

# SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ACÚSTICA DE SALAS

Marcos de Lima Ballesteros

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc) EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Aprovada por:



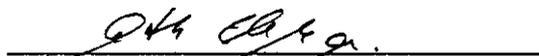
Prof. Roberto A. Tenenbaum, D.Sc.  
(Presidente)



Prof. Jules G. Slama, D.Sc.



Prof. Ricardo E. Musafir, D.Sc.



Prof. Arthur P. Ripper Neto, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL  
NOVEMBRO DE 1991

**BALLESTEROS, MARCOS DE LIMA**

Simulação Numérica de Acústica de Salas (Rio de Janeiro) 1991.

XI, 89 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M. Sc., Engenharia Mecânica, 1991)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

1. Simulação Acústica, Acústica Arquitetônica, Acústica Previsional

I. COPPE/UFRJ

II. Título (Série)

# Dedicatória

Dedico a minha caminhada mais sofrida, àqueles que me acompanharam desde antes do seu início e que, muitas vezes sem saber, me deram as forças necessárias para a conclusão, a saber:

Meu Deus, pois afinal '... sem Ele nada do que foi feito se fez.', João 1:3.

Meus pais, que me acompanham, incentivam e amparam desde o meu nascimento.

Minha namorada, que me acompanha a menos tempo, mas que não poderia ter chegado em melhor hora.

# Agradecimentos

Aos Professores Roberto A. Tenenbaum e Jules G. Slama pela orientação desta tese.

Ao Engenheiro Eduardo Rubens Gaspar por ter me dado sempre sugestões de última geração na área de informática, como linguagens de programação, editores de texto profissionais e utilitários.

Ao Engenheiro André Costa pelo enorme auxílio no desenvolvimento do programa, que, sem o qual, eu teria perdido muitas noites a mais.

À Analista Maria Clícia pela grande ajuda no aprendizado do editor de texto utilizado neste trabalho.

À Arquiteta Natalia Decotelli da Silva, minha namorada, pelos desenhos que mais uma vez foram cuidadosamente preparados para a elaboração dessa tese.

Aos meus familiares e ao inumeravel grupo de amigos que me incentivaram e que intercederam por mim perante Deus em oração.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M. Sc.).

## SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ACÚSTICA DE SALAS

Marcos de Lima Ballesteros

NOVEMBRO, 1991

Orientadores: Roberto A. Tenenbaum e Jules G. Slama

Programa: Engenharia Mecânica

São apresentados os modelos e as etapas necessárias à simulação numérica do comportamento acústico de uma sala. O método da acústica geométrica é adotado, e é desenvolvido um programa para computador digital, em linguagem C, capaz de simular numericamente os seguintes elementos: arquitetura da sala, a fonte, a geração dos raios acústicos, a reflexão e a absorção dos raios nas fronteiras da sala, e a região de recepção, computando o nível de pressão sonora na sala.

A sala é modelada por poligonais, constituindo um CAD que desenha o recinto em perspectiva controlável pelo operador e à medida que seus elementos são inseridos, num procedimento interativo.

A fonte é definida por seu posicionamento na sala, seu espectro de potência e sua diretividade em dois planos, por faixa de oitava.

Um novo algoritmo para a geração de raios acústicos equidistribuídos espacialmente é apresentado. A rotina de geração de raios gera um banco de dados com a distribuição vetorial de 48 a 24576 raios, para diversas aplicações.

A interseção dos raios acústicos com os contornos da sala é realizada através de dois algoritmos, um para geometrias convexas e outro para geometrias côncavas. Em cada interseção é calculada a nova orientação do raio e capturada a sua energia remanescente. Dois critérios de parada são estudados e implementados e o nível de pressão sonora global e por faixa de oitava na região de interesse é determinado.

São apresentados resultados de convergência do procedimento de geração de raios e do algoritmo de propagação em função do número de raios adotados. Alguns exemplos ilustram as potencialidades do método e a simulação de uma sala de geometria simples é utilizada para comparação com os resultados de avaliação global.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M. Sc.).

## NUMERICAL SIMULATION OF ROOM ACOUSTICS

Marcos de Lima Ballesteros

NOVEMBER, 1991

Thesis Supervisors: Roberto A. Tenenbaum and Jules G. Slama

Department: Engenharia Mecânica

Classical models for the numerical simulation of the acoustical behavior of a room are discussed. The geometrical approach is adopted and a C language software to simulate room geometry, source, acoustical ray distribution, reflection pattern, absorption effect and sound pressure level distribution inside the room is developed and tested.

The room, designed from plane polygonal faces, is presented on the screen in a operator-controlled perspective.

The sources are introduced via their power spectral density and directivity, in 1/1 octave bandwidth.

A new algorithm to generate uniformly distributed rays is presented. The routine stores the vectorial data from 48 to 24576 rays, for different applications.

Two algorithms, one for convex and other for non-convex rooms, compute the rays intersection with the room boundaries, generating the reflected rays, with absorption. Two computation stopping criteria are considered and the sound energy distribution in the audience area is obtained.

Results of convergence and time consumption are presented and the method is illustrated with some examples.

# Índice

<b>I</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
I.1	APLICAÇÃO DIRETA DO TRABALHO . . . . .	1
I.2	OBJETIVOS DO TRABALHO . . . . .	3
I.3	TEORIA DOS RAIOS . . . . .	4
<b>II</b>	<b>TEORIA ACÚSTICA BÁSICA</b>	<b>6</b>
II.1	TEORIA BÁSICA DAS ONDAS SONORAS TRIDIMENSIONAIS . . . . .	6
II.1.1	A Equação da Onda . . . . .	6
II.1.2	O Potencial de Velocidade . . . . .	8
II.1.3	A Energia do Movimento Acústico . . . . .	8
II.1.4	Caso Unidimensional . . . . .	10
II.2	TEORIA DOS RAIOS . . . . .	11
II.3	INTERFERÊNCIA DAS ONDAS SONORAS . . . . .	16
II.4	COMPROMISSO ENTRE AS CÉLULAS E OS RAIOS . . . . .	16
II.5	CÁLCULO DO NÍVEL DE PRESSÃO SONORA . . . . .	17
II.6	TEORIA SIMPLIFICADA . . . . .	18
<b>III</b>	<b>MODELAGEM DA FONTE SONORA</b>	<b>26</b>
III.1	MODELAGEM DE FONTES OMNIDIRECIONAIS . . . . .	26
III.2	MODELAGEM DE FONTES DIRECIONAIS . . . . .	29
III.3	UNIFORMIDADE GERADA . . . . .	32
III.3.1	Equipartição de Áreas . . . . .	33
III.3.2	Ângulos Entre os Raios . . . . .	33
<b>IV</b>	<b>GEOMETRIA E MATERIAIS DA SALA</b>	<b>36</b>
IV.1	INSERÇÃO DE ELEMENTOS DE FRONTEIRA (PLANOS) . . . . .	37
IV.2	INSERÇÃO DE SUB-ELEMENTOS DE FRONTEIRA (SUB-PLANOS) . . . . .	38
IV.3	CONSIDERAÇÕES GERAIS . . . . .	39
<b>V</b>	<b>INTERSEÇÃO DOS RAIOS</b>	<b>43</b>
V.1	REPRESENTAÇÃO DOS RAIOS E DOS PLANOS . . . . .	43
V.2	ALGORITMOS DE INTERSEÇÃO DOS RAIOS COM A SALA . . . . .	44
V.3	ALGORITMOS QUE VERIFICAM SE UM PONTO PERTENCE A UMA REGIÃO . . . . .	46
<b>VI</b>	<b>CÉLULAS DE RECEPÇÃO</b>	<b>52</b>

VI.1	DEFINIÇÃO DA CÉLULA-MÃE . . . . .	52
VI.2	INTERSEÇÃO DOS RAIOS COM AS CÉLULAS . . . . .	54
<b>VII</b>	<b>CRITÉRIOS DE PARADA</b>	<b>57</b>
VII.1	INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS . . . . .	57
VII.2	CRITÉRIO DE PARADA ABSOLUTO . . . . .	58
VII.3	CRITÉRIO DE PARADA RELATIVO . . . . .	58
VII.4	CONSIDERAÇÕES SOBRE OS CRITÉRIOS . . . . .	59
<b>VIII</b>	<b>DESCRIÇÃO DO PROGRAMA</b>	<b>60</b>
VIII.1	O AMBIENTE INTERATIVO . . . . .	60
VIII.2	VISÃO PANORÂMICA DOS MENUS DO PROGRAMA . . . . .	61
VIII.3	PRINCIPAL . . . . .	61
VIII.4	ARQUIVO . . . . .	62
VIII.5	EDICAO . . . . .	62
VIII.6	JANELAS . . . . .	62
VIII.7	VISAO . . . . .	63
VIII.8	COND-ATMOSF . . . . .	64
VIII.9	RESULTADOS . . . . .	64
VIII.10	VISIBILIDAD . . . . .	64
VIII.11	RECEPTORES . . . . .	65
VIII.12	CONVEXIDADE . . . . .	65
VIII.13	IRRADIACAO . . . . .	65
VIII.14	FONTE . . . . .	66
VIII.15	NUM-RAIOS . . . . .	66
VIII.16	POTENCIAS . . . . .	66
<b>IX</b>	<b>EXEMPLOS DE SIMULAÇÃO</b>	<b>68</b>
IX.1	COMPARAÇÃO COM A TEORIA SIMPLIFICADA . . . . .	68
IX.1.1	Geomeria da Sala, Materiais e Fonte Sonora . . . . .	68
IX.1.2	Considerações Iniciais Sobre Os Resultados . . . . .	69
IX.1.3	Convergência em Relação ao Número de Raios . . . . .	70
IX.1.4	Resultados da Teoria Simplificada . . . . .	71
IX.1.5	Comparação dos Resultados . . . . .	72
IX.2	TEMPO DE SIMULAÇÃO . . . . .	73
IX.3	OUTROS EXEMPLOS . . . . .	74
IX.3.1	Pontos de Vista . . . . .	74
IX.3.2	Filtro . . . . .	74
IX.3.3	Difusor . . . . .	74
<b>X</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>87</b>

# Lista de Figuras

II.1	Caminho dos raios. . . . .	12
II.2	Lei de Snell . . . . .	22
II.3	Tubo de raios. . . . .	22
II.4	Interseção do cone com as células. . . . .	23
II.5	Interferência ideal. . . . .	23
II.6	Interseção do raio com a célula. . . . .	24
II.7	Caminhos do som numa sala. . . . .	24
II.8	Cálculo do campo difuso. . . . .	25
III.1	Divisão da esfera em quadriláteros. . . . .	28
III.2	Divisão da esfera por planos paralelos. . . . .	29
III.3	Divisão da esfera pelo octaedro. . . . .	30
III.4	Divisão de um octante em 6 regiões. . . . .	31
III.5	Distribuição de potência de uma fonte. . . . .	32
III.6	Função direcionalidade de uma fonte. . . . .	35
IV.1	Exemplo e limitação da notação de Ondet e Barbry. . . . .	37
IV.2	Sistema de coordenadas local. . . . .	38
IV.3	Interior da sala. . . . .	39
IV.4	Coordenadas do polígono. . . . .	40
IV.5	Interior do polígono. . . . .	40
IV.6	Vértices de sub-plano. . . . .	41
IV.7	Interior de sub-plano. . . . .	41
IV.8	Cópias de sub-plano. . . . .	42
V.1	Elementos côncavos e convexos. . . . .	44
V.2	Interseção em salas convexas. . . . .	45
V.3	Algoritmo para interseção com planos em sala convexa. . . . .	45
V.4	Interseção em salas côncavas. . . . .	46
V.5	Algoritmo para interseção com planos em sala côncava. . . . .	47
V.6	Cálculo das coordenadas locais. . . . .	48
V.7	Divisão de um plano em semi-planos. . . . .	49
V.8	Algoritmo que verifica se um ponto é interior a uma região convexa. . . . .	49
V.9	Falha do algoritmo para regiões convexas em regiões côncavas. . . . .	50
V.10	Algoritmo para região côncava. . . . .	50
V.11	Algoritmo que verifica se um ponto é interior a uma região côncava. . . . .	51
VI.1	Numeração dos planos e vértices da célula. . . . .	52

VI.2	Orientação da célula-mãe. . . . .	53
VI.3	Divisão da célula-mãe. . . . .	53
VI.4	Orientação das células. . . . .	54
VI.5	Interseção do raio com célula-mãe. . . . .	55
VIII.1	Ambiente interativo. . . . .	60
VIII.2	Conexão dos menus. . . . .	67
IX.1	Geometria da sala. . . . .	69
IX.2	Simulação com 25 células. . . . .	70
IX.3	Simulação com 100 células. . . . .	75
IX.4	Cálculo da distância do centro da célula à fonte sonora. . . . .	76
IX.5	Sala vista de perto. . . . .	77
IX.6	Sala vista de longe. . . . .	78
IX.7	Sala vista do fundo. . . . .	79
IX.8	Sala vista de perfil. . . . .	80
IX.9	Simulação sem filtro. . . . .	81
IX.10	Simulação com filtro. . . . .	82
IX.11	Artifício para implementação de um difusor. . . . .	83
IX.12	Sala com difusor no fundo. . . . .	84
IX.13	Condições da simulação. . . . .	84
IX.14	NPS's totais em cada célula de recepção sem difusor. . . . .	85
IX.15	NPS's totais em cada célula de recepção com difusor. . . . .	86

# Lista de Tabelas

I.1	Limites de tolerância para ruído contínuo ou intermitente. . . . .	2
III.1	Áreas geradas pela divisão da esfera. . . . .	33
III.2	Ângulos gerados pela divisão da esfera. . . . .	34
VI.1	Determinação da célula de entrada. . . . .	55
VI.2	Determinação da próxima célula. . . . .	56
VI.3	Determinação da célula de saída. . . . .	56
IX.1	Coefficiente de absorção dos materiais. . . . .	69
IX.2	Níveis de pressão sonora (dB). . . . .	71
IX.3	Distância do centro da célula até a fonte sonora. . . . .	72
IX.4	Cálculo de $R_i$ e $p_i^2$ . . . . .	72
IX.5	Valores de NPS. . . . .	72
IX.6	Tempo de simulação. . . . .	73

# Capítulo I

## INTRODUÇÃO

### I.1 APLICAÇÃO DIRETA DO TRABALHO

O comportamento acústico ideal de um ambiente depende da natureza da utilização do mesmo. Dessa maneira, ambientes destinados a serem salas de concerto, teatros, e pátios industriais terão projetos acústicos com características bem distintas. Enquanto o projeto acústico de uma sala de concerto visa especificar parâmetros acústicos próprios do regime transiente da propagação do som, como inteligibilidade e tempo de reverberação, o projeto de um ambiente industrial visa especificar o Nível de Pressão Sonora (NPS).

Neste primeiro trabalho de simulação numérica de acústica de salas foi implementado o cálculo do NPS, considerando apenas um regime permanente, ou seja, uma fonte emitindo constantemente, e com espectro de potência constante.

Assim, este trabalho interessa também aos projetistas acústicos de ambientes industriais. Nesses ambientes, o cuidado com o excesso de ruído se deve ao fato deste ser causador de problemas de digestão, no sistema nervoso, no estado emocional e psicológico. Pode ainda causar tensão e conseqüente aumento da pressão arterial. O trabalhador pode sentir fadiga, vertigem, irritabilidade e dor de cabeça. Nos locais de trabalho com muito ruído, o nível de acidentes é maior e há perda de concentração no trabalho. O excesso de ruído causa, com a exposição continuada, danos auditivos permanentes, levando à surdez parcial ou mesmo total.

A legislação trabalhista [1] prevê, no ANEXO I da Norma Regulamentadora 15, limites de exposição para o ruído, contínuo ou intermitente, que estão mostrados na tabela I.1, com as seguintes observações:

1. Entende-se por ruído contínuo ou intermitente, para os fins de aplicação de limites de tolerância, o ruído que não seja ruído de impacto.
2. Os níveis de ruído contínuo ou intermitente devem ser medidos em decibéis

LIMITES DE TOLERÂNCIA PARA RUÍDO CONTÍNUO OU INTERMITENTE	
NÍVEL DE RUÍDO dB(A)	MÁXIMA EXPOSIÇÃO DIÁRIA PERMISSÍVEL
85	8 horas
86	7 horas
87	6 horas
88	5 horas
89	4 horas e 30 minutos
90	4 horas
91	3 horas e 30 minutos
92	3 horas
93	2 horas e 40 minutos
94	2 horas e 15 minutos
95	2 horas
96	1 hora e 45 minutos
98	1 hora e 15 minutos
100	1 hora
102	45 minutos
104	35 minutos
105	30 minutos
106	25 minutos
108	20 minutos
110	15 minutos
112	10 minutos
114	8 minutos
115	7 minutos

Tabela I.1: Limites de tolerância para ruído contínuo ou intermitente.

(dB) com instrumentos de nível de pressão sonora operando no circuito de compensação "A" e circuito de resposta lenta (SLOW). As leituras devem ser feitas próximas ao ouvido do trabalhador.

3. Os tempos de exposição aos níveis de ruído não devem exceder os limites de tolerância fixados no quadro anterior.
4. Para os valores encontrados de nível de ruído intermediário será considerada a máxima exposição diária permissível relativa ao nível imediatamente mais elevado.

O método mais indicado para se reduzir o NPS é fazer um bom projeto acústico. Isto porque é mais fácil e mais barato solucionar o problema de excesso de ruído na fase de projeto, quando existem mais variáveis que ainda podem ser definidas. Após a construção do local, compra e instalação das máquinas, e conseqüente determinação do local de trabalho dos funcionários, restam menos possibilidades de reduzir o ruído a baixo custo.

## **I.2 OBJETIVOS DO TRABALHO**

Como primeiro trabalho de simulação de acústica de salas, o programa desenvolvido tem como objetivo central da simulação, a determinação da distribuição do NPS, em regime permanente, em uma sala de geometria arbitrária e devido a uma fonte sonora também arbitrária.

A fonte sonora é considerada pontual, com irradiação esférica e é caracterizada por sua função direcionalidade e seu espectro de potência em oito faixas de oitava.

O ambiente (geometria da sala) é modelado por elementos planos. Estes elementos são descritos pelas equações dos planos que os contém, e pelas coordenadas de seus vértices. Elementos interiores também podem ser inseridos na sala por meio da modelagem de sua superfície em elementos planos. Cada elemento é caracterizado não apenas por sua geometria mas também pelo material que o constitui, que se encontra em uma tabela com os coeficientes de absorção por faixa de oitava.

A teoria utilizada para analisar o campo sonoro em interiores depende das freqüências envolvidas. Para médias e altas freqüências, a teoria dos raios acústicos é adequada [2], enquanto que para baixas freqüências a análise modal fornece melhores resultados [10].

Neste trabalho foi utilizada a teoria dos raios, e portanto só podem ser consideradas as médias e altas freqüências. A questão do que seja baixa e alta freqüência

é relativa, e depende da comparação do comprimento de onda com a menor dimensão da sala. Assim, se o comprimento de onda for muito menor do que a menor dimensão da sala, será considerado que se trata de alta frequência, caso contrário será considerado como baixa frequência.

Não foi considerada a variação do coeficiente de absorção com o ângulo de incidência dos raios sonoros [6], nem a absorção da energia sonora pelo ar. Foi considerado que a temperatura do ambiente, onde será feita a simulação, é uniforme, isto é, não há gradiente de temperatura.

### I.3 TEORIA DOS RAIOS

Nas altas frequências, e a temperatura ambiente uniforme, a teoria dos raios considera o som como ondas planas, portanto com direção de propagação constante (raio acústico). A idéia da simulação é de acompanhar o percurso de cada raio dentro do ambiente, calculando as reflexões do mesmos nas paredes e elementos da sala, bem como a absorção da potência do raio nas reflexões. Assim, pode-se determinar a distribuição da potência sonora na sala.

A aplicação da teoria dos raios tem sido feita por três métodos, a saber o método das imagens, o dos caminhos acústicos e o dos raios sonoros.

O método das imagens [3] posiciona numa sala uma fonte e um receptor. Em seguida, calcula a contribuição em potência do raio direto entre fonte e receptor. A esse valor, são somadas as contribuições de todos os raios entre fonte e receptor que sofrem 1, 2, 3, ..., N reflexões. O valor de N é estimado por uma média, para que se possa considerar que, após N reflexões, a potência dos raios seja, em média, desprezível. Este método possui o inconveniente de, após calcular um caminho formado por n reflexões, ter que verificar se este não intercepta um elemento da sala. Este efeito pode acontecer com frequência no caso de haver muitos elementos interiores, ou de sala com excessivo grau de concavidade. Além disso, o fato do critério de parada para todos os raios ser de N reflexões irá determinar uma ineficiência em termos de tempo de cálculo, devido a raios que, por possuírem pouca energia deveriam ser desprezados logo nas primeiras reflexões.

O método dos caminhos acústicos [4] considera que dada uma seqüência ordenada de planos, se existe um caminho para um raio sair da fonte e chegar até um receptor este é único. Assim o método calcula todas as seqüências ordenadas de planos da sala contendo 1, 2, 3, ..., número de planos da sala, e calcula o NPS no receptor, como sendo a interferência das ondas sonoras percorrendo esses caminhos. A grande dificuldade deste método é determinar todas as seqüências ordenadas de

planos, e em seguida verificar quais desses caminhos realmente existem.

O método dos raios sonoros [5] considera uma grande tiragem de raios da fonte, e calcula o percurso de cada raio no interior da sala, calculando para isso as reflexões e absorções nas paredes da mesma. Os receptores não são mais pontuais, mas elementos volumétricos. À medida que os raios interceptam os receptores, as suas contribuições em potência são calculadas. As interseções dos raios são calculadas até que a potência do mesmo caia, devido à absorção pelos elementos da sala, abaixo de um mínimo pré-estabelecido. Como o percurso de cada raio é acompanhado após cada interseção, não existe o desperdício do tempo de cálculo do método das imagens, pois o raio pode ser desprezado assim que sua energia caia abaixo de um mínimo. Esse método também permite o aumento da complexidade da modelagem da sala de forma mais fácil. Isso porque, se o caminho do raio é calculado passo a passo, podem ser utilizados elementos não planos, e desenvolvidas rotinas que calculem a interseção dos raios com outros tipos de superfícies. A teoria dos raios é apresentada no Capítulo II.

# Capítulo II

## TEORIA ACÚSTICA BÁSICA

Neste capítulo será desenvolvida a teoria utilizada na simulação. Sendo apenas a base da teoria acústica, esta pode ser encontrada em qualquer bom livro introdutório de acústica [2,10,11].

Serão apresentadas a teoria básica das ondas sonoras tridimensionais, a teoria dos raios utilizada na simulação, o fenômeno da interferência, e o cálculo do Nível de Pressão Sonora (NPS). Tais conhecimentos de acústica são fundamentais para o entendimento físico da simulação.

Será apresentada ainda a teoria simplificada para cálculo do NPS, que será a comparada com a simulação no Capítulo IX.

### II.1 TEORIA BÁSICA DAS ONDAS SONORAS TRIDIMENSIONAIS

Vamos estabelecer as equações básicas das ondas sonoras. Isto é feito pela análise das equações de conservação de massa e momento para um fluido.

Será considerado que o fluido permanecia em estado estacionário com pressão  $p_0$ , e densidade  $\rho_0$ , até que sofreu uma perturbação. A pressão e densidade são analisadas como um termo constante igual ao valor antes da perturbação, mais uma parcela variável. Assim sendo, a densidade  $\rho$  e a pressão  $p$  serão:

$$\begin{cases} \rho = \rho_0 + \rho' \\ p = p_0 + p' \end{cases}$$

onde  $\rho'$  e  $p'$  são as parcelas variáveis decorrentes da perturbação.

#### II.1.1 A Equação da Onda

Assumindo que as perturbações acústicas são pequenas, ou seja,  $\rho' \ll \rho_0$  e  $p' \ll p_0$ , o balanço local de massa e o balanço local de quantidade de movimento para um

fluido invíscido em repouso com um campo acústico presente ficam [2]:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div}(\mathbf{v}) = 0 \quad (\text{II.1})$$

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \operatorname{grad}(p') = 0 \quad (\text{II.2})$$

Diferenciando a equação II.1 em relação a  $t$ , e subtraindo o divergente da equação II.2 temos que:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = 0 \quad (\text{II.3})$$

Vamos agora eliminar  $\rho'$  das equações. Tomando a expansão em Série de Taylor de  $p$  em função de  $\rho$ , temos:

$$p = p_0 + (\rho - \rho_0) \frac{dp}{d\rho}_{\rho=\rho_0} + \dots \quad (\text{II.4})$$

linearizando a equação II.4 obtemos:

$$(p - p_0) = (\rho - \rho_0) \frac{dp}{d\rho}_{\rho=\rho_0}$$

mas  $p' = p - p_0$  e  $\rho' = \rho - \rho_0$ , e assim, na aproximação linear:

$$p' = \rho' \frac{dp}{d\rho}_{\rho=\rho_0}$$

Em geral o aumento de pressão tende a aumentar a densidade, e  $(dp/d\rho)_{\rho=\rho_0}$  é uma constante positiva. Assim introduzimos a variável  $c$  definida por:

$$c^2 = \frac{dp}{d\rho}_{\rho=\rho_0}$$

então:

$$p' = \rho' c^2$$

Assim, podemos eliminar  $\rho'$  na equação II.3, obtendo a equação da onda na ausência de fontes, dada por:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \nabla^2 p' = 0 \quad (\text{II.5})$$

Diferenciando a equação II.5 podemos mostrar que todas as componentes de  $\operatorname{grad}(p')$  também satisfazem a equação da onda. Assim, pela equação II.5 nós deduzimos que o campo de velocidades  $\mathbf{v}$  também satisfaz a equação da onda.

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2} - \nabla^2 \mathbf{v} = 0$$

## II.1.2 O Potencial de Velocidade

Tomando o rotacional da equação II.2, e lembrando de que  $\text{rot}(\text{grad}(\mathbf{v}))$  é sempre nulo, qualquer que seja  $\mathbf{v}$ , temos que:

$$\frac{\partial}{\partial t} \text{rot}(\mathbf{v}) = 0$$

Com isso temos que  $\text{rot}(\mathbf{v})$  é constante. Mas considerando que o fluido inicialmente estava em equilíbrio temos que esta constante deve ser nula.

$$\text{rot}(\mathbf{v}) = 0$$

Mas como propriedade fundamental dos campos vetoriais, se  $\text{rot}(\mathbf{v}) = 0$ , então existe uma função  $\phi(\mathbf{x}, t)$  tal que:

$$\mathbf{v} = \text{grad}(\phi)$$

$\phi$  é chamado de potencial de velocidade, e é conveniente expressar as variáveis do escoamento em termos de  $\phi$ . A equação do momento reescrita em termos de  $\phi$  torna-se:

$$\text{grad} \left[ \rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} + p' \right] = 0$$

Assim obtemos que o campo

$$\rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} + p' \tag{II.6}$$

é uniforme. Desde que a única condição para  $\phi$  é que  $\mathbf{v} = \text{grad}(\phi)$ , podemos escolher  $\phi$  de modo que:

$$p' = -\rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} \tag{II.7}$$

Mas  $p'$  satisfaz a equação da onda, e de II.7,  $\partial \phi / \partial t$  e portanto  $\phi$  também a satisfazem, assim:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \nabla^2 \phi = 0 \tag{II.8}$$

## II.1.3 A Energia do Movimento Acústico

Vamos agora estabelecer um importante princípio de conservação de energia. Tomando a equação da onda II.8 e multiplicando por  $(\rho_0/c^2) \cdot (\partial \phi / \partial t)$ , temos que:

$$\frac{\rho_0}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} \left[ \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \phi \right] = 0 \tag{II.9}$$

O primeiro termo da equação II.9 pode ser reescrito como:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} \frac{\rho_0}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{p'^2}{2\rho_0 c^2} \right]$$

rearrumando o segundo termo, temos que:

$$\begin{aligned} \frac{\rho_0}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} c^2 \nabla^2 \phi &= \rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i^2} \\ &= \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right] - \sum_{i=1}^3 \rho_0 \frac{\partial^2 \phi}{\partial t \partial x_i} \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \\ &= -\text{div}(p' \mathbf{v}) - \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\rho' v^2}{2} \right] \end{aligned}$$

assim, podemos reescrever a equação II.9 da forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{1}{2} \frac{p'^2}{\rho_0 c^2} + \frac{1}{2} \rho' v^2 \right] + \text{div}(p' \mathbf{v}) = 0 \quad (\text{II.10})$$

A equação II.10 relaciona três parcelas de energia. A primeira corresponde à energia potencial do escoamento, que pode ser armazenada no fluido pela compressibilidade do mesmo.

$$e_p = \frac{1}{2} \frac{p'^2}{\rho_0 c^2} \quad (\text{II.11})$$

A segunda parcela corresponde à energia cinética.

$$e_k = \frac{1}{2} \rho_0 v^2 \quad (\text{II.12})$$

A terceira se relaciona com o fluxo de energia acústica. Esta é calculada pelo trabalho externo realizado por uma tensão normal  $p'$ , com velocidade  $v_i$ , numa área unitária. O vetor fluxo de energia ( $\mathbf{I}$ ) é chamado de intensidade acústica, e é a taxa na qual a energia acústica atravessa uma área unitária no espaço.

$$\mathbf{I} = p' \mathbf{v}$$

A equação II.10 se reduz claramente a uma equação de conservação de energia, dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} (e_p + e_k) = -\text{div}(\mathbf{I})$$

ou integrando sobre um volume  $V$  com fronteira  $S$ , temos:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V (e_p + e_k) dV = - \int_S \mathbf{I} \cdot d\mathbf{S}$$

## II.1.4 Caso Unidimensional

O caso unidimensional é aquele em que existe uma única direção de propagação. Um exemplo desse caso é a onda plana que possui uma direção de propagação fixa. Em tais casos, a equação da onda se simplifica para:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} = 0$$

cuja solução geral é:

$$p'(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct)$$

Considerando a onda sem reflexão, apenas  $f(x-ct)$ , temos:

$$\rho' = c^{-2} p' = c^{-2} f(x - ct)$$

denominando  $X = x - ct$ , temos:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial f}{\partial t}(X) = \frac{1}{c^2} \frac{df}{dX} \frac{dX}{dt} = -\frac{1}{c} \frac{df}{dX} \quad (\text{II.13})$$

Mas da equação II.1, simplificada para o caso unidimensional, temos:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (\text{II.14})$$

e assim, das equações II.13 e II.14 temos:

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{\rho_0 c} \frac{df}{dX}(X) = \frac{1}{\rho_0 c} \frac{df}{dx}(x - ct)$$

integrando obtemos:

$$v(x, t) = \frac{1}{\rho_0 c} f(x - ct)$$

e para o campo progressivo:

$$p' = \rho_0 c v \quad (\text{II.15})$$

Para o caso unidimensional, temos que as expressões para as energias II.11 e II.12 juntamente com a equação II.15 nos fornecem que:

$$e_p = e_k = \frac{p'^2}{2\rho_0 c^2}$$

e a densidade de energia total no caso unidimensional é dada por:

$$e = e_p + e_k = \frac{p'^2}{\rho_0 c^2}$$

Nos casos em que  $e_p = e_k$  dizemos que existe uma equipartição de energia, entre as energias potencial e cinética.

## II.2 TEORIA DOS RAIOS

A teoria dos raios será desenvolvida a partir da equação de balanço linearizadas para o caso bidimensional. Não será utilizado o caso tridimensional com o objetivo de simplificar a compreensão dos fenômenos acústicos para médias e altas frequências.

A equação de conservação de massa para o caso bidimensional é dada por:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho_0 u)}{\partial x} - \frac{\partial(\rho_0 v)}{\partial y}$$

onde  $u$  e  $v$  são as componentes de velocidade das partículas nas direções  $x$  e  $y$  respectivamente. Como uma das hipóteses da simulação é de que a temperatura do ambiente será considerada uniforme,  $\rho_0$  também o será. E assim:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} = -\rho_0 \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right]$$

como  $p' = \rho' c^2$ , então temos que:

$$\frac{\partial p'}{\partial t} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial p'}{\partial t}$$

eliminando  $\rho'$  das duas equações temos:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial p'}{\partial t} = -\rho_0 \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right] \quad (\text{II.16})$$

Das equações de quantidade de movimento em  $x$  e  $y$  temos:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} \quad \text{e} \quad \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial y} \quad (\text{II.17})$$

derivando a equação II.16 em relação a  $t$  obtemos:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = -\rho_0 \left[ \frac{\partial(\partial u / \partial t)}{\partial x} + \frac{\partial(\partial v / \partial t)}{\partial y} \right]$$

substituindo  $u$  e  $v$  de II.17 temos:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} \quad (\text{II.18})$$

Uma solução harmônica da equação II.18 é uma série de potências em  $\omega$ , na forma:

$$p'(x, y, t) = e^{i\omega(t - \tau(x, y))} \sum_{n=0}^{+\infty} (i\omega)^{-n} I_n(x, y)$$

Esta série é chamada de série dos raios. É fácil de ver, que para altas frequências, o primeiro termo é dominante, para  $n = 0$ .  $\tau(x, y)$  é chamada função de fase da onda, e  $t = \tau(x, y)$  são as frentes de onda.

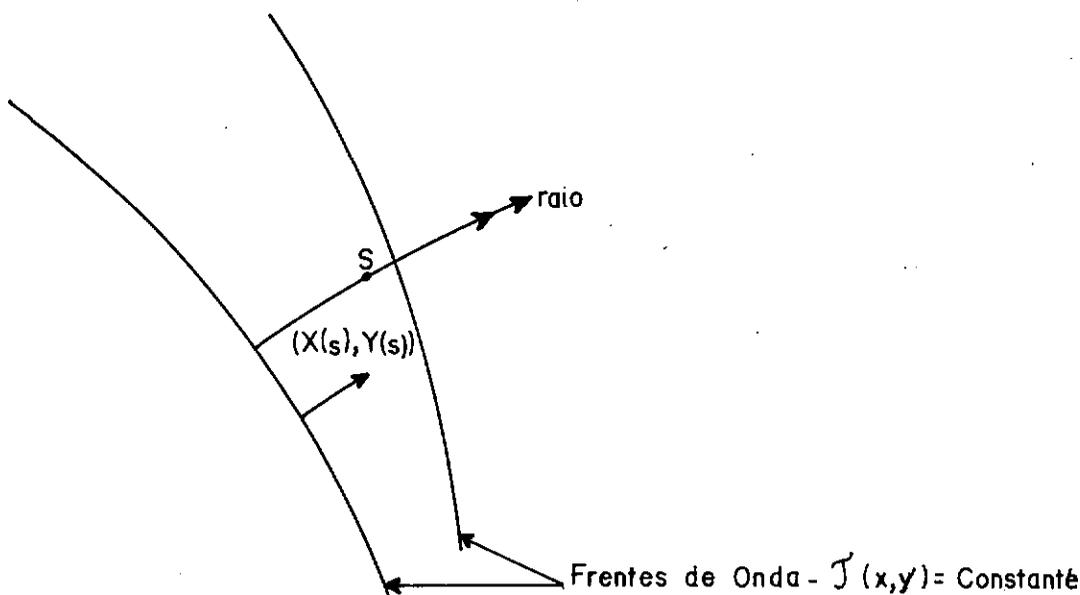


Figura II.1: Caminho dos raios.

Os raios são definidos como curvas sempre normais às frentes de onda. Denotaremos as curvas paramétricas dos raios por  $x = X(s)$  e  $y = Y(s)$ , onde  $s$  é a distância percorrida pelo raio, de acordo com a figura II.1.

A tangente ao raio  $(dX/ds, dY/ds)$  é sempre normal à superfície  $\tau(x, y) = \text{constante}$ , e, por isso:

$$\left( \frac{dX}{ds}, \frac{dY}{ds} \right) = \mu \text{grad}(\tau)$$

para alguma função  $\mu(x, y)$ .

Mas como  $dX^2 + dY^2 = ds^2$ , temos que:

$$\left\| \left( \frac{dX}{ds}, \frac{dY}{ds} \right) \right\| = 1$$

assim,

$$\left[ \frac{dX}{ds}, \frac{dY}{ds} \right] = \frac{\text{grad}(\tau)}{|\text{grad}(\tau)|} \quad (\text{II.19})$$

e podemos agora encontrar  $I_n(x, y)$ .

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = (i\omega)^2 e^{i\omega(t-\tau)} \sum_{n=0}^{+\infty} (i\omega)^{-n} I_n$$

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} = e^{i\omega(t-\tau)} \sum_{n=0}^{+\infty} (i\omega)^{-n} \left\{ (i\omega)^2 \left( \frac{\partial \tau}{\partial x} \right)^2 I_n - i\omega \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \tau}{\partial x} I_n \right) + \frac{\partial \tau}{\partial x} \frac{\partial I_n}{\partial x} \right] + \frac{\partial I_n}{\partial x} \right\}$$

analogamente para  $\partial^2 p' / \partial y^2$ :

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} = e^{i\omega(t-\tau)} \sum_{n=0}^{+\infty} (i\omega)^{-n} \left\{ (i\omega)^2 \left( \frac{\partial \tau}{\partial y} \right)^2 I_n - i\omega \left[ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \tau}{\partial y} I_n \right) + \frac{\partial \tau}{\partial y} \frac{\partial I_n}{\partial y} \right] + \frac{\partial I_n}{\partial y} \right\}$$

substituindo em II.18, temos:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (i\omega)^{-n} [A_1(i\omega)^2 + A_2 i\omega + A_3] = 0 \quad (\text{II.20})$$

onde:

$$\begin{aligned} A_1 &= \left[ \left( \frac{\partial \tau}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \tau}{\partial y} \right)^2 - \frac{1}{c^2} \right] I_n \\ A_2 &= - \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \tau}{\partial x} I_n \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \tau}{\partial y} I_n \right) + \frac{\partial \tau}{\partial x} \frac{\partial I_n}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} \frac{\partial I_n}{\partial y} \right] \\ A_3 &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial I_n}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial I_n}{\partial y} \right) \end{aligned}$$

Para que a equação II.20 seja satisfeita para qualquer valor de  $\omega$ , os coeficientes de cada potência de  $\omega$  devem ser nulos. Zerando o coeficiente da maior potência de  $\omega$ ,  $\omega^2$ , teremos:

$$\left( \frac{\partial \tau}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \tau}{\partial y} \right)^2 - \frac{1}{c^2} = 0 \quad (\text{II.21})$$

A equação II.21 determina as frentes de onda e os caminhos dos raios.

O coeficiente da potência 1 de  $\omega$ , também deve ser nulo, assim:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \tau}{\partial x} I_0 \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \tau}{\partial y} I_0 \right) + \frac{\partial \tau}{\partial x} \frac{\partial I_0}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} \frac{\partial I_0}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.22})$$

Uma vez obtida  $\tau(x, y)$  da equação II.21, e substituindo na equação II.22, obtemos o termo  $I_0$ , que é o termo principal de amplitude.

Outras equações podem ser construídas para os termos de  $I_n$ , mas para altas frequências só nos interessa o termo  $I_0$ . Da equação II.21 temos que:

$$|\text{grad}(\tau)| = \frac{1}{c} \quad (\text{II.23})$$

substituindo em II.19 e tomando a componente em  $y$  temos:

$$\frac{1}{c} \frac{dY}{ds} = \frac{\partial \tau}{\partial y}$$

diferenciando em relação a  $s$  obtemos:

$$\frac{1}{c} \frac{d}{ds} \left( \frac{dY}{ds} \right) = \frac{d}{ds} \left( \frac{d\tau}{dy} \right)$$

mas

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} \left( \frac{\partial \tau}{\partial y} \right) &= \left( \frac{\partial X}{\partial s} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial s} \frac{\partial}{\partial s} \right) \frac{\partial \tau}{\partial y} \\ &= c \left( \frac{\partial \tau}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} \right) \frac{\partial \tau}{\partial y} \\ &= c \left( \frac{\partial \tau}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} (\partial \tau / \partial x) + \frac{\partial \tau}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} (\partial \tau / \partial y) \right) \\ &= \frac{c}{2} \frac{\partial}{\partial y} \left( (\partial \tau / \partial x)^2 + (\partial \tau / \partial y)^2 \right) \\ &= \frac{c}{2} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{c^2} \right) \\ &= 0, \text{ pois } c \text{ é constante.} \end{aligned}$$

logo  $\frac{1}{c} \frac{dY}{ds}$  é constante ao longo do raio. Mas pela figura II.2:

$$\frac{dY}{ds} = \text{sen}(\theta)$$

assim,

$$\frac{\text{sen}(\theta)}{c} = \text{constante} \quad (\text{II.24})$$

A equação II.24 é conhecida como Lei de Snell e, como no presente caso  $c$  é constante, temos que:

$$\text{sen}(\theta) = \text{constante}$$

dando como resultado que os raios acústicos são linhas retas. Mas  $I_0$  deve satisfazer à equação II.22, assim:

$$2 \left[ \frac{\partial \tau}{\partial x} \frac{\partial I_0}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} \frac{\partial I_0}{\partial y} \right] + I_0 \left[ \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tau}{\partial y^2} \right] = 0 \quad (\text{II.25})$$

mas das equações II.19 e II.23, e pela Regra da Cadeia, temos:

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} = \frac{1}{c} \left[ \frac{\partial X}{\partial s} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial s} \frac{\partial}{\partial y} \right] = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial s}$$

e assim podemos reescrever a equação II.25 da forma:

$$2 \frac{\partial I_0}{\partial s} + c \nabla^2 I_0 = 0 \quad (\text{II.26})$$

a solução da equação II.26 é

$$I_0(s) = I_0(s_0) \exp \left[ -\frac{c}{2} \int_{s_0}^s \nabla^2(\tau) ds \right] \quad (\text{II.27})$$

onde  $s_0$  é um ponto de referência do raio.

Vamos agora considerar um pequeno comprimento  $\delta s$  de um tubo de raios de área de seção transversal  $A(s)$ , tal como na figura II.3. Seja  $S$  a superfície do tubo de raios, e  $V$  seu volume. Pelo teorema da divergência temos:

$$\int_V \nabla^2(\tau) dV = \int_S \mathbf{n} \cdot \text{grad}(\tau) dS \quad (\text{II.28})$$

Nas laterais do tubo de raios  $\mathbf{n}$  é perpendicular ao  $\text{grad}(\tau)$ , e assim:

$$\mathbf{n} \cdot \text{grad}(\tau) = 0$$

Nas bordas do tubo, temos:

$$\mathbf{n} = \pm c \cdot \text{grad}(\tau), \text{ e } \mathbf{n} \cdot \text{grad}(\tau) = \pm c \cdot |\text{grad}(\tau)| = \pm \frac{1}{c}$$

Assim a equação II.28 pode ser escrita da forma:

$$\nabla^2(\tau) \cdot \delta s \cdot A(s) = \frac{A(s + \delta s) - A(s)}{c} = \frac{1}{c} \frac{\partial A}{\partial s} \delta s$$

então

$$c \nabla^2(\tau) = \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial s}$$

e assim:

$$\exp \left[ -\frac{c}{2} \int_{s_0}^s \nabla^2(\tau) ds \right] = \exp \left[ -\frac{1}{2} \log \left( \frac{A(s)}{A(s_0)} \right) \right] = \left[ \frac{A(s_0)}{A(s)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Portanto a equação II.27 pode ser reescrita como:

$$I_0(s) = I_0(s_0) \left[ \frac{A(s_0)}{A(s)} \right]^{\frac{1}{2}}$$

e assim temos que  $I_0(s) \cdot A^{\frac{1}{2}}(s) = I_0(s_0) \cdot A^{\frac{1}{2}}(s_0) = \text{constante}$  ao longo do tubo.

Isso mostra que dentro de um tubo de raios a energia se mantém, ou seja, a energia não pode passar de um tubo para outro adjacente. No caso presente, dos raios serem linhas retas, um tubo de raios será um cone com o vértice localizado na fonte. A dedução é válida para altas frequências. Para baixas frequências seria necessário calcular termos de  $I_n$  de ordem mais elevadas.

## II.3 INTERFERÊNCIA DAS ONDAS SONORAS

Na medida que os raios (ondas sonoras) forem se propagando na sala, ocorrerá o fenômeno de interferência. Para as duas ondas monocromáticas,  $A_1 \text{sen}(\omega_1 t)$  e  $A_2 \text{sen}(\omega_2 t + \phi)$ , temos que a interferência entre elas será dada pela soma das duas, e será:

$$A = A_1 \text{sen}(\omega_1 t) + A_2 \text{sen}(\omega_2 t + \phi) \quad (\text{II.29})$$

elevando ao quadrado a equação II.29, temos:

$$\begin{aligned} A^2 &= A_1^2 \cos^2(\omega_1 t) + A_2^2 \cos^2(\omega_2 t + \phi) + \\ &\quad 2A_1 A_2 \cos(\omega_1 t) \cos(\omega_2 t + \phi) \\ &= A_1^2 \cos^2(\omega_1 t) + A_2^2 \cos^2(\omega_2 t + \phi) + \\ &\quad A_1 A_2 \{ \cos [(\omega_1 + \omega_2)t + \phi] + \cos [(\omega_1 - \omega_2)t - \phi] \} \end{aligned} \quad (\text{II.30})$$

tomando a média dos termos da equação II.30 obtemos:

$$\overline{A^2} = \begin{cases} \frac{A_1^2 + A_2^2}{2} + A_1 A_2 \cos(\phi) & \text{se } \omega_1 = \omega_2 \\ \frac{A_1^2 + A_2^2}{2} & \text{se } \omega_1 \neq \omega_2 \end{cases}$$

Para ondas de mesma frequência, o cálculo da interferência leva em conta a diferença de fase entre elas. Tendo a fonte como origem comum, a diferença de fase é dada pela diferença das distâncias percorridas, dividida pela velocidade do som.

Para o cálculo de interferência entre várias ondas temos:

$$\overline{A^2} = \frac{1}{2} \sum_i A_i^2 + \sum_{i \neq j} A_i A_j \cos(\phi_{ij})$$

Supondo um grande número de raios e reflexões, simplificamos o cálculo assumindo que a aleatoriedade das reflexões torna a segunda parcela nula, assim:

$$\overline{A^2} = \frac{1}{2} \sum_i A_i^2$$

## II.4 COMPROMISSO ENTRE AS CÉLULAS E OS RAIOS

As células de recepção, utilizadas na simulação, serão elementos volumétricos na forma de paralelepípedos. Os resultados da seção 3 mostraram que para altas

frequências os tubos de raios são cônicos. Assim sendo, a simulação exige que sejam calculadas a interseção dos raios, que são elementos cônicos, com paralelepípedos, como na figura II.4.

Para simplificar o cálculo da interseção foi considerado que o ângulo do cone é pequeno, assim a probabilidade de que um raio atinja mais de uma célula ao mesmo tempo é pequena. Isto está exemplificado pela figura II.5.

Essa simplificação depende do tamanho das células, do ângulo do cone, que será função do número de raios da fonte, e da distância que os raios percorrem, devido ao aumento da área transversal do cone com a distância. Assim, a simulação dará melhores resultados quanto mais raios tenha a fonte, quanto menor for a distância percorrida pelos raios, e quanto maior for o tamanho das células.

## II.5 CÁLCULO DO NÍVEL DE PRESSÃO SONORA

A determinação do nível de pressão sonora (NPS), é o alvo principal deste primeiro programa de simulação numérica do comportamento acústico de salas. A figura II.6 mostra um raio interceptando uma célula, e em seguida será descrito como calcular a contribuição energética do mesmo na célula. Como estamos trabalhando em regime permanente as grandezas (pressão, energia, potencia,...) serão, daqui para frente, tomadas em seus valores médios.

Como as ondas são consideradas planas, temos equipartição entre as energias potencial e cinética. A densidade de energia nesses casos, em valor médio é dada por:

$$e = \frac{p^2}{\rho_0 c^2}$$

Será considerado que a contribuição de energia sonora que um raio dá para cada célula, independe da energia que a célula possui. Assim, a energia sonora de cada célula será a soma das contribuições de cada raio, à medida que forem sendo determinadas as interseções entre os raios e as células.

A contribuição energética de um raio numa célula deverá ser diretamente proporcional à potência de cada raio, e à distância percorrida pelo raio no interior desta [13]. Assim, de acordo com a figura II.6 temos:

$$\Delta E \propto P.d$$

onde:

$\Delta E$  - contribuição energética do raio.

$P$  - potência do raio,

$d$  - distância percorrida pelo raio no interior da célula.

Levando em conta que a fonte foi considerada em regime permanente, e portanto emitindo constantemente, podemos considerar que a contribuição de energia do raio para a célula, é igual à potência do raio multiplicada pelo tempo que o raio leva para atravessar a célula. Assim:

$$\Delta E = P \frac{d}{c}$$

porém como a fonte emite em faixas de oitava, a contribuição em cada faixa é:

$$\Delta E_i = P_i \frac{d}{c}$$

onde:

$\Delta E_i$  - é a contribuição energética na faixa de oitava  $i$ ,

$P_i$  - é a potência do raio na faixa de oitava  $i$ .

Sendo de  $V$  o volume da célula, teremos que a densidade de energia, será:

$$\Delta e_i = P_i \frac{d}{cV}$$

e admitindo campo difuso (pág 19) no seu interior, temos que:

$$p_i^2 = \frac{\rho_0 c^2 P_i d}{cV} = \frac{\rho_0 c}{V} P_i d$$

e o nível de pressão sonora por faixa de oitava numa célula fica:

$$NPS_i = 10 \log \left[ \frac{p^2}{p_{ref}^2} \right] = 10 \log \left[ \frac{\rho_0 c}{V p_{ref}^2} \sum_j P_{ij} d_j \right]$$

onde o somatório em  $j$  se refere a cada raio que atravessa a célula.

## II.6 TEORIA SIMPLIFICADA

A teoria simplificada [11] não requer simulação. Ela é feita por meio de fórmulas que se utilizam de parâmetros médios da sala. Enquanto a simulação feita neste trabalho requer a descrição completa da sala, a teoria simplificada necessita de um número mínimo de informações. Essa teoria será apresentada nesta seção, e no final do trabalho será apresentado um exemplo comparando os resultados desta com a simulação.

Dentro de uma sala, as ondas sonoras são refletidas muitas vezes entre as paredes, sendo parcialmente absorvidas por estas em cada reflexão. A figura II.7 mostra alguns dos muitos caminhos acústicos existentes entre uma fonte sonora e um receptor dentro de uma sala.

Devido a essas múltiplas reflexões, o campo sonoro em um ponto da sala é muito maior do que seria para a mesma distância da fonte em campo livre. Assim, o campo sonoro no interior de uma sala é constituído do campo direto, como se não houvessem reflexões, e do campo reverberante, proveniente das reflexões. Quando há muita reverberação, o nível de pressão sonora praticamente não decresce ao afastar-se da fonte. Nesse caso, o campo é dito difuso.

Vamos agora calcular a intensidade de um campo difuso. A figura II.8 mostra a geometria envolvida para calcular a intensidade num ponto localizado numa das paredes da sala [11].

A energia contida em um volume  $dV$  é  $edV$ , onde  $e$  é a densidade de energia sonora média da sala. Vamos calcular a energia do volume  $dV$  que chega a uma superfície  $dS$ , situado a uma distância  $r$ .

Seja  $\theta$  o ângulo entre a normal a área  $dS$  e a linha reta que une  $dV$  a  $dS$ . A área projetada na perpendicular à linha reta que liga o volume  $dV$  à área  $dS$  é  $dS \cos(\theta)$ . A área ao redor do volume  $dV$ , a uma distância  $r$  é  $4\pi r^2$ . Desde que foi assumido que a energia se irradia igualmente em todas as direções (campo difuso) temos que a energia que chega a superfície  $dS$  é:

$$\frac{\text{área projetada de } dS}{\text{área total}} = \frac{dS \cos(\theta)}{4\pi r^2}$$

Assim, a energia que chega à superfície  $dS$  proveniente de  $dV$  é:

$$\Delta E = \frac{edV dS \cos(\theta)}{4\pi r^2}$$

Vamos considerar agora a energia que atinge a superfície  $dS$  de todos os elementos infinitesimais a mesma distância  $r$ . Como os volumes estão a uma mesma distância  $r$ , eles fazem parte de uma casca esférica. Considerando os volumes que distam  $r$  da superfície e formam o mesmo ângulo  $\theta$ , teremos:

$$dV = 2\pi r^2 \sin(\theta) d\theta dr$$

Como estamos interessados principalmente nas paredes da sala, e nas superfícies de objetos sólidos, podemos considerar a irradiação na superfície  $dS$  por apenas um lado. O volume e a energia total são então calculados pela integração em  $\theta$  de 0 a  $\pi/2$ .

$$dE = \int_0^{\pi} \frac{edS \cos(\theta)}{4\pi r^2} 2\pi r^2 \sin(\theta) d\theta dr = \frac{edSdr}{4}$$

Esta é a energia que chega na superfície, no tempo que o som viaja através da espessura  $dr$  de uma casca esférica. Então o tempo necessário para esta energia chegar até  $dS$  é  $\Delta t = dr/c$ . Assim, a taxa de energia que chega na superfície  $dS$  é:

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{edSdr}{4} \frac{c}{dr} = \frac{ec}{4} dS$$

Como a intensidade é a taxa de energia por unidade de área, temos:

$$I = \frac{ec}{4}$$

Não será aqui demonstrado mas, tal como no caso unidimensional progressivo, no campo difuso temos que [10]:

$$e = \frac{p^2}{\rho c^2}$$

assim, temos que, para o campo reverberante:

$$I_r = \frac{p^2}{4\rho c} \quad (\text{II.31})$$

A potência da fonte ( $W$ ) pode ser dividida em potência do campo direto ( $W_d$ ) e potência do campo reverberante ( $W_r$ ). Dessa forma teremos que  $W = W_d + W_r$ .

Consideraremos agora  $\alpha$  como o coeficiente de absorção médio das paredes da sala. Assim sendo, podemos considerar que no momento da primeira reflexão, uma proporção  $\alpha$  é absorvida, e o restante, uma proporção  $(1 - \alpha)$ , forma o campo reverberante. Então:

$$W_r = W(1 - \alpha) \quad (\text{II.32})$$

Mas a potência absorvida pelas paredes é igual à intensidade do campo reverberante ( $I_r$ ), que chega nas paredes, multiplicada pela área total das mesmas ( $S$ ), e pelo coeficiente de absorção. Assim:

$$W_r = I_r S \alpha \quad (\text{II.33})$$

e das equações II.31, II.32 e II.33 temos que:

$$p_r^2 = \rho c 4W \frac{(1 - \alpha)}{S \alpha}$$

Para o campo direto, temos que a intensidade se distribui de forma inversa com o quadrado da distância,

$$p_d^2 = \rho c W \frac{1}{4\pi r^2}$$

Assim, a pressão sonora total é dada por:

$$p^2 = p_d^2 + p_r^2 = \rho c W \left[ \frac{1}{4\pi r^2} + 4 \frac{(1 - \alpha)}{S\alpha} \right] \quad (\text{II.34})$$

A constante  $S\alpha/(1 - \alpha)$  é chamada de constante da sala ( $R$ ), e assim reescrevemos a equação II.34 como:

$$p^2 = \rho c W \left[ \frac{1}{4\pi r^2} + \frac{4}{R} \right]$$

e o NPS é facilmente calculado através de:

$$NPS = 10 \log \left( \frac{p^2}{p_{ref}^2} \right) \quad (\text{II.35})$$

Através da equação II.35 podemos calcular facilmente a pressão sonora em um ponto situado a uma distância  $r$  da fonte. Porém é bom lembrar que esta fórmula foi desenvolvida para um coeficiente de absorção médio das paredes, e geometria simples, desprezando efeitos de difração. Portanto, ela dará melhores resultados para salas que se aproximarem dessas hipóteses.

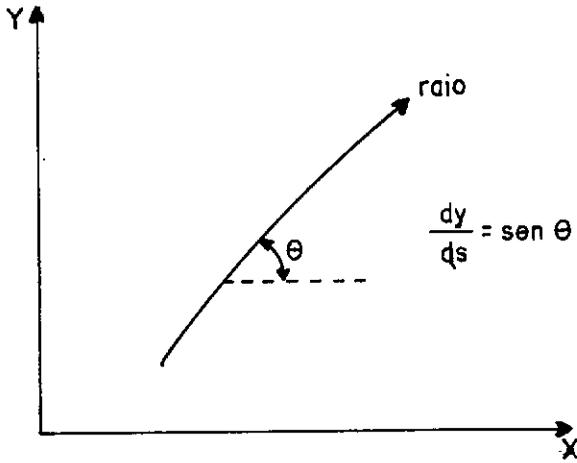


Figura II.2: Lei de Snell

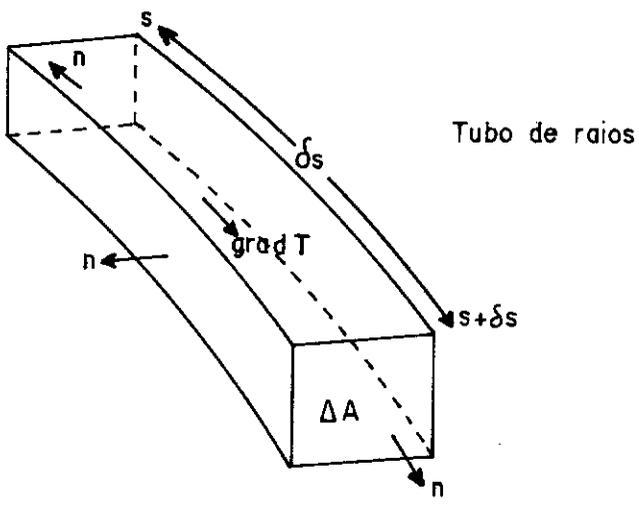


Figura II.3: Tubo de raios.

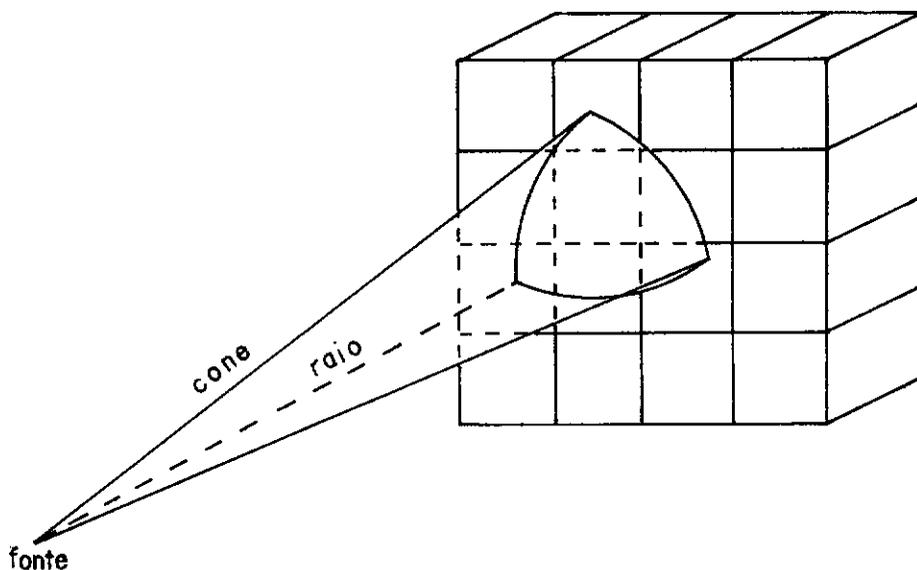


Figura II.4: Interseção do cone com as células.

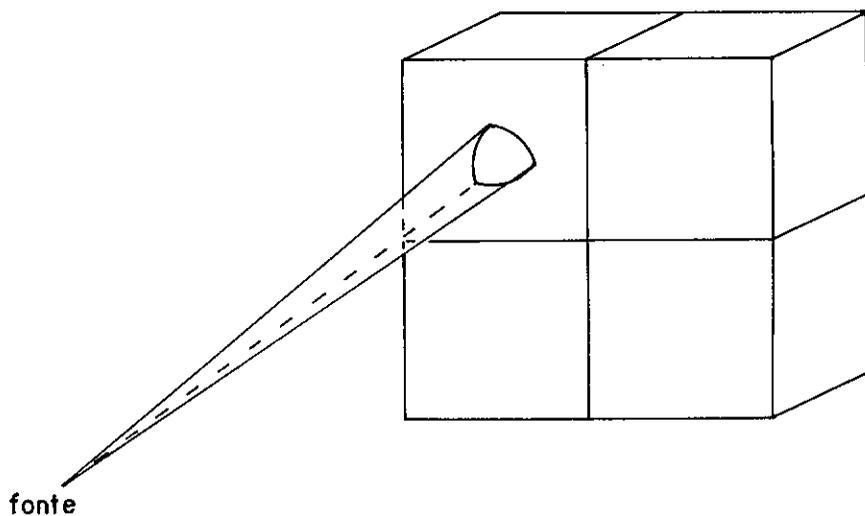


Figura II.5: Interferência ideal.

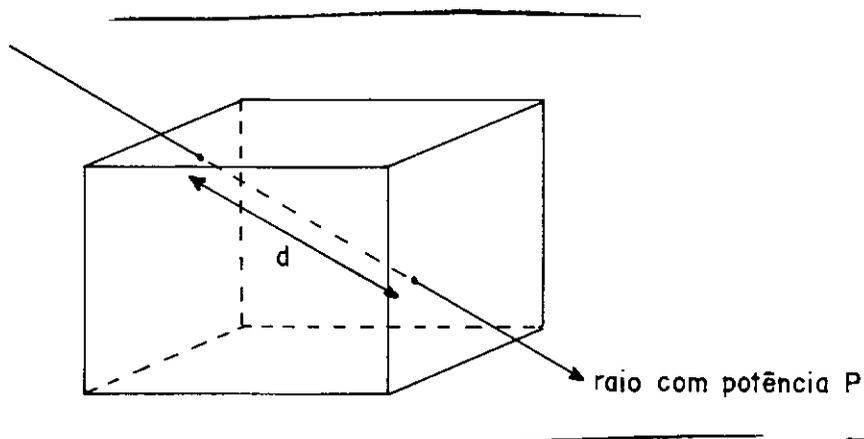


Figura II.6: Interseção do raio com a célula.

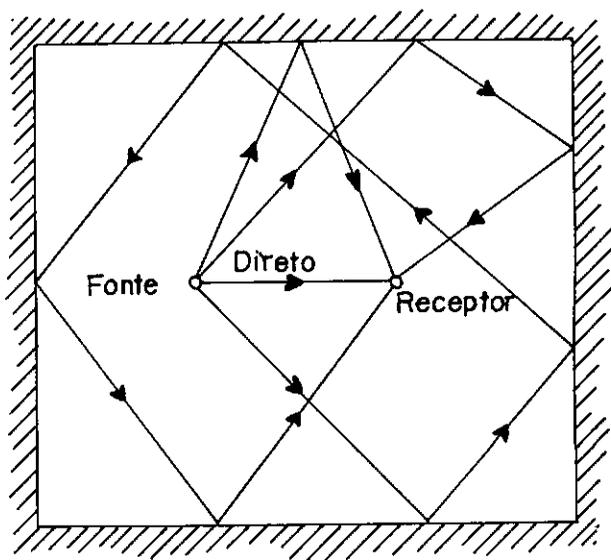


Figura II.7: Caminhos do som numa sala.

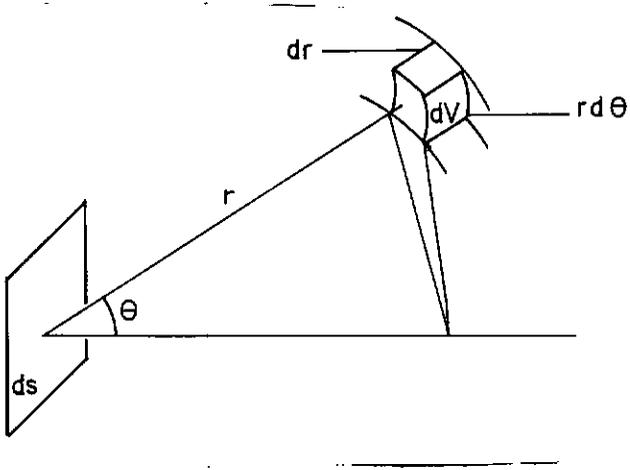


Figura II.8: Cálculo do campo difuso.

# Capítulo III

## MODELAGEM DA FONTE SONORA

A simulação da acústica de ambientes, através da técnica dos raios, requer que a modelagem da fonte sonora seja feita por um conjunto de raios (vetores) partindo de um ponto em comum. As distribuições dos módulos e das direções dos raios com  $\phi$  e  $\theta$  (ângulos do sistema de coordenadas esféricas) dependerão da direcionalidade da fonte.

O algoritmo elaborado para atender a essas exigências foi desenvolvido em duas etapas. A primeira foi gerar um conjunto de raios de mesmo módulo partindo de um ponto em comum e igualmente espaçados entre si, modelando assim uma fonte omnidirecional. Esse problema não tem solução exata e, por isso o conjunto de raios gerado possui uma uniformidade apenas aproximada.

A segunda etapa foi introduzir nesse conjunto a direcionalidade da fonte, bastando para isso multiplicar os módulos dos vetores pela função direcionalidade normalizada da fonte em questão.

### III.1 MODELAGEM DE FONTES OMNIDIRECIONAIS

Um conjunto de raios representando uma fonte omnidirecional deve satisfazer a três exigências, a saber:

- Os vetores devem ter o mesmo módulo,
- Possuírem uma origem comum, e
- Apresentarem uma distribuição espacial uniforme.

O problema se reduz portanto a posicionar um conjunto de pontos sobre a superfície de uma esfera de forma a obter uma distribuição superficial de pontos homogênea. Os vetores, com origem no centro da esfera, dos pontos localizados na superfície da mesma modelarão a fonte omnidirecional.

Devido ao fato de que o número de poliedros regulares é finito e bastante limitado, não existe solução exata para este problema para um número arbitrário de raios. Assim sendo, busca-se usualmente uma solução aproximada.

ONDET e BARBRY [5] utilizaram, em seu programa de acústica previsional, uma geração de raios aleatória. Como o número de raios para simular uma fonte, com razoável precisão, deve ser alto, podemos gerar raios com ângulos  $\phi$  e  $\theta$  aleatórios provenientes de uma distribuição uniforme entre  $(-90,+90)$  e  $(0,360)$  respectivamente. Sendo 'grande' o número de raios, podemos acreditar que a distribuição uniforme de raios foi atingida. Esse método, embora de simples elaboração e execução, traz consigo a deficiência de não oferecer uma boa repetibilidade, ou seja, simulando a mesma sala, com o mesmo número de raios, os resultados não serão necessariamente os mesmos. Isso também dificulta o estabelecimento de um critério para determinar o número de raios necessários.

Outros métodos fazem a divisão da esfera em regiões de áreas iguais, e tomam como conjunto de raios os vetores que partem do centro da esfera até o centro de área destas regiões. SANTOM [8] e STROM [7] sugerem uma distribuição de raios feita através da divisão da esfera em quadriláteros dispostos sobre paralelos, como na figura III.1.

Esses quadriláteros são determinados de modo a terem áreas iguais. Dessa forma, vemos que o número de quadriláteros por paralelo varia com o ângulo  $\phi$  e, como a divisão da esfera em quadriláteros não é exata, nem toda a área da esfera é computada.

Outra variação dessa mesma técnica é cortar a esfera por  $n$  planos equidistantes, de forma que os dois planos mais afastados sejam tangentes à esfera conforme apresentado na figura III.2.

Assim a esfera estará dividida em  $n-1$  regiões de mesma área [9], bastando agora dividi-la por planos meridionais igualmente espaçados. As áreas resultantes dessa divisão serão rigorosamente iguais. As desvantagens desse método são a existência de dois tipos de áreas - as triangulares (nos polos), e as quadriláteras - e a grande variação na distância angular entre os raios. Em outras palavras, obtém-se equipartição de superfícies sem omnidirecionalidade.

Neste trabalho foi desenvolvido um algoritmo que divide inicialmente a esfera em regiões rigorosamente iguais em área e formato. Em seguida, gera em uma

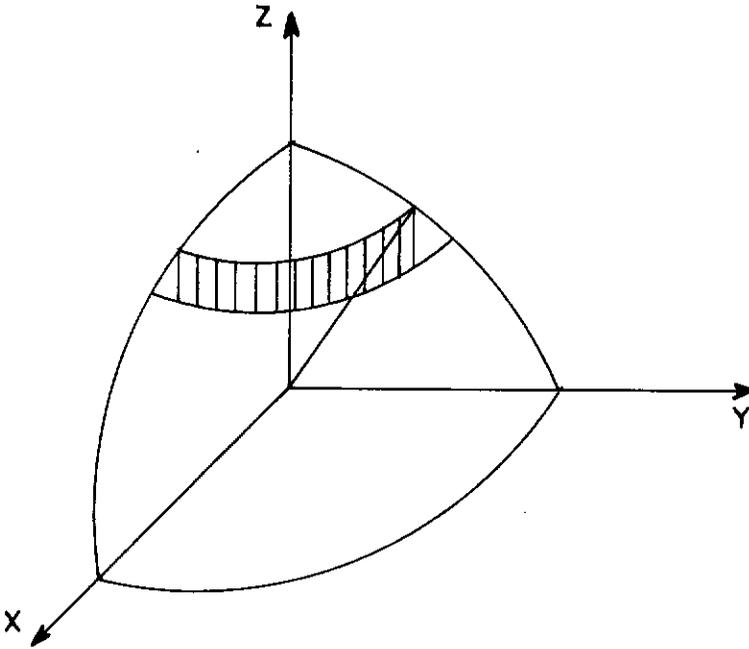


Figura III.1: Divisão da esfera em quadriláteros.

dessas regiões uma distribuição aproximadamente uniforme de raios, segundo um novo critério. E, por fim, gera, por simetria, os raios das outras regiões.

Na região inicial, a distribuição dos raios não será uniforme; mas no conjunto total de raios, de todas as regiões, a distribuição se aproximará de uma uniforme, pois as concentrações e rarefações, da distribuição de raios da região inicial, serão reproduzidas nas outras regiões.

Posto isso, o primeiro passo é dividir a esfera em regiões exatamente iguais. A solução deste problema é extremamente simples e podemos escolher qualquer um dos 5 poliedros regulares inscritos. A melhor solução, em termos de número de regiões iguais, é sem dúvida o icosaedro regular. Porém, como teremos de ser capazes de, a partir de uma região, gerar os simétricos dos raios nas outras regiões, por simplicidade escolhemos o octaedro, como na figura III.3, cuja simetria é mais fácil de ser trabalhada.

Escolhido o octaedro, podemos aumentar ainda mais o número de regiões iguais se dividirmos um octante por 3 planos que passam pelo centro da esfera, por um dos vértices do octante e pelo ponto médio do arco oposto ao vértice escolhido. Desta forma, devido à simetria da esfera e a divisão feita anteriormente, obtemos 6 regiões iguais em cada octante, dando no total 48 regiões absolutamente iguais,

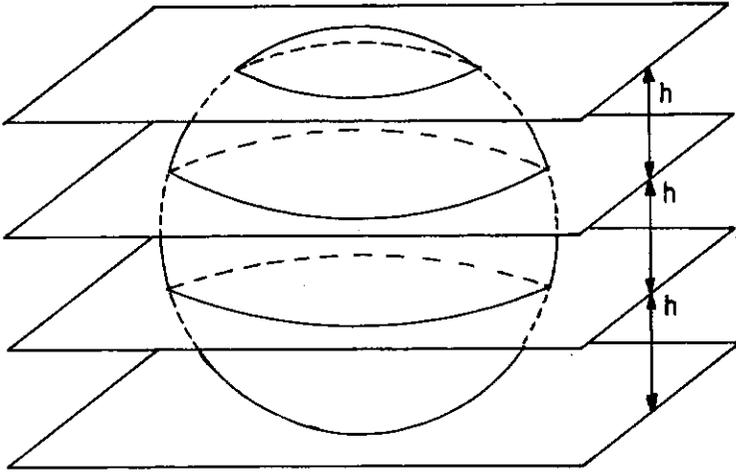


Figura III.2: Divisão da esfera por planos paralelos.

conforme mostrado na figura III.4.

O próximo passo é a geração de um conjunto de vetores em uma dessas regiões. O algoritmo desenvolvido se utiliza do fato de que todas as áreas são triangulares e assim divide cada triângulo em dois outros de mesma área. A divisão do triângulo é feita sempre por um arco de círculo de raio igual ao da esfera, passando pelo vértice oposto ao maior dos lados do triângulo e pelo ponto deste lado que satisfaça à condição de áreas iguais. O critério da divisão no maior lado tem por fim evitar a geração de triângulos com um dos lados muito maior que os outros dois. A divisão de uma região prossegue até que se atinja um número de raios desejado.

Por esse método de construção, é fácil ver que o número de raios gerados em cada região será uma potência de 2, e que o número de raios na esfera toda será  $N = 48 \times 2^n$ , onde  $n$  é o número de divisões efetuadas.

## III.2 MODELAGEM DE FONTES DIRECIONAIS

Uma vez construída uma fonte omnidirecional, deve-se integrar as informações de potência, direcionalidade e conteúdo espectral para a modelagem da fonte em questão. A figura III.5 ilustra um exemplo de distribuição espectral da potência de uma fonte por faixas de frequência de largura percentual constante, enquanto que a figura III.6 ilustra algumas funções de direcionalidade.

Assim  $W_i$  é a potência emitida pela fonte na faixa de oitava centrada em  $\phi$ .

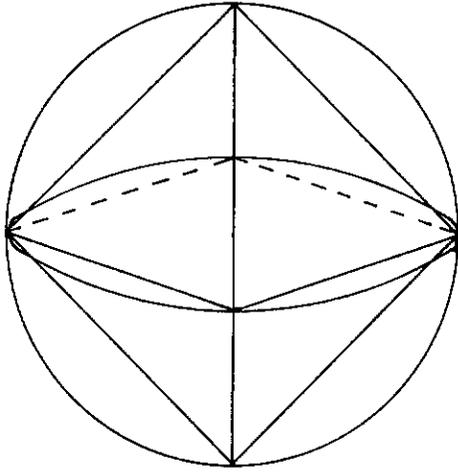


Figura III.3: Divisão da esfera pelo octaedro.

A potência da fonte,  $W$ , é igual a:

$$\sum_{i=1}^N W_i$$

Porém, a função direcionalidade é uma função adimensional. A informação, que essa carrega, é uma diferença relativa entre a emissão de potência da fonte, numa faixa de frequência, para duas direções distintas. Em outras palavras, se duas funções direcionalidade diferirem apenas por uma constante multiplicativa, elas na verdade são iguais. O procedimento abaixo efetua uma normalização da função direcionalidade.

Uma fonte será especificada por:

- Sua potência por faixa de oitava  $W_i$ ,
- Sua função direcionalidade, por faixa de oitava,  $D_i(\phi, \theta)$ ,
- Um conjunto de  $N$  raios com direções  $(\phi, \theta)_k$ ,  $k = 1, \dots, N$ .

Definindo  $d_{ik} = D_i((\phi, \theta)_k)$ ,  $k = 1, \dots, N$ , e, denominando  $w_{ik}$  a potência do raio  $k$  na frequência  $i$ , temos que  $w_{ik}$  deve ser diretamente proporcional a  $d_{ik}$  e a  $W_i$ , e inversamente proporcional a  $N$ , ou seja:

$$w_{ik} = A \frac{d_{ik} W_i}{N}$$

onde  $A$  é uma constante a ser determinada.

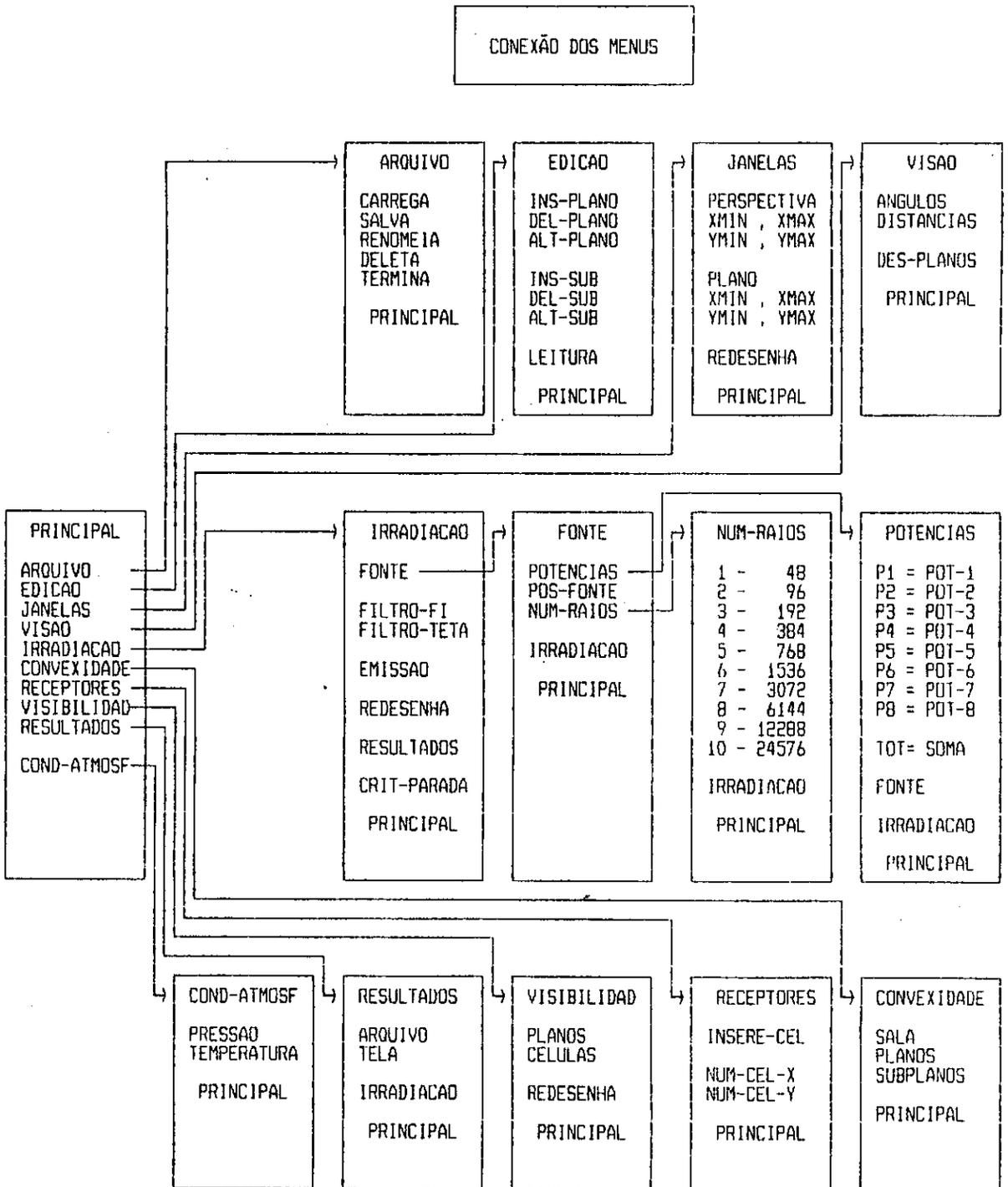


Figura VIII.2: Conexão dos menus.

# Capítulo IX

## EXEMPLOS DE SIMULAÇÃO

Neste capítulo serão apresentados resultados de simulação, feita em uma sala de geometria simples, formato de paralelepípedo, e com todas as paredes revestidas de um o mesmo material. O objetivo de se fazer a simulação para um caso tão simples, é de se comparar os resultados obtidos com a simulação, com os resultados da teoria simplificada, apresentada no capítulo II.

A simulação foi feita nas seguintes condições atmosféricas:

- Temperatura do Ar :  $25^{\circ}C$
- Pressão Atmosférica :  $1,013 \times 10^5 N/m^2$
- Densidade do Ar :  $1,184 kg/m^3$
- Velocidade do Som :  $346 m/s$

São apresentados ainda casos em que o programa pode ser aplicado e algumas das potencialidades do mesmo. Serão mostradas as imagens geradas pelo programa de uma sala côncava, com distintos pontos de vista, o efeito de um filtro na fonte, e um artifício para se colocar um difusor dentro da sala.

### IX.1 COMPARAÇÃO COM A TEORIA SIMPLIFICADA

#### IX.1.1 Geometria da Sala, Materiais e Fonte Sonora

A sala utilizada tem o formato de um paralelepípedo, e está mostrada na figura IX.1.

A sala possui dimensões de  $12 \times 25 \times 5$  metros, e a célula-mãe possui dimensões de  $8 \times 18 \times 0.5$  metros, ambas nas direções X, Y e Z respectivamente.

O piso da sala está no plano  $Z=0$ , o teto em  $Z=5$ , as paredes laterais em  $X = 0$  e  $X = 12$ , a frente em  $Y = 25$ , e os fundos em  $Y = 0$ . A célula-mãe dista 1 metro do solo, 2 metros do fundo da sala, e está centrada em relação as paredes laterais.

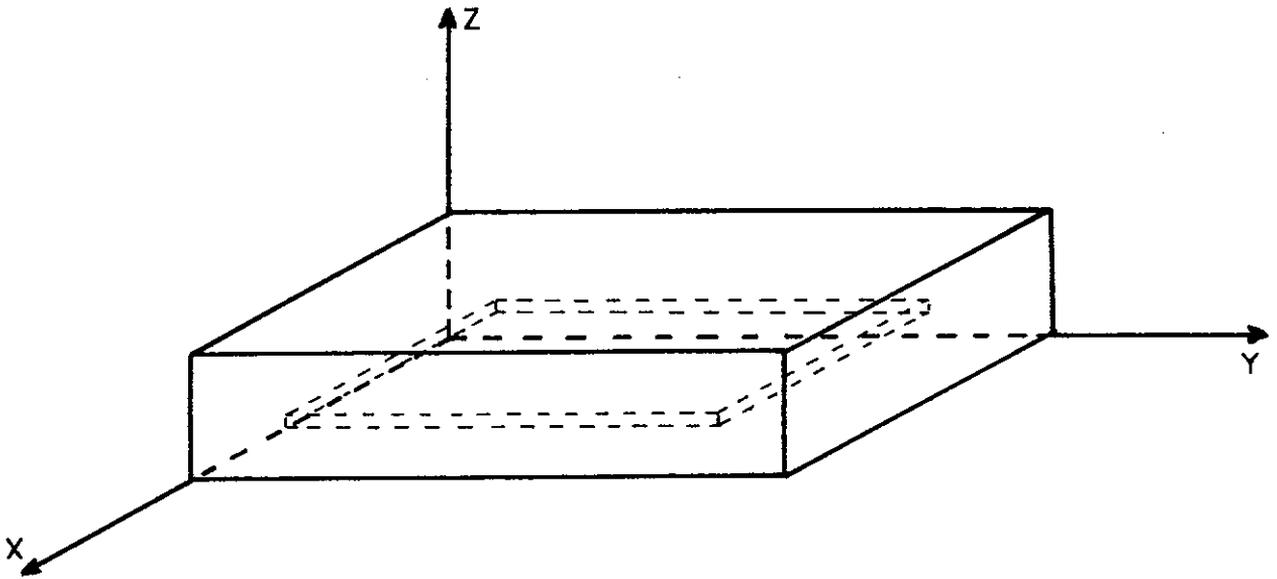


Figura IX.1: Geometria da sala.

As paredes foram consideradas sendo revestidas de madeira, e os coeficientes de absorção para as faixas de frequência estão mostrados na tabela IX.1.1, de acordo com [12].

MATERIAL	FREQUENCIA (Hertz)							
	125	250	500	1000	2000	4000	8000	16000
MADEIRA piso comum	0,15	0,11	0,10	0,07	0,06	0,07	0,07	0,07

Tabela IX.1: Coeficiente de absorção dos materiais.

A fonte foi posicionada na frente da sala, nas coordenadas (6 ; 22,5 ; 2). A fonte é omnidirecional, com espectro de potencia plano. A potência total da fonte é de 0.01 Watt. A potência de cada oitava de frequência é portanto de 0.00125 Watt.

## IX.1.2 Considerações Iniciais Sobre Os Resultados

A simulação foi feita para todos os 10 conjuntos de raios, e para 5 valores dos coeficientes do critério de parada absoluto: 0.1, 0.3, 0.5, 0.7 e 0.9. Os níveis de pressão sonoras foram obtidos para cada faixa de oitava e também para a soma dos níveis das faixas. Mas, como há interesse em comparar os resultados da simulação com a teoria simplificada, iremos considerar apenas o NPS total.

A simulação foi feita para 10 conjuntos de raios, duas divisões da célula-mãe, 5x5 e 10x10, e 5 valores de critérios de parada. Assim obtivemos um total de 10x2x5=100 tabelas. Não é interessante analisar um conjunto tão vasto de informações, bastando observar os resultados de apenas uma célula típica. Foi escolhida a célula de maior X e Y. Os NPS's obtidos na célula, para as diversas

simulações, estão apresentados nas figuras IX.2, para a partição de 5x5, e IX.3, para a partição de 10x10 das células.

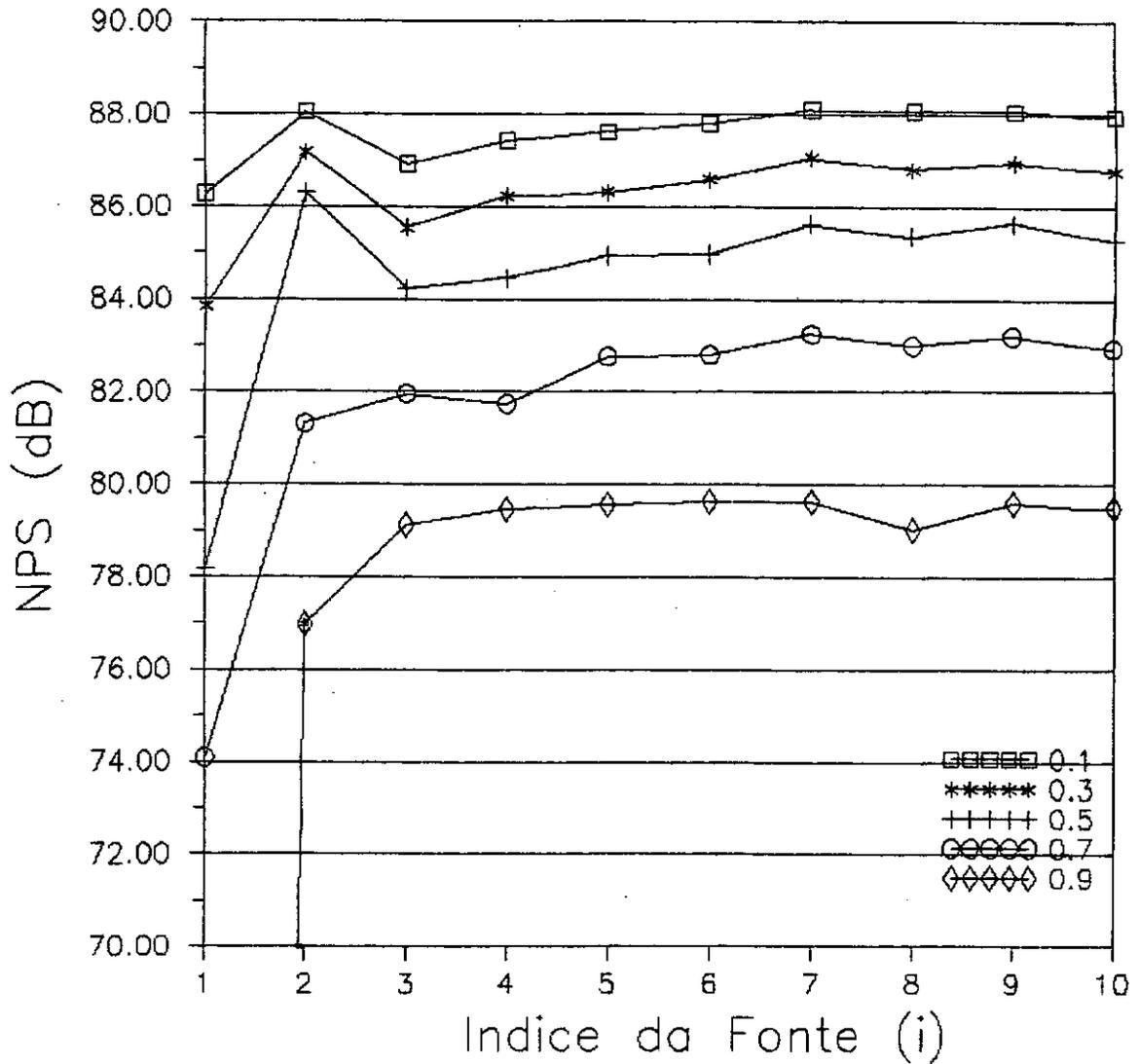


Figura IX.2: Simulação com 25 células.

As figuras acima mostram as curvas de NPS, obtidas na célula, para cada valor do critério de parada absoluto, estando os conjuntos de raios no eixo horizontal representados pelos números de 1 a 10. Convém lembrar que o conjunto de raios  $i$ , abscissa dos gráficos anteriores, contém  $48 \times 2^{i-1}$  raios.

### IX.1.3 Convergência em Relação ao Número de Raios

É fácil observar, nas figuras acima, a convergência da simulação com respeito ao número de raios. Os diferentes resultados obtidos para cada valor de coeficiente de parada, se justifica pelo fato de que, com o aumento do valor do coeficiente,

os raios são desprezados com um menor número de interseções. Com isto, estes percorrem uma distância menor na sala, interceptam um menor número de células, e contribuem menos para o NPS.

É interessante notar que a convergência com respeito ao conjunto de raios, se dá a partir do mesmo conjunto, 5 para a divisão de 5x5, e 6 para a divisão de 10x10, em todos os valores do critério de parada.

O fato da convergência para a divisão de 10x10 exigir 8 vezes mais raios, se justifica pelo fato de que células menores exigem um maior número de raios para que estas sejam interceptadas em número suficiente para garantir a convergência.

Os valores finais, para o conjunto número 10, do NPS, em dB, estão mostradas na tabela IX.2.

VALOR DO CRITÉRIO PARADA ABSOLUTO	DIVISÃO DE CÉLULAS		DIFERENÇA
	5X5	10X10	
0.9	79,49	80,38	0,88
0.7	82,94	83,77	0,83
0.5	85,27	86,00	0,72
0.3	86,77	87,56	0,79
0.1	87,95	88,75	0,79

Tabela IX.2: Níveis de pressão sonora (dB).

#### IX.1.4 Resultados da Teoria Simplificada

Para o cálculo do NPS da teoria simplificada consideraremos a soma dos NPS's das oito faixas de frequência. Assim, de acordo com a teoria exposta no capítulo II, temos:

$$p_i^2 = \rho_0 c W_i \left\{ \frac{1}{4\pi r^2} + \frac{4}{R_i} \right\}$$

$$R_i = S \frac{\alpha_i}{1 - \alpha_i}$$

onde o índice  $i$  se refere a cada faixa de oitava.

A área da sala ( $S$ ) é de  $970m^2$ . A potência de cada oitava, fonte com espectro plano, é de  $0.01/8 = 0,00125Watts$ . A constante  $\rho_0 c$  vale  $1,184 \times 346,12 = 409,81rayls$ .

A distância do centro da célula até a fonte depende da divisão da célula-mãe, e será calculada a seguir a partir das figuras IX.4, e apresentados na tabela IX.3.

$$\begin{aligned} r^2 &= \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 \\ \Delta x &= 6,00 - 2,00 - \frac{4,00}{N_x} \\ &= 4,00 - \frac{4,00}{N_x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta y &= 5,00 - 2,50 - \frac{9,00}{N_y} \\ &= 2,50 - \frac{9,00}{N_y} \\ \Delta y &= 2,00 - 1,25 \\ &= 0,75\end{aligned}$$

Assim temos, pela tabela IX.3, que as distâncias para as divisões são de:

DIVISÃO	r(metros)
5x5	5,412255
10x10	5,008243

Tabela IX.3: Distância do centro da célula até a fonte sonora.

Na tabela IX.4 estão apresentados os cálculos de  $R_i$  e de  $p_i^2$ , para as duas divisões.

FAIXA DE FREQUÊNCIA	$\alpha$	$R_i$	$p_i^2(N/m^2)$	
			5 x 5	10 x 10
125	0.15	171,2	0,01950	0,02011
250	0.11	119,9	0,02462	0,02523
500	0.10	107,8	0,02654	0,02715
1000	0.07	73,0	0,03560	0,03620
2000	0.06	61,9	0,04063	0,04123
4000	0.07	73,0	0,03560	0,03620
8000	0.07	73,0	0,03560	0,03620
16000	0.07	73,0	0,03560	0,03620
PRESSÃO TOTAL			0,25369	0,25852

Tabela IX.4: Cálculo de  $R_i$  e  $p_i^2$ .

Como  $NPS = 10 \log \left( \frac{p^2}{p_{ref}^2} \right)$ , onde  $p_{ref} = 0.000020 N/m^2$ , temos a tabela IX.5.

### IX.1.5 Comparação dos Resultados

Comparando as tabelas IX.2 e IX.5 observamos que o erro máximo, para o valor do critério de parada de 0,1, é de 0,65 dB. A pequena diferença entre os valores encontrados se deve ao fato de que foi analisada uma sala bastante simples e homogênea,

DIVISÃO	NPS (dB)
5x5	88,022
10x10	88,104

Tabela IX.5: Valores de NPS.

que são as hipóteses da teoria simplificada. Isto serve para validar a simulação com respeito à teoria simplificada, ou seja, em ambientes formados de superfícies com coeficientes de absorção próximos, que possuam uma densidade de energia sonora constante, e com fontes omnidirecionais, e espectro plano de potência.

Porém, o programa desenvolvido permite simular salas muito irregulares, e com fontes que não sejam omnidirecionais, casos que fogem às hipóteses da teoria simplificada. Para esses, a validação da simulação deve ser feita com experimentos.

## IX.2 Tempo de Simulação

A simulação requer a convergência dos resultados em relação a três fatores: o valor do critério de parada, o número de raios da fonte, e o volume das células de recepção. Como será necessário realizar a simulação para vários fatores diferentes, para conferir a convergência, o tempo gasto com computação é muito importante.

Foi registrado o tempo de computação para o exemplo anterior. Isso foi feito para mais de um computador, para mais de um conjunto de raios, e para os valores dos coeficientes dos critérios de parada utilizados no exemplo.

Foi observado que quando o número de raios dobra, o tempo de computação também dobra, para qualquer valor do critério de parada. A cada diminuição de 0,2 no valor do coeficiente de parada, o tempo de computação também dobra, para o mesmo número de raios.

A tabela IX.6 mostra os tempos de simulação para alguns computadores, sempre utilizando o número de raios máximo, 24576, divisão de 5x5 da célula-mãe, e critério de parada absoluto.

COMPUTADOR	COEFICIENTE	TEMPO DE SIMULAÇÃO (hora:min:seg)
PC XT	0,5	10:50:00
PC XT coprocessado	0,5	00:40:00
PC 386 coprocessado	0,5	00:03:45
PC 386 coprocessado	0,1	00:15:00

Tabela IX.6: Tempo de simulação.

Comparando os valores dos tempos para o PC XT com e sem coprocessador, vemos que este é responsável pela redução de 94% do tempo. Seria praticamente inviável simular a mesma sala para o valor do critério de 0,3 ou 0,1.

Pela mesma tabela podemos ver que um PC 386 é cerca de 10 vezes mais rápido do que um PC XT, sendo que a diferença de preço não é tão grande.

O tempo de simulação depende ainda da complexidade da sala, dos coeficientes de absorção dos elementos da sala, e da divisão da célula-mãe. Quanto maior for a complexidade da sala, maior será o tempo necessário para calcular as interseções dos raios com a sala. Quanto maior forem os coeficientes de absorção dos elementos da sala, menor será o número de reflexões que os raios terão de sofrer para serem desprezados. Quanto mais células existirem, mais interseções dos raios com as células terão de ser calculados.

## IX.3 OUTROS EXEMPLOS

### IX.3.1 Pontos de Vista

As figuras de IX.5 a IX.8 mostram um exemplo de sala côncava sob vários pontos de vista. Isto é feito através dos comandos do menu VISA0.

### IX.3.2 Filtro

Para ilustrar o uso do funcionamento do filtro vamos utilizar uma fonte modelada por 96 raios. O resultado da emissão está mostrado na figura IX.9.

Vamos agora simular a sala com o mesmo número de raios mas com um filtro no ângulo  $\theta$  de (180,360), o resultado da simulação está mostrado na figura IX.10.

As figuras IX.9 IX.10 mostram claramente o corte que o filtro faz nos raios, só deixando serem emitidos os que se encontram na janela de emissão definida pelos limites do filtro.

A figura IX.9 serve para mostrar ainda que a representação dos raios em tela não tem utilidade em simulações que utilizam um número de raios acima de 96, devido ao acúmulo de segmentos de raios na tela.

### IX.3.3 Difusor

Conforme foi apresentado no capítulo IV, todos os planos da sala são considerados pertencentes à fronteira da sala. Assim, um de seus lados está no interior da sala, e o outro no exterior. Desta forma para se definir um sólido no interior da sala teríamos que definir um conjunto de planos no interior da mesma que formassem um sólido fechado, sendo que a região exterior à sala seria a interior ao sólido.

Porém um difusor é um paralelepípedo onde uma das dimensões é muito inferior as outras duas. Assim, podemos definir um difusor por apenas dois planos de mesmas dimensões separados por uma distância muito pequena. Desta forma, a área entre os planos será muito pequena comparada com a área dos planos, e assim apenas um número muito reduzido de raios a atingirá, gerando um erro muito pequeno. A figura IX.11 ilustra um difusor de 2,00 x 2,00 metros, em que a distância entre os planos é de 0,01 metros. A distância é tão pequena que não é possível distinguir os dois planos. A fonte foi colocada perto do difusor, e foi colocado um filtro na mesma para exemplificar de forma clara a atuação do mesmo.

As figuras IX.14 e IX.15 fornecem respectivamente o resultado de uma simulação, apenas para exemplo, da sala anteriormente mostrada, e da mesma sala com um difusor no fundo da mesma em toda a largura da célula de recepção, figura IX.12. As condições da simulação estão mostradas na figura IX.13

É fácil notar o ganho obtido no NPS no fundo da sala, porém cabe ressaltar que a posição e a inclinação de difusores devem ser calculadas para se evitar a geração de reverberações indesejáveis.

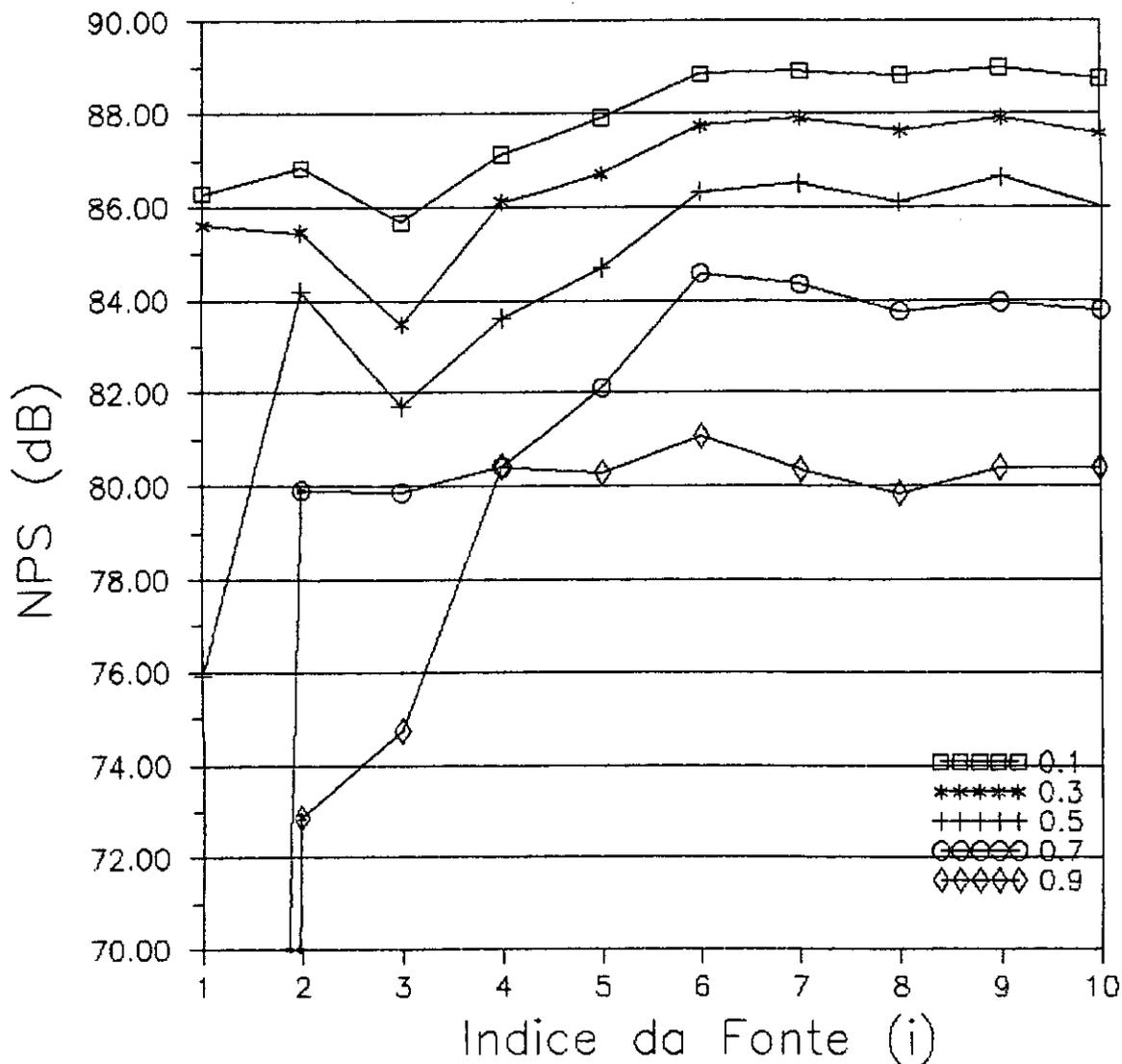


Figura IX.3: Simulação com 100 células.

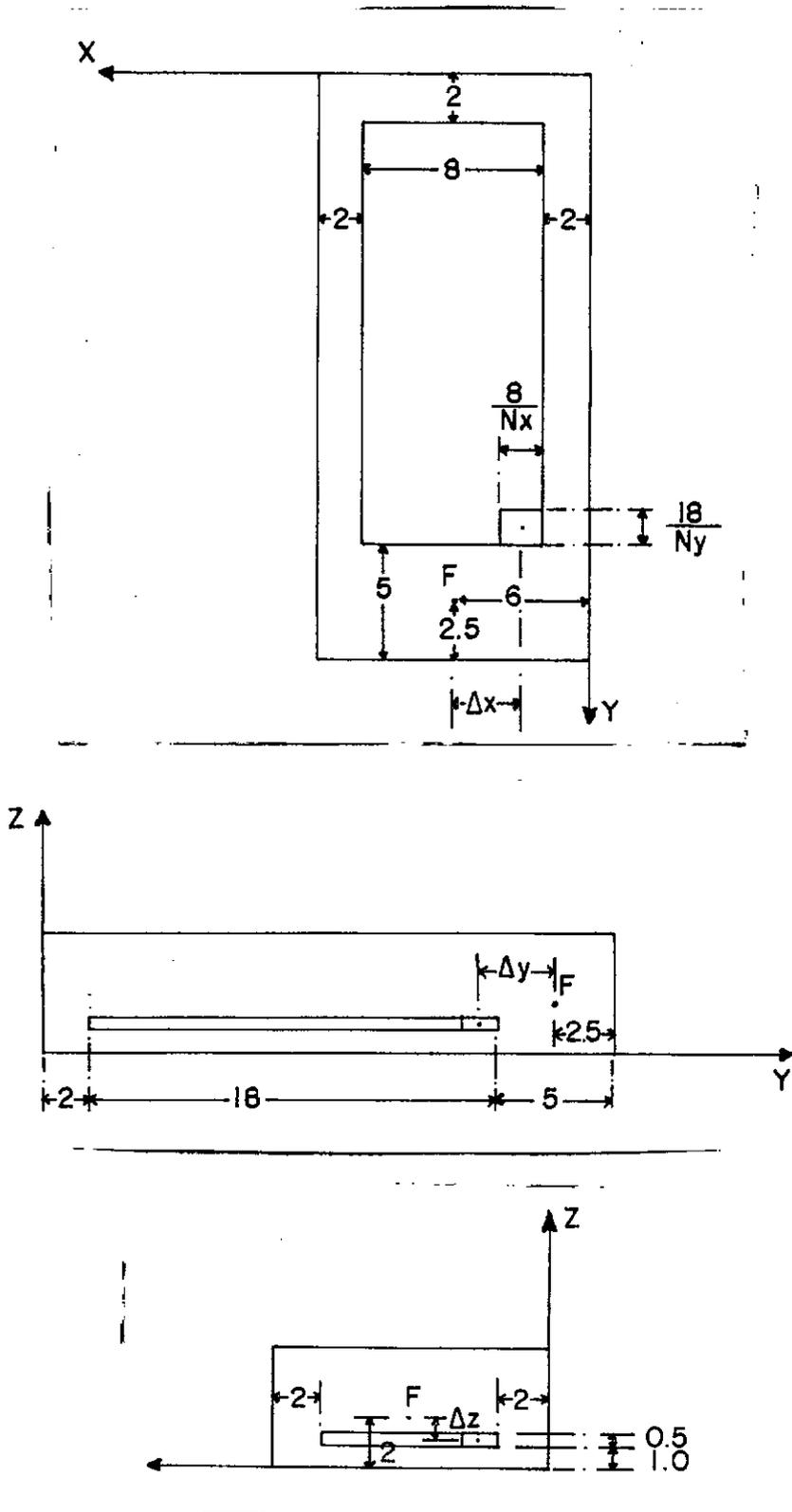


Figura IX.4: Cálculo da distância do centro da célula à fonte sonora.

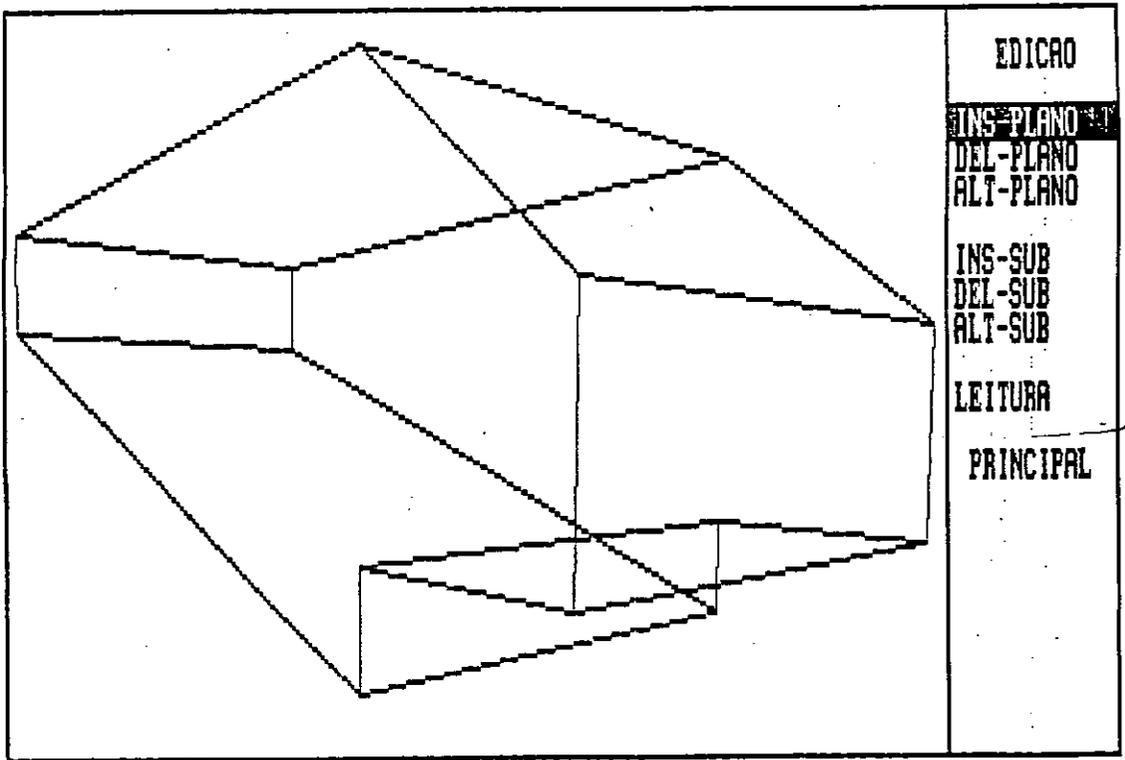


Figura IX.5: Sala vista de perto.

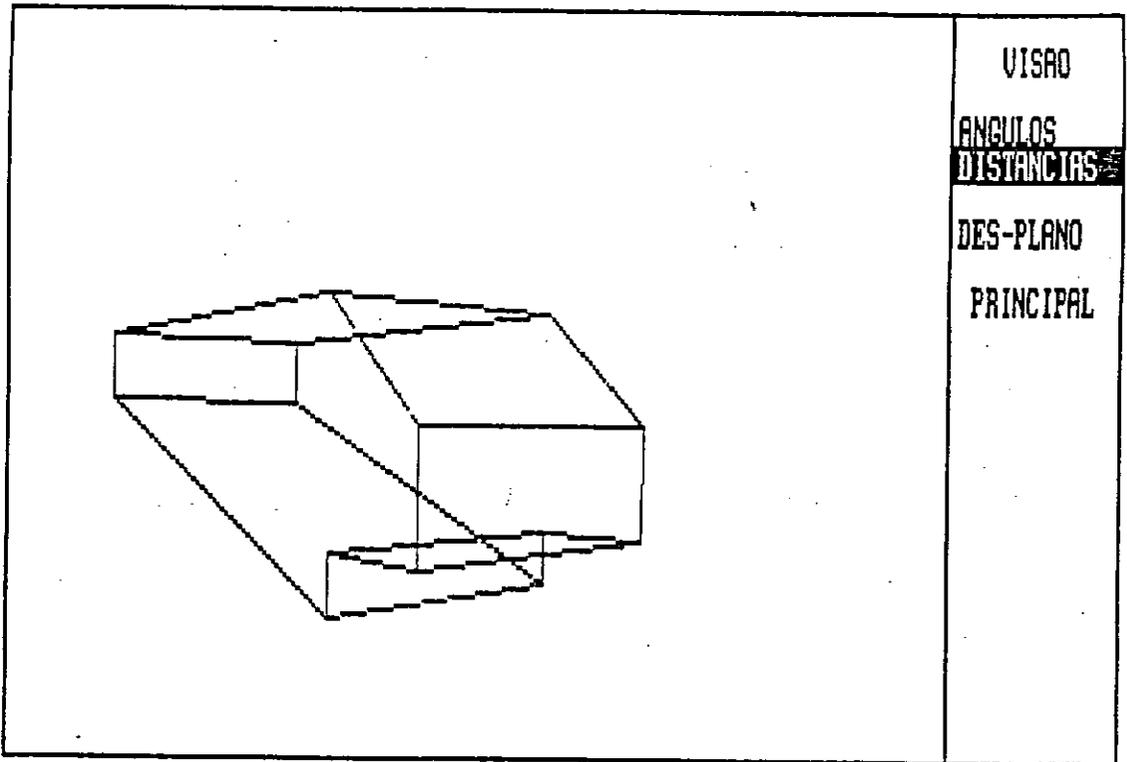


Figura IX.6: Sala vista de longe.

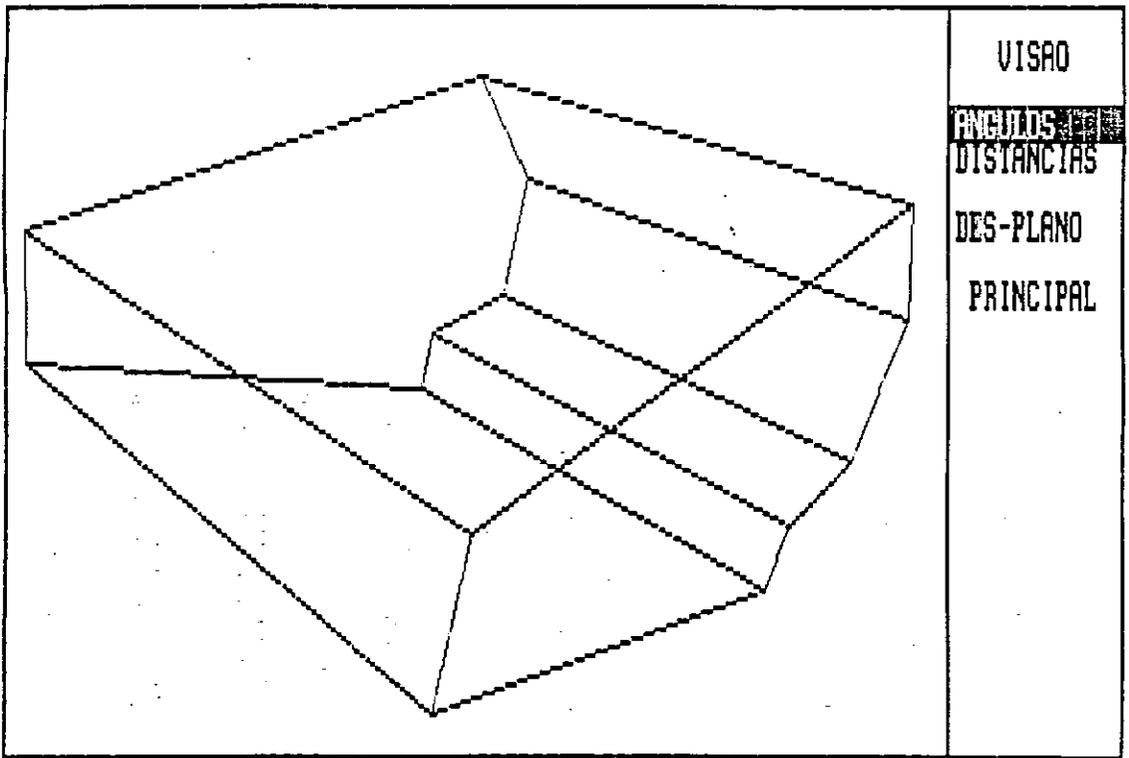


Figura IX.7: Sala vista do fundo.

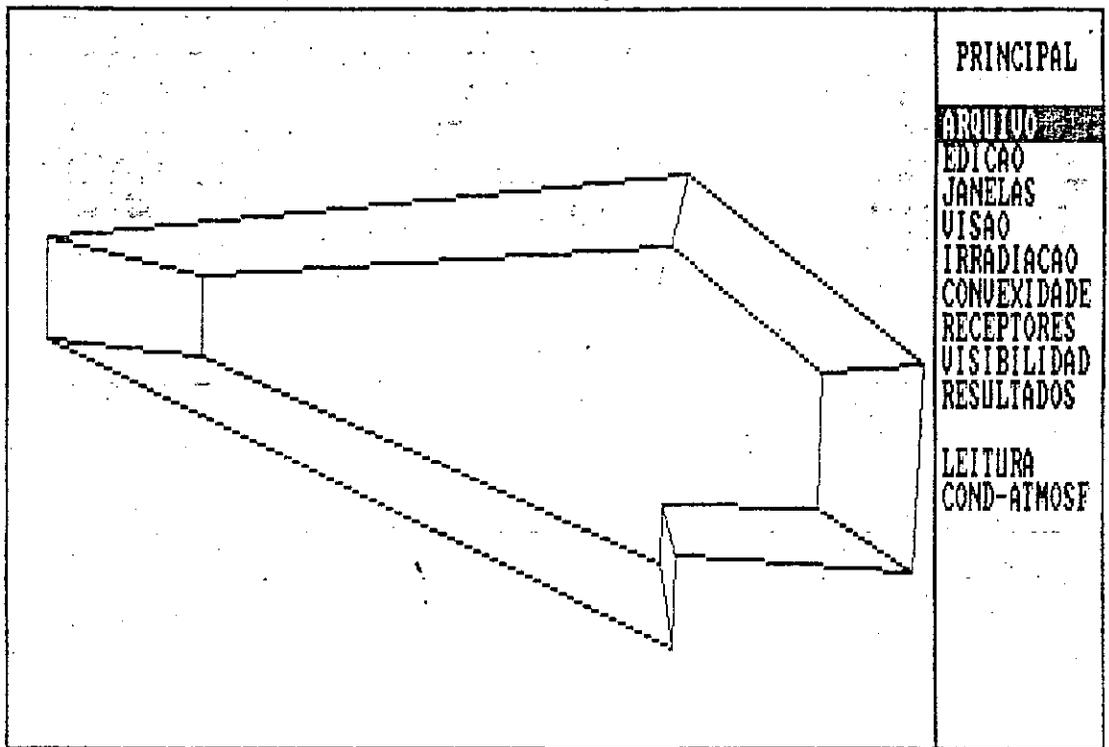


Figura IX.8: Sala vista de perfil.

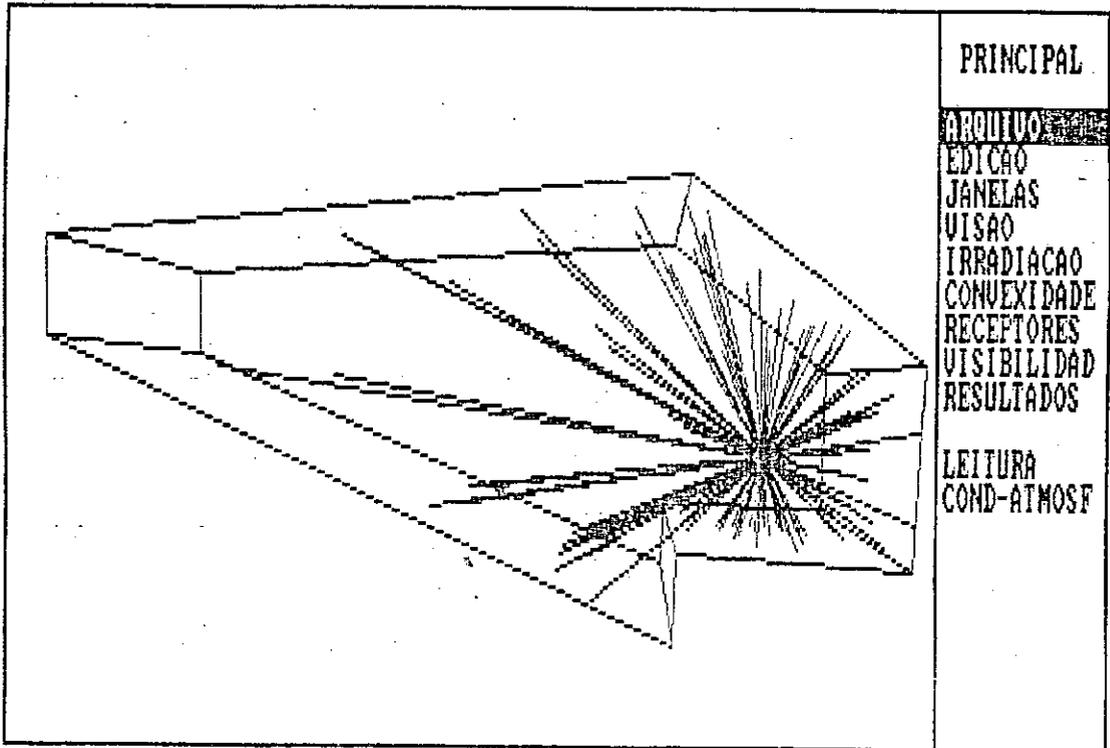


Figura IX.9: Simulação sem filtro.

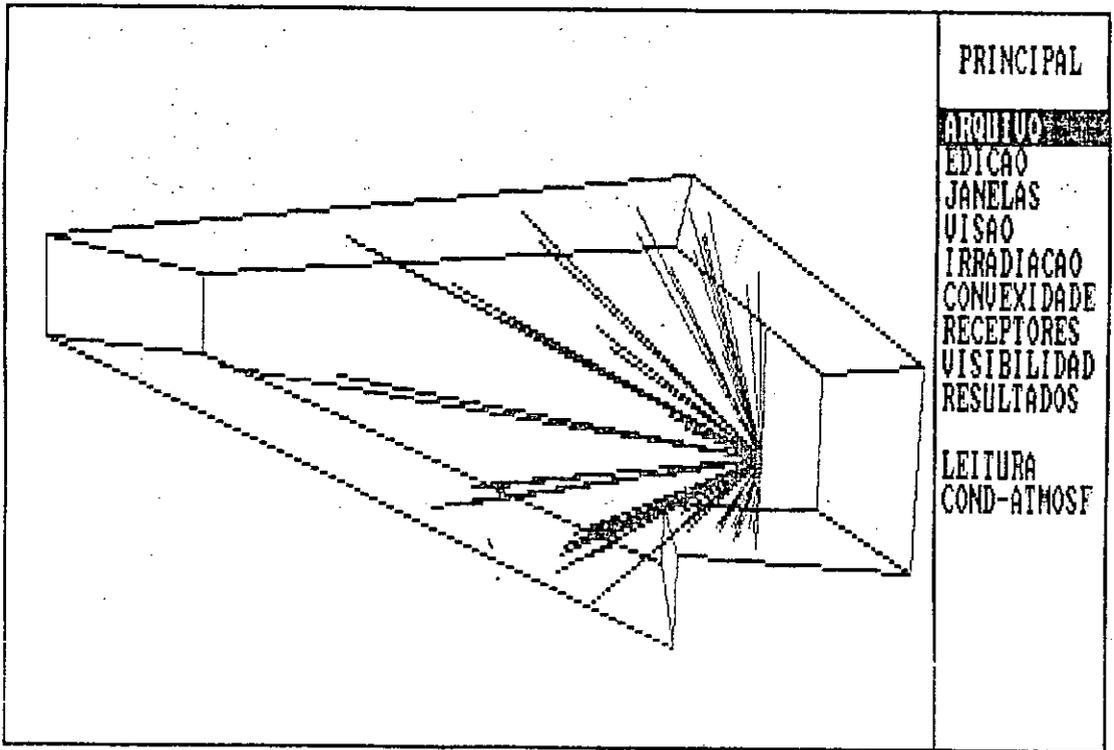


Figura IX.10: Simulação com filtro.

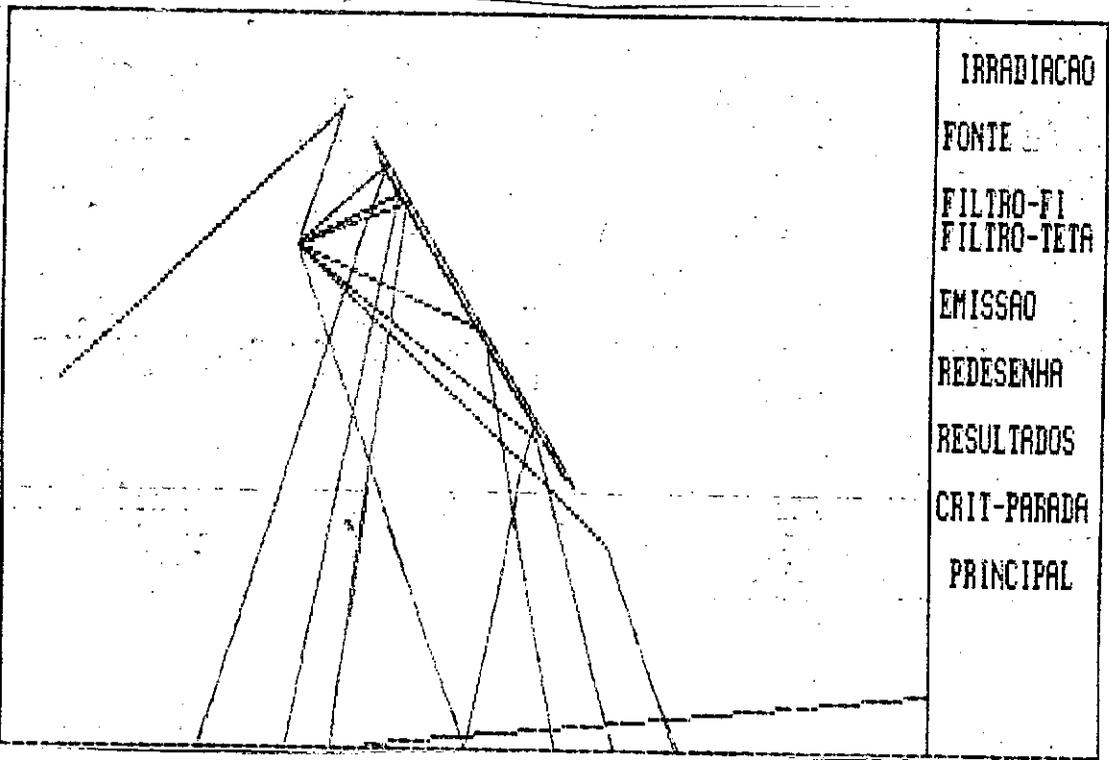


Figura IX.11: Artificio para implementação de um difusor.

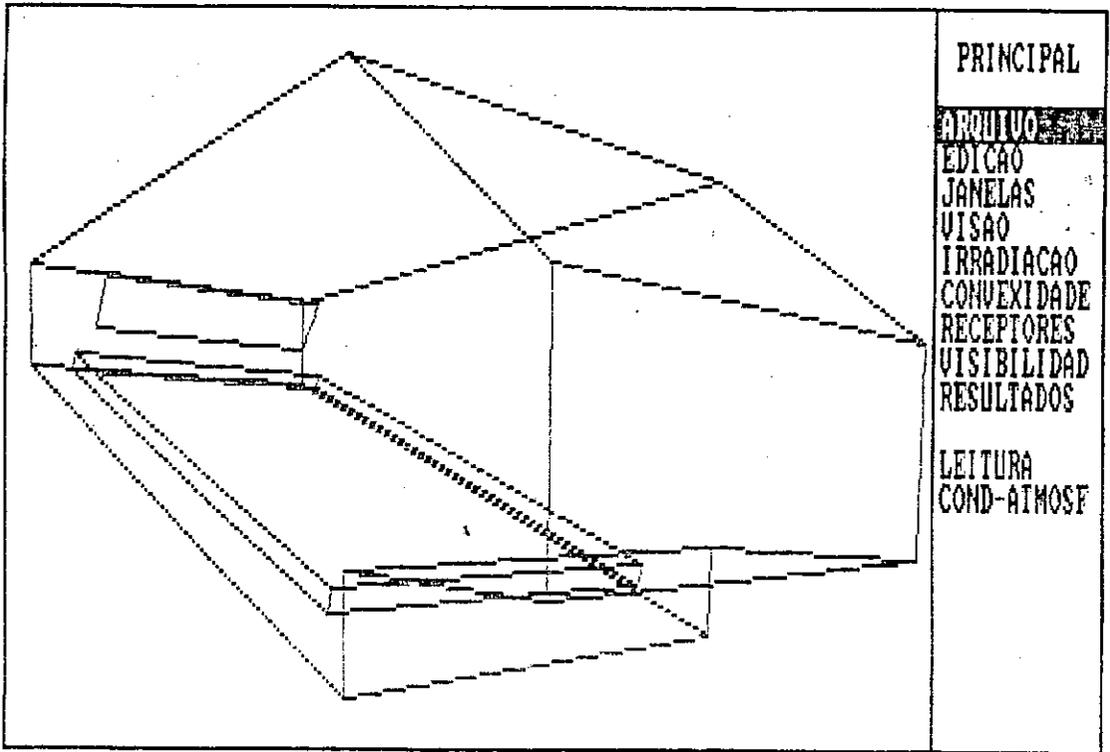


Figura IX.12: Sala com difusor no fundo.

SASI - SIMULADOR DE ACUSTICA DE SALAS INTERATIVO

CONDIÇÕES DE SIMULAÇÃO DA SALA :

CRITERIO DE PARADA | POTENCIA\*NUM\_RAIDS/POT\_FONTE < 0.050000

FONTE | NUMERO DE RAIOS = 3972  
 | LIMITES DO FILTRO = EM FI = ( -90.000000 , 90.000000 )  
 | EM TETA = ( 0.000000 , 360.000000 )  
 | POSICAO = (X,Y,X) = ( 7.500000 , 27.000000 , 3.800000 )  
 | POTENCIA TOTAL = 0.007998 WATTS = 99.029814 dB

COND. ATMOSF. | TEMPERATURA = 25.00 °C | DENSIDADE = 1.184 KG/M^3  
 | PRESSAO = 101325.9 N/M^2 | C = 346.12 M/SEG

CELULAS RECEPTORAS :

| NUMERO DE CELULAS | ARESTA (M)  
 EM X | 10 | 1.300000  
 EM Y | 20 | 1.000000  
 ALTURA = 0.500000 M  
 VOLUME = 0.650000 M^3

Figura IX.13: Condições da simulação.

NIVEL DE PRESSAO SONORA TOTAL DAS CELULAS - SALA SEM DIFUSOR - TEMPO DE EMISSAO = 0: 5:50

64.58	65.59	66.97	65.82	66.00	66.00	66.10	67.79	63.55	65.60
66.54	66.14	66.82	67.06	67.54	68.11	68.05	64.37	66.29	66.37
67.17	67.28	66.69	67.62	67.46	67.44	67.06	67.28	66.85	67.00
68.76	66.86	67.08	67.76	69.65	70.12	67.57	67.16	67.47	67.43
67.53	65.77	67.09	68.28	69.48	69.93	68.02	67.38	64.83	67.35
67.59	67.49	68.20	67.75	66.22	66.92	67.40	68.28	67.51	67.62
67.25	68.23	68.36	68.60	69.51	69.07	68.80	68.02	68.10	67.11
69.51	67.47	60.91	68.17	69.69	69.78	69.71	68.39	67.00	68.81
68.06	68.58	68.21	67.87	68.81	68.94	67.58	68.84	68.06	68.08
67.93	69.20	67.95	70.94	70.73	71.52	70.41	68.40	69.14	68.24
68.43	69.63	70.03	70.43	70.99	71.07	70.16	70.62	68.62	68.45
69.19	68.57	67.77	70.30	73.25	73.08	70.20	68.05	68.75	69.26
69.82	68.76	70.39	70.66	73.43	73.39	70.73	70.53	68.18	69.81
69.18	69.28	70.42	70.82	74.58	74.50	70.90	70.42	69.76	68.47
70.30	69.67	70.16	70.50	72.60	72.77	70.88	70.31	69.15	70.69
70.06	70.15	71.75	71.01	71.69	71.85	71.34	71.68	70.04	69.86
69.94	70.36	71.49	72.15	73.51	73.28	72.53	71.05	70.38	70.12
72.18	72.64	70.29	69.88	72.77	72.74	69.76	71.90	71.46	72.78
71.44	72.39	72.01	70.99	70.95	70.51	72.05	73.07	70.41	71.22
71.12	72.11	73.76	74.50	74.75	75.28	74.16	74.08	70.90	72.03

Figura IX.14: NPS's totais em cada célula de recepção sem difusor.

NIVEL DE PRESSAO SONORA TOTAL DAS CELULAS - SALA COM DIFUSOR - TEMPO DE EMISSAO = 0: 6:12

68.13	68.68	68.60	66.94	67.18	66.92	67.31	69.72	66.56	68.49
67.56	67.61	68.15	67.76	68.33	68.56	68.89	66.47	67.70	66.88
67.60	68.32	67.68	68.62	67.52	67.28	68.36	68.36	67.71	67.41
69.10	68.32	67.63	68.83	70.08	70.16	68.91	67.98	68.57	67.73
67.71	66.60	67.04	68.76	69.64	69.89	68.74	67.40	65.40	67.53
67.74	68.22	68.19	67.81	66.56	67.15	67.63	68.41	67.94	67.77
67.68	68.47	68.47	68.60	69.75	69.20	68.80	68.27	68.41	67.42
69.79	67.27	69.03	68.39	69.82	69.93	69.74	68.50	67.14	69.04
68.49	68.54	68.60	67.94	68.85	68.89	67.84	69.00	68.19	68.65
68.69	69.10	68.10	70.94	70.81	71.48	70.49	68.40	69.14	69.10
69.30	69.73	70.03	70.50	71.27	71.05	70.24	70.62	68.75	69.23
69.80	68.00	67.77	70.31	73.33	73.03	70.21	68.05	68.97	69.71
69.90	68.76	70.39	70.66	73.47	73.34	70.73	70.53	68.18	69.86
69.23	69.14	70.42	70.82	74.58	74.46	70.90	70.42	69.64	68.65
70.30	69.67	70.16	70.50	72.60	72.72	70.88	70.31	69.15	70.74
70.06	70.15	71.75	71.01	71.69	71.84	71.34	71.68	70.04	69.86
69.94	70.36	71.49	72.15	73.51	73.28	72.53	71.05	70.38	70.12
72.18	72.69	70.29	69.88	72.77	72.74	69.76	71.90	71.46	72.78
71.44	72.47	72.01	70.99	70.95	70.51	72.05	73.07	70.41	71.22
71.12	72.20	73.78	74.49	74.75	75.28	74.15	74.08	70.90	72.03

Figura IX.15: NPS's totais em cada célula de recepção com difusor.

# Capítulo X

## CONCLUSÕES

Embora a técnica dos raios acústicos seja apresentada em todo livro introdutório de acústica, este é o primeiro programa desenvolvido no Brasil, do nosso conhecimento, que a utiliza para simular a acústica de ambientes, ou seja, aplicar a acústica geométrica numa região finita (sujeita a uma fronteira) contendo obstáculos.

As aplicações do programa podem ser as mais diversas, dentro dos resultados que o programa apresenta, NPS por faixa de oitava com fonte emitindo em regime permanente. Apesar desse resultado parecer bem restrito existem muitas aplicações possíveis.

Na indústria o programa pode ser utilizado na fase de projeto de um pátio industrial, ou na reforma do mesmo, visando atenuar o ruído a que os operários estarão submetidos. Isto é de grande interesse porque diminuindo o nível de ruído no trabalho o operário poderá trabalhar mais horas com a mesma produtividade.

O mesmo se aplica ao controle de ruído urbano (projeto ou reforma), em que os materiais das paredes da sala serão concreto ou tijolo (prédios), asfalto (ruas), cimento (calçada) e ainda um material totalmente absorvente em todas as faixas de frequência (céu). Nestes casos a teoria utilizada tem a vantagem de poder trabalhar com frequências mais baixas devido às grandes dimensões envolvidas.

No projeto acústico de salas, há especial interesse em se utilizar fontes omnidirecionais, isso porque o resultado da simulação (NPS por faixa de oitava) fornecerá a resposta da sala para cada frequência. Com isso podemos alterar os elementos da sala (geometria e materiais) para obter uma resposta plana em frequência ou utilizar o resultado para alterar o espectro de potência da fonte até obter uma resposta plana, e com isso estaremos simulando um equalizador. Se o recinto for utilizado apenas com equipamentos eletroacústicos (microfones, amplificadores e caixas de som), a equalização terá vantagens por ser fixa, e por ser, em geral, mais barata do que a escolha de bons materiais para revestimento acústico. Cabe lembrar que para essa finalidade devem ser estimados, por fórmulas aproximadas, os parâmetros acústicos de aspecto transitório, pois estes são muito importantes para a boa acústica de uma sala.

Foi também pioneiro o algoritmo utilizado para modelar a fonte por raios, que divide a esfera em áreas rigorosamente iguais, e que cria uma distribuição de raios que se repete em 48 regiões iguais, fazendo assim uma boa aproximação de uma fonte com irradiação esférica.

Embora pioneiro no Brasil, sabemos da existência de programas desenvolvidos na Alemanha, França e Estados Unidos, com outros recursos. São programas desenvolvidos com fins comerciais, por equipes inteiras envolvendo programadores especializados. O próprio retorno econômico permite, inclusive, investimento em seu aperfeiçoamento.

Tais programas apresentam os seguintes recursos:

- Implementação de gradiente de temperatura na sala, o que é mais significativo em ambientes industriais, mas em geral de utilidade duvidosa.
- Cálculo de parâmetros do regime transiente.
- Apresentação de resultados de leitura mais fácil como curvas de nível e/ou gráficos tridimensionais.
- Acesso à arquivos gerados por CAD's profissionais, como AUTOCAD.
- Utilização de efeitos eletro-acústicos, possuindo para isso um banco de dados de microfones e altofalantes.
- Simulação simultânea de mais de uma fonte.
- 'HELP ON LINE', ou seja, informações interativas mais detalhadas sobre comandos, procedimentos e erros durante o uso do programa.

Os aprimoramentos que o presente programa pode ter são justamente os acima citados. Esses recursos podem tornar o programa uma ferramenta de cálculo ainda mais poderosa devido as novas possibilidades que são introduzidas. O programa já é de fácil manuseio, porém esses aperfeiçoamentos o tornariam ainda mais amigável, reduzindo o tempo e o esforço necessários para se inserir e alterar uma sala. Essas inovações requerem apenas um investimento em pessoal qualificado na área de informática e acústica, uma vez que existem cada vez mais computadores à disposição.

Embora os resultados da simulação, feita no capítulo IX sejam excelentes, quando comparados com a teoria simplificada, o programa requer ainda que seja feita uma validação experimental. Para que se tenha uma idéia do erro cometido por não computar os efeitos de difração, e da faixa de frequência que se pode utilizar com precisão.

# Referências Bibliográficas

- [1] Norma Regulamentadora 15 - Atividades e Operações Insalubres. Portaria 3.214 expedida pelo Ministro do Trabalho em 8 de junho de 1978.
- [2] DOWLING, A. P., e FLOWERS WILLIAMS, J. E., 'Sound and Sources of Sound', New York, John Wiley and Sons, 1983.
- [3] BARBRY, J. L., 'Techniques des Images et des Rayons (Locaux Vides)', I.N.R.S., vol. 51, Outubro 1984.
- [4] GOUNET, J.P. e SAURIER, G. H., 'Evaluation du Champ Sonore dans un Local par la Méthode des Chemins Acoustiques', Revue d'acoustique, vol. 65, 1983.
- [5] ONDET, A. M. e BARBRY, J. L., 'Acoustique Prévisionnelle: Modélisation de la Propagation dans les Locaux Industriels Encombrés a Partir de la Technique des Rayons - Logiciel Rayscat', I.N.R.S., vol. 67, Setembro 1987.
- [6] BENEDETTO, G. e SPANOLO, R., 'Reverberation time in enclosures: The surface reflection law and the dependence of the absorption coefficient on the angle of incidence', J. Acoust. Soc. Am., vol. 77, no4, pp. 1447-1451, Abril 1985.
- [7] KROKSTAD, A., STROM, S. e SORSDAL., S., 'Calculating the Acoustical Room Response by the Use of a Ray Tracing Technique', J. Sound Vib., vol. 8, no1, pp. 118-125, 1968.
- [8] SANTON, F., 'Contribution au problème de l'intelligibilité de la parole dans les salles', Tese de Doutorado em ciências físicas - Universidade de Provença - 1974.
- [9] COOLIDGE, J. L., 'A Treatise on the Circle and the Sphere', Clarendon, Oxford, 1916.
- [10] PIERCE, A. D., 'ACOUSTICS - An Introduction to It's Physical Principles and Applications', McGraw-hill Book Company 1981.
- [11] PORGES, G., 'Applied Acoustics', Edward Arnold 1977.
- [12] CYSNE, L. F. O., 'Audio - Engenharia e Sistemas', Rio de Janeiro, H. Sheldon, 1990.
- [13] BARBRY, J. L. e ONDET, A. M., 'Acoustique Prévisionnelle', I.N.R.S., vol. 67, Outubro 1987.

Plano de saída	Próxima célula interceptada
1	O raio deixa a célula-mãe
2	, ,
3	( I , J-1)
4	(I-1 , J)
5	( I , J+1)
6	(I+1 , J)

Tabela VI.2: Determinação da próxima célula.

Célula	Plano de saída
( I, J)	1 ou 2
( 0, J)	4
(NX, J)	6
( I, 0)	3
( I,NY)	5

Tabela VI.3: Determinação da célula de saída.

ponto de entrada ao ponto de saída.

O processo continua até que o raio saia da célula-mãe, o que pode acontecer nas condições listadas na tabela VI.3.

# Capítulo VII

## CRITÉRIOS DE PARADA

Os raios acústicos, após serem emitidos pela fonte, sofrem reflexões nos planos constituintes da sala. A cada reflexão, a potência dos raios decai proporcionalmente aos coeficientes de absorção do material atingido nas faixas de oitava consideradas. Este capítulo discutirá critérios para se considerar a partir de que valor a potência de um raio será considerada desprezível para que suas interseções não sejam mais calculadas.

Convém lembrar que estamos considerando que a fonte emite em 8 faixas de frequência, vide capítulo III. Assim, quando nos referimos à potência do raio queremos dizer a soma das potências do raio nas 8 faixas de oitava.

### VII.1 INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS

A idéia para se desprezar a potência de um raio é estabelecer um critério de parada do tipo:

$$\text{POTÊNCIA DO RAI} \leq \text{MÍNIMO}$$

Ou seja, a cada reflexão do raio a potência do raio é comparada com MÍNIMO, e, se for inferior, o raio é abandonado. Caso contrário é calculada a sua próxima reflexão.

A potência de um raio depende:

- Da potência da fonte,
- Do número de raios, e
- Da direcionalidade da fonte na direção do raio.

Vejamos o que acontece com o critério para um MÍNIMO fixado, e para variações individuais dos dois primeiros parâmetros acima, já que a direcionalidade varia de fonte para fonte. As análises serão feitas sempre pela variação de apenas um parâmetro de cada vez partindo de uma configuração inicial dos parâmetros em que o NPS tenha sido calculado nas células com o máximo de precisão possível. Isso é conseguido aumentando consecutivamente o número de raios da fonte, o número

de células, e reduzindo o valor de MÍNIMO até que haja uma convergência do valor do NPS nas células nestas três variáveis.

#### a) Potência da Fonte

Aumentando a potência da fonte, o NPS das células também aumentará. Porém, como os raios sairão com mais potencia da fonte, será necessário calcular um maior número de reflexões dos mesmos. Estas últimas reflexões estarão abaixo da precisão, visto como foi determinada a configuração inicial. Com isso temos o tempo de computação aumentado sem obter maior precisão. Esse procedimento obriga o usuário a ter sempre em mente a potência da fonte e o valor de MÍNIMO, o que não é agradável. Além do mais, apenas um aumento do volume da fonte não altera as condições de simulação, multiplicando apenas as potências do raio nas faixas de oitava por uma constante. Assim, simular uma fonte com 10W é o mesmo que simular outra fonte com o mesmo espectro de potência de 100W.

Com isso concluímos que o valor de MÍNIMO deve ser diretamente proporcional à potência da fonte.

#### b) Número de Raios da Fonte

Pelo mesmo raciocínio, se aumentarmos o número de raios, a potência inicial de cada raio cairá. Com o valor do critério fixado, os raios irão refletir menos e, dependendo do critério, nem irão ser emitidos pois logo na emissão estarão abaixo do valor mínimo.

Assim sendo, o valor de MÍNIMO deve ser inversamente proporcional ao número de raios.

Por estas considerações foram desenvolvidos os dois critérios de parada.

## VII.2 CRITÉRIO DE PARADA ABSOLUTO

Este critério de parada calcula MÍNIMO da forma:

$$\text{MÍNIMO} = \frac{\text{POTÊNCIA DA FONTE}}{\text{NÚMERO DE RAIOS}} \times \text{COEF}$$

Dessa forma, estará garantida a uma proporção de MÍNIMO com a potência da fonte e com o número de raios.

COEF é um valor menor que a unidade, especificado pelo usuário, que indicará a partir de que valor da potência do raio, o usuário está disposto a desprezar para simular a distribuição do NPS. Isto porque a potência da fonte dividida pelo número de raios dá em média a potência de cada raio. Se COEF for 0.2, teremos que um raio só deixará de refletir quando, em média, sua potência for 20% da original.

## VII.3 CRITÉRIO DE PARADA RELATIVO

Este critério de parada calcula MÍNIMO da forma:

$$\text{MÍNIMO} = \text{POTÊNCIA INICAL DO RAIOS} \times \text{COEF}$$

Por esse critério, a potência do raio a cada reflexão é comparada com a potência inicial do raio, não mais em média, mas para cada raio. Isso porque a

potência de cada raio é comparada com uma fração da potência do próprio raio, no momento da emissão, quando sua potência, por não ter sofrido nenhuma reflexão, é máxima.

## VII.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE OS CRITÉRIOS

É fácil ver que, para uma fonte omnidirecional, os dois métodos se confundem. Isso porque o valor médio da potência de um raio é igual à potência de qualquer dos raios da fonte omnidirecional.

Para fontes muito direcionais, onde existe uma diferença muito grande entre as potências de dois raios da fonte, o critério relativo impõe ao programa que calcule, em média, o mesmo número de reflexões para os raios de menor e maior potência.

O critério absoluto evita esse desperdício de tempo de computação, necessitando menos reflexões para desprezar os raios menos potentes, o que é mais razoável.

O uso de um critério ou de outro, e o bom valor de COEF, dependerá da sala considerada, e será atingido mais rapidamente de acordo com a experiência do usuário.

Cabe ressaltar que o ideal seria desprezar o raio quando a contribuição de sua potência, não pudesse aumentar o NPS das células acima de um ruído de fundo existente. A dificuldade de implementar essa idéia está no fato de que não se conhece, a priori, o número de raios que irão interceptar uma célula. Assim, poderemos ter um número muito grande de raios com potências muito baixas, mas com uma resultante energética acima do ruído de fundo.

# Capítulo VIII

## DESCRIÇÃO DO PROGRAMA

Até aqui foram descritos os métodos para se gerar os raios, emití-los, calcular as interseções com a sala, e para calcular o nível de pressão sonora.

Agora serão descritos os comandos existentes no programa desenvolvido que gerencia essas operações e quais os passos para se simular a acústica de uma sala.

### VIII.1 O AMBIENTE INTERATIVO

O programa foi desenvolvido para facilitar a interação com o usuário, isto é, requerer um mínimo de treinamento para o seu uso. Na figura VIII.1 é apresentado o ambiente de operação do usuário.

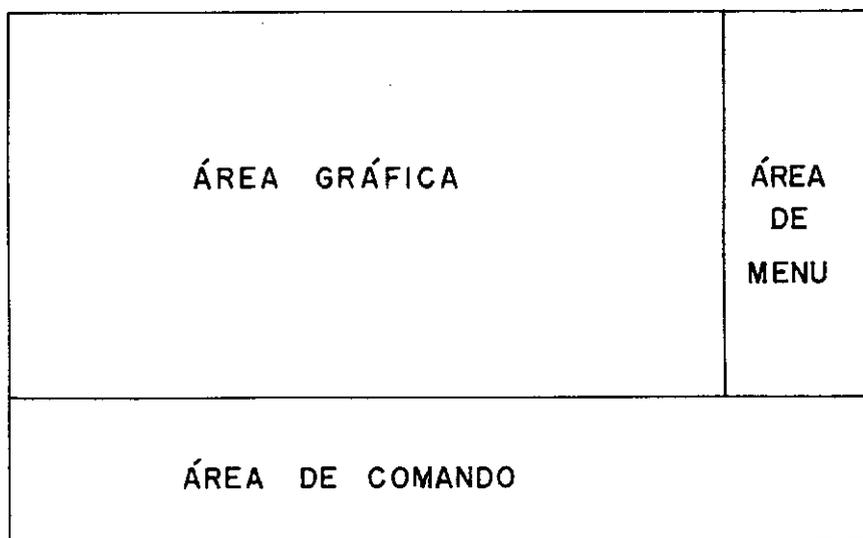


Figura VIII.1: Ambiente interativo.

As áreas mostradas na figura VIII.1 têm as seguintes finalidades:

a) **ÁREA GRÁFICA** - Tem a finalidade de desenhar a sala em questão em perspectiva, ou de desenhar os elementos que a constituem. Aqui também é apresentado o resultado gráfico da propagação dos raios acústicos.

b) **ÁREA DE MENU** - Onde são mostrados os diversos menus, contendo as opções a serem utilizadas pelo usuário. Esta área possui sempre no seu topo o título do menu com que está se operando no momento.

c) **ÁREA DE COMANDO** - É a área destinada à entrada de dados alfanuméricos necessários a determinadas operações e ao envio de instruções e mensagens do programa.

Todas as funções a cargo do usuário são feitas através de menus. Nesses menus existem opções que podem executar uma determinada operação, trocar o valor de uma variável, ou até mesmo abrir outro menu. Foi feita uma interligação entre os menus de forma que, para se executar uma operação, se percorra um número mínimo de menus.

## VIII.2 VISÃO PANORÂMICA DOS MENUS DO PROGRAMA

A figura VIII.2 apresenta uma visão panorâmica dos menus e da conexão existente entre estes, que fazem a interface do programa com o usuário.

Em seguida, serão descritas as funções de cada menu e de cada comando, observada a seguinte notação:

**COMANDO OU MENU = A(B(C))** - A é um comando ou um menu ativado a partir do menu B, que por sua vez se encontra no menu C.

Isso visa indicar o caminho mínimo que se deve seguir para se chegar a um determinado comando ou menu, a partir do menu PRINCIPAL.

## VIII.3 PRINCIPAL

É o menu que aparece no início da execução do programa. Através dele se chega à maioria dos menus existentes, e a ele se pode retornar de todos os outros menus do programa.

Esse menu contém os seguintes menus e comandos:

- ARQUIVO - Menu com comandos para manipulação dos arquivos utilizados para armazenar salas já editadas.
- EDICAO - Menu com comandos para editar uma sala.
- JANELAS - Menu com comandos para alterar o tamanho o físico da área gráfica.
- VISAO - Menu com comandos para alterar a posição do observador, na visualização da sala.
- IRRADIACAO - Menu com comandos e menus sobre a fonte, critério de parada, emissão e resultados.
- CONVEXIDADE - Menu com comandos que permitem informar ao programa sobre a convexidade da sala, dos planos e dos subplanos.

- RECEPTORES - Menu com comandos para edição de células receptoras e alteração do número de células.
- VISIBILIDAD - Menu com comandos para escolher sobre a visualização ou não das células receptoras, e dos planos da sala.
- RESULTADOS - Menu com comandos para impressão dos resultados.
- COND-ATMOSF - Menu com comandos para modificar o valor das condições atmosféricas.

## VIII.4 ARQUIVO

Este menu permite que as salas editadas sejam armazenadas em arquivos de dados para posterior simulação, alteração, ou simples armazenamento. Contém os seguintes comandos:

- CARREGA - Carrega uma sala anteriormente editada.
- SALVA - Salva a sala carregada na memória.
- RENOMEIA - Troca o nome da sala. Ainda não implementada.
- DELETA - Apaga uma sala da memória ou do disco. Ainda não implementada.
- TERMINA - Encerra a execução do programa.
- PRINCIPAL - Retorna ao menu PRINCIPAL.

## VIII.5 EDICAO

Este menu contém comandos que permitem editar os planos e subplanos de uma sala. São os seguintes os comandos:

- INS-PLANO - Insere um plano fronteira.
- DEL-PLANO - Deleta um plano fronteira.
- ALT-PLANO - Altera um plano fronteira.
- INS-SUB - Insere um subplano em um plano fronteira.
- DEL-SUB - Deleta um subplano em um plano fronteira.
- ALT-SUB - Altera um subplano em um plano fronteira.
- LEITURA - Altera o modo de leitura de coordenadas bidimensionais para NUMERICO ou GRAFICO. No primeiro modo, as coordenadas são inseridas através da digitação de números e, no segundo, são inseridas através de cursor gráfico.
- PRINCIPAL - Retorna ao menu PRINCIPAL.

## VIII.6 JANELAS

Esse menu permite que se altere os limites físicos da área gráfica de forma a poder enquadrar a perspectiva da sala, ou a vista de um dos planos da sala, juntamente

com seus subplanos. Note-se que a alteração dos limites propicia uma deformação do desenho da área gráfica, seja ela de perspectiva ou plana.

Os comandos são:

- PERSPECTIVA - Não é um comando, apenas um subtítulo.  
 XMIN , XMAX - Altera os valores físicos da largura da janela gráfica da perspectiva.  
 YMIN , YMAX - Altera os valores físicos da altura da janela gráfica da perspectiva.  
 PLANO - Não é um comando, apenas um subtítulo.  
 XMIN , XMAX - Altera os valores físicos da largura da janela gráfica dos planos.  
 YMIN , YMAX - Altera os valores físicos da altura da janela gráfica dos planos.  
 REDESENHA - Redesenha a perspectiva da sala na área gráfica, após as alterações.  
 PRINCIPAL - Retorna ao menu PRINCIPAL.

## VIII.7 VISAO

Este menu possui comandos para alterar os parâmetros da visualização da perspectiva, que são:

- DISTÂNCIAS - Altera os parâmetros lineares que são:  
 RO - Distância do observador à origem do sistema de coordenadas,  
 DISTANCIA - Distância do observador ao plano de projeção.  
 ÂNGULOS - Altera os parâmetros angulares que são:  
 FI - Ângulo azimutal do sistema de coordenadas esférico,  
 TETA - Ângulo meridiano do sistema de coordenadas esférico.

As alterações destes parâmetros são feitas através das seguintes teclas:

- + - Incrementa o PASSO de 1 unidade,  
 -- - Decrementa o PASSO de 1 unidade.

E para as duas opções:

- Em DISTÂNCIAS : ↑ - Incrementa RO,  
 ↓ - Decrementa RO  
 → - Incrementa DISTANCIA  
 ← - Decrementa DISTANCIA  
 Em ÂNGULOS : ↑ - Incrementa FI,  
 ↓ - Decrementa FI,  
 → - Incrementa TETA,  
 ← - Decrementa TETA.

Existem ainda os comandos:

- DES-PLANO - Permite visualizar apenas um dos planos que constituem a sala,  
 PRINCIPAL - Retorna ao menu PRINCIPAL.

## VIII.8 COND-ATMOSF

Este menu contém comandos que permitem alterar constantes atmosféricas e da audição, que são:

- PRESSAO - Altera a pressão ambiente.
- TEMPERATURA - Altera a temperatura ambiente.
- PRINCIPAL - Retorna ao menu PRINCIPAL.

## VIII.9 RESULTADOS

Este menu permite a apresentação dos resultados do programa. Os resultados são apresentados da seguinte forma:

- a) Apresentação das condições de simulação,
- b) Apresentação dos níveis de pressão sonora na células nas 8 faixas de frequência, e do nível de pressão sonora total em todas as células.

Os comandos do menu são os seguintes:

- ARQUIVO - Grava os resultados em um arquivo em disco,
- TELA - Exibe os resultados na tela,
- IRRADIACAO - Vai para o menu IRRADIACAO(PRINCIPAL),
- PRINCIPAL - Retorna ao menu PRINCIPAL.

## VIII.10 VISIBILIDAD

Este menu contém comandos para tornar visível ou invisível os planos da sala, e/ou da células mãe.

Cabe notar que apenas a célula mãe pode ser visualizada, isto porque se fossem desenhadas todas as células haveria um congestionamento de linhas na tela, atrapalhando a visualização da sala.

A visualização dos planos da sala pode ser feita de três modos, que são:

- SUPERFÍCIES VISÍVEIS - Apenas as superfícies visíveis pelo observador são desenhadas,
- SUPERFÍCIES INVISÍVEIS - Apenas as superfícies invisíveis ao observador são desenhadas,
- TODAS AS SUPERFÍCIES - Todas as superfícies são desenhadas.

Um algoritmo que pudesse desenhar estes três tipos de visualização para qualquer tipo de sala, é bastante complexo. Por isso foi utilizado outro mais simples que funciona bem apenas para salas convexas. Para salas côncavas, o algoritmo apresenta deficiência, desenhando planos que não seriam desenhados, e vice-versa. Assim, para salas côncavas é aconselhável utilizar apenas o terceiro modo de visualização.

Os comandos são os seguintes:

- PLANOS - Altera o modo de visualização dos planos da sala,
- CELULAS - Altera a visibilidade da célula mãe,
- REDESENHA - Redesenha a sala,
- PRINCIPAL - Retorna ao menu PRINCIPAL.

## VIII.11 RECEPTORES

Este menu contém comandos que permitem definir as células receptoras e alterar o número de células existentes na célula mãe.

Os comandos são os seguintes:

- INSERE-CEL - Define as dimensões da célula mãe, e o número de células ,
- NUM-CEL-X - Altera o número de células na direção local X,
- NUM-CEL-Y - Altera o número de células na direção local Y,
- PRINCIPAL - Retorna ao menu PRINCIPAL.

## VIII.12 CONVEXIDADE

Este menu contém comandos para informar ao programa sobre a convexidade da sala, dos planos e dos sub-planos. A informação da convexidade dos planos é feita para todos os planos existentes na sala, isto é, se um dos planos da sala for côncavo deverá ser informado ao programa que os planos são côncavos. O mesmo é válido para os sub-planos.

Os comandos são os seguintes:

- SALA - Altera o critério sobre a convexidade da sala,
- PLANOS - Altera o critério sobre a convexidade dos planos,
- SUBPLANOS - Altera o critério sobre a convexidade dos subplanos,
- PRINCIPAL - Retorna ao menu PRINCIPAL.

## VIII.13 IRRADIAÇÃO

Este menu contém comandos e sub-menus relativos à emissão dos raios na sala, definição e posicionamento da fonte, critério de parada e resultados.

As opções são as seguintes:

- FONTE - Menu que permite definir a fonte quanto ao número de raios, distribuição da potência da fonte nas 8 faixas de frequências e posicionamento da fonte,
- FILTRO-FI - Abre uma janela de emissão (FI-MIN,FI-MAX) na coordenada azimutal de um sistema esférico de coordenadas centrado na fonte e paralelo ao sistema de coordenadas globais,
- FILTRO-TETA - Idem ao anterior mas na outra coordenada angular do sistema esférico,
- EMISSÃO - Comando que inicia a simulação da sala,

- REDESENHA** - Comando que redesenha a sala, para re-inicialização da irradiação,
- RESULTADOS** - Acesso ao menu RESULTADOS,
- CRIT-PARADA** - Comando que permite alterar o critério de parada da emissão dos raios. Primeiro será solicitado o critério de parada desejado, absoluto ou relativo. Em seguida se solicitará o coeficiente,
- PRINCIPAL** - Retorna ao menu PRINCIPAL.

## VIII.14 FONTE

Este menu permite definir a posição da fonte e dá acesso aos menus de definição da distribuição de potência da fonte e ao número de raios da fonte. Suas opções são as seguintes:

- POTENCIAS** - Menu que distribui a potência da fonte nas faixas de frequências,
- POS-FONTE** - Comando que solicita a posição da fonte na sala. O comando pede as três coordenadas (X,Y,Z) da fonte no sistema de coordenadas global da sala,
- NUM-RAIOS** - Menu que permite alterar o número de raios da fonte,
- IRRADIACAO** - Acesso ao menu IRRADIACAO,
- PRINCIPAL** - Retorna ao menu PRINCIPAL.

## VIII.15 NUM-RAIOS

Menu que altera o número de raios da fonte. As opções são as próprias divisões de raios que a fonte pode assumir (48, 96, 192, ... ,12288, 24576). Um sinal à direita da divisão marca o número de raios que está em vigor. Além disso possui as opções de:

- IRRADIACAO** - Acesso ao menu IRRADIACAO,
- PRINCIPAL** - Retorna ao menu PRINCIPAL.

## VIII.16 POTENCIAS

Menu que permite alterar a distribuição de potências. As opções são as 8 potências para as faixas de frequências. A alteração de uma potência é feita selecionando a faixa que se deseja alterar. Em seguida o programa calcula a potência total e atualiza o seu valor no 'display'. Além destas, existem as opções de:

- FONTE** - Acesso ao menu FONTE,
- IRRADIACAO** - Acesso ao menu IRRADIACAO,
- PRINCIPAL** - Retorna ao menu PRINCIPAL.

## V.2 ALGORITMOS DE INTERSEÇÃO DOS RAIOS COM A SALA

Estamos interessados em resolver o seguinte problema: Dado um raio  $P(X, Y, Z) = P_0(X_0, Y_0, Z_0) + N(N_x, N_y, N_z).t$ , uma sala dada por um conjunto de NP planos  $A_i(X - Q_{xi}) + B_i(Y - Q_{yi}) + C_i(Z - Q_{zi}) = 0$ ,  $i = 1, \dots, NP$ , com suas respectivas fronteiras, dadas por seus vértices:  $V_{ij}(X, Y, Z)$ ,  $j = 1, \dots, v_i$ , onde  $v_i$  é o número de vértices da fronteira  $i$ , qual é o menor valor positivo de  $t$  ( $t_{min}$ ) tal que o ponto seja interior a um dos planos da sala, e não exista  $t$  menor do que  $t_{min}$  satisfazendo a condição acima.

Para resolver esse problema foram implementados no programa algoritmos que permitem considerar a sala, os planos e os sub-planos, tanto côncavos como convexos.

Salas, planos, ou sub-planos convexos são aqueles que, dados quaisquer dois pontos do seu interior, todos os pontos pertencentes ao segmento de reta que os une também pertencem ao elemento, como ilustrado na figura V.1.

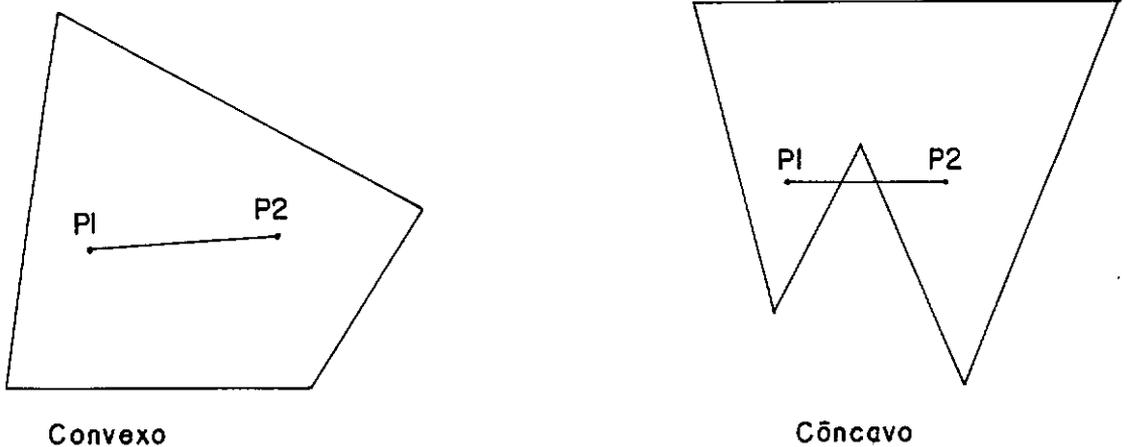


Figura V.1: Elementos côncavos e convexos.

Os algoritmos são apresentados a seguir.

### A - ALGORITMO PARA SALA CONVEXA

Para salas deste tipo o algoritmo é bem simples e rápido de implementar e de executar. Para encontrar o  $t_{min}$  procurado bastará calcular o parâmetro  $t$  que dá a interseção do raio com cada um dos planos existentes da sala, e, dentre estes tomar o menor positivo. Convém notar que a convexidade da sala garante que não é necessário verificar se os pontos de interseção que forem sendo calculados pertencem ao interior dos respectivos domínios. Isto porque, com certeza, o ponto com menor

$t$  positivo será a resposta do problema, como na figura V.2.

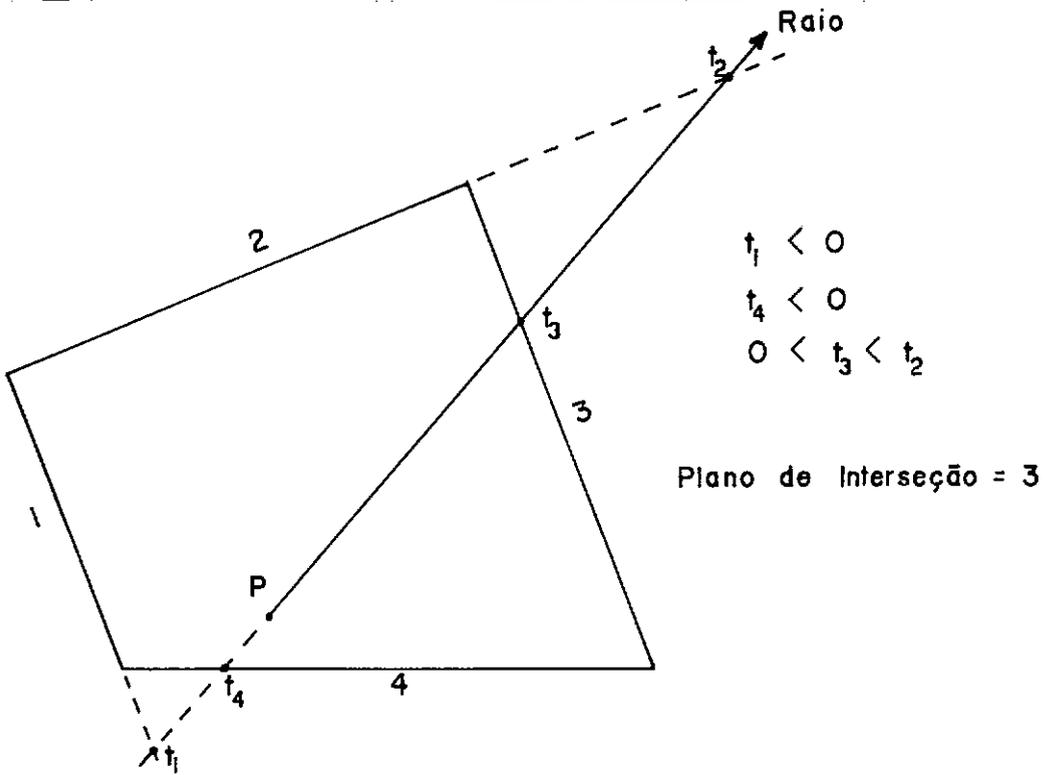


Figura V.2: Interseção em salas convexas.

O algoritmo utilizado está apresentado na figura V.3.

\* ALGORITMO PARA INTERSEÇÃO COM PLANOS EM SALA CONVEXA

plano = 0

$t_{min} = 9999999$

PARA I=1 ATE numero de planos da sala

Calcula T para a interseção do raio com o plano I

SE (  $T < t_{min}$  E  $T > 0$  )

plano = I

$t_{min} = T$

SE ( plano=0 )

ERRO - O raio não interceptou nenhum elemento da sala

\* FIM DO ALGORITMO

Figura V.3: Algoritmo para interseção com planos em sala convexa.

O algoritmo verifica no final se houve interseção do raio com algum dos planos da sala. Se não houver, o algoritmo acusa erro. Esse erro ocorrerá sempre que a

sala em questão não tiver sido totalmente definida, ou seja, estiver faltando definir algum plano. Ou quando a fonte de raios tiver sido colocada fora da sala, o que também é um erro.

## B - ALGORITMO PARA SALA CÔNCAVA

Para salas côncavas o algoritmo é mais complexo e mais lento de implementar e de executar. Para encontrar o  $t_{min}$  é necessário alterar o algoritmo anterior de modo a comparar o parâmetro  $t$ , com o objetivo de selecionar o menor. Ainda, é necessário verificar se o ponto de interseção pertence ao interior da fronteira do plano com o qual foi calculada a interseção. A figura V.4 ilustra esse caso.

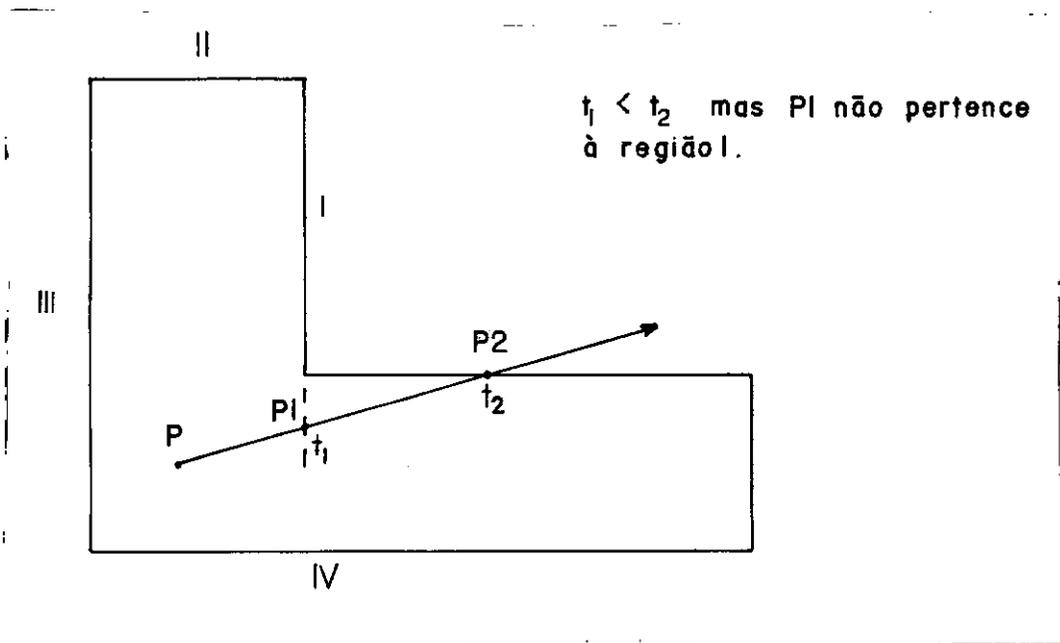


Figura V.4: Interseção em salas côncavas.

O algoritmo utilizado está apresentado na figura V.5:

Os algoritmos para verificar se um ponto do plano pertence a uma região ou não serão descritos nos itens abaixo.

## V.3 ALGORITMOS QUE VERIFICAM SE UM PONTO PERTENCE A UMA REGIÃO

Uma vez calculado o ponto de interseção do raio com um plano, nos interessa saber se o ponto pertence ao domínio do plano ou não. Cabe notar que este algoritmo serve tanto para planos como para sub-planos, pois trata do problema de pertinência de um ponto ao interior de uma fronteira poligonal plana.

## \* ALGORITMO PARA INTERSEÇÃO COM PLANOS EM SALA CÔNCAVA

```

plano = 0
tmin = 9999999
PARA I=1 ate numero de planos da sala
    Calcula T para a interseção do raio com o plano I
    SE ( T < tmin E T > 0 )
        SE ( Ponto pertence ao dominio do plano I )
            plano = I
            tmin = T
SE ( plano=0 )
    ERRO - O raio não interceptou nenhum elemento da sala
* FIM DO ALGORITMO

```

Figura V.5: Algoritmo para interseção com planos em sala côncava.

Podemos equacionar o problema da seguinte maneira: Dado um ponto no plano  $P(X, Y)$ , e uma fronteira poligonal dada por seus vértices  $V_j(X, Y, Z)$ ,  $j = 1, \dots, v$ , onde  $v$  é o número de vértices da fronteira e por um ponto interior  $P_i(X_i, Y_i)$ . Verificar se  $P(X, Y)$  está no interior ou no exterior da fronteira.

Antes de resolver este problema devemos encontrar as coordenadas do ponto de interseção do raio com um plano nas coordenadas locais do plano, que podem ser obtidas por (ver figura V.6):

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R} &= \mathbf{P} - \mathbf{O} = (X - O_x, Y - O_y, Z - O_z) \\
 \mathbf{X}_{local} &= \mathbf{U} \cdot \mathbf{R} = (U_x R_x + U_y R_y + U_z R_z) \\
 \mathbf{Y}_{local} &= \mathbf{V} \cdot \mathbf{R} = (V_x R_x + V_y R_y + V_z R_z)
 \end{aligned}$$

Aqui se faz novamente distinção entre fronteiras côncavas e convexas. Abaixo são apresentados dois algoritmos que abrangem os dois casos.

## A - ALGORITMO PARA REGIÃO CONVEXA

Em se tratando de fronteiras planas e poligonais foi utilizado o fato de que a equação da reta serve para definir os dois semi-planos delimitados pela mesma. Assim, como na figura V.7 temos duas regiões, a saber:  $AX + BY + C < 0$  e  $AX + BY + C > 0$

Dá a necessidade de durante a definição das fronteiras dos planos, se solicitar um ponto interior à fronteira. Tendo este ponto, basta calcular as equações de todas as retas suporte da poligonal da região, e substituir o ponto interior para calcular o valor da expressão. Se o valor for positivo, troca-se o sinal de A, B e C da reta considerada. Se for negativo, o sinal dos coeficientes é mantido. Isto não altera a equação da reta.

Com isso foi criada uma convenção de que um ponto  $P(X, Y)$  é interior a uma fronteira se  $AX + BY + C \leq 0$  para todas as retas suporte da fronteira.

O algoritmo utilizado está apresentado na figura V.3.

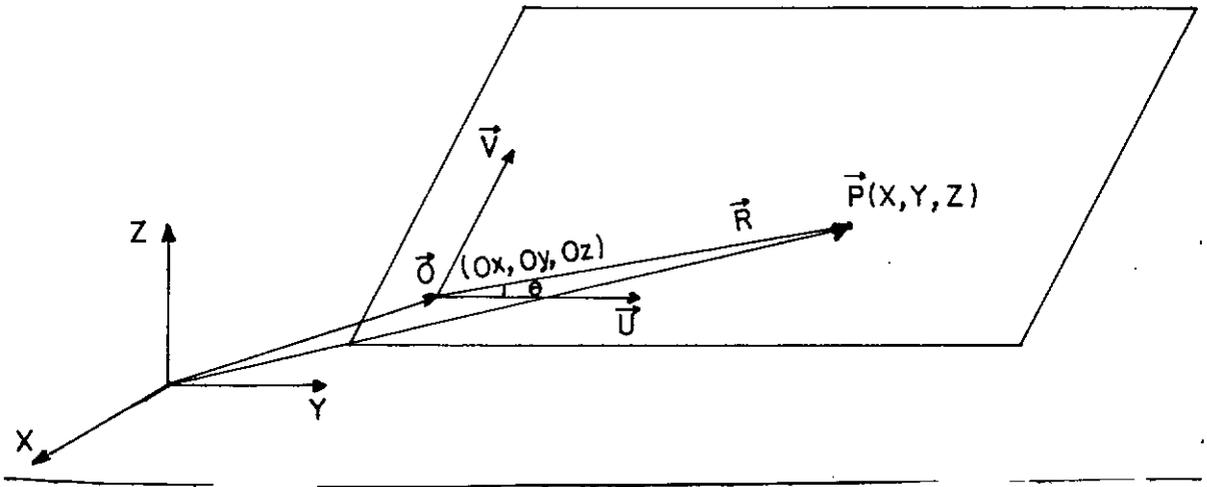


Figura V.6: Cálculo das coordenadas locais.

Se no final do algoritmo a variável 'interior' for igual a um, o ponto será interior, se for igual a zero, o ponto será exterior.

## B - ALGORITMO PARA REGIÃO CÔNCAVA

No caso de fronteiras côncavas a análise se complica. O algoritmo anterior já não serve, e se faz necessário um mais complexo. A figura V.9 ilustra uma região em que o ponto interior P é interior, mas que pelo algoritmo anterior é considerado externo pela aresta 1.

Seja  $P_i$  o ponto interior da região (fornecido durante a definição da mesma), e P o ponto que se tem interesse em conhecer se é interior ou não. O algoritmo utilizado verifica a interseção do segmento de reta  $\overline{PP_i}$  com os segmentos de reta suporte região considerada. Se o número de interseções, em que o ponto de interseção pertence aos dois segmentos, for par, então o ponto é interior à fronteira, caso contrário o ponto é exterior à região. A figura V.10 ilustra a função desse algoritmo.

O algoritmo utilizado é apresentado na figura V.11

Se no final do algoritmo a variável 'interior' valer 0, o ponto será exterior à região; se valer 1, o ponto será interior.

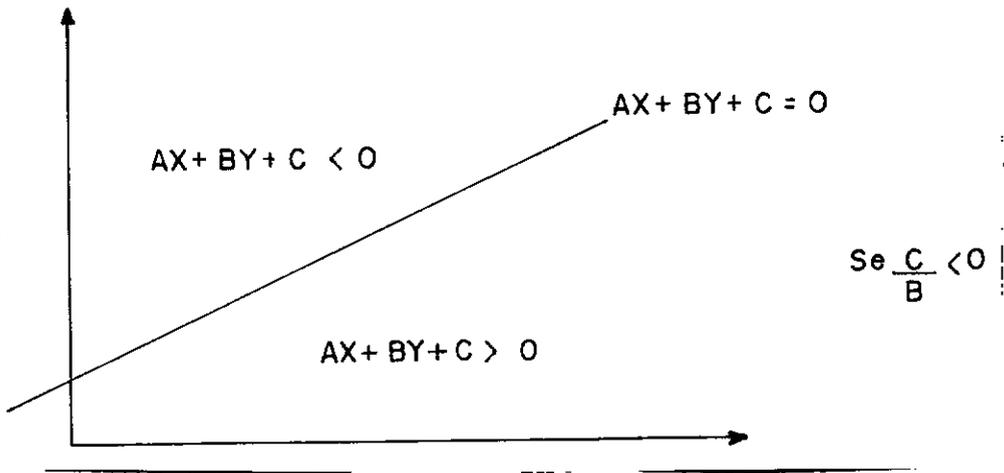


Figura V.7: Divisão de um plano em semi-planos.

\* ALGORITMO QUE VERIFICA SE PONTO É INTERIOR A REGIÃO CONVEXA

interior = 1

PARA I=1 ATE numero de arestas da fronteira

SE (  $A_I X + B_I Y + C_I > 0$  )

interior = 0

I = numero de arestas da fronteira

\* FIM DO ALGORITMO

Figura V.8: Algoritmo que verifica se um ponto é interior a uma região convexa.

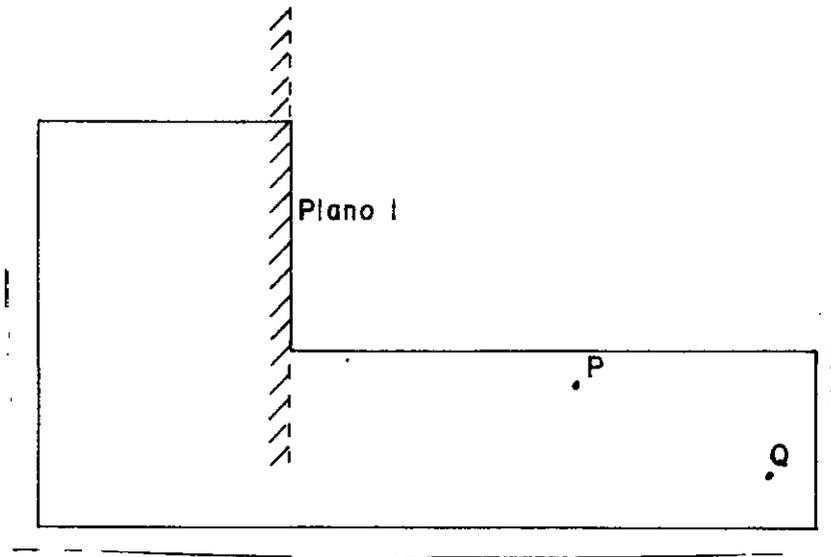


Figura V.9: Falha do algoritmo para regiões convexas em regiões côncavas.

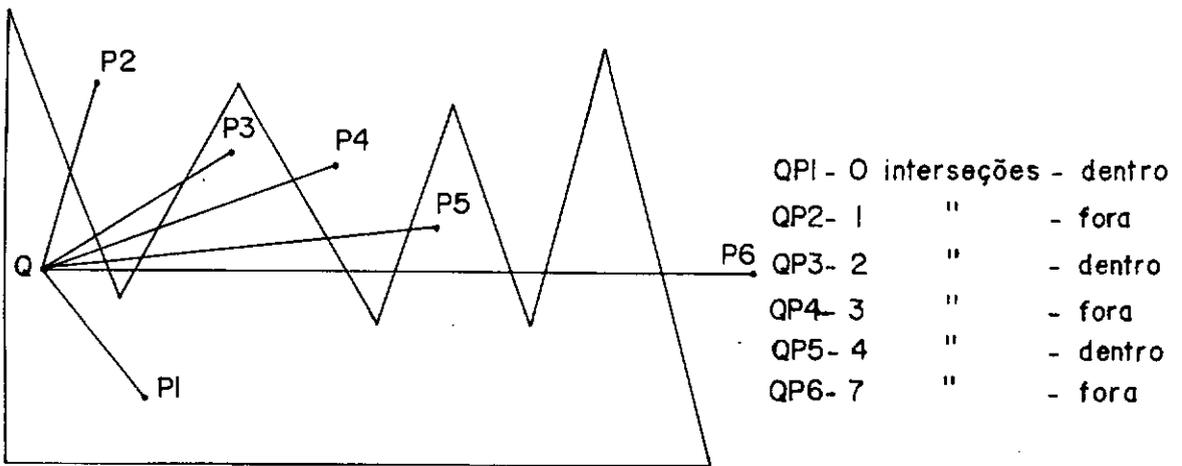


Figura V.10: Algoritmo para região côncava.

\* ALGORITMO QUE VERIFICA SE PONTO É INTERIOR A REGIÃO CÔNCAVA

interior = 1

soma = 0

Calcula segmento de reta  $\overline{PP_i} = R$

PARA I=1 ATE numero de arestas da fronteira

    Calcula  $R'$  = segmento de reta da aresta I

    Calcula P = ponto de interseção de R com  $R'$

    SE ( (P ∈ R) E (P ∈ R') )

        soma = soma + 1

SE ( soma e impar )

    interior = 0

\* FIM DO ALGORITMO

Figura V.11: Algoritmo que verifica se um ponto é interior a uma região côncava.

# Capítulo VI

## CÉLULAS DE RECEPÇÃO

Não há interesse, na grande maioria das aplicações, em conhecer o campo acústico de todos os pontos de uma sala. Por isso um dos dados de entrada considerados neste trabalho foi justamente a região da sala na qual se tem interesse em conhecer o campo sonoro.

Foi considerada para esse fim uma região na forma de um paralelepípedo, designada de célula-mãe. Dentro desta, a região foi dividida em volumes menores, também na forma de paralelepípedos, designadas simplesmente de células, nas quais se estudará o campo acústico.

### VI.1 DEFINIÇÃO DA CÉLULA-MÃE

A definição da célula-mãe é semelhante à definição de planos, porém exige bem menos dados do que seria necessário para inserir seis planos.

O primeiro passo é escolher um dos planos da célula para servir como base; esse será o plano 1. A numeração dos planos e dos vértices da célula será dada de acordo com a figura VI.1.

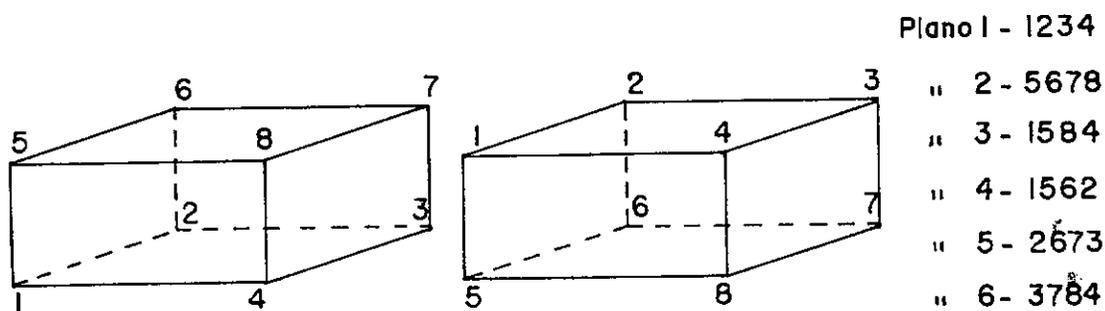


Figura VI.1: Numeração dos planos e vértices da célula.

Tal como na definição dos planos, o início da definição das células é dado pelos três pontos O, A e B, sendo que o ponto O será o ponto número 1 das figuras

anteriores. Em seguida é necessário informar as coordenadas do ponto número 3 no sistema de coordenadas local. Por se tratar de um retângulo, o plano 1 já estará formado, sendo as coordenadas locais (X,Y) do ponto 3 o comprimento e a largura da célula-mãe.

Falta ainda saber se para visualizar o plano 1 com os eixos orientados na posição padrão, é necessário estar dentro ou fora da célula-mãe, tal como na figura VI.2.

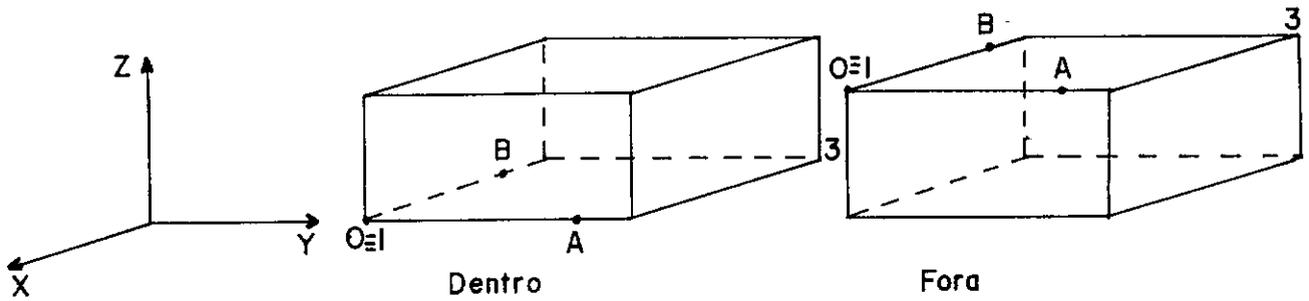


Figura VI.2: Orientação da célula-mãe.

O último dado que falta para se conheça os vértices da célula-mãe é a altura da mesma. Assim o paralelepípedo está perfeitamente definido.

Tal como já foi dito, a célula-mãe pode ser dividida em duas direções, a saber, nas direções dos eixos coordenados locais do plano 1. Para isso é necessário informar o número de divisões que devem ser feitas nas direções X e Y locais. Assim teremos a célula-mãe dividida em células, como na figura VI.3.

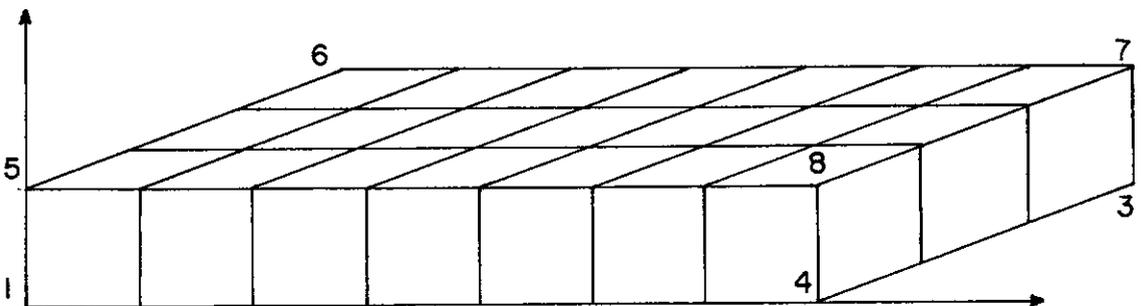


Figura VI.3: Divisão da célula-mãe.

O lado correspondente à altura da célula-mãe não poderá ser dividido. Como o objetivo de se conhecer o campo acústico será usualmente para fins da audição humana, o usuário deverá tomar o cuidado de não estabelecer uma altura muito grande comparada com as outras dimensões das células filhas. Isto, quando se

queira que as dimensões das células sejam próximas das de uma cabeça humana, que possui três dimensões bem próximas.

Com todos esses dados pode-se calcular os sistemas de coordenadas locais, os vetores normais e os vértices de cada plano.

Os resultados da simulação serão mostrados tomando como base a visualização das células como mostrado na figura VI.4.

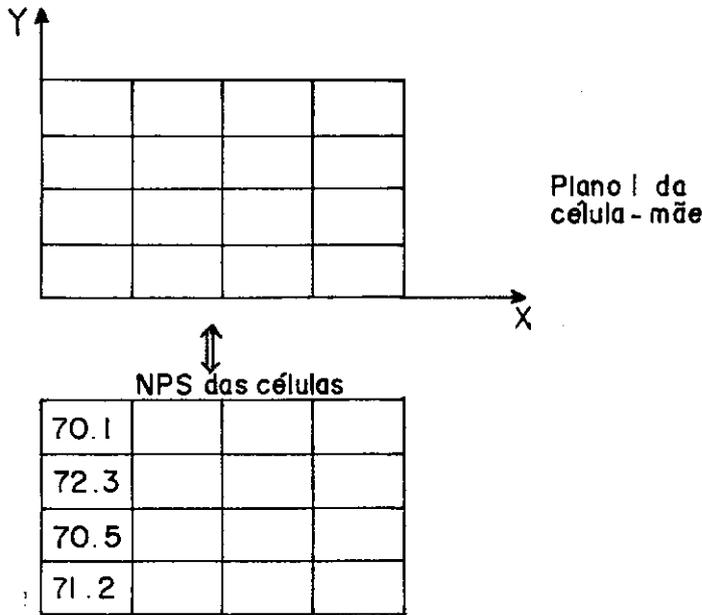


Figura VI.4: Orientação das células.

## VI.2 INTERSEÇÃO DOS RAIOS COM AS CÉLULAS

Durante a emissão dos raios na sala é necessário verificar quais células os raios atingem nas suas reflexões, e qual a contribuição destes no nível de pressão sonora das células.

A interseção de um raio com as células só é considerada quando a reflexão do raio já está calculada. Ou seja, após um raio ser emitido da fonte, é calculado em que plano da sala o raio irá refletir. Tendo um ponto de chegada, o raio passa a ser um segmento de raio, sendo o ponto de partida  $t = 0$  e o ponto de interseção com o plano  $t = t_{max}$ . Assim, estamos diante do seguinte problema:

'Dado um segmento de raio  $P(X, Y, Z) = P_0(X_0, Y_0, Z_0) + N(N_x, N_y, N_z).t$  com  $0 \leq t \leq t_{max}$ , e uma célula-mãe dividida em  $NX \times NY$  células nas direções X e Y locais do plano 1 respectivamente, determinar quais células são interceptadas pelo raio, e calcular as contribuições do raio nas células atingidas.'

Plano	Índice X	Índice Y
1	X/a	Y/b
2	X/a	Y/b
3	X/a	0
4	0	X/b
5	X/a	NY
6	NX	X/b

Tabela VI.1: Determinação da célula de entrada.

O algoritmo utilizado verifica se houve interseção do segmento de raio com os planos que formam a célula-mãe. Se houve interseção o algoritmo determina o ponto do raio mais próximo do ponto em que  $t = 0$ .

Se não houver interseção, o algoritmo calcula o raio refletido e reinicia o processo de interseção com a sala.

Se for detectada interseção com a célula-mãe, o programa identifica a célula de entrada e, em seguida, determina o percurso do raio pelas células até a saída do raio da célula-mãe, tal como na figura VI.5.

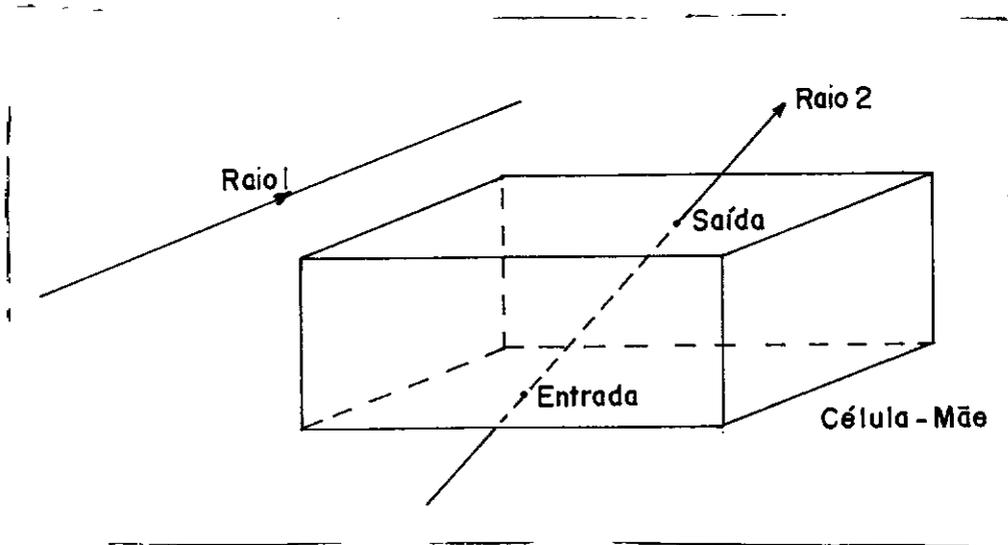


Figura VI.5: Interseção do raio com célula-mãe.

O cálculo da célula de entrada é feito dependendo do plano de entrada. Sendo as coordenadas locais do ponto de entrada X e Y, e as dimensões das células nas respectivas direções a e b, temos que os índices da célula atingida na entrada do raio estão na tabela VI.1.

A determinação das outras células atingidas se faz através da indexação dos planos das células. A numeração dos planos das células é a mesma da célula-mãe.

Assim, para um raio na célula (I,J) temos a seguinte tabela de acordo com o plano de saída do raio, e ilustrada na tabela VI.2.

Para obter a contribuição energética de um raio será necessário calcular o percurso do mesmo no interior da célula. Isto é feito calculando a distância do

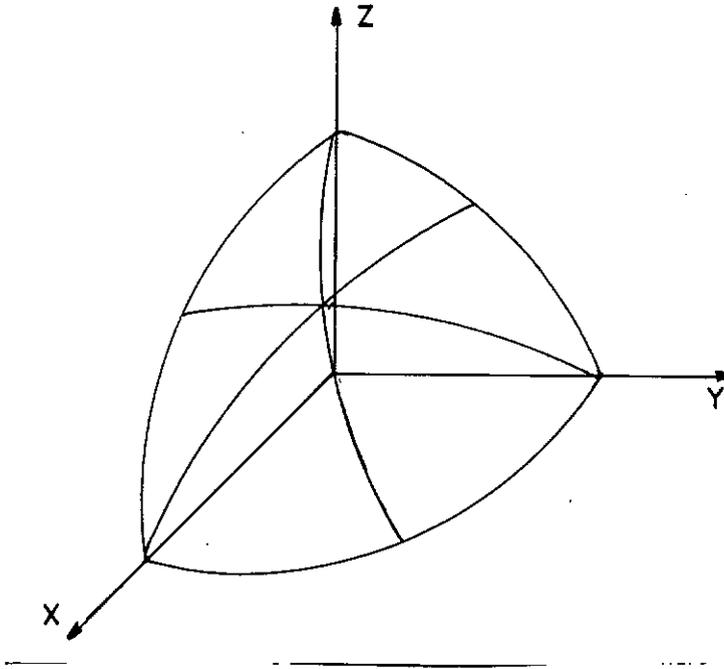


Figura III.4: Divisão de um octante em 6 regiões.

Mas como

$$\begin{aligned}
 W_i &= \sum_{k=1}^N w_{ik} \\
 &= \sum_{k=1}^N A \frac{d_{ik} W_i}{N} \\
 &= A \frac{W_i}{N} \sum_{k=1}^N d_{ik}
 \end{aligned}$$

temos que

$$A = \frac{N}{\sum_{k=1}^N d_{ik}}$$

e assim

$$w_{ik} = \frac{d_{ik}}{\sum_{k=1}^N d_{ik}} W_i$$

Ou seja, ao escolher o número de raios para a simulação da fonte, é necessário calcular o somatório de  $d_{ik}$  para cada frequência, na partição em questão.

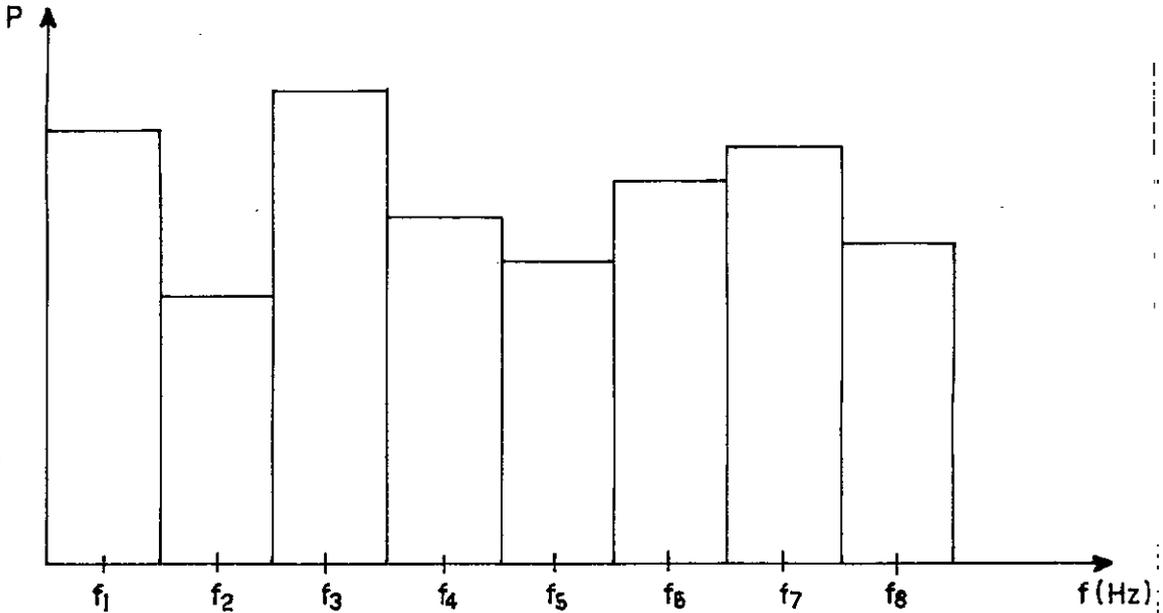


Figura III.5: Distribuição de potência de uma fonte.

### III.3 UNIFORMIDADE GERADA

A seguir será discutida a uniformidade dos raios gerados. Isto será feito conferindo a equipartição das áreas e o ângulo entre os raios.

Foram gerados 10 conjuntos de raios, numa esfera de raio unitário. Estes serão tratados como conjunto 1, conjunto 2 até o conjunto 10. O conjunto  $i$  será aquele que sofreu  $i-1$  divisões como tratado na seção 2 deste capítulo, e terá  $48 \times 2^{i-1}$  raios.

Como existe simetria entre as áreas e os raios gerados nas 48 regiões, iremos tratar apenas dos raios e das áreas de uma das divisões. Assim, iremos considerar que o conjunto  $i$  é formado de  $2^{i-1}$  raios e áreas.

Nas tabelas que serão apresentadas, serão usadas as seguintes abreviaturas:

- |          |   |
|----------|---|
| $n$      | - Número que caracteriza o conjunto de raios, |
| MIN      | - Valor mínimo dentro do conjunto de raios,   |
| MED      | - Valor médio,                                |
| MAX      | - Valor máximo,                               |
| IDE      | - Valor ideal, analiticamente calculado,      |
| $\sigma$ | - Desvio padrão.                              |

### III.3.1 Equipartição de Áreas

A medida da equipartição de áreas, para um conjunto, foi verificada calculando a área de cada triângulo esférico gerado, verificando o mínimo, a média e o máximo dessas áreas, e comparando estes resultados com o valor ideal, que é igual a  $4\pi$  dividido pelo número de triângulos em toda a esfera. Os resultados estão mostrados na tabela III.1.

n	MIN	MED	MAX	IDE	$\frac{\text{MAX-MIN}}{\text{MED}}$	$\frac{\text{IDE-MED}}{\text{IDE}}$
Todos os valores $\times 1000$						
1	261.8014	261.8014	261.8014	261.7993	0.000000	-0.007693
2	130.9001	130.9001	130.9001	130.8996	0.000000	-0.003451
3	65.4499	65.4499	65.4500	65.4498	0.002013	-0.002050
4	32.7249	32.7249	32.7249	32.7249	0.002022	-0.000917
5	16.3624	16.3624	16.3624	16.3624	0.002475	-0.000521
6	8.1812	8.1812	8.1812	8.1812	0.002456	-0.000232
7	4.0906	4.0906	4.0906	4.0906	0.002567	-0.000131
8	2.0453	2.0453	2.0453	2.0453	0.002561	-0.000058
9	1.0226	1.0226	1.0226	1.0226	0.002588	-0.000032
10	0.5113	0.5113	0.5113	0.5113	0.002586	-0.000014

Tabela III.1: Áreas geradas pela divisão da esfera.

Pela tabela III.1 vemos que as regiões possuem áreas praticamente iguais. O erro máximo cometido dentre os 10 conjuntos foi de 0.000769%. Para todos os efeitos podemos considerar que dentro de cada conjunto as áreas são iguais.

### III.3.2 Ângulos Entre os Raios

O cálculo dos ângulos não é tão simples de ser feito quanto o das áreas. A dificuldade está na identificação dos vizinhos de um determinado raio dentro de um conjunto.

Porém, uma estatística de fácil determinação é o cálculo do ângulo entre os raios de dois triângulos gerados a partir da divisão de um triângulo anterior. A tabela III.2 mostra estes resultados. O conjunto 1 não está incluído na tabela porque possui apenas 1 raio.

A tabela III.2 mostra que a uniformidade dos raios não foi conseguida tão bem como a uniformidade das áreas. É interessante notar que os desvios mínimo e máximo, dentro de cada conjunto, aumenta com o número de raios, enquanto que a relação entre o desvio padrão e a média diminui. Isto quer dizer que à medida que se divide a esfera, obtemos uma distribuição, dos ângulos adjacentes, numa faixa maior porém, de menor variância, o que é um bom resultado. É interessante notar ainda, que os desvios dos ângulos em torno da média aumentam de forma alternada com o aumento do número de raios.

Neste caso há dois procedimentos a tomar. O primeiro é utilizar apenas os

n	MIN	MED	MAX	$\sigma$	$\frac{\text{MAX-MIN}}{\text{MED}}$	$\frac{\sigma}{\text{MED}}$
Todos os valores $\times 1000$						
2	325.99	325.99	325.99	0.00000	0.000	0.000
3	208.46	235.94	263.43	38.87331	233.003	164.758
4	157.73	170.73	181.25	7.09706	137.760	41.569
5	102.62	121.03	139.73	6.03677	306.606	49.879
6	78.25	86.45	93.41	1.50832	175.387	17.447
7	51.12	60.92	71.03	1.38495	326.879	22.735
8	39.05	43.37	47.08	0.36235	185.099	8.356
9	25.53	30.51	35.66	0.33929	332.036	11.121
10	19.52	21.70	23.58	0.08969	187.546	4.133

Tabela III.2: Ângulos gerados pela divisão da esfera.

conjuntos pares 2, 4, 6, 8 e 10, que apresentam menor desvio. O outro é simular com mais de um conjunto, mesmo os ímpares que possuem maior desvio, e comparar os resultados.

É bom lembrar que a idéia inicial era gerar um conjunto de raios com distribuição razoavelmente uniforme em uma região. A repetição deste mesmo conjunto de raios, nas outras regiões simétricas, dará ao conjunto maior de raios (das 48 regiões) uma uniformidade ainda maior pois repetirá as concentrações e rarefações de raios em toda a esfera.

No capítulo IX é apresentado um exemplo simulado em que são comparados os resultados de todos os 10 conjuntos de raios.

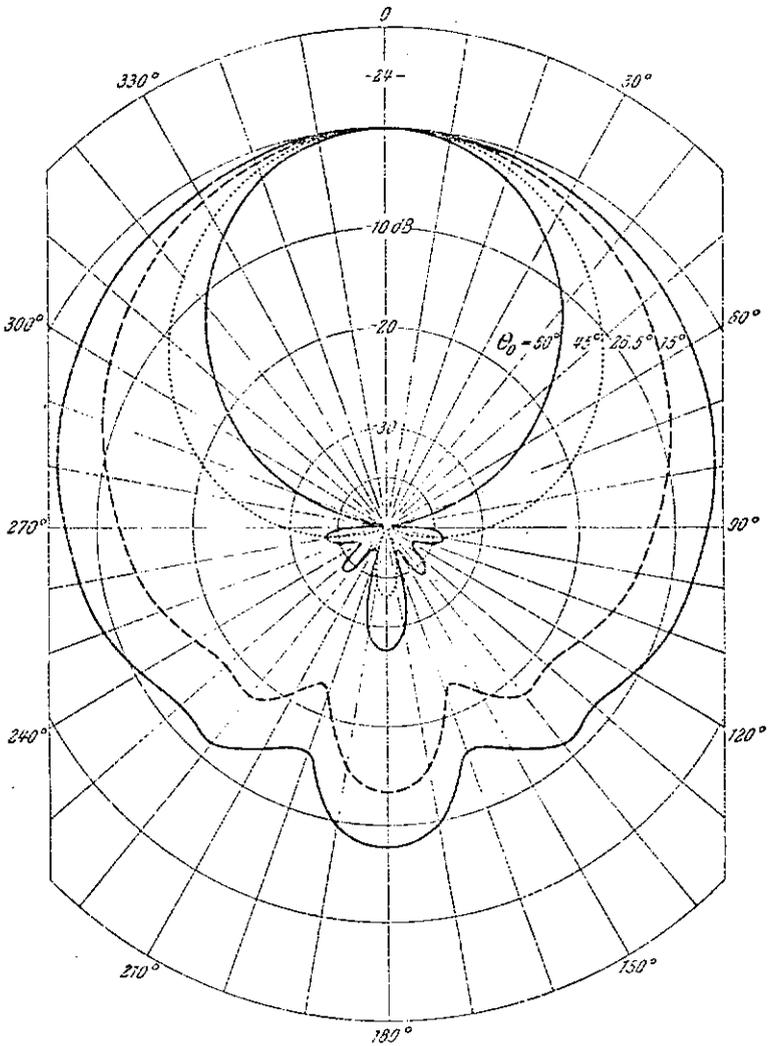


Figura III.6: Função direcionalidade de uma fonte.

# Capítulo IV

## GEOMETRIA E MATERIAIS DA SALA

A modelagem de uma sala se torna mais difícil à medida que esta possua maiores detalhes de acabamento. Da mesma maneira, quanto mais detalhes e elementos geométricos distintos existirem na sala, mais se sentirá a necessidade de um CAD mais poderoso.

ONDET e BARBRY [5] utilizaram um CAD que permitia apenas polígonos planos que fossem paralelos a um dos eixos coordenados. Assim a equação de um plano e de sua fronteira é dado por:

$$AX + BY + CZ + D = 0 \quad e \quad \begin{cases} \min \leq X \leq \max \\ \text{ou} \\ \min \leq Y \leq \max \\ \text{ou} \\ \min \leq Z \leq \max \end{cases}$$

A figura IV.1 ilustra um exemplo dessa notação e também uma limitação. O programa permitia que o recinto contivesse regiões com diferentes temperaturas, o que acontece na maioria dos ambientes industriais. Em geral, porém essas diferenças de temperatura em um ambiente são pequenas, pouco alterando o campo acústico.

Neste trabalho não foi tratado o caso de regiões com diferentes temperaturas, mas foi desenvolvido um CAD que admite qualquer tipo de elementos poligonais planos, côncavos ou convexos, com qualquer número de vértices. Além disso, cada entidade pode ser constituída de diferentes materiais, sendo necessário nesse caso delimitar as distintas áreas. Assim, a sala (fronteira e elementos do interior) será modelada por vários polígonos planos, concavos ou convexos, podendo a mesma ser também concava ou convexa.

Foi ainda desenvolvida uma interface gráfica do tipo AUTOCAD que desenha a sala à medida com que se entra com a geometria da mesma. Isso facilita não apenas a entrada de dados como também ajuda na detecção e correção de erros.

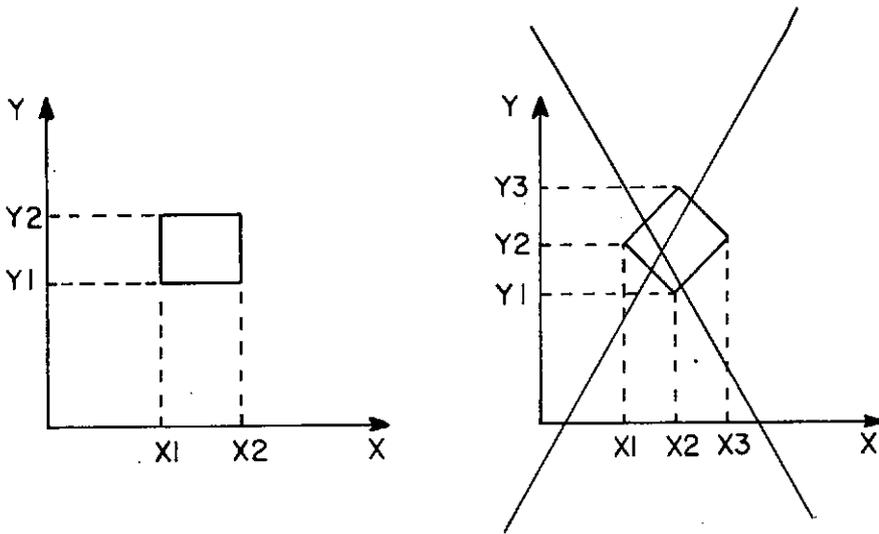


Figura IV.1: Exemplo e limitação da notação de Ondet e Barbry.

## IV.1 INSERÇÃO DE ELEMENTOS DE FRONTEIRA (PLANOS)

Elementos de fronteira são polígonos planos que fazem a fronteira da sala com o exterior. Esses elementos recebem uma numeração de acordo com a ordem em que são inseridos na sala.

Para a definição de um plano, e posterior interseção dos raios com este, se optou por descrevê-lo de forma a possibilitar a inserção das coordenadas de seus vértices num sistema de coordenadas local do plano, tal como na figura IV.2. Para isso, ao invés de definir um plano apenas por três pontos ( $O$ ,  $A$  e  $B$ ), se faz a exigência de que estes pontos definam dois vetores ortogonais no plano. Para completar a construção do sistema de coordenadas local basta dividir os vetores  $u$  e  $v$  por seus módulos. Assim, o sistema de coordenadas local fica então definido pela origem  $O$ , e pelos vetores ortonormais  $u$  e  $v$ , formando as direções  $x$  e  $y$  locais.

O programa necessita ainda saber de que lado do plano está o interior da sala. Assim, ele pergunta ao usuário se, para visualizar o sistema de coordenadas local estando  $u$  apontando para o Leste e  $v$  para o Norte, figura IV.3, é necessário estar dentro ou fora da sala.

Em seguida, o programa solicita o número de vértices do polígono que será inserido no plano, e as coordenadas destes no sistema de coordenadas local anteriormente definido, tal como na figura IV.4.

É necessário ainda dar as coordenadas de um ponto no interior do polígono para informar ao programa qual região do plano será considerada, como na figura IV.5.

Por último deve ser informado ao programa de que material é constituído o

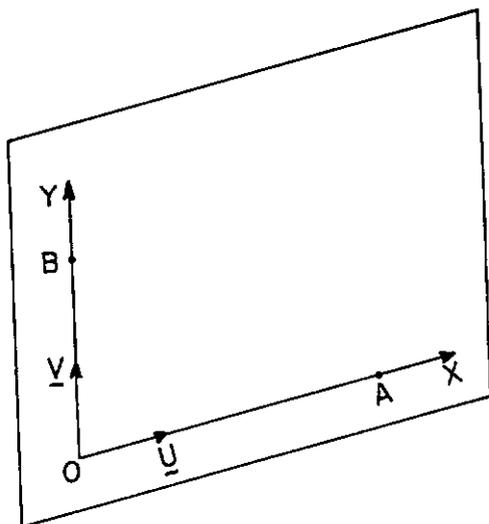


Figura IV.2: Sistema de coordenadas local.

plano. O material é indicado por um índice de acordo com uma tabela de materiais que se encontra no arquivo MATERIAL.

## IV.2 INSERÇÃO DE SUB-ELEMENTOS DE FRONTEIRA (SUB-PLANOS)

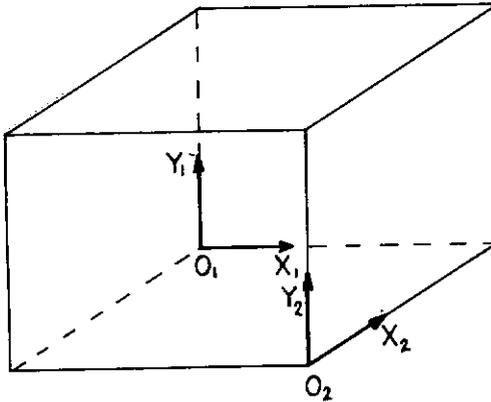
Nem sempre um elemento de fronteira é constituído de apenas um material. Uma das paredes de uma sala pode ser de alvenaria mas possuir janelas, cortinas, ou outros elementos de diferentes materiais. Para obter esta variedade de materiais em apenas um plano, o programa aceita a definição de sub-elementos, ou sub-planos, dentro de um plano que já tenha sido definido.

Um sub-plano é também um polígono plano. Esses sub-elementos também receberão uma numeração de acordo com a ordem em que forem definidos. Neste caso não é necessário definir um sistema de coordenadas local, pois será utilizado o sistema do plano no qual o sub-plano será inserido.

A definição de um sub-plano se inicia com o número do plano no qual o sub-plano será inserido. Em seguida, o programa solicita o número de vértices do sub-plano e as coordenadas destes no sistema de coordenadas local do plano em questão, tal como na definição de um plano. A figura IV.6 ilustra esse procedimento.

O programa solicita ainda um ponto interior ao sub-plano, figura IV.7, e o material do sub-plano.

Por último, o programa permite a geração de cópias do sub-plano igualmente espaçadas. Esta informação é dada através do número de cópias, e da direção e do espaçamento da sua reprodução, como ilustrado na figura IV.8.



Plano1: Observador dentro da sala

Plano2: Observador fora da sala

Figura IV.3: Interior da sala.

## IV.3 CONSIDERAÇÕES GERAIS

O programa não possui recursos para verificar automaticamente a ocorrência de fatos indesejáveis tais como: sub-planos fora da fronteira do seu plano de definição, cruzamento de lados de polígonos e outros erros deste tipo.

A responsabilidade desta consistência fica a cargo do usuário, que deverá utilizar os recursos gráficos disponíveis no programa para fazer esta verificação. Devido ao programa ser gráfico e interativo, isso pode e deve ser feito a cada elemento que se introduz na sala.

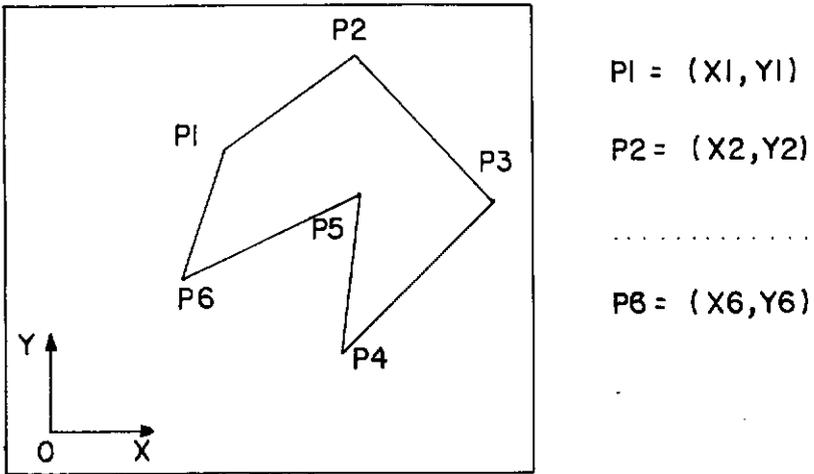


Figura IV.4: Coordenadas do polígono.

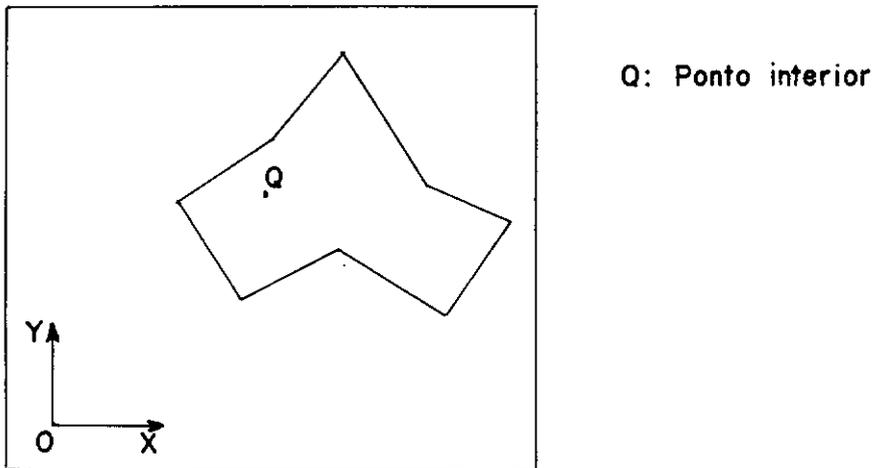
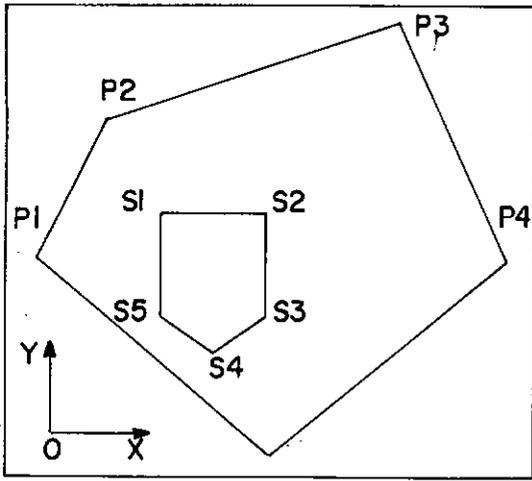
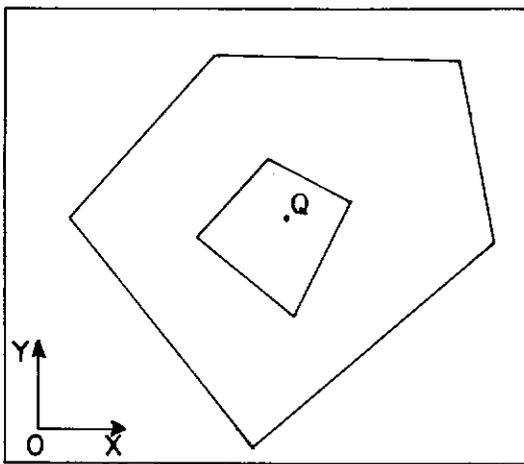


Figura IV.5: Interior do polígono.



$P_1, \dots, P_5$  - Vértices do plano  
 $S_1, \dots, S_5$  - Vértices do subplano

Figura IV.6: Vértices de sub-plano.



Q: Ponto interior ao subplano

Figura IV.7: Interior de sub-plano.

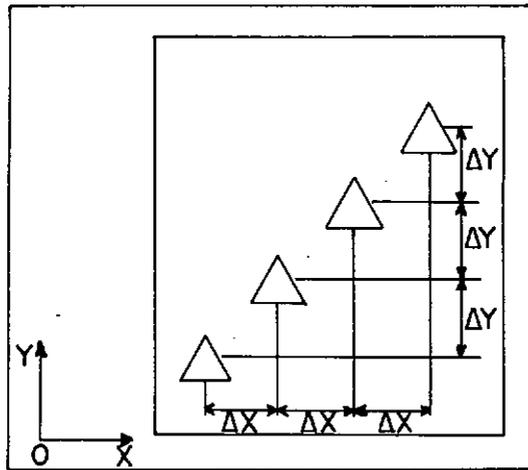


Figura IV.8: Cópias de sub-plano.

# Capítulo V

## INTERSEÇÃO DOS RAIOS

No modelo da Acústica Geométrica se faz necessário conhecer o caminho dos raios acústicos. Isso requer acompanhar o raio desde sua saída da fonte, verificar sua reflexão com os elementos da sala, computar a perda de energia em cada reflexão, até o momento em que sua energia possa ser desprezada de acordo com algum critério.

Neste capítulo serão descritos os algoritmos utilizados para calcular as interseções dos raios com os elementos da sala e a forma de representação utilizada para raios e planos. Serão discutidos algoritmos para salas, elementos e sub-elementos côncavos e convexos.

### V.1 REPRESENTAÇÃO DOS RAIOS E DOS PLANOS

A descrição matemática para os raios será a de semi-retas orientadas pois estes terão um ponto de partida, direção e sentido fixos. Assim a equação de um raio será:

$$P(X, Y, Z) = P_0(X_0, Y_0, Z_0) + N(N_x, N_y, N_z).t$$

onde:

- $P(X, Y, Z)$  - é um ponto genérico da semi-reta,
- $P_0(X_0, Y_0, Z_0)$  - é o ponto de partida do raio,
- $N(N_x, N_y, N_z)$  - é o vetor unitário que possui a direção e o sentido do raio, e
- $t$  - é o parâmetro da representação que mede o percurso do raio.

A representação dos elementos de fronteira que compõem a sala é a seguinte:

$$U.(P - Q) = 0 \quad \text{ou} \quad A(X - Q_x) + B(Y - Q_y) + C(Z - Q_z) = 0$$

onde:

- $U = (A, B, C)$  - é o vetor unitário ao plano apontando para fora da sala,
- $P = (X, Y, Z)$  - é um ponto genérico do plano, e
- $Q = (Q_x, Q_y, Q_z)$  - é um ponto dado do plano.