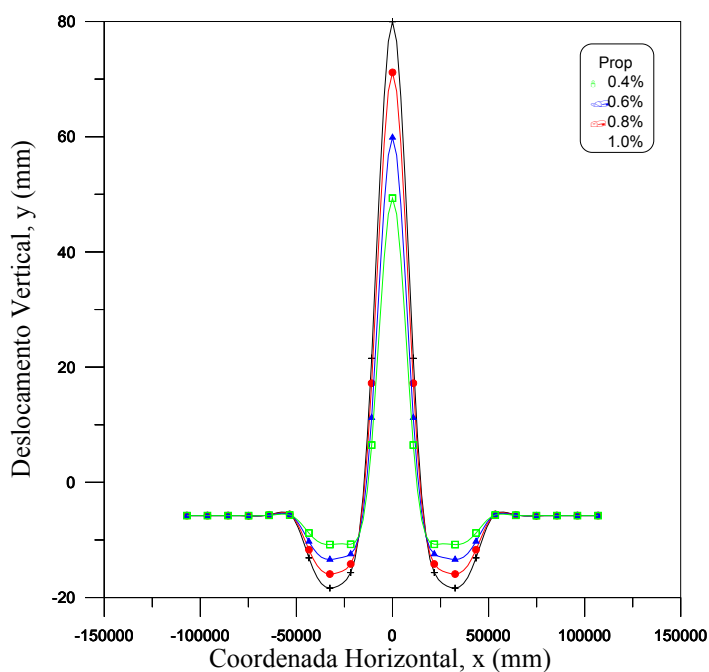


Figura 6.11 – Configuração Deformada.

6.5 – Análise de Sensibilidade na Região de *Shore Approach*

Em projetos de dutos submarinos algumas soluções técnicas podem impactar consideravelmente na viabilidade econômica dos mesmos. Determinadas operações podem onerar substancialmente um projeto de dutos submarinos, como: o processo de instalação, o método de lançamento, a técnica de enterramento, a possível necessidade de recobrimento do duto, a utilização de novas tecnologias, como a tecnologia de perfuração direcional, etc. Além das soluções particulares para determinados projetos, vide o duto PE-3 da Baía de Guanabara, que foi projetado, lançado e hoje encontra-se operando numa configuração em “zigzag” [47, 48].

O projeto básico dos oleodutos de exportação do Terminal Norte Capixaba (TNC) em primeira mão começou a ser desenvolvido como um mero projeto de dutos submarinos, isto é, sem apresentar maiores detalhes que pudessem despertar atenções e preocupações em termos técnicos. Ao longo de seu desenvolvimento, vários

acontecimentos como: mudanças de cenários, surgimento de novas premissas de projeto, desenvolvimento contínuo de algumas metodologias de análises, e até mesmo, a aquisição de maiores informações referentes a custo e duração de algumas operações construtivas dos oleodutos, levaram este projeto a tornar-se de grande complexidade técnica.

Atualmente, a Petrobras possui em carteira um grande número de dutos submarinos aquecidos sendo projetados. E diferente do projeto dos oleodutos de exportação do Terminal Norte Capixaba, a grande maioria deles estarão chegando nas proximidades da costa, ou seja, na região chamada de *shore approach*, utilizando técnicas convencionais de enterramento de dutos. A utilização de perfuração direcional, além de excessivamente custosa, atualmente ainda encontra-se em fase inicial de implementação em projeto de dutos *offshore* pela Companhia.

A movimentação de sedimentos (processo de transporte de sedimentos) junto ao solo marinho, devido a influência de correntes marinhas, de ondas e de outras ações do meio, torna a chegada do duto na praia um assunto que deve ser dado atenção especial. Este fenômeno pode deixar trechos do duto parcial ou totalmente descoberto, tornando-se um fato indesejável, tanto no aspecto técnico-operacional, quanto no aspecto ambiental. Levando também em consideração a preocupação com relação à instabilidade termomecânica de dutos aquecidos, tem-se um tema de grande potencialidade a ser estudado.

Assim, como outras operações *offshore*, o enterramento de dutos submarinos deve ser otimizado, de forma a obter soluções de projeto viáveis técnica e economicamente. Dessa maneira, um menor número de manobras (passes) de enterramentos e recobrimento de dutos são requeridas, a fim de obter a profundidade mínima que o duto deve permanecer enterrado durante operação, com objetivo de garantir sua integridade estrutural.

No processo de enterramento do duto, após a abertura da trincheira (“vala” ou “cava”) e posicionamento do duto, destacam-se as seguintes opções com relação ao recobrimento do mesmo:

- Recobrimento natural levando em consideração somente a movimentação de sedimentos;
- E a operação de recobrimento automatizada, utilizando o próprio solo desagregado removido durante a confecção da trincheira, ou através de uma cobertura definida de acordo com o peso requerido para garantir a estabilidade, e conseqüentemente, integridade do duto.

Para projeto de dutos aquecidos na região de *shore approach* muitas vezes o recobrimento natural do duto, e até mesmo, a utilização da cobertura com o solo desagregado, não são suficientes para garantir a total e requerida cobertura do duto durante sua vida útil. Isto porque a movimentação de sedimentos pode além de implicar num enterramento diferenciado ao longo da rota do duto, desenterrá-lo parcial ou totalmente, o que comprometeria sua estabilidade, e possivelmente, a sua integridade estrutural, devido à fundamental importância da interação solo-duto observada nas análises termomecânicas do duto.

Num apanhado do estado da arte com relação à questão da movimentação de sedimentos na região de *shore approach*, importantes trabalhos devem ser citados como os artigos de MOSTAFA e MIZUTAMI [59] e GAO et al. [60] que retratam a influência de ondas, correntes, e enfim, do meio, sob dutos submarinos enterrados. Os trabalhos sobre a resposta de solos não-homogêneos ao redor de dutos submarinos sob a ação do meio, JENG e LIN [61] e JENG et al. [62], também merecem destaque.

Diante desse desafio de projeto desenvolveu-se um modelo numérico e uma metodologia de análise para simular o fenômeno de flambagem termomecânica de dutos aquecidos enterrados na região de *shore approach*.

Uma comparação entre os modelos analíticos consagrados descritos nas publicações de MALTBY e CALLADINE [54, 55] e uma modelagem simplificada em elementos finitos foi executada e serviu para validar alguns parâmetros do modelo numérico. Já o estudo paramétrico apresentado no item anterior, completa a análise de parâmetros importantes, como: a geometria da imperfeição geométrica inicial, a altura

ou cota de enterramento e as tensões desenvolvidas no duto. E por fim, desenvolveu-se um modelo numérico completo para as análises termomecânicas de dutos aquecidos enterrados na região de *shore approach*, tendo como base a metodologia desenvolvida e adotada por um grupo de engenheiros da Petrobras para análises similares, baseado principalmente nos trabalhos potenciais e de cume prático de SOLANO et al. [56-58], BENJAMIN et al. [43, 48], CARDOSO et al. [44, 45] e JUNIOR et al. [47];

Uma análise de sensibilidade é executada para dutos aquecidos enterrados na região de *shore approach*, adotando os parâmetros geométricos e os dados operacionais dos oleodutos do TNC, assim como os levantamentos geofísicos, geotécnicos e oceanográficos do local, contemplando a influência da movimentação de sedimentos após a abertura da trincheira para o enterramento do duto, além de uma cobertura (*backfilling*) com um material (solo) mais pesado, isto é, um solo que ofereça uma maior resistência ao movimento do duto. Foca-se então, na análise de *upheaval buckling* de dutos enterrados com duas camadas sobrepostas de solos, sendo: a primeira camada (solo 1, vide Fig. 6.11) oriunda da movimentação de sedimentos, e provavelmente, composto por areia ou pelo solo desagregado removido durante a operação de abertura da trincheira; e a segunda camada (solo 2, ilustrado na Fig. 6.12), composta de um solo requerido para garantir a estabilidade termomecânica do duto, especificada em projeto e sobreposta à primeira camada de solo em operações de recobrimento do duto (*backfilling*), como apresentado na Fig. 6.12.

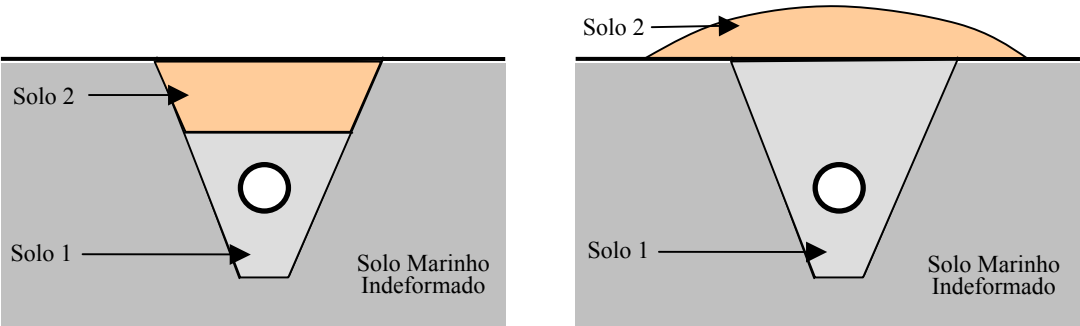


Figura 6.12 – Configurações Esquemáticas de Recobrimento do Duto.

Baseado nos levantamentos geotécnicos realizados na região de *shore approach* ao longo das diretrizes preliminares dos dutos, apresenta-se na Tab. 6.7 as

características do solo marinho indeformado, da argila desagregada removida durante a operação de abertura da trincheira para o enterramento do duto e as características da areia presente nesta região e que compõem basicamente os sedimentos que são transportados devido à ação do meio.

Tabela 6.7 – Dados de Solo na Região de Shore Approach.

Solo	γ (kN/m ³)	S _u (kPa)	ϕ (deg)
Argila Indeformada	16,83	20,22	----
Argila Desagregada	17,03	4,23	----
Areia	15,0	----	22,0

Uma análise de sensibilidade é executada com o propósito de avaliar resultados com relação ao enterramento do duto. As análises são realizadas para os três tipos diferente de solo apresentado na Tab. 6.7 separadamente, e estudadas nos casos 1, 2 e 3, e também através da composição desses solos, formando duplas camadas sobre o duto, avaliados nos casos 4 (areia e argila indeformada) e 5 (argilas indeformada e desagregada), conforme esquematizados na Fig.6.13.

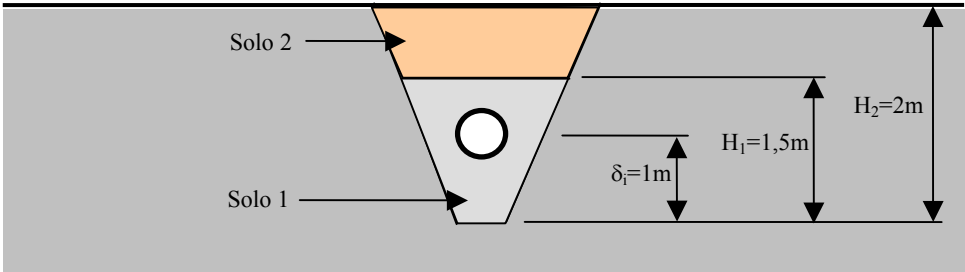


Figura 6.13 – Alturas de Enterramento para Recobrimento Dupla Camada.

Onde δ_i é a altura da imperfeição geométrica inicial do duto, H_1 e H_2 são a cota do solo 1 e 2, respectivamente, consideradas no estudo de casos.

Na análise de sensibilidade fixou-se a imperfeição geométrica inicial do duto (prop) em 1%, ou seja, uma imperfeição com altura inicial de $\delta_i=1\text{m}$ para um comprimento associado de meia onda de $L_i=100\text{m}$. Da mesma maneira, foi considerada

uma cobertura total da trincheira de $H=2\text{m}$ para todos os casos estudados. E ainda, para os casos com dupla cobertura considerou-se o solo 1, proveniente da movimentação de sedimentos, com uma cota de preenchimento da trincheira de $H_1=1,5\text{m}$, enquanto o solo 2, proveniente de um recobrimento automatizado, com uma cota de preenchimento de $H_2=0,5\text{m}$. Para realizar adequadamente esta análise de sensibilidade, assumiram-se as características do solo de cobertura proveniente da operação de recobrimento mecânico da trincheira equivalente às características da argila indeformada.

Antes de realizar as análises, calcula-se as reações de solo para os diferentes casos propostos. As reações do solo foram calculadas baseadas no modelo constitutivo do ASCE Guidelines of the Seismic Design of Oil and Gas Pipeline Systems [83]. As cotas de cada solo sobre o duto nos diferentes casos analisados e as curvas de reação do solo ao movimento ascendente do duto são apresentadas na Tab. 6.8.

Tabela 6.8 – Análise de Sensibilidade para Diferentes Coberturas.

Casos	Tipos de Solos	H(m)	q_v (kN/m)	Δ_v (mm)
1	Argila Indeformada	2,0	-40,44	-97,24
2	Argila Desagregada	2,0	-8,46	-97,24
3	Areia	2,0	-2,50	-20,0
4	Solo 1 – Areia	1,5	-0,625	-10,0
	Solo 2 – Argila Indeformada	0,5	-20,22	-97,24
5	Solo 1 – Argila Desagregada	1,5	-4,23	-97,24
	Solo 2 – Argila Indeformada	0,5	-20,22	-97,24

As curvas de reação do solo ao movimento ascendente do duto para os casos 1, 2 e 3 seguem diretamente o modelo constitutivo do ASCE *Guideline* [83]. Já para os casos 4 e 5, com uma dupla camada de solo sobre a geratriz superior do duto, as curvas de reação de cada solo que compõe a cobertura foram calculadas da mesma maneira e molas de reação equivalentes foram desenvolvidas para modelar numericamente o fenômeno.

A reação do solo equivalente ao movimento ascendente do duto apresenta partes distintas. Num primeiro nível, a força de reação equivalente (Q_{eq}^1) é limitada pela força de reação máxima do solo menos rijo (solo 1), logo:

$$Q_{eq}^1 = q_1 \quad (6.10)$$

Onde q_1 é a força de reação máxima vertical do solo 1.

O deslocamento relativo equivalente (Δ_{eq}^1) neste primeiro nível é calculado considerando molas em série, e dado por:

$$\Delta_{eq}^1 = \frac{\delta_1 + \delta_2}{q_1 + q_2} Q_{eq}^1 \quad (6.11)$$

Onde q_2 é a força de reação máxima vertical do solo 2, δ_1 e δ_2 são os deslocamentos relativos dos solos 1 e 2, respectivamente.

Num segundo nível, considera-se que o solo 1 apresenta uma rigidez constante, representada pela resistência ao movimento vertical do duto igual a q_1 . E conservativamente, assume-se que esta força permanece constante até uma deformação ou deslocamento relativo do solo equivalente (Δ_{eq}^2) igual a 10% da cota de cobertura do solo 1, logo:

$$\Delta_{eq}^2 = 0,1 H_1 \quad (6.12)$$

Esta consideração deve-se ao fato de não ser o objetivo desta dissertação aprofundar estudos em grandes deslocamentos do solo. E então, assume-se

conservativamente que para os solos considerados na análise de sensibilidade esta hipótese retrata adequadamente as condições de resistência.

Dessa maneira, a força de reação equivalente do solo (Q_{eq}^2) é dada por:

$$Q_{eq}^2 = \frac{q_2 \Delta_{eq}^2 + q_1 \delta_2}{2\delta_2} \quad (6.13)$$

Seguindo o desenvolvimento, o solo 1 passa a não oferecer mais resistência ao movimento do duto e a força de reação equivalente do solo (Q_{eq}^3) é então:

$$Q_{eq}^3 = q_2 \quad (6.14)$$

E por fim, o deslocamento relativo equivalente associado a este terceiro nível corresponde unicamente à resistência imposta pelo solo 2, e é dado por:

$$\Delta_{eq}^3 = (Q_{eq}^3 - Q_{eq}^2) \frac{\delta_2}{q_2} + \Delta_{eq}^2 \quad (6.15)$$

A relação entre a força de reação vertical do solo ao movimento ascendente e descendente do duto por unidade de comprimento e o deslocamento relativo para os casos 1, 2 e 3 são apresentados na Fig. 6.14, e para os casos 4 e 5 na Fig. 6.15.

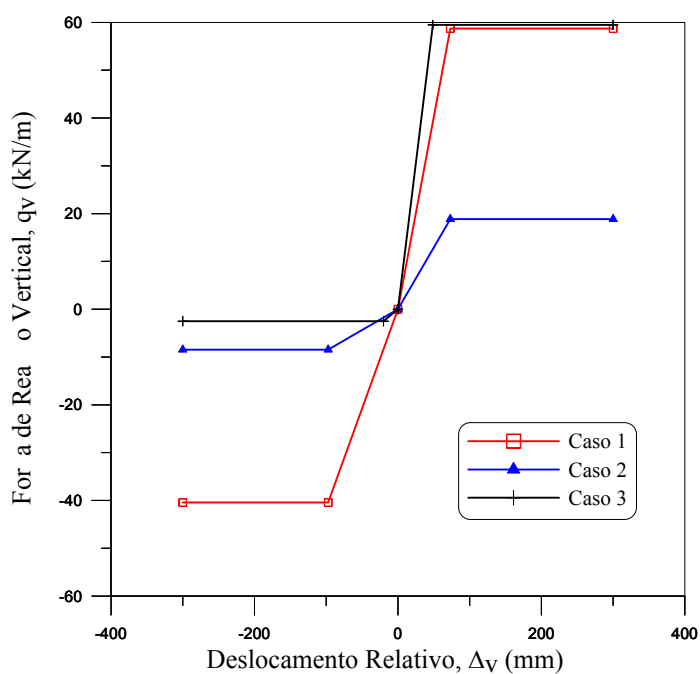


Figura 6.14 – Relação Força Vertical-Deslocamento Relativo.

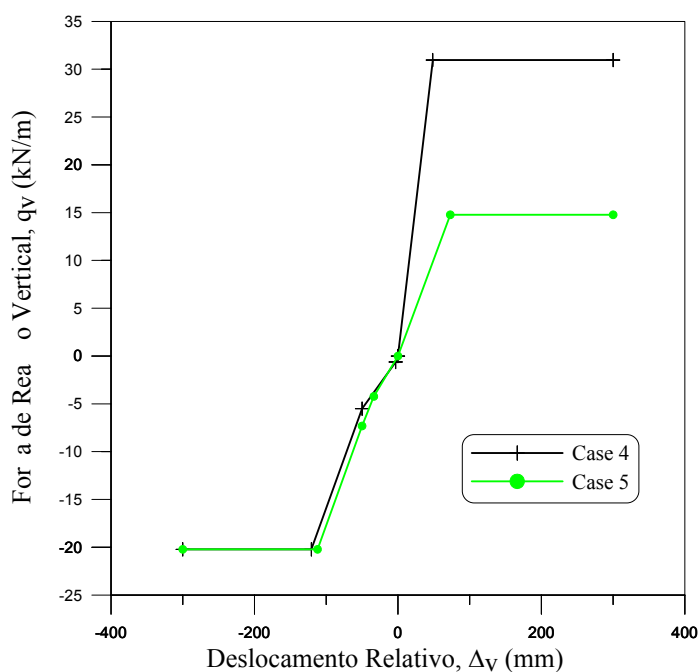


Figura 6.15 – Relação Força Vertical-Deslocamento Relativo.

A Tab. 6.9 apresenta os resultados da tensão de von Mises e do deslocamento vertical máximo que ocorrem no ápice da imperfeição geométrica do duto, para as diferentes coberturas analisadas. Dois resultados em particular merecem destaque:

- Para a trincheira totalmente coberta somente pela areia especificada (caso 3), o duto sofre deslocamentos, e conseqüentemente, deformações excessivas além dos limites estabelecidos por critérios de deformação controlada, implicando também em níveis de tensão muito acima das tensões admissíveis em critérios de carga controlada. Neste caso o deslocamento é tão grande que o duto aflora pela a cobertura de areia.
- Para a cobertura dupla composta por argilas desagregada e indeformada (caso 5), a tensão de von Mises atinge um valor abaixo de 90% de SMYS, e o duto sofre deslocamentos moderados para a variação de temperatura de 70°C.

Tabela 6.9 – Tensão de Von Mises e Deslocamento Vertical Máximo para Diferentes Coberturas.

Casos	Tipos de Solos	σ (MPa)	$Y_{\max}$ (mm)
1	Argila Indeformada	189,9	24
2	Argila Desagregada	242,4	264
3	Areia	270,1	3029
4	Solo 1 – Areia Solo 2 – Argila Indeformada	220,3	76
5	Solo 1 – Argila Desagregada Solo 2 – Argila Indeformada	209,2	66

Os resultados gráficos da análise de sensibilidade gerados pelo modelo numérico para as análises de flambagem vertical são apresentados a seguir. A Fig. 6.16 apresenta a tensão de von Mises no ponto de maior tensão no duto, a flecha máxima da imperfeição, para os casos 1, 2, 4 e 5 em função da variação de temperatura de 70°C.

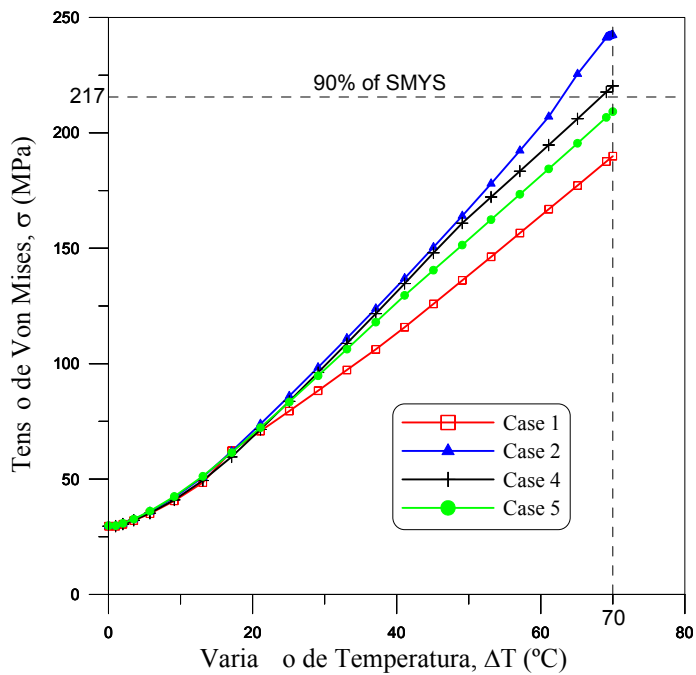


Figura 6.16 – Tensão de Von Mises como Função da Variação de Temperatura.

Nas Figs. 16 a 19 não se apresentam os resultados para o caso 3 (cobertura simples de areia) devido a grande magnitude dos valores obtidos neste caso (Tab. 6.9), o que dificultaria a observação dos resultados dos demais casos analisados.

As Figs. 6.17 e 6.18 apresentam respectivamente os resultados para a coordenada vertical máxima no duto como função da temperatura e o deslocamento axial no duto como função da coordenada horizontal para uma variação de temperatura de (70°C), na qual ocorrem respectivamente no meio e nas extremidades do comprimento de *feed-in* do duto (aproximadamente entre 200 e 1000m dependendo do caso analisado).

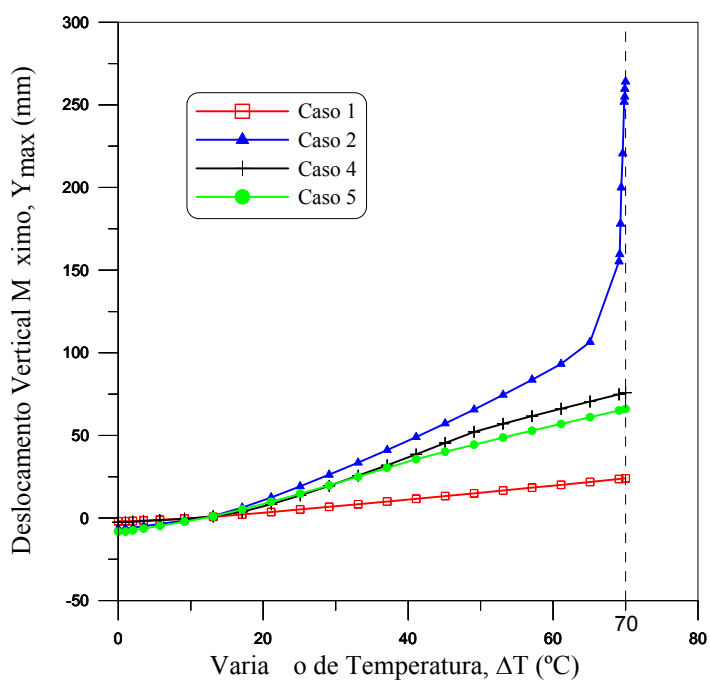


Figura 6.17 – Deslocamento Vertical como Função da Variação de Temperatura.

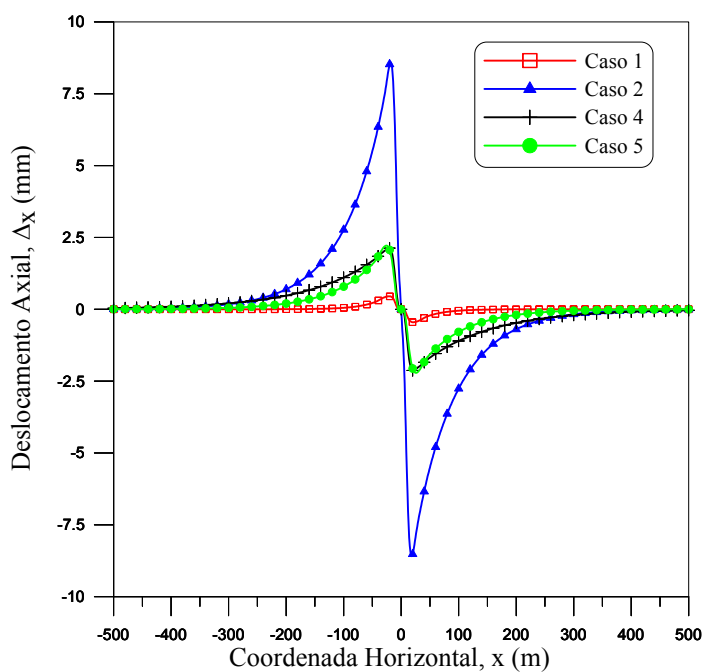


Figura 6.18 – Deslocamento Axial (“Comprimento de *Feed-in*”).

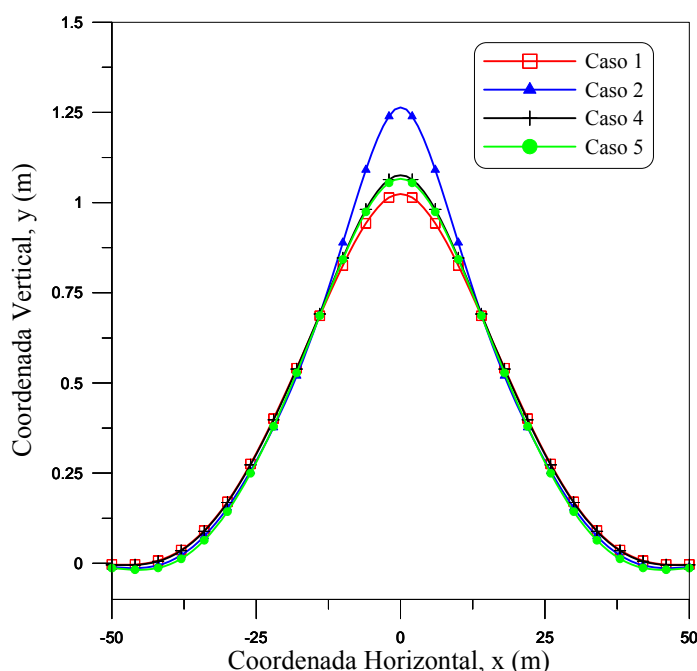


Figura 6.19 – Configuração Deformada.

A Fig. 6.19 apresenta as configurações deformadas também para os casos 1, 2, 4 e 5 para uma variação de temperatura de 70°C. Para a cobertura com a argila desagregada o duto sofre maiores deformações. Além disso, o solo requerido, considerados nos casos 4 e 5 com as mesmas características da argila indeformada, oferece maior resistência ao movimento vertical ascendente do duto, limitando então, as deformações excessivas.

De forma ilustrativa, as Figs. 20 a 24 mostram as saídas dos resultados gerados pelo modelo numérico desenvolvido para as configurações deformadas do duto e a escala de magnitude da tensão de von Mises ao longo do comprimento do mesmo na região da imperfeição (prop), para todos os casos analisados: 1, 2, 3, 4 e 5, respectivamente.

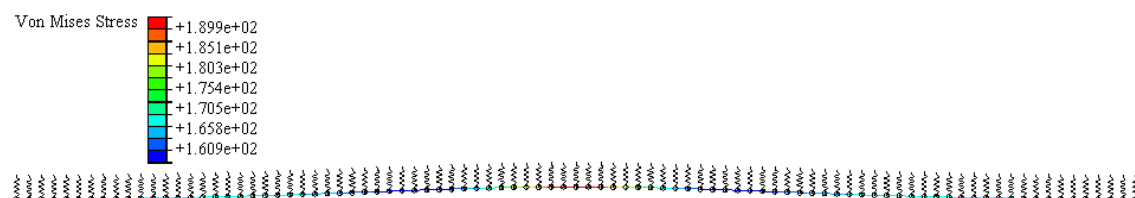


Figura 6.20 – Configuração Deformada e Tensão de Von Mises na Região do prop (caso 1).

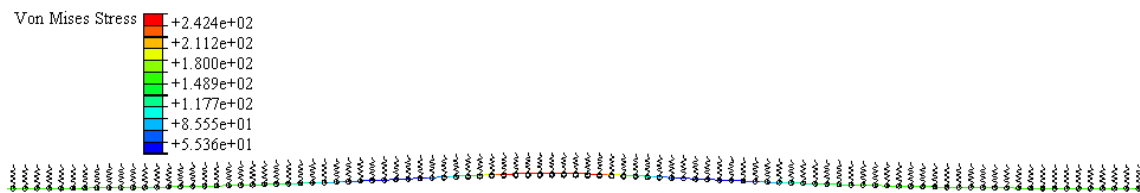


Figura 6.21 – Configuração Deformada e Tensão de Von Mises na Região do prop (caso 2).

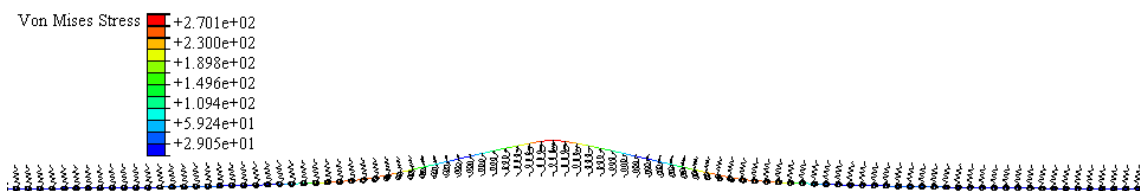


Figura 6.22 – Configuração Deformada e Tensão de Von Mises na Região do prop (caso 3).

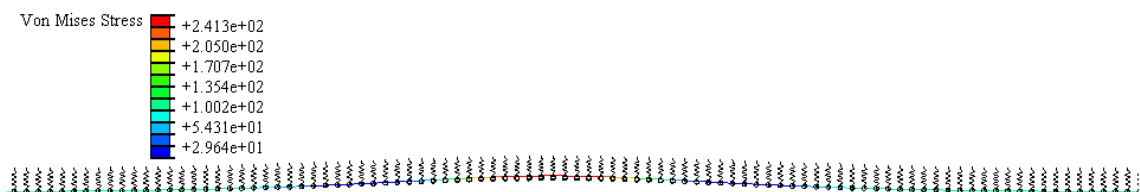


Figura 6.23 – Configuração Deformada e Tensão de Von Mises na Região do prop (caso 4).

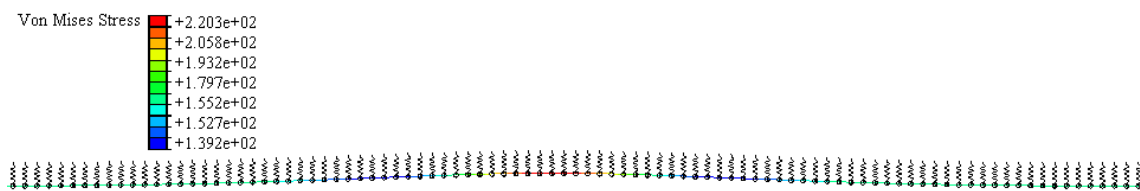


Figura 6.24 – Configuração Deformada e Tensão de Von Mises na Região do prop (caso 5).

Nas escalas de tensões mostradas nas Figs. 20 a 24 ao longo do comprimento do duto, verificam-se no ápice da imperfeição geométrica do duto (desalinhamento ou prop) as maiores tensões de von Mises. Na Fig. 22 ressalta-se o afloramento do duto pela a cobertura de areia, enquanto a Fig. 24 mostra que para a cobertura dupla

composta por argilas desagregada e indeformada (caso 5), a tensão de von Mises atinge um valor abaixo de 90% de SMYS.

7 – CONCLUSÕES

A tese apresenta com êxito soluções analíticas fechadas de flambagem e pós flambagem de vigas submetidas a carregamentos térmicos uniforme e não-uniformes para diferentes condições de contorno em suas extremidades. Em termos numéricos, apresenta um modelo desenvolvido para a análise termomecânica de dutos submarinos enterrados, além de um estudo de sensibilidade para os parâmetros de enterramento do duto e recomendações de projeto de dutos aquecidos que chegam enterrados na região de *shore approach*, obtendo-se assim, uma poderosa ferramenta numérica que balizará análises termomecânicas em diversificados projetos de dutos submarinos.

A relação entre a flambagem de estruturas esbeltas, como dutos submarinos, e a flambagem de vigas, corroboradas com os resultados analíticos e numéricos apresentados, torna os estudos realizados de interesse prático em projetos devido ao possível emprego de análises simplificadoras sobre o fenômeno.

A formulação matemática e as soluções analítica e numérica apresentadas foram empregadas com sucesso em problemas de valor de contorno de dois pontos governadas por um grupo de equações ordinárias não-lineares de primeira ordem. Conclui-se, através dos estudos realizados, que a análise de flambagem e pós-flambagem de vigas elásticas esbeltas sujeitas à variação, tanto uniforme quanto não-uniforme de temperatura, é fortemente dependente das condições prescritas impostas às extremidades.

As equações de governo foram escritas na forma adimensional e observa-se que determinados parâmetros controlam a solução: a razão de esbeltez da viga e a rigidez da mola para as análises com temperatura uniforme, e a temperatura ambiente e o parâmetro adaptado de Biot para os casos onde a viga é aquecida somente em uma das extremidades. A carga e a temperatura crítica de flambagem são calculadas e uma análise de sensibilidade é executada para ambos os casos. Para a análise de pós-flambagem da viga sujeita à temperatura uniforme foi encontrada uma solução analítica fechada via integrais elípticas desacopladas para as equações de governo na

configuração defletida, e uma técnica numérica também foi desenvolvida, permitindo então um completo estudo paramétrico contemplando diferentes condições de contorno nas extremidades. Já para o estudo de flambagem de vigas aquecidas não-uniformemente, uma solução por série concretizou o êxito da formulação, produzindo uma solução que possibilitou estudos de casos bastante complexos.

Os resultados, apresentados em gráficos adimensionais, foram obtidos em função das razões de esbeltez, temperaturas e diferentes valores de rigidezes da mola para análises de vigas sujeitas a carregamentos térmicos uniformes. E o simples, mas poderoso procedimento numérico empregado, facilita desenvolvimentos futuros em problemas de valor de contorno de dois pontos tais como a análise de flambagem de vigas elásticas esbeltas sujeitas a carregamentos térmicos não-uniforme, e permite almejar futuros desenvolvimentos que seguem a linha de flambagem térmica de vigas.

A possível simplificação abordada conforme mencionado e as soluções analíticas desenvolvidas são bastante úteis para propósitos preliminares de projeto. Contudo, o método numérico apresentado considerou a natureza não-linear física e geométrica do fenômeno de flambagem de dutos, tornando possível análises mais detalhadas e precisas.

A princípio, uma completa descrição do fenômeno de flambagem térmica de dutos submarinos enterrados, com a definição de conceitos como: expansão térmica, força de compressão axial, resistência ao movimento e força de reação do solo, a contribuição e os efeitos da pressão interna, comprimento de *feed-in*, ponto virtual de ancoragem, desalinhamento (*out-of-straightness*), imperfeição geométrica inicial ou curvatura inicial, ou ainda, prop, etc., consolida o entendimento do fenômeno. E por fim, modelos analíticos consagrados e uma modelagem simplificada em elementos finitos validam parâmetros do modelo numérico desenvolvido.

Com o objetivo de investigar o comportamento termomecânico de dutos submarinos enterrados da Petrobras foi estabelecido um modelo numérico que servirá de base para análises de flambagem vertical em novos projetos de dutos. Um estudo paramétrico avalia a influência de imperfeições geométricas iniciais, geradas durante as

operações de lançamento e enterramento do duto, obtendo dessa maneira uma profundidade de enterramento mínima para diferentes desalinhamentos iniciais (imperfeições geométricas iniciais ou props) pré-definidos.

Uma altura de imperfeição máxima permissível foi estabelecida e o estudo paramétrico avalia a influência da forma e da altura da imperfeição geométrica na profundidade de enterramento requerida devido a flambagem vertical do duto. Por fim, a análise de sensibilidade realizada avalia os deslocamentos do duto submetido à temperatura e à pressão máximas de projeto na região de *shore approach*. As análises consideram a movimentação de sedimentos nesta região, modelando o recobrimento da trincheira com diferentes tipos de solo, e analisam a sobreposição de solos formando duplas camadas sobre o duto.

Finalmente, é recomendado, que análises de flambagem vertical sejam executadas usando as informações da posição final do duto (*as-laid*). E dessa maneira, é possível se confirmar/determinar qualquer cobertura adicional que possa ser requerida para garantir a estabilidade vertical do duto analisado. Para tal propósito, a passagem de um *pig* inercial como o *geo-pig* pode medir com bastante acurácia o perfil do duto depois de lançado e enterrado.

Com isso, a tese objetiva contribuir academicamente através das soluções analíticas fechadas de flambagem e pós-flambagem térmica de vigas elásticas esbeltas desenvolvidas. E ainda, contribuir com o desenvolvimento de modelos numéricos validados por modelos analíticos consagrados, constituindo uma poderosa ferramenta de projetos de dutos submarinos aquecidos enterrados, e com potencial para análises de problemas e casos peculiares, como análise de flambagem termomecânica de dutos enterrados na região de *shore approach*.

8 – REFERÊNCIAS

- [1] EULER, L., *Methodus Inveniendi Líneas Curvas Maximi Minimive Proprietate Gaudentes*, Appendix: De Curvis Elasticis, Marcum Michaellem Bousquet, Lausanne, 1744.
- [2] TIMOSHENKO, S. P., GERE, J. M., *Theory of Elastic Stability*, Editora McGraw-Hill, New York, 1961.
- [3] LOVE, A. E. H., *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*, 4th ed., pp. 399, Editora Dover Publications, New York, 1944.
- [4] THEOCARIS, P. S., PANAYOTOUNAKOS, D. E., “Exact Solution on the Non-Linear Differential Equation Concerning the Elastic Line of Straight Rod Due to Terminal Loading”, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 17, pp. 395-402, 1982.
- [5] STEMPLE, T., “Extensional Beam-Columns: an Exact Theory”, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 25, pp. 615-623, 1990.
- [6] WANG, C. Y., “Post-Buckling of a Clamped-Simply Supported Elastica”, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 32, pp. 1115-1122, 1997.
- [7] FILIPICH, C. P., ROSALES, M. B., “A Further Study on the Post-Buckling of Extensible Elastic Rods”, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 35, pp. 997-1022, 2000.
- [8] VAZ, M. A., SILVA, D. F. C., “Post-Buckling Analysis of Slender Elastic Rods Subjected to Terminal Force”, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 34, pp. 483-492, 2002.
- [9] LEE, B. K., OH, S. J., “Elastica and Buckling Load of Simple Tapered Columns with Constants Volume”, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 37, pp. 2507-2518, 2000.
- [10] EL NASCHIE, M. S., “Thermal Initial Post-Buckling of the Extensional Elastica”, *International Journal of Mechanical Science*, vol.18, pp. 321-324, 1976.

- [11] JEKOT, T., “Nonlinear Problems of Thermal Post-Buckling of a Beam”, *Journal of Thermal Stresses*, vol. 19, pp. 359-367, 1996.
- [12] COFFIN, D. W., BLOOM, F., “Elastica Solution for the Hygrothermal Buckling of a Beam”, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 34, pp. 935-947, 1999.
- [13] LI, S. R., CHENG, S. J., “Analysis of Thermal Post-Buckling of a Heated Elastic Rods”, *Applied Mathematics and Mechanics*, English ed., vol. 21, pp. 133-140, 2000.
- [14] LI, S., ZHOU, Y.- H., ZHENG, X., “Thermal Post-Buckling of a Heated Elastic Rod with Pinned-Fixed Ends”, *Journal of Thermal Stresses*, vol. 25, pp. 45-56, 2002.
- [15] CISTERNAS, J., HOLMES, P., “Buckling of Extensible Thermoelastic Rods”, *Mathematical and Computer Modelling*, n. CH02, 2002.
- [16] VAZ, M. A., SOLANO, R. F., “Post-Buckling Analysis of Slender Elastic Rod Subjected to Uniform Thermal Loads”, *Journal of Thermal Stresses*, vol. 26, pp. 847-860, 2003.
- [17] VAZ, M. A., SOLANO, R. F., “Thermal Post-Buckling of Slender Elastic Rod with Hinged Ends Constrained by a Linear Spring”, *Journal of Thermal Stresses*, vol. 27, pp. 367-380, 2004.
- [18] SOLANO, R. F., VAZ, M. A., “Thermal Post-Buckling Analysis of Slender Elastic Rods with Non-Movable Double-Hinged Ends”. In: 17th International Congress of Mechanical Engineering, São Paulo, Brasil, Novembro, 2003.
- [19] SOLANO, R. F., VAZ, M. A., “Thermal Buckling and Post-Buckling of Slender Rods with Ends Subjected to Different Boundary Conditions”. In: 10th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, Rio de Janeiro, Brasil, Novembro, 2004.
- [20] YIN, Y. Z., WANG, Y. C., “Numerical Simulation of Effects of Non-Uniform Temperature Distributions on Lateral Torsional Buckling Resistance of Steel I-Beams”, *Journal of Constructional Steel*, vol. 59, pp. 1009-1033, 2003.

- [21] CISTERNAS, J., HOLMES, P., KEVREKIDIS, I. O., “Buckling in Response to Applied Heat Sources”, *Physica D*, vol. 177, pp. 71-100, 2003.
- [22] CHEN, W. J., LIN, P. D., CHEN, L. W., “Thermal Buckling Behavior of Thick Composite Laminated Plates Under Nonuniform Temperature Distribution”, *Computers & Structures*, vol. 41, pp. 637-645, 1991.
- [23] CHEN, W. J., LIN, P. D., CHEN, L. W., “Thermal Buckling Behavior of Composite Laminated Plates with a Circular Hole”, *Computers & Structures*, vol. 18, pp. 379-397, 1991.
- [24] CHEN, L. W., CHEN, L. Y., “Thermal Buckling Analysis of Laminated Cylindrical Plates by the Finite Element Method”, *Computers & Structures*, vol. 34, pp. 71-78, 1990.
- [25] SHUKLA, K. K., NATH, Y., “Analytical Solution for Buckling and Post-Buckling of Angle-Ply Laminated Plates Under Thermomechanical Loading”, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 36, pp. 1097-1108, 2001.
- [26] BARUT, A., MADENCI, E., TESSLER, A., “Nonlinear Thermoelastic Analysis of Composite Panels Under Non-Uniform Temperature Distribution”, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 37, pp. 3681-3713, 2000.
- [27] MARTINET, A., “Flambement des Voies sans Joints sur Ballast et Rails de Grand Longueur (Buckling of Tracks without Joints on Ballast and Very Long Rails)”, *Revue Générale des Chemins de Fer*, vol. 55, n. 2, pp. 212-230, 1936.
- [28] KERR, A. D., “On the Stability of the Railroad Track in the Vertical Plane”, *Rail International*, vol. 5, pp. 132-142, 1974.
- [29] HOBBS, R. E., “In-service Buckling of Heated Pipelines”, *Journal of Transportation Engineering*, vol. 110, n. 2, pp. 175-1189, 1984.
- [30] JU, G. T., KYRIAKIDES, S., “Thermal Buckling of Offshore Pipelines”, *Journal Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, vol. 110, pp. 355-364, 1998.
- [31] CHIOU, Y. -J., CHI, S. -Y., “A Study on Buckling of Offshore Pipelines”, *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, vol. 118, pp. 62-70, 1996.
- [32] TAYLOR, N., GAN, A. B., “Submarine Pipeline Buckling Imperfection Studies”, *Thin-Walled Structures*, vol. 4, pp. 295-323, 1996.

- [33] HOBBS, R. E., LIANG, F., “Thermal Buckling of Pipelines Closed to Restraints”. In: Proceeding of International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, vol. 5, pp. 121-127, 1989.
- [34] HARRISON, G. E., KERSHENBAUM, N. Y., CHOI, H. S., “Expansion Analysis of Subsea Pipe-in-Pipe Flowline”. In: Proceeding of The International Society of Offshore and Polar Engineers, vol. 2, pp. 293-298, 1997.
- [35] SOLANO, R. F., Flambagem Térmica de um Sistema Pipe-in-Pipe Dual em Águas Profundas. Tese de M.Sc., Programa de Engenharia Oceânica, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2001.
- [36] VAZ, M. A., PATEL, M. H., “Lateral Buckling of Bundled Pipe Systems”, Marine Structures, vol. 12, pp. 21-40, 1999.
- [37] MILES, D. J., CALLADINE, C. R., “Lateral Thermal Buckling of Pipelines on the Sea Bed”, Journal of Applied Mechanics, vol. 66, n. 4, pp. 891-897, 1999.
- [38] KERSHENBAUM, N. Y., HARRISON, G. E., CHOI, H. S., “Subsea Pipeline Lateral Deviation Due to High Temperature Product”. In: Proceeding of International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, vol. 2, pp. 74-79, 1996.
- [39] MORK, K. J., COLLBERG, L., LEVOLD, E., BRUSCHI, R., “Hotpipe Project: Design Guideline for High Temperature/High Pressure Pipelines”. In: Proceeding of International Offshore and Polar Engineering Conference, vol. 2, pp. 1-8, 1999.
- [40] SPINAZZE, M., VITALI, L., VERLEY, R., “Hotpipe Project: Use of Analytical Models/Formulas in Prediction of Lateral Buckling and Interacting Buckles”. In: Proceeding of International Offshore and Polar Engineering Conference, vol. 2, pp. 9-21, 1999.
- [41] VITALI, L., BRUSCHI, R., MORK, K. J., LEVOLD, E., VERLEY, R., “Hotpipe Project: Capacity of Pipes Subject to Internal Pressure, Axial Force and Bending Moment”. In: Proceeding of International Offshore and Polar Engineering Conference, vol. 2, pp. 22-33, 1999.
- [42] TORSSELLETI, E., VITALI, L., LEVOLD, E., “Hotpipe Project: Snaking of Submarine Pipelines Resting on Flat Sea Bottom Using Finite Element Method”.

In: Proceeding of International Offshore and Polar Engineering Conference, vol. 2, pp. 34-45, 1999.

- [43] BENJAMIN, A. C., ANDRADE, E. Q., “Flambagem Lateral de Dutos Aquecidos: Um Método Analítico Clássico Revisado”. In: 2º Seminário de Dutos, IBP, IBP04601, Rio de Janeiro, 2001.
- [44] CARDOSO, C. O., MOURELLE, M. M., COSTA, A. M., ANDUEZA, A., AMARAL, C. S., “Global Buckling of a Heated Pipeline in the Campos Basin Brazil in a Region with Free-Spans”. In: Proceeding of International Pipeline Conference, IPC04-0352, Alberta, Canada, October, 2004.
- [45] CARDOSO, C. O., COSTA, A. M., ANDUEZA, A., AMARAL, C. S., “Finite Element Modeling of Coupled Global and Local Buckling of Heat Pipelines in Soft Clay”. In: 3º Rio Pipeline Conference & Exposition, IBP498_03, Rio de Janeiro, 2003.
- [46] PASQUALINO, I. P., ALVES, J. L. D., BATTISTA, R. C., “Failure Simulation of a Buried Pipeline Under Thermal Loading”, In: Proceedings of 20th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, OMAE2001/PIPE-4124, Rio de Janeiro, Brazil, June, 2001.
- [47] JUNIOR, E. P., COSTA, A. M., AMARAL, C. S., ROCHA, R. S., GUIMARÃES, G. B., SOUZA, P. F., “Ensaio Experimental e Modelagem Numérica em Modelo Reduzido com Semelhança Física do Duto com Geometria Zigzag da Baía de Guanabara (PE-3)”. In: 3º Rio Pipeline Conference & Exposition, IBP389_03, Rio de Janeiro, 2003.
- [48] BENJAMIN, A. C., GUERREIRO, J. N. C., SILVA, R. C. C., LOULA, A. F. D., “Study of the Sensitivity of the Guanabara Bay PE-3 Pipeline to Geometric Imperfections”. In: Proceeding of International Pipeline Conference, IPC04-0180, Alberta, Canada, October, 2004.
- [49] PALMER, A. C., ELLINAS, C. P., RICHARDS, D. M., GUIJT, J., “Design of Submarine Pipelines Against Upheaval Buckling”. In: Proceeding of Offshore Technology Conference, OTC6335, Huston, USA, 1990.

- [50] GUTTORMSEN, T. R., ASS, P. M., “Buckling of Buried Pipelines Under Transportation of Heated Oil and Gas”. In: Proceeding of European Offshore Mechanics Symposium, pp. 375-380, 1990.
- [51] RAOOF, M., MASCHNER, E., “Thermal Buckling of Subsea Pipelines”. In: Proceeding of International Conference of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, vol. 5, pp. 21-29, 1993.
- [52] CROLL, J. G. A., “A Simplified Model of Upheaval Thermal Buckling of Subsea Pipelines”, Thin-Walled Structures, vol. 29, n. 1-4, pp. 59-78, 1997.
- [53] PEDERSEN, P. T., MICHELSEN, J., “Large Deflection Upheaval Buckling of Marine Pipelines”. In: Proceeding of International Conference on Behavior of Offshore Structures, vol. 3, pp. 965-980, 1988.
- [54] MALTY, T. C., CALLADINE, C. R., “An Investigation into Upheaval Buckling of Buried Pipelines – I. Experimental Apparatus and some Observations”, International Journal of Mechanics Science, vol. 37, n. 9, pp. 943-963, 1995.
- [55] MALTY, T. C., CALLADINE, C. R., “An Investigation into Upheaval Buckling of Buried Pipelines – II. Theory and Analysis of Experimental Observations”, International Journal of Mechanics Science, vol. 37, n. 9, pp. 965-983, 1995.
- [56] SOLANO, R. F., AZEVEDO, F. B., VAZ, M. A., CARDOSO, C. O., “Design and Installation of Buried Heated Pipelines at the Capixaba North Terminal Offshore Brazil”. In: Proceeding of International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, OMAE2004-51206, Vancouver, Canada, June, 2004.
- [57] SOLANO, R. F., AZEVEDO, F. B., VAZ, M. A., CARDOSO, C. O., “Unique Approach Developed for Installing Heated Export Lines at Brazilian Terminal”, Oil & Gas Journal, vol. 102.31, pp. 66-72, october, 2004.
- [58] SOLANO, R. F., AZEVEDO, F. B., VAZ, M. A., CARDOSO, C. O., “Análise de Flambagem Vertical dos Dutos Submarinos Aquecidos e Enterrados do Terminal Norte Capixaba (TNC)”. In: 20º Congresso Nacional de Transportes Marítimos, Construção Naval e Offshore, TR010, Novembro, Rio de Janeiro, Brasil, 2004.

- [59] MOSTAFA, A. M., MIZUTANI, N., “Nonlinear Waves Force on a Marine Pipeline Buried in a Sand Seabed”. In: Proceeding of International Offshore and Polar Engineering Conference, vol. 2, pp. 68-75, 2002.
- [60] GAO, F., WU, Y., JENG, D. S., “The Effect of Backfill Soil Properties on Wave-Induced Pore Pressure around a Trenched Pipeline”. In: Proceeding of International Offshore and Polar Engineering Conference, vol. 2, pp. 44-49, 2004.
- [61] JENG, D. S., LIN, Y. S., “Response of Inhomogeneous Seabed around Buried Pipeline under Ocean Waves”, Journal of Engineering Mechanics, vol. 126, pp. 321-332, 2000.
- [62] JENG, D. S., POSTMA, P. F., LIN, Y. S., “Stresses and Deformation of Buried Pipeline under Waves Loading”, Journal of Transportation Engineering, vol. 127, n. 5, pp. 398-407, 2001.
- [63] REIS, A., CAMOTIM, D., Estabilidade Estrutural, 1ª edição., Editora McGraw-Hill, Portugal, pp. 1-40, 2001.
- [64] KREITH, F., BOHN, M. S., Princípios de Transferência de Calor, 6a Edição, Editora Thomson, São Paulo, Brasil, 2003.
- [65] ÖZISIK, M. N., Transferência de Calor - Um texto Básico, Editora Guanabara Koogan, Rio de Janeiro, Brasil, 1990.
- [66] INCROPERA, F. P., WITT, D. P., Fundamentos da Transferência de Calor e de Massa, 5a Edição, Editora LTC, 2002.
- [67] BEJAN, A., Heat Transfer, Editora John Wiley, New York, USA, 1993.
- [68] SU, J., CERQUEIRA, D. R., “Simulation of Transient Heat Transfer in Multilayered Composite Pipe”. In: Proceedings of 20th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, OMAE01/PIPE-4126, Junho, Rio de Janeiro, Brazil, June, 2001.
- [69] SU, J., REGIS, C. R., BOTTO, A., “Thermal Analysis of Combined Active Heating and Passive Insulation of Deepwater Pipelines”. In: Proceedings of 21th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, OMAE02/PIPE-28491, Oslo, Norway, June, 2002.

- [70] SU, J., “Flow Assurance of Deepwater Oil and Gas Production – A Review”. In: Proceedings of 22th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, OMAE2003-37144, Cancun, Mexico, June, 2003.
- [71] SU, J., CERQUEIRA, D. R., ESTEFEN, S. F., “Thermal Analysis of Sandwich Pipes with Active Electrical Heating”. In: Proceedings of 22th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, OMAE2003-37423, Cancun, Mexico, June, 2003.
- [72] CERQUEIRA, D. R., SU, J., ESTEFEN, S. F., “Simulation of Transient Heat Transfer of Sandwich Pipes with Active Electrical Heating”. In: Proceedings of 23th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, OMAE2004-51233, Vancouver, Canada, June, 2004.
- [73] AZEVEDO, F. B., Design of Insulated Flowlines on Offshore Brazil. M.Sc. dissertation, Department of Civil and Offshore Engineering, Heriot-Watt University, Edinburg, Scotland, 1998.
- [74] BAŽANT, Z. P., CEDOLIN, L., Stability of Structures - Elastic, Inelastic, Fracture and Damage Theories, Ed. New York Oxford, pp. 38-45, 1991.
- [75] MathSoft, Inc., Mathcad 2001 Professional for PC, U.S., 2000.
- [76] Waterloo Maple Inc., Maple 8, 2002.
- [77] KEUPER, L. B., SOUTO, M. S., VAZ, M. A., SOLANO, F. S., “Flambagem Térmica de Dutos Submarinos Enterrados: Comparação entre Modelos Analítico e Numérico”, In: 20º Congresso Nacional de Transportes Marítimos, Construção Naval e Offshore, Novembro, TR072, Rio de Janeiro, Brasil, 2004.
- [78] PALMER, A. C., BALDRY, J. A. S., “Lateral Buckling of Axially Constrained Pipelines”, Journal of Petroleum Technology, vol. 26, pp. 1283-1284, 1974.
- [79] PALMER, A. C., KING, R. A., Subsea Pipeline Engineering, Ed. PennWell, Tulsa, Oklahoma, USA, 2004.
- [80] KLEVER, F. J., VAN HELVOIRT, L. C., and SLUYTERMAN, A. C., “A Dedicated Finite-Element Model for Analyzing Upheaval Buckling Response of Submarine Pipelines”, Offshore Technology Conference, No. OTC 6333, pp. 529-538, 1990.

- [81] API RP 1111, Design, Construction, Operation and Maintenance of Offshore Hydrocarbon Pipelines (Limit State Design), American Petroleum Institute, 3th edition, July, 1999.
- [82] ABAQUS, Inc., Abaqus, Abaqus Standard User's Manual, version 6.4, 2003.
- [83] ASCE, Guidelines of the Seismic Design of Oil and Gas Pipeline Systems, American Lifelines Alliance, appendix B, pp. 68-76, July, 2001.
- [84] BOMFIMSILVA, C. T. P., "Thermal Analysis Report – Capixaba North Terminal". In: Technical Report, Intec do Brasil Ltda, Rio de Janeiro, Brasil, 2003.