



MODELAGEM TERMOMECÂNICA DE LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA
EM UM CONTEXTO TRIDIMENSIONAL

Sergio de Almeida Oliveira

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Orientador: Marcelo Amorim Savi

Rio de Janeiro

Julho de 2013

MODELAGEM TERMOMECÂNICA DE LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA EM UM
CONTEXTO TRIDIMENSIONAL

Sergio de Almeida Oliveira

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE
PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL
DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO
DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Examinada por:

Prof. Marcelo Amorim Savi, D.Sc.

Prof. Nestor Alberto Zouain Pereira, D.Sc.

Prof. Heraldo Silva da Costa Mattos, D.Sc.

Prof. Pedro Manuel Calas Lopes Pacheco, D.Sc.

Prof. Valder Steffen Junior, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JULHO DE 2013

Oliveira, Sergio de Almeida

Modelagem Termomecânica de Ligas com Memória de Forma em um Contexto Tridimensional / Sergio de Almeida Oliveira. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2013.

XXI, 128 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Marcelo Amorim Savi

Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Mecânica, 2013.

Referências Bibliográficas: p. 111-122.

1. Materiais Inteligentes. 2. Ligas com Memória de Forma. 3. Equações Constitutivas. 4. Incertezas. I. Savi, Marcelo Amorim. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Mecânica. III. Título.

Aos meus pais, João Gonçalves de Oliveira e Conceição de Almeida Oliveira.

Agradecimentos

Agradeço a todas as pessoas que me incentivaram e me apoiaram ao longo da realização deste trabalho.

À minha família, à minha mãe e em especial ao meu pai, Sr. João Gonçalves de Oliveira, que mesmo não estando presente é o responsável por tudo de bom que aprendi na vida.

Ao professor Marcelo Amorim Savi, pela paciência, pelo incentivo, pelo apoio, pela confiança depositada em mim e pela orientação exemplar da minha tese.

Ao professor Nestor Zouain que sempre demonstrou boa vontade em tirar as minhas dúvidas com relação ao trabalho, contribuindo diretamente para a realização do mesmo.

Ao professor Ilmar Santos que durante o meu período na Dinamarca me proporcionou todas as condições possíveis para o desenvolvimento da pesquisa de análise de incertezas.

Ao professor Giulio Barbato e ao seu assistente Gianfranco Genta, da Politecnico di Torino, pela orientação na área de análise de incertezas.

Ao professor Alberto Paiva que me orientou nos primeiros passos sobre o referido tema.

Ao pessoal do Laboratório de Acústica e Vibrações que estiveram do meu lado nas horas difíceis de estudo, contribuindo para que eu terminasse com êxito este trabalho e que também se tornaram grandes amigos.

À Jacqueline que sempre me apoiou e acreditou que chegaria até o final dessa jornada.

Ao INCT-Estruturas Inteligentes em Engenharia e CAPES pelo suporte financeiro.

A Deus que sempre esteve no meu lado durante essa caminhada.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

MODELAGEM TERMOMECÂNICA DE LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA
EM UM CONTEXTO TRIDIMENSIONAL

Sergio de Almeida Oliveira

Julho/2013

Orientadores: Marcelo Amorim Savi

Programa: Engenharia Mecânica

Este trabalho apresenta um modelo constitutivo tridimensional que descreve o comportamento termomecânico das ligas com memória de forma (SMAs). O modelo é desenvolvido no âmbito da mecânica do contínuo e dos materiais padrão generalizados. Quatro fases macroscópicas são consideradas associadas com a austenita e três variantes da martensita. Cada uma das fases pode ser induzida por deformações volumétricas ou deformações desviadoras. A descrição da plasticidade e da plasticidade induzida por transformação de fase (TRIP) são também levadas em consideração no modelo constitutivo. Simulações numéricas são realizadas mostrando que o modelo proposto é capaz de capturar o comportamento geral das SMAs para os testes uniaxiais e multiaxiais. O presente trabalho também apresenta uma análise de incertezas comparando ensaios experimentais de tração mais as incertezas com os resultados numéricos associados ao modelo unidimensional.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

A THREE-DIMENSIONAL DESCRIPTION OF SHAPE MEMORY ALLOY
THERMOMECHANICAL BEHAVIOR INCLUDING PLASTICITY

Sergio de Almeida Oliveira

July/2013

Advisor: Marcelo Amorim Savi

Department: Mechanical Engineering

This work introduces a novel three-dimensional constitutive model that describes the thermomechanical behavior of shape memory alloys (SMAs). The model is developed in the framework of continuum mechanics and the standard generalized materials. Four macroscopic phases are considered associated with austenite and three variants of martensite, and each one of them can be induced either by volumetric or by deviatoric strains. The description of plasticity and transformation induced plasticity (TRIP) are also of concern in this constitutive model. Numerical simulations are carried out showing that the proposed model is able to capture the general behavior of SMAs for uniaxial and multiaxial tests. The present work also introduces an uncertainty analysis comparing experimental tensile tests over uncertainties associated with the numerical results to the onedimensional model.

Sumário

1	<i>INTRODUÇÃO</i>	1
1.1	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	3
2	<i>MATERIAIS INTELIGENTES</i>	5
2.1	LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA.....	6
2.1.1	Aplicações.....	9
2.2	MATERIAIS PIEZELÉTRICOS.....	14
2.2.1	Aplicações.....	15
2.3	MATERIAIS MAGNETO ESTRUCTIVOS	19
2.3.1	Aplicações.....	20
2.4	FLUIDOS ELetro-MAGNETO-REOLÓGICOS.....	22
2.4.1	Aplicações.....	24
3	<i>EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS</i>	27
3.1	ENERGIA LIVRE DE HELMHOLTZ.....	28
3.2	FORÇAS TERMODINÂMICAS	32
3.3	POTENCIAL DE DISSIPACÃO	35
3.4	PLASTICIDADE.....	38
3.5	EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS.....	39
3.6	PROCEDIMENTO NUMÉRICO	40
3.6.1	Transformação de fase.....	41
3.6.2	Plasticidade.....	42
4	<i>SIMULAÇÕES NUMÉRICAS – TESTES UNIAXIAIS</i>	46
4.1	ENSAIO PSEUDOELÁSTICO	48
4.2	EFEITO DE MEMÓRIA DE FORMA.....	49
4.2.1	Transformação de fase devido à variação de temperatura.....	50
4.3	SUBLAÇOS DEVIDOS À TRANSFORMAÇÃO DE FASE INCOMPLETA .	52
4.4	PLASTICIDADE.....	53
5	<i>SIMULAÇÕES NUMÉRICAS – TESTES MULTIAXIAIS</i>	57
5.1	CARREGAMENTO HIDROSTÁTICO.....	57
5.2	CISALHAMENTO PURO	58

5.3	CISALHAMENTO	60
5.4	CARREGAMENTO NÃO-ACOPLADO	61
5.5	CARREGAMENTO-ACOPLADO	63
6	<i>PLASTICIDADE INDUZIDA POR TRANSFORMAÇÃO DE FASE (TRIP)</i>	67
6.1	FORÇAS TERMODINÂMICAS	68
6.2	POTENCIAL DISSIPATIVO.....	69
6.3	PARÂMETROS.....	71
6.4	EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS.....	73
6.5	simulações numéricas – testes	74
6.5.1	Plasticidade.....	78
6.6	SIMULAÇÕES NUMÉRICAS – TESTES MULTIAXIAIS	79
6.6.1	Cisalhamento puro.....	79
7	<i>ANÁLISE EXPERIMENTAL E INCERTEZAS</i>	84
7.1	TESTES EXPERIMENTAIS.....	84
7.1.1	Teste de tração.....	85
7.1.2	Teste do Calorímetro (DSC).....	87
7.2	ANÁLISE DE INCERTEZAS.....	88
7.2.1	Ferramentas de análise.....	89
7.2.1.1	Aplicação de métodos estatísticos	90
7.2.1.1.1	Eliminação dos erros sistemáticos	90
7.2.1.2	Aplicação de Métodos Não-Estatísticos	95
7.3	FILTRAGEM.....	96
7.4	MODELO CONSTITUTIVO	100
7.5	COEFICIENTES DE SENSIBILIDADE	102
7.6	Cálculo das incertezas.....	102
8	<i>CONCLUSÕES</i>	109
9	<i>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</i>	111
	<i>APÊNDICE</i>	123
	Apêndice - Coeficientes de sensibilidade de cada parâmetro	123

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1–Pseudoelasticidade.	7
Figura 2.2- Efeito memória de forma.	8
Figura 2.3- Efeito de memória de forma reversível.....	8
Figura 2.4– Estruturas auto-expansiva (Machado & Savi, 2003).....	10
Figura 2.5- Instrumentos cirúrgicos (Machado & Savi, 2003; Duering <i>et al.</i> , Além das aplicações biomédicas, SMAs estão sendo amplamente exploradas na maioria dos domínios da engenharia 1999).	10
Figura 2.6 - Dispositivos de acoplamentos.	11
Figura 2.7- Estruturas flexíveis de SMAs multi-atuadas (Reidiniotis <i>et al.</i> , 2002; webdocs.cs.ualberta.ca/~database/MEMS/sma_mems/flap.html).....	12
Figura 2.8- Aplicações robóticas com SMAs, webdocs.cs.ualberta.ca/~database/MEMS/sma_mems/muscle.html).....	12
Figura 2.9- Absorvedor de vibração adaptativo (Williams <i>et al.</i> , 2002).	14
Figura 2.10- Polarização para obter o efeito piezoelectrico para $T < T^C$	15
Figura 2.11- O método proposto para a avaliação da rugosidade da roda. Um sensor piezoelectrico detecta a vibrações da roda, levando a uma avaliação do seu estado de desgaste.	16
Figura 2.12 - a - Junta semi ativa; b - Viga com uma junta semi ativa no centro.....	17
Figura 2.13 - Colheita de energia de pessoas caminhando com mochilas.....	18
Figura 2.14– (a) - Mecanismo de geração de energia por intermédio de uma caminhada	18
Figura 2.15- Figura esquemática do fenômeno magnetostrictivo. (http://aml.seas.ucla.edu/research/areas/magnetostrictive/overview.htm).	20
Figura 2.16- Atuador Terfenol-D (Janocha, 2001).	20
Figura 2.17- Bomba magnetostrictiva combinada com atuação hidráulica (Olabi,& Grunwald, 2008).	21
Figura 2.18- Válvula magnetostrictiva para motores de combustão interna (Janocha, 2001).	21
Figura 2.19- Micro-motor magnetostrictivo (Olabi, & Grunwald, 2008).....	22
Figura 2.20- Fluido eletro-magnético: efeito da aplicação de um campo eletro-magnético. ..	23
Figura 2.21 - Modos Básicos de operação - (a) Modo de válvula; (b) Modo de cisalhamento; (c) Modo de compressão.	24

Figura 2.22 - Amortecedor MR.	24
Figura 2.23 - Amortecedor de travamento (Carlson <i>et al.</i> , 1995).....	25
Figura 2.24 - Amortecedor de controle de abalo sísmico (Yang <i>et al.</i> , 2002).....	25
Figura 2.25- Protótipo de embreagem com fluido MR (Kavlicoglu <i>et al.</i> , 2002).	26
Figura 2.26– Figura esquemática de um freio com fluido MR (Carlson <i>et al.</i> , 1995).....	26
Figura 3.1 – Mudança de Referencial.	28
Figura 3.2- Representação geométrica da restrição para coexistência das fases	31
Figura 3.3– Algoritmo do procedimento numérico (técnica de partição do operador (Ortiz <i>et al.</i> , 1983)	40
Figura 3.4- Fluxograma.	41
Figura 3.5– Projeções associadas às subdiferenciais.	42
Figura 3.6- Representação geométrica do Return-Mapping.	44
Figura 4.1- Curvas tensão-deformação pseudo-elásticas experimentais para a Liga Ni-Ti. Tobushi <i>et al.</i> (1991)	47
Figura 4.2- Comparação numérico-experimental para $T = 333\text{ K}$, $T = 353\text{ K}$ e $T = 373\text{ K}$	47
Figura 4.3- Carregamentos com taxas diferentes.....	49
Figura 4.4- (a). História de carregamento mecânico, (b). História de carregamento térmico, (c). Diagrama tensão-deformação-temperatura, (d). Evolução temporal das frações volumétricas.....	50
Figura 4.5- História de carregamento térmico.	51
Figura 4.6- Diagrama deformação-temperatura.....	51
Figura 4.7- Evolução temporal das frações volumétricas para o efeito de transformação de fase devida à variação de temperatura.	52
Figura 4.8- História de carregamento para os sublaços.	52
Figura 4.9- Comportamento pseudoelásticos com sublaços internos.	53
Figura 4.10- Evolução temporal das frações volumétricas para os sublaços.....	53
Figura 4.11 - (a) História de carregamento para tensão máxima constante;.....	54
Figura 4.12 (a) -História de carregamento para tensão máxima variável (b)- Comportamento pseudoelástico com plasticidade para carregamentos cíclicos com tensão máxima variando progressivamente.	54
Figura 5.1- Resposta a um carregamento hidrostático.....	57

Figura 5.2- Evolução das frações volumétricas para o efeito pseudoelástico. para um carregamento com tensor hidrostático.	58
Figura 5.3- Comparação do carregamento σ^C com σ^D	59
Figura 5.4 - Evolução temporal das frações volumétricas para o carregamento σ^C com σ^D ...	59
Figura 5.5 - Carregamento com plasticidade com endurecimento cinemático e isotrópico. ...	60
Figura 5.6 - Evolução das frações volumétricas para o carregamento σ^E com σ^F ..	60
Figura 5.7– Cisalhamento: resposta a um carregamento com tensor cisalhante.....	61
Figura 5.8 – Cisalhamento: evolução temporal das frações volumétricas para o fenômeno pseudoelásticos de um carregamento com tensor cisalhante.	61
Figura 5.9- (a) Comparação com teste de tração. (b) Comparação com teste de cisalhamento.	62
Figura 5.10 - Carregamento acoplado.....	63
Figura 5.11 - Teste de tração-cisalhamento acoplado: curvas tensão-deformação.....	63
Figura 5.12 – Teste tração-cisalhamento acoplado: curvas de deformação normal-deformação cisalhante.....	64
Figura 5.13 – Carregamento tração-cisalhamento em teste acoplado com plasticidade.....	65
Figura 5.14 – Tração-cisalhamento em teste acoplado com plasticidade: curva tensão-deformação.....	65
Figura 5.15 – Tração-cisalhamento em teste acoplado com plasticidade: curva deformação normal-deformação cisalhante.	66
Figura 6.1– Efeito TRIP: comparação numérico-experimental para $T = 333\text{ K}$, $T = 353\text{ K}$ e $T = 373\text{ K}$	76
Figura 6.2– Saturação no efeito TRIP: (a) Resultado experimental Lagoudas <i>et al.</i> (2003); (b) Comparação numérico-experimental para carregamentos cíclicos.....	77
Figura 6.3 - Saturação no efeito TRIP: evolução temporal das frações volumétricas para carregamento cíclicos.....	78
Figura 6.4– Efeito TRIP e plasticidade: (a) História de carregamento para tensão máxima constante; (b) Comportamento pseudoelástico com plasticidade para carregamentos cíclicos com tensão máxima constante.	78
Figura 6.5 - Efeito TRIP e plasticidade: (a) História de carregamento para tensão máxima variável; (b) Comportamento pseudoelástico com plasticidade para carregamentos cíclicos com tensão máxima variando progressivamente.	79
Figura 6.6– Cisalhamento puro com TRIP: comparação do carregamento σ^C com σ^D	80

Figura 6.7- Cisalhamento puro com TRIP: evolução temporal das frações volumétricas para o fenômeno pseudoelástico.	81
Figura 6.8- Cisalhamento puro com TRIP e plasticidade: Carregamento com plasticidade com endurecimento cinemático e isotrópico.	81
Figura 6.9- Cisalhamento puro com TRIP e plasticidade: evolução das frações volumétricas para o fenômeno pseudoelástico.	82
Figura 6.10- Carregamento acoplado com TRIP: (a) $\sigma_{11} \times \varepsilon_{11}$, (b) $\sigma_{12} \times \varepsilon_{12}$	83
Figura 7.1 - Teste de tração com fios de SMA. Uma garra superior (A) e uma garra inferior (B) prendem o fio de SMA, o qual está dentro de uma câmara (C). Entrada de ar quente (D). A Força é medida por uma célula de carregamento de 10 KN.....	85
Figura 7.2 - Esquema do teste de tração com um fio de SMA (Azul) a diferentes temperaturas constantes. O aquecimento é feito pelo canhão de calor (vermelho). Os grampos (cinza claro) são presos à máquina de ensaio universal (cinza escuro).....	86
Figura 7.3- Teste pseudoelástico com 50 ciclos.....	86
Figura 7.4- Teste pseudoelástico com 20 ciclos.....	87
Figura 7.5- DSC 200 F3 Maia.....	87
Figura 7.6- Temperatura final e inicial para cada fase de transformação de fase para um ciclo.	88
Figura 7.7- Fluxograma para análise de incertezas.....	89
Figura 7.8- Distribuição normal – Critério Chauvenet.	92
Figura 7.9 - (a) Análise da curva tensão-deformação para 20 ciclos. (b) Ampliação da região a ser estudada.	97
Figura 7.10- Resíduo de primeira ordem-deformação.....	97
Figura 7.11 - (a) Curva tensão-deformação para o intervalo de deformação de 0,02% a 0,025%. (b) Curva resíduo de primeira ordem – deformação para o intervalo de deformação de 0,02% a 0,025%.	99
Figura 7.12 - (a) Sem detecção e exclusão do sistema de erros. (b) Com detecção e exclusão do sistema de erros com outliers.....	100
Figura 7.13 - (a) Incerteza devido ao número de ciclos. (b) Comparação entre a incerteza da parte superior com a parte inferior do laço de histerese.	104
Figura 7.14 - (a) Incerteza devido a variação das variáveis independentes. (b) Comparação entre a parte superior com a parte inferior da curva de histerese.....	105

Figura 7.15 - (a) Contribuição da incerteza total. (b) Comparação entre a incerteza na parte superior e a parte inferior.	106
Figura 7.16 - (a) Porcentagem de cada tipo de incerteza referente a parte inferior da curva de histerese. (b) Porcentagem de cada tipo de incerteza referente à parte superior do laço de histerese.....	107
Figura 7.17– Incerteza expandida relativa, U^R	107
Figura 7.18 - (a) Porcentagem da contribuição da incerteza devido às variáveis independentes E^A , E^M e T na parte inferior do laço de histerese em relação à incerteza total. (b) Porcentagem da contribuição da incerteza devido às variáveis independentes E^A , E^M e T na parte superior do laço de histerese em relação à incerteza total.	108

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1- Parâmetros obtidos a partir dos resultados experimentais obtidos por Tobushi <i>et al.</i> (1991).....	46
Tabela 5.1- - Parâmetros obtidos a partir dos resultados experimentais obtidos a partir dos resultados experimentais de Sittner <i>et al.</i> (1995).....	62
Tabela 6.1- Parâmetros obtidos a partir dos resultados experimentais obtidos por Tobushi <i>et al.</i> (1991).....	75
Tabela 6.2 - Parâmetros obtidos através da comparação entre resultados numéricos e experimentais provenientes de Lagoudas <i>et al.</i> (2003).....	77
Tabela 7.1- Temperatura inicial e final para cada fase de transformação cada ciclo.	88

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Fase austenítica.
B^+	Força termodinâmica relativa à fração volumétrica referente à martensita não maclada positiva.
B^-	Tensor deformação elástica à fração volumétrica referente à martensita não maclada negativa.
B^A	Tensor deformação elástica à fração volumétrica referente à austenita.
$c_j^{()}$	Coefficiente de sensibilidade.
D^c	Dimensão de cada classe
d_n^{l1}	Distribuição normal da média e do desvio padrão dos resíduos de primeira ordem referente ao valor do primeiro limite do intervalo de uma classe.
d_n^{l2}	Distribuição normal da média e do desvio padrão dos resíduos de primeira ordem referente ao valor do segundo limite do intervalo de uma classe.
$d. o. f$	Grau de liberdade referente ao número de classe.
E	Módulo de elasticidade.
E^A	Módulo de elasticidade da austenita.
E^M	Módulo de elasticidade da martensita.
E_{ijkl}^A	Tensor de quarta ordem do módulo de elasticidade da austenita.
E_{ijkl}^M	Tensor de quarta ordem do módulo de elasticidade da martensita.
f_{at}	Frequência teórica absoluta
f_a	Frequência experimental absoluta
F	Força.
G	Módulo de cisalhamento.
H	Módulo de endurecimento cinemático.
H^A	Módulo de endurecimento cinemático da austenita.
H^M	Módulo de endurecimento cinemático da martensita.
I_θ	Função indicatriz associada ao conjunto convexo θ .
I_π	Função indicatriz associada ao conjunto convexo π .
$I_{\bar{\chi}}$	Função indicatriz dual do conjunto convexo χ .
I_χ	Função indicatriz do conjunto convexo χ .

I_f	Função indicatriz associada à plasticidade clássica.
I_Y	Função indicatriz associada com as quatro constantes do efeito de saturação durante os ciclos de carregamento.
I_e	Função indicatriz associada com as quatro constantes do efeito de saturação durante os ciclos de carregamento.
J	Fator de <i>Student</i> .
K	Módulo plástico.
L_0^+	Parâmetro relacionado com a tensão crítica devido à fase de martensita não maclada positiva.
L^+	Parâmetro relacionado com a tensão crítica devido à fase de martensita não maclada positiva.
L_0^-	Parâmetro relacionado com a tensão crítica devido à fase de martensita não maclada negativa.
L^-	Parâmetro relacionado com a tensão crítica devido à fase de martensita não maclada negativa.
L_0^A	Parâmetro relacionado com a tensão crítica devido à fase austenita.
l_1	Valor do primeiro limite do intervalo de uma classe.
l_2	Valor do segundo limite do intervalo de uma classe.
L^A	Parâmetro relacionado com a tensão crítica devido à fase austenita.
m^σ	Média de tensões dentro de um intervalo de $0,25 \cdot 10^{-2}\%$.
$m^{\varepsilon N}$	Média das deformações dos resultados numéricos.
m^ε	Média das deformações dos resultados experimentais dentro de um intervalo de $0,25 \cdot 10^{-2}\%$.
\bar{m}^σ	Média das tensões de todos os pontos no intervalo de $0,0625 \cdot 10^{-2}\%$.
\bar{m}^ε	Média das deformações de todos os pontos no intervalo de $0,0625 \cdot 10^{-2}\%$.
M	Fase martensítica.
M^+	Fase martensítica não maclada positiva.
M^-	Fase martensítica não maclada negativa.
$M(\)$	Parâmetros associados com o efeito TRIP.
m^α	Parâmetro referente ao efeito de saturação para o controle de α .
m^r	Parâmetro referente ao efeito de saturação para controle de r_{ij} .

m^{η^I}	Parâmetro referente ao efeito de saturação para o controle de η^I, η_{ij}^k .
m^{η^K}	Parâmetro referente ao efeito de saturação para o controle de η_{ij}^k .
m^L	Parâmetro referente ao efeito de saturação para o controle de $L_0^+, L^+, L_0^-, L^-, L_0^A$ e L^A .
m^{r^1}	Média dos resíduos de primeira ordem.
m^M	Parâmetro referente ao efeito de saturação para o controle de $M(\)$.
$\widehat{M}_{(\)}^R$	Valor de referência de $\widehat{M}_{(\)}$
n^c	Número de classes.
n^d	Número de dados dos resíduos de primeira ordem.
$Prob^{ti}$	Probabilidade qui-quadrada do limite inferior para o coeficiente teórico χ_T^2 .
$Prob^{ts}$	Probabilidade qui-quadrada do limite superior para o coeficiente teórico χ_T^2 .
r^1	Resíduo de primeira ordem.
r_{ij}	Tensor de segunda ordem responsável pelo tamanho horizontal do loop de histerese.
R_{ij}	Força termodinâmica relativa ao tensor deformação TRIP.
s^{r^1}	Desvio padrão dos resíduos.
s^σ	Desvio padrão dos dados no intervalo de $0,25 \cdot 10^{-2}\%$.
\bar{s}^σ	Desvio padrão dos dados no intervalo de $0,0625 \cdot 10^{-2}\%$.
s	Desvio padrão dos coeficientes.
S^+	Força termodinâmica relativa ao efeito de saturação durante os ciclos de carregamento, referente à martensita não maclada positiva.
S^-	Força termodinâmica relativa ao efeito de saturação referente aos ciclos de carregamento, referente à martensita não maclada negativa.
S^A	Força termodinâmica relativa ao efeito de saturação referente aos ciclos de carregamento, referente à austenita.
T	Temperatura.
T_0	Temperatura de referência em um estado livre de tensão.
T_F	Temperatura de referência para determinação da tensão de escoamento para altas temperaturas.
T^A	Temperatura acima da temperatura onde a austenita é estável.
T^M	Temperatura abaixo da qual a fase martensita torna-se estável.

U^c	Incerteza expandida relativa ao número de ciclos.
U^V	Incerteza devido à variação das variáveis independentes.
U	Incerteza.
U^2	Variância.
U^T	Incerteza total.
U^R	Incerteza expandida relativa.
\bar{V}	Referencial de trabalho.
V	Referencial das tensões principais.
X_{ij}	Força termodinâmica relativa ao tensor deformação plástico.
Y	Força termodinâmica relativa ao tensor endurecimento cinemático.
Z_{ij}	Força termodinâmica relativa ao tensor deformação TRIP.
α	Parâmetro escalar relacionado ao tamanho vertical do ciclo de histerese.
α_{ijkl}^h	Tensor de quarta ordem responsável pelo tamanho horizontal do loop de histerese.
Λ^M	Funções de temperatura que definem a tensão de transformação de fase.
Λ^A	Funções de temperatura que definem a tensão de transformação de fase,
Λ^N	Funções de temperatura que definem a tensão de transformação de fase,
β^+	Fração volumétrica referente à martensita não maclada positiva.
β^-	Fração volumétrica referente à martensita não maclada negativa.
β^A	Fração volumétrica referente à austenita.
β^M	Fração volumétrica referente à martensita maclada.
β_s^+	Fração volumétrica referente a martensita não maclada positiva quando se inicia cada processo de transformação de fase.
β_s^-	Fração volumétrica referente a martensita não maclada negativa quando se inicia cada processo de transformação de fase.
ε_{ij}	Tensor deformação total.
ε_{ij}^e	Tensor deformação elástica.
ε_{ij}^p	Tensor deformação plástica.
ε_{ij}^{tp}	Tensor deformação TRIP.
ε_{ij}^{Phase}	Tensor deformação transformação de fase.
ξ^+	Variável do efeito de saturação durante os ciclos de carregamento, referente à martensita não maclada positiva.

ξ^-	Variável do efeito de saturação durante os ciclos de carregamento, referente à martensita não maclada positiva.
ξ^A	Variável do efeito de saturação durante os ciclos de carregamento, referente à austenita.
ϑ	Variável interna referente ao endurecimento isotrópico.
ς_{ij}	Variável interna referente ao endurecimento cinemático.
ρ	Massa específica do material.
σ_{ij}	Tensor tensão.
σ^Y	Limite de escoamento.
$\sigma_{A,i}^Y$	Tensão de escoamento da austenita à temperatura T^A
$\sigma_{A,f}^Y$	Tensão de escoamento da austenita à temperatura T^F
γ	Multiplicador plástico.
η^+	Parâmetro associado à dissipação interna na fase martensita não maclada positiva.
η^-	Parâmetro associado à dissipação interna na fase martensita não maclada negativa.
η^A	Parâmetro associado à dissipação interna na fase austenita.
η^I	Parâmetro de acoplamento entre a transformação de fase e a plasticidade associado ao endurecimento isotrópico.
η_{ij}^k	Parâmetro de acoplamento entre a transformação de fase e a plasticidade associado ao endurecimento cinemático.
λ	Constante de Lamé.
λ^A	Constante de Lamé referente à austenita.
λ^M	Constante de Lamé referente à martensita.
μ	Constante de Lamé.
μ^A	Constante de Lamé referente à austenita.
μ^M	Constante de Lamé referente à martensita.
Φ	Pseudo-potencial de dissipação.
$\bar{\Phi}^{Mec}$	Parte mecânica do pseudo-potencial de dissipação.
Φ^A	Parte térmica do pseudo-potencial de dissipação.
ψ	Densidade da energia livre de Helmholtz.
ψ^+	Densidade da energia livre de Helmholtz da martensita não maclada

	positiva.
ψ^-	Densidade da energia livre de Helmholtz da martensita não maclada negativa.
ψ^A	Densidade da energia livre de Helmholtz da austenita.
ψ^M	Densidade da energia livre de Helmholtz da martensita estável.
Γ	Campo de deformação equivalente, Indutor.
ν	Coefficiente de Poisson.
ν^A	Coefficiente de Poisson referente à austenita.
ν^M	Coefficiente de Poisson à martensita.
Ω_{ij}	Tensor relacionado aos coeficientes de expansão térmica.
Ω_{ij}^A	Tensor relacionado aos coeficientes de expansão térmica da austenita.
Ω_{ij}^M	Tensor relacionado aos coeficientes de expansão térmica da martensita.
\mathbb{R}	Coefficiente de Determinação.
χ_e^2	O coeficiente experimental χ_e^2 .
χ_T^2	O coeficiente teórico χ_T^2 .
\mathcal{L}_{ij}	Tensor desviador.
τ	Subdiferencial referente ao tetraedro da Figura 3.1.
\mathcal{T}	Subdiferencial referente ao conjunto convexo χ .

1 INTRODUÇÃO

As ligas com memória de forma (SMAs) pertencem à classe dos materiais inteligentes, sendo usados em diferentes tipos de aplicações. Para uma revisão acerca das aplicações ver, por exemplo, Lagoudas (2008), Paiva & Savi (2006), Machado & Savi (2003) e Kalamkarov & Kolpakov (1997). As notáveis propriedades das SMAs estão associadas com as transformações de fase martensíticas que são responsáveis por diferentes tipos de comportamentos termomecânicos desses materiais inteligentes. Além da pseudoelasticidade e dos efeitos de memória de forma, as SMAs podem apresentar comportamentos interessantes como os sublaços internos devidos às transformações de fase incompleta, efeito de memória de forma reversível (ou de duas vias), plasticidade, plasticidade induzida por transformação (TRIP), dependência da taxa de carregamento, acoplamentos termomecânicos entre outros efeitos interessantes relacionados às características não-homogêneas. Todos esses fenômenos dão uma ideia geral sobre o complexo comportamento termomecânico das SMAs, existindo uma vasta literatura a respeito: Matsumoto *et al.*(1987), Shaw & Kyriakides (1995), Otsuka & Ren (1999), Gall & Sehitoglu (1999), Patoor *et al.* (2006), Lagoudas *et al.* (2006), Lagoudas (2008), Greenwood & Johnson (1965), Magee (1966), Abrassart (1972), Desalos (1981), Denis *et al.* (1982) e Olson & Cohen (1986).

A modelagem e simulação do comportamento termomecânico das SMAs é o objetivo de numerosos esforços de investigação científica. A modelagem macroscópica está relacionada às características fenomenológicas, e baseia-se na mecânica do contínuo e na termodinâmica com variáveis de estado internas que levam em conta a mudança na microestrutura devido à transformação de fase (Popov & Lagoudas, 2007; Paiva & Savi, 2006). Paiva & Savi (2006) e Lagoudas (2008) apresentam uma visão geral da modelagem das SMAs, com ênfase nos modelos constitutivos.

A modelagem das SMAs se torna ainda mais complexa quando se trata no contexto tridimensional. Embora existam muitos modelos constitutivos para uma descrição tridimensional, a sua verificação é difícil devido à falta de dados experimentais. Por isso, muitos artigos na literatura apresentam modelos tridimensionais, discutindo apenas resultados relativos aos ensaios uniaxiais. Entre alguns esforços de pesquisas dedicados a análise tridimensional das SMAs, é importante mencionar: Oliveira *et al.* (2010); Popov & Lagoudas (2007); Auricchio *et al.* (2007); Zaki & Moumni (2007); Panico & Brinson (2007); Levitas *et al.*(2003); Brocca *et al.* (2002); Souza *et al.* (1998); Fremond (1996).

Além da modelagem termomecânica das SMAs, alguns resultados experimentais são de grande importância para validar os modelos. Dentre outros esforços, podem-se referenciar alguns ensaios experimentais multiaxiais realizados em diferentes contextos: Grabe & Bruhns (2007), McNaney *et al.* (2003), Manach & Favier (1997), Sittner *et al.* (1995), Wang *et al.* (2007), Auricchio (2007) e Panico & Brinson (2007).

O fenômeno da plasticidade em SMAs tem sido objeto de alguns estudos. Baêta-Neves *et al.* (2004) e Paiva *et al.* (2005) apresentam a descrição da plasticidade em SMAs em um contexto unidimensional. O modelo considera o acoplamento entre a plasticidade e as transformações de fase e ainda utiliza efeitos de endurecimento cinemático e isotrópico. Recentemente, Hartl *et al.* (2010) explora a ideia do comportamento plástico das SMAs investigando a interação entre as transformações de fase e a superfície de escoamento.

Além da plasticidade clássica, as SMAs ainda apresentam uma deformação plástica induzida por transformação de fase (TRIP – *Transformation Induced Plasticity*). Estudos experimentais revelam que esse mecanismo de deformação resulta de tensões internas decorrentes da variação de volume associada à transformação de fase e também do acompanhamento da mudança de forma (Marketz & Fischer, 1994). O TRIP é um tipo de deformação irreversível que ocorre dentro da superfície de escoamento (Greenwood & Johnson, 1965; Magee, 1966; Abrassart, 1972; Desalos, 1981; Denis *et al.*, 1982; Olson & Cohen, 1986).

O tratamento de incertezas é outro ponto importante na questão da modelagem de sistemas físicos. Métodos estatísticos tem uma grande importância na análise de medições e em testes realizados dentro de um quadro de sistema de qualidade. Modelos matemáticos tentam produzir resultados semelhantes com os resultados dos ensaios experimentais, mas na maioria dos casos, os resultados não são totalmente idênticos e apresentam algumas diferenças. A análise da incerteza proporciona uma melhor comparação entre os resultados numéricos e experimentais que mostra a magnitude dos possíveis erros, aumentando assim a possibilidade do resultado numérico estar contido dentro da variação da magnitude do erro. A análise de incertezas em um teste experimental é apresentada no capítulo 7. Esta parte de trabalho foi desenvolvida em uma cooperação com a DTU, sob a orientação do Prof. Ilmar F. Santos. A ideia é estabelecer uma comparação com as simulações numéricas.

O presente trabalho discute a modelagem termomecânica das ligas com memória de forma em um contexto tridimensional. O modelo constitutivo apresentado é isotrópico sendo desenvolvido no âmbito da mecânica do contínuo e dos materiais padrão generalizados

(Halphen & Son Nguyen, 1975). A motivação central para essa abordagem é propor um modelo que não viole a segunda lei da termodinâmica. O modelo é inspirado em um modelo unidimensional que é capaz de descrever diferentes comportamentos termomecânicos de SMAs de uma forma flexível, apresentando simulações numéricas que estão em concordância com testes experimentais uniaxiais (Savi *et al.*, 2002a; Baêta Neves *et al.*, 2004; Paiva *et al.*, 2005; Savi & Paiva, 2005; Monteiro *et al.*, 2009). Esse modelo é baseado no modelo de Fremond (Fremond, 1996). O modelo tridimensional proposto inclui a plasticidade e o efeito TRIP. Um procedimento numérico é proposto e simulações numéricas são realizadas para testes uniaxiais e multiaxiais considerando um comportamento homogêneo da SMA. Além disso, este trabalho apresenta os valores de incertezas nos resultados de um teste experimental de tração conduzido em ligas com memória de forma para avaliar os resultados do comportamento termomecânico do modelo constitutivo desenvolvido.

A contribuição central do trabalho é o desenvolvimento de um novo modelo constitutivo tridimensional para descrever os diversos fenômenos termomecânicos das SMAs. Apesar de a literatura apresentar alguns modelos importantes, acredita-se que o modelo proposto alie flexibilidade e precisão. Assim sendo, os diversos fenômenos associados podem ser descritos com um mesmo conjunto de parâmetros, evitando ajustes desnecessários. A flexibilidade do modelo é confirmada em simulações numéricas de testes uniaxiais e multiaxiais. A análise de incertezas mostra que os resultados estão dentro de uma faixa aceitável quando comparados com testes experimentais.

1.1 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho está dividido em 6 capítulos. Neste primeiro capítulo, é feita uma introdução onde consta uma revisão de literatura sobre a modelagem termomecânica das ligas com memória de forma.

O segundo capítulo apresenta uma descrição geral sobre materiais inteligentes e suas aplicações, destacando quatro tipos de materiais: ligas com memória de forma, piezelétricos, materiais magneto estríctivos e fluidos eletro-magneto-reológicos. O terceiro capítulo apresenta a formulação constitutiva para ligas com memória de forma, seguindo o formalismo dos materiais padrão generalizados. O modelo constitutivo é discutido e, em seguida, apresentam-se o procedimento numérico empregado para a solução numérica.

No quarto capítulo, uma série de simulações numéricas é apresentada baseada em testes uniaxiais. O quinto capítulo, por sua vez, apresenta uma série de simulações numéricas baseadas em testes multiaxiais.

O sexto capítulo incorpora o efeito TRIP nas equações constitutivas e em seguida, uma série de simulações numéricas baseadas em testes uniaxiais e testes multiaxiais.

O sétimo capítulo apresenta a contribuição de incertezas em um teste experimental e a comparação com resultados numéricos.

Finalmente, o oitavo capítulo é destinado às conclusões.

2 MATERIAIS INTELIGENTES

A natureza é a fonte de inspiração essencial para pesquisadores e engenheiros que tentam desenvolver sistemas e estruturas. O principal aspecto inspirador é o comportamento adaptativo que fornece a capacidade de auto-regulação dos sistemas naturais.

Através da história, a tecnologia humana é sempre relacionada com materiais diferentes e é possível reconhecer as eras definidas por alguma invenção e utilização de materiais: pedra e metal, por exemplo. Recentemente, os materiais inteligentes podem ser identificados como o estímulo de uma nova era. Basicamente, os materiais inteligentes possuem um acoplamento entre grandezas mecânicas e não-mecânicas, que confere ao material um tipo especial de comportamento. Neste sentido, é possível imaginar inúmeras aplicações devido ao acoplamento de campos que, geralmente, não estão ligados.

A utilização do material inteligente na área tecnológica tenta explorar a ideia de construir sistemas e estruturas com comportamento adaptativo que tenham a capacidade de alterar propriedades, devido às mudanças ambientais e reparar-se quando necessário.

Além do termo materiais inteligentes, também são usualmente empregados os termos materiais adaptativos, multifuncionais ou ativos. Lagoudas (2008) chamou de materiais ativos a um subgrupo de materiais multifuncionais que apresentam sensibilidade e capacidade de atuação. Mas, em geral, é possível utilizar o termo materiais inteligentes a fim de expressar os materiais que apresentam acoplamentos entre campos físicos diferentes e, portanto, com características adaptativas que podem ser empregadas para adequar-se às mudanças ambientais.

Dentre muitas possibilidades, os materiais inteligentes podem ser classificados de acordo com as diferentes formas de acoplamento. Atualmente, os materiais mais utilizados são as ligas com memória de forma, os materiais piezelétricos, os materiais magnetostrictivo e os fluidos eletro-magneto-reológicos. Esses materiais têm a capacidade de mudar sua forma e rigidez, dentre outras propriedades, através da imposição de uma diferença de potencial, de um campo eletro-magnético, de temperatura ou de campos de tensão.

Variações deste tipo de materiais foram criadas, aumentando ainda mais a aplicabilidade dos materiais inteligentes. Neste sentido, pode-se mencionar a forma de ligas ferromagnéticas de memória, polímeros com memória de forma, polímeros óticos ativados e fibras óticas. Além disso, deve-se ressaltar a combinação de diferentes tipos de materiais compostos híbridos. Recentemente, há uma tendência para a redução de dispositivos

inteligentes para micro e nano-escala como os então chamados MEMS e NEMS (micro-nano-eletrônico de sistemas mecânicos).

Materiais inteligentes são usualmente utilizados como sensores e atuadores em estruturas inteligentes. A escolha do material adequado para cada aplicação depende de muitos fatores e dois requisitos imprescindíveis no projeto devem ser destaque (Lagoudas, 2008): a densidade de energia de atuação e a frequência de atuação do material.

2.1 LIGAS COM MEMÓRIA DE FORMA

Ligas com Memória de Forma (SMAs) apresentam um acoplamento termomecânico que lhe dá a capacidade de recuperar uma forma previamente definida, quando submetidas a um processo de carregamento termomecânico apropriado. Quando há uma restrição para a recuperação de forma, essas ligas promovem forças de restituição elevadas.

As SMAs são conhecidas desde 1930. Chang e Read (1952) observam a reversibilidade da liga de Au-Cd, levando em consideração tanto aspectos metalográficos quanto mudanças nas propriedades de resistividade. Greninger & Mooradian (1938) observam o efeito memória de forma em ligas Cu - Zn e Cu - Sn. Porém, somente em 1960, foi que começou a existir um interesse tecnológico a respeito do comportamento das SMAs. Em 1962, Buehler e colaboradores do Laboratório de Artilharia Naval dos EUA descobriram o efeito memória de forma em uma liga de Ni-Ti, que começou a ser conhecido como Nitinol, como uma referência para as letras iniciais do laboratório (NOL). Atualmente, as aplicações das SMAs estão se tornando bem conhecidas por diferentes campos da ciência e da engenharia.

As propriedades singulares das SMAs estão associadas com transformações de fase responsáveis por diferentes comportamentos termomecânicos dessas ligas. Basicamente, duas fases distintas são possíveis nas SMAs: austenita e martensita. A fase austenítica é estável em altas temperaturas e em um estado livre de tensão, apresentando uma única variante. Por outro lado, a fase martensítica é estável a baixa temperatura em um estado livre de tensão, estando relacionada com inúmeras variantes. Uma transformação de fase pode ser induzida por tensão ou pela temperatura. Quando a martensita é induzida por temperatura, é chamada de martensita maclada (twinned), que tem 24 variantes que representam 24 subtipos com diferentes orientações cristalográficas. A formação martensítica induzida por tensão tende a mudar estas 24 variantes da martensita macladas em apenas uma variante, alinhada com a direção do carregamento de tensão, que é chamado martensita não maclada (detwinned).

A fim de apresentar as principais ideias por trás desses fenômenos, vamos considerar uma amostra das SMAs em alta temperatura. Sob essa condição, a amostra tem fase austenítica e uma carga mecânica pode induzir a transformação de fase em martensita não maclada (detwinned). Retirada à carga mecânica, ocorre uma transformação de fase reversa na amostra. A Figura 2.1 apresenta um desenho esquemático do processo, juntamente com uma curva de tensão-deformação que representa o comportamento macroscópico do fenômeno pseudoelástico.

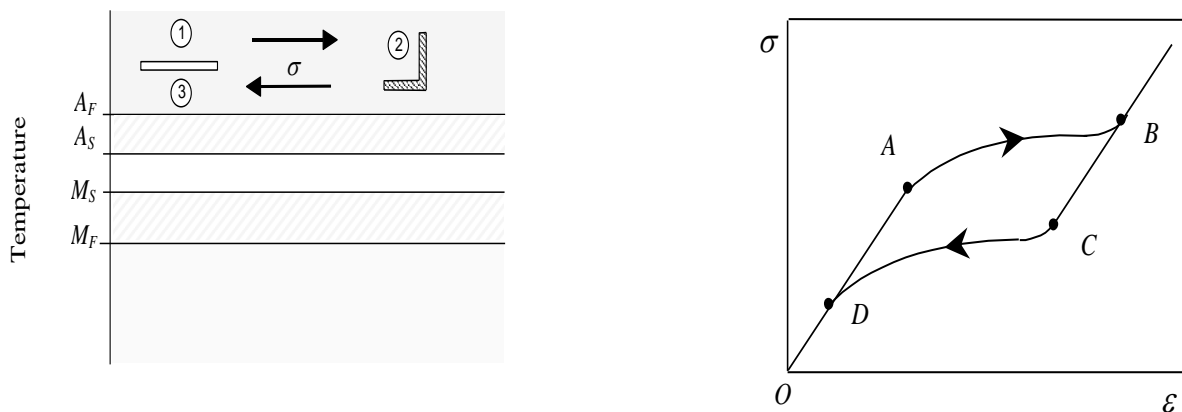


Figura 2.1—Pseudoelasticidade.

Vamos agora diminuir a temperatura de tal forma que a amostra pode ser considerada a baixa temperatura. Sob essa condição, a amostra da SMA tem uma fase martensítica maclada (twined) e, quando é submetido a um carregamento mecânico, um processo de reorientação ocorre, dando origem à formação da martensita não maclada (detwined). Quando o processo de carregamento-descarregamento estiver concluído, a amostra da SMA apresenta uma deformação residual. Esta deformação residual pode ser recuperada através do aumento da temperatura que induz a transformação da fase martensita para austenita. Este é o efeito de memória de forma, também conhecida como One-Way efeito memória de forma. É importante observar que a variação da temperatura provoca uma alteração da forma e a amostra recupera sua forma original. Este fenômeno pode ser entendido a partir de um movimento do ciclo de histerese mostrado na curva de tensão-deformação da Figura 2.1, uma vez que a temperatura desce, o laço de histerese se move para baixo também. A Figura 2.2 mostra uma imagem esquemática do fenômeno do efeito memória de forma, juntamente com a curva de tensão-deformação.

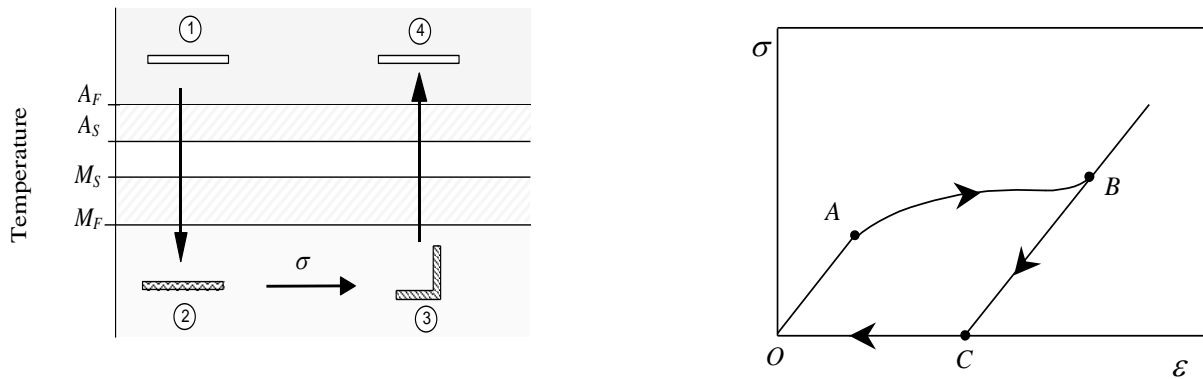


Figura 2.2- Efeito memória de forma.

O efeito de memória de forma reversível é outro fenômeno associado às SMAs. Basicamente, este fenômeno é tal que a amostra tem uma forma no estado austenítico e outra no estado martensítico. A mudança de temperatura produz uma mudança na forma da amostra, sem qualquer carga mecânica. Este fenômeno é uma consequência do treinamento da amostra da SMA. Normalmente, existem dois processos de formação: a dos ciclos do efeito de memória de forma (ciclos de SME) e da formação através do aparecimento da martensita não maclada (detwined), onde a tensão induz a formação da martensita. A Figura 2.3 mostra uma representação esquemática do efeito nos dois sentidos.

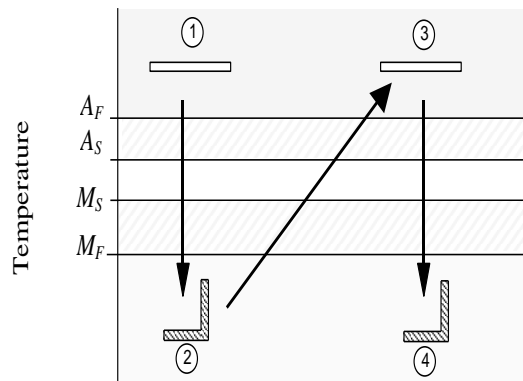
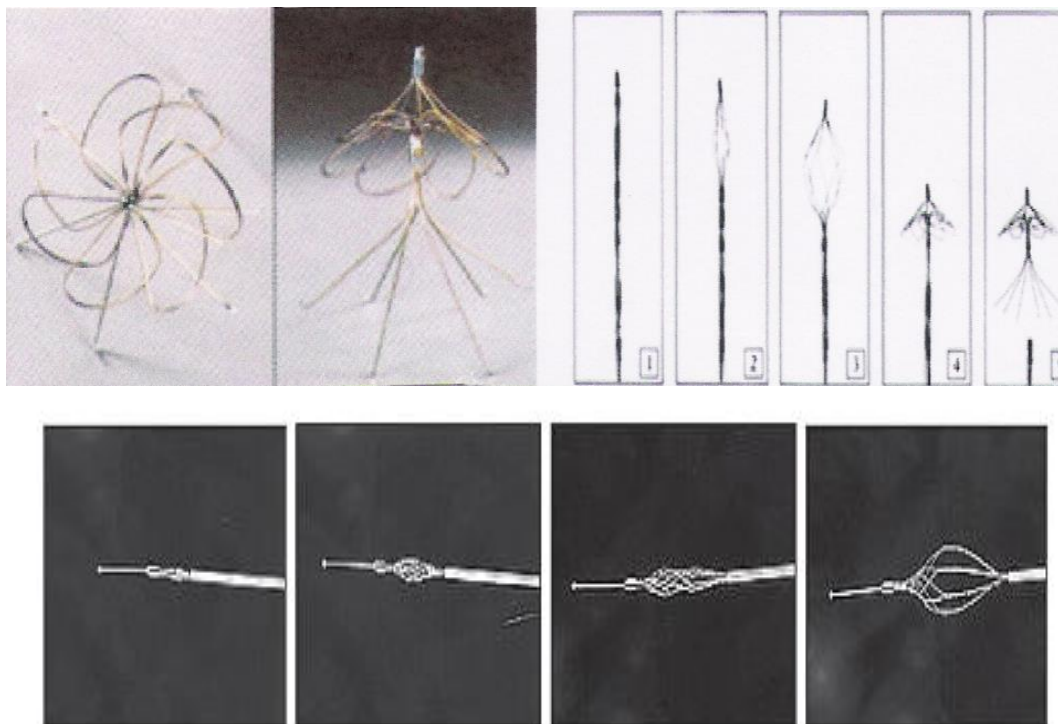


Figura 2.3- Efeito de memória de forma reversível.

2.1.1 Aplicações

As propriedades singulares das SMAs estão atraindo o interesse tecnológico em diversos campos das ciências e engenharia. Machado & Savi (2002, 2003) e Duering *et al.* (1999) apresentam uma visão geral das aplicações mais relevantes das SMAs dentro do campo da biomedicina. Aplicações biomédicas com SMAs tornaram-se bem sucedidas, devido à característica não-invasiva de dispositivos com SMAs e também devido à sua excelente biocompatibilidade. SMAs são usualmente empregadas em instrumentos cirúrgicos, cardiovasculares, ortopédicos e aparelhos ortodônticos, entre outras aplicações.

Estruturas auto-expansivas constituem uma das principais aplicações das SMAs, como o filtro Simon e stents. A Figura 2.4 apresenta a idéia geral das estruturas de auto-expansão apresentando algumas habituais aplicações biomédicas. A Figura 2.5 apresenta alguns instrumentos cirúrgicos.



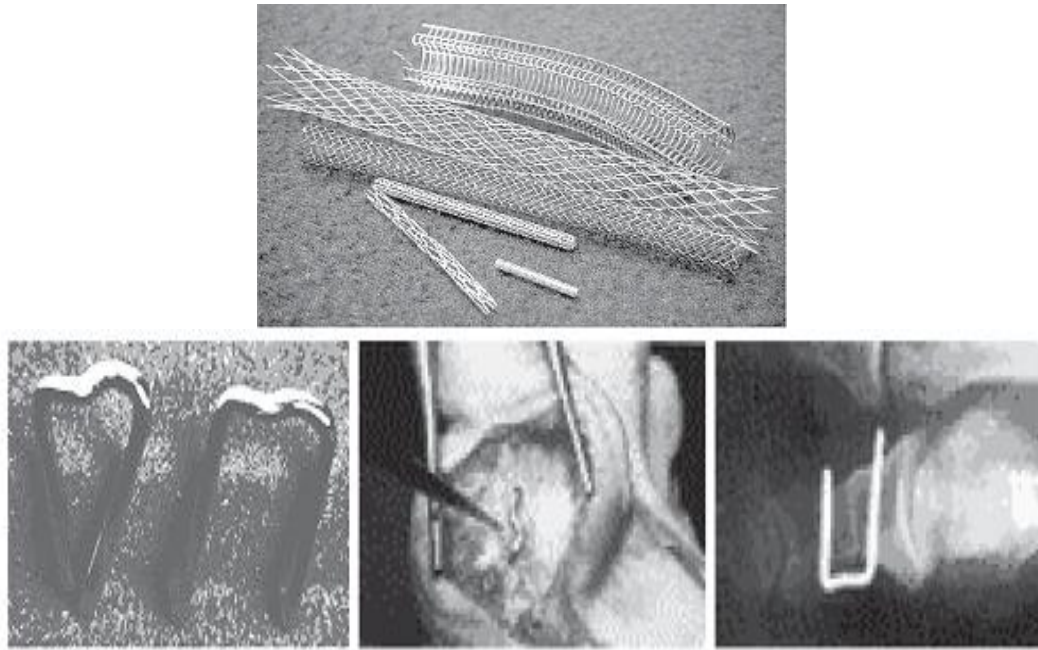


Figura 2.4– Estruturas auto-expansiva (Machado & Savi, 2003).

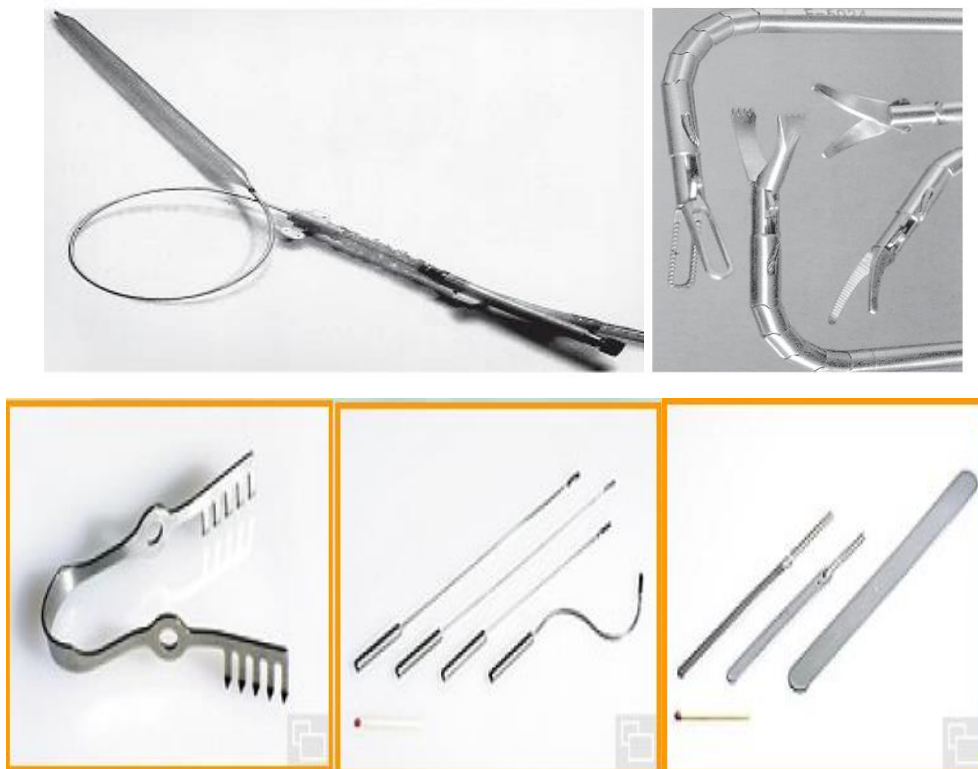


Figura 2.5- Instrumentos cirúrgicos (Machado & Savi, 2003; Duering *et al.*, Além das aplicações biomédicas, SMAs estão sendo amplamente exploradas na maioria dos domínios da engenharia 1999).

Paiva&Savi (2006) discutem algumas das aplicações de engenharia mais importantes. Mais uma vez, as estruturas de auto-expansão são empregadas para promover a implantação e estabelecer conexões. A Figura 2.6 apresenta uma conexão de tubo conhecida como CryOfit, e pela primeira vez utilizado no F-14 USAF, sendo desenvolvida pela Raychem (2001). Além disso, a Figura 2.6 apresenta também um conjunto de SMAs empregado em flanges (Peairs *et al.*, 2004).

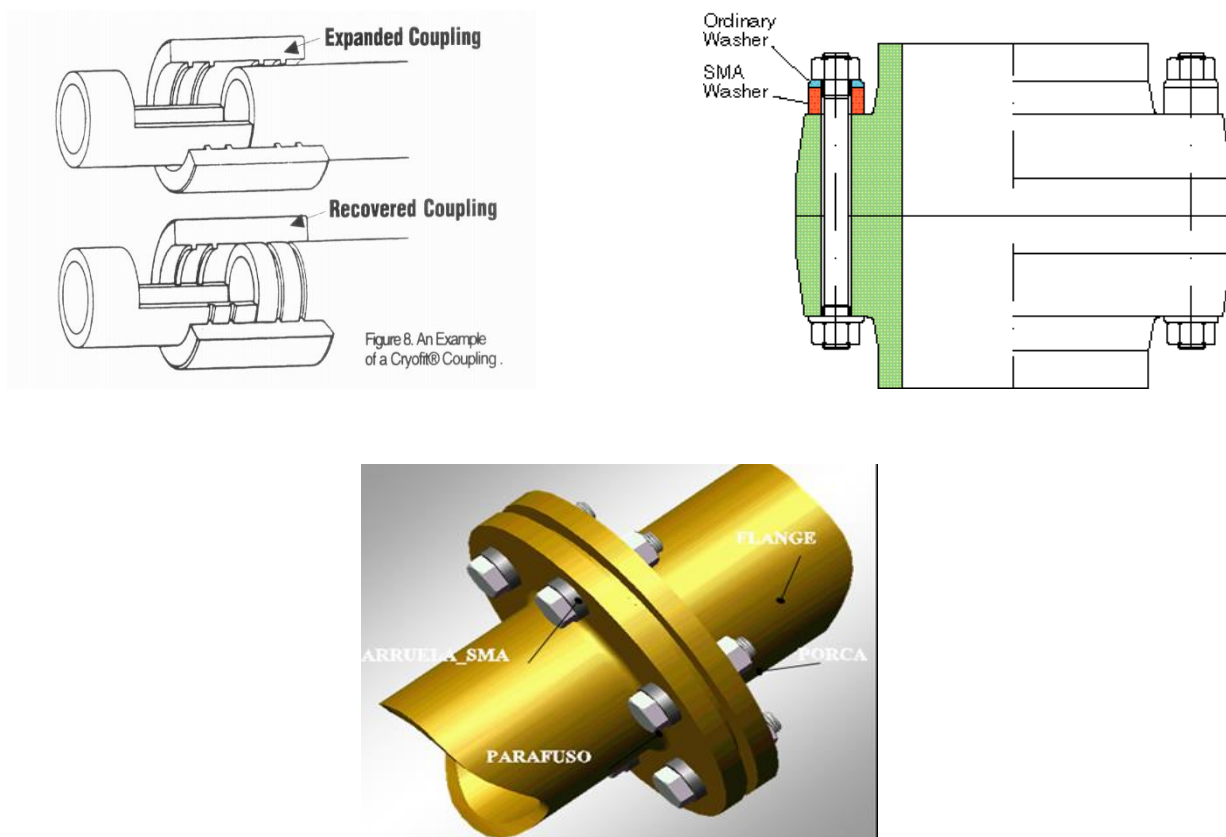


Figura 2.6 - Dispositivos de acoplamentos.

Outra aplicação interessante está relacionada às estruturas flexíveis multi-atuadas que podem ser aplicadas em aerobarcos ou em asas. Rediniotis *et al.* (2002) apresentam um protótipo de hidrodinâmica, onde fios de SMAs são externamente acionados por uma fonte de aquecimento elétrico (Figura 2.7).

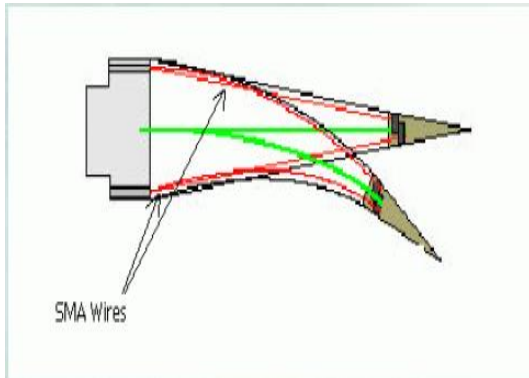
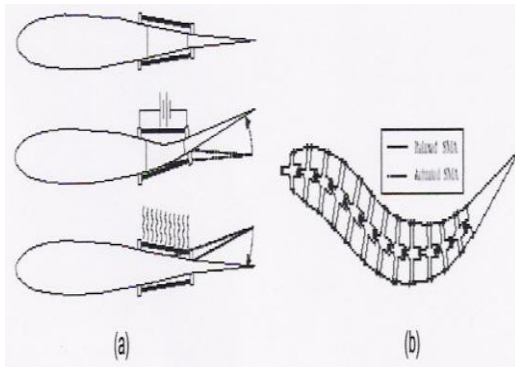


Figura 2.7- Estruturas flexíveis de SMAs multi-atuadas (Reidiniotis *et al.*, 2002; webdocs.cs.ualberta.ca/~database/MEMS/sma_mems/flap.html).

Aplicações de robótica também estão explorando características únicas das SMAs. Em essência, SMAs tentam imitar o movimento contínuo do músculo que é importante para a construção de uma prótese ideal, que inclui as mãos, braços e pernas. A Figura 2.8 mostra um protótipo disponível na literatura.



Figura 2.8- Aplicações robóticas com SMAs, webdocs.cs.ualberta.ca/~database/MEMS/sma_mems/muscle.html).

Aplicações dinâmicas constituem outra área importante dentro da engenharia onde as SMAs podem ser exploradas. Estas aplicações estão associadas tanto a dissipação adaptativa de energia, relacionada ao seu comportamento histerético, quanto às mudanças de suas propriedades mecânicas causadas pelas transformações de fase. Estes aspectos podem ser explorados tanto em um controle passivo-adaptativo quanto em um controle ativo. Um fator limitante para a concepção de novas aplicações é a velocidade de resposta das SMAs. Uma aplicação interessante em sistemas dinâmicos é um oscilador de impacto com elementos de SMAs. Neste dispositivo, a elevada capacidade de dissipação das SMAs promove um comportamento menos complexo, mudando radicalmente a resposta do sistema quando comparada com aquelas obtidas com um suporte elástico linear (Santos & Savi, 2009; Sitnikova *et al.*, 2008).

As respostas dinâmicas dos sistemas com SMAs têm sido estudadas, tratando os principais aspectos dos sistemas dinâmicos com elementos de SMAs. O controle passivo-adaptativo de vibrações tem sido aplicado em pontes (Williams *et al.*, 2002) e em outras estruturas civis submetidas a terremotos (Saadat *et al.*, 2002). Sistemas com elementos de SMAs ou estruturas complexas podem apresentar respostas dinâmicas, incluindo caos e hipercaos (Savi & Pacheco, 2002; Machado *et al.*, 2003, 2008; Bernardini & Rega, 2005; e Savi *et al.*, 2008).

O uso de absorvedores dinâmicos de vibração consiste de um dispositivo de controle de vibração passivo que tem a finalidade de reduzir a vibração de um sistema primário submetido a uma excitação externa. O absorvedor é constituído de um oscilador secundário que, uma vez conectado ao sistema primário, é capaz de absorver energia de vibração do sistema primário. Uma alternativa para sistemas onde a frequência de forçamento varia ou tem um tipo de incerteza é o conceito de um absorvedor de vibração adaptativo (Ibrahim, 2008; Brennan, 2006). Savi *et al.* (2010) discutem o uso das SMAs no absorvedor de vibração e Williams *et al.* (2002) investigam um protótipo deste dispositivo (Figura 2.9).

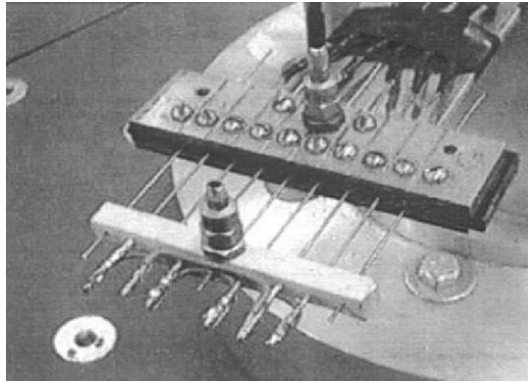


Figura 2.9- Absorvedor de vibração adaptativo (Williams *et al.*, 2002).

2.2 MATERIAIS PIEZELÉTRICOS

O fenômeno piez elétrico é baseado na indução de um dipolo elétrico. Como consequência, essa classe de materiais apresenta um acoplamento eletro-mecânico recíproca. Em outras palavras, uma vez que um campo elétrico é aplicado, o material apresenta uma deformação mecânica, por outro lado, quando o material sofre uma carga mecânica, um potencial elétrico é gerado. Esta reciprocidade permite este tipo de material a ser utilizado, como sensores ou atuadores em estruturas inteligentes.

Estes dois comportamentos distintos são conhecidos como efeito direto, que transforma a tensão mecânica em uma fonte de voltagem e é adequada para modelagem de sensores; e o efeito inverso, que converte uma fonte de voltagem externa em energia de deformação mecânica (deslocamento ou força) e é apropriado para a modelagem de atuadores.

A uma temperatura elevada, acima da temperatura de Curie (T_C), ou seja, a uma temperatura acima da qual o material é para elétrico (não polarizado) - o material apresenta uma estrutura cristalográfica simples de cúbicos simétricos sem dipolo. Como o material é resfriado abaixo da temperatura de Curie, as moléculas sofrem uma mudança cristalográfica, originando dipolos (uma extremidade está carregada negativamente e a outra positivamente carregada) orientados aleatoriamente em toda a estrutura que se tornam anisotrópicos (Figura 2.10a), porém, de um ponto de vista macroscópico, a média dos dipolos elétricos é nula. Neste ponto, os eletrodos são ligados às superfícies adequadas.

Com a aplicação do campo elétrico (polarização) para $T < T_C$ (Figura 2.10b), os dipolos elétricos reorientam-se em relação ao campo elétrico, levando a uma manifestação de dipolo elétrico em escala macroscópica. Depois que o campo elétrico é removido e o material é

resfriado a temperatura ambiente (Figura 2.10c), os dipolos não retornam à sua configuração original, permanecendo na direção quase igual. Assim, o corpo de cerâmica piezelétrica torna-se permanente, com o eixo de polarização estabelecido.

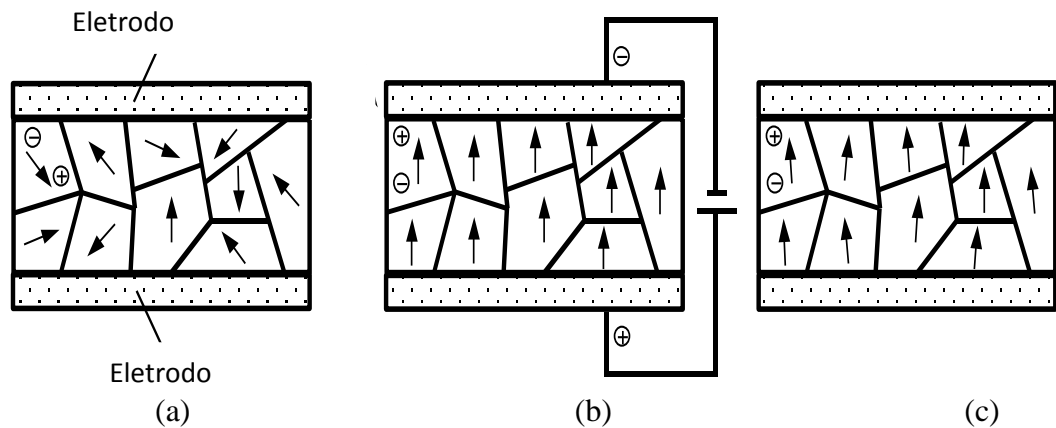


Figura 2.10- Polarização para obter o efeito piezelétrico para $T < T_C$

- (a) orientação polar aleatória; (b) Polarização através de uma fonte de voltagem DC;
(c) Polarização permanente depois da remoção da fonte de voltagem DC.

2.2.1 Aplicações

Materiais piezelétricos são frequentemente utilizados como sensores e atuadores para diversas finalidades. Aplicações como sensores são numerosas e estão relacionados com a indústria aeroespacial, automobilística, robótica, entre outras várias indústrias.

Nuffer & Bein (2006) apresentam a utilização de acelerômetros piezelétricos em sensores de detonação para motores de combustão, sensores piezelétricos para a detecção de desgaste, sendo aplicada em comboios (Figura 2.11) e sensores de proximidade em carros com o objetivo de evitar colisões durante o estacionamento.

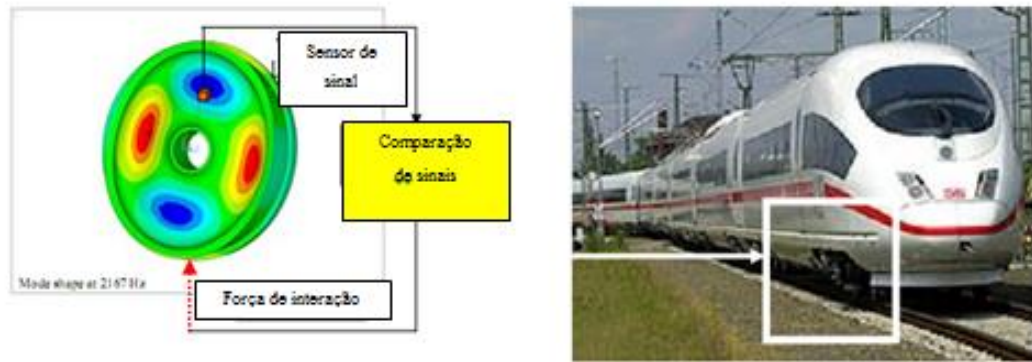


Figura 2.11- O método proposto para a avaliação da rugosidade da roda. Um sensor piezoelectrico detecta a vibrações da roda, levando a uma avaliação do seu estado de desgaste.

A monitoração da integridade estrutural (*structural health monitoring*) é um dos tipos de aplicações mais importantes relacionadas com sensores piezoelectricos. Diversos estudos estão considerando o uso adequado dos sensores para identificação de danos. A correção de temperatura é um aspecto importante a ser considerado e é o objetivo do esforço de inúmeras pesquisas (Grisso & Imnan, 2010).

Quanto ao uso de piezoelectricos como atuadores, eles são normalmente utilizados para redução de vibração em situações onde a alta frequência e baixa carga são necessárias.

A ideia de absorvedores dinâmicos de vibrações, discutida no contexto de aplicação de SMA, pode ser usada com materiais piezoelectricos. Uma das possibilidades é a conversão da energia de vibração mecânica em energia elétrica que pode ser dissipada em um circuito elétrico adequado. Qiu *et al.* (2009) apresentam uma visão geral da aplicação de piezoelectricos na redução de vibrações.

Nitsche & Gaul (2004) propõem uma junta com elementos piezoelectricos que pode ser usado como um dispositivo semi-ativo para reduzir as vibrações. A ideia é reduzir os efeitos de atrito, atenuando a vibração da estrutura (Figura, 2.12).

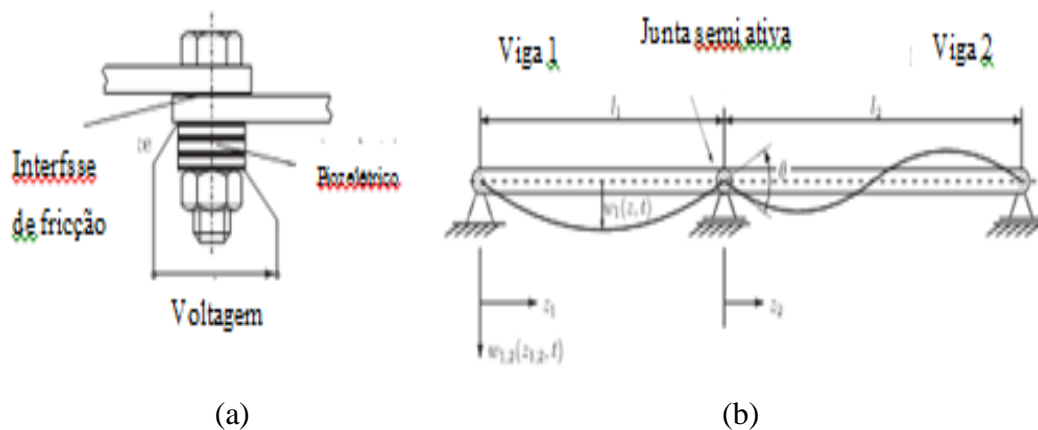


Figura 2.12 - a - Junta semi ativa; b - Viga com uma junta semi ativa no centro.

A colheita de energia está tendo uma importância crescente nos últimos anos relacionada com numerosas aplicações. A ideia é colher energia do ambiente em torno de um sistema e convertê-la em energia elétrica utilizável. Os dispositivos são geralmente produzidos explorando variações térmicas, movimentos, vibrações e colheita de energia eletromagnética. O uso de materiais inteligentes é uma alternativa eficiente neste domínio e entre os materiais inteligentes o transdutor piezoeletrico tem uma importância especial que permite a conversão de energia mecânica em energia elétrica.

Recentemente, há uma crescente utilização de tecnologia MEMS/NEMS que pode explorar o baixo consumo de energia em dispositivos eletrônicos à base de silício (Donelan *et al.*, 2008; Yang *et al.*, 2009). Na literatura existem artigos de revisão que discutem as principais aplicações usando materiais piezoeletricos (Anton *et al.*, 2007; Sodano *et al.*, 2004a; Sodano *et al.*, 2004b). Inman e colaboradores desenvolveram estudos sobre a modelagem matemática e o uso de elementos finitos relacionados especificamente com a colheita de energia piezoeletrica (Erturk & Inman, 2008; Juniores *et al.*, 2009); Além disso, é importante destacar alguns estudos de comparação experimental entre vários atuadores de compósitos ativos para geração de energia (Sodano *et al.*, 2005, 2006).

A colheita de energia biomecânica é uma possibilidade de geração de eletricidade a partir de pessoas durante as atividades diárias, sendo uma alternativa promissora para as baterias que alimentam dispositivos portáteis (Li *et al.*, 2009). Há vários exemplos relacionados com esse tipo de aplicação, mas é importante destacar aquelas que exploram a caminhada das pessoas. Neste sentido, é possível coletar a energia de vibração associada a movimentos de pessoas caminhando com mochilas (Freensta *et al.*, 2007), Figura 2.13.

A Figura 2.14, mostra a utilização da colheita de energia da pressão dos pés para a transformação em energia elétrica, para ambientes públicos, tal como proposto por Galhardi *et al.*, (2008).

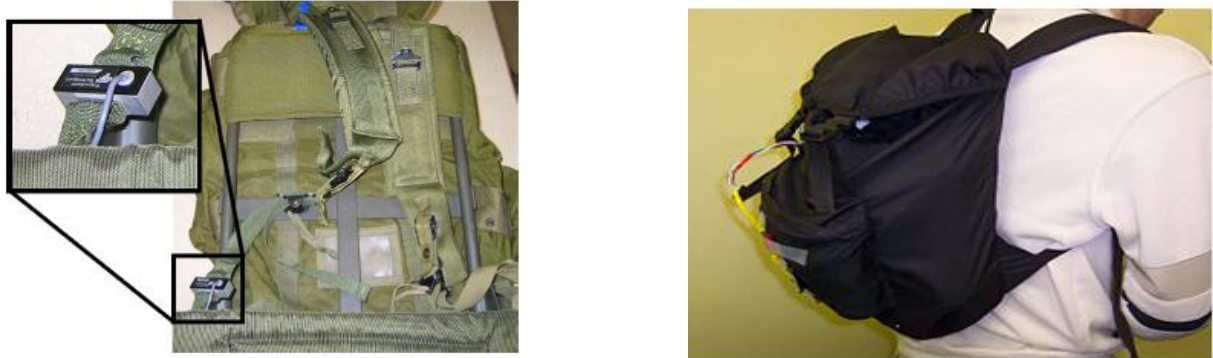


Figura 2.13 - Colheita de energia de pessoas caminhando com mochilas

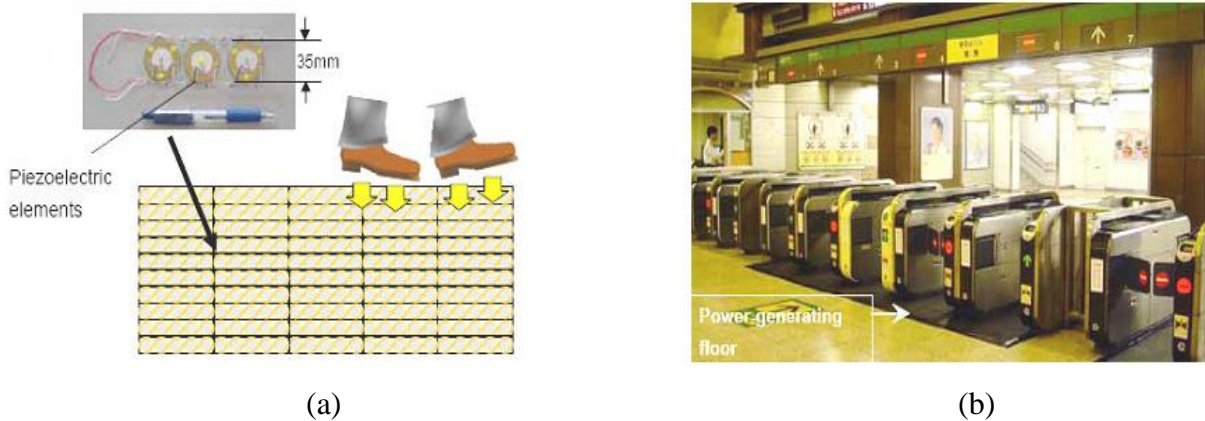


Figura 2.14– (a) - Mecanismo de geração de energia por intermédio de uma caminhada
 (b) - Gerador de energia experimental a partir dos pés de passageiros por ocasião da saída da estação Norte Marunouchi em Tokyo.

O conceito de transformar vibrações aeroelásticos em eletricidade para a geração de baixa potência tem recebido atenção crescente nos últimos anos. O objetivo é converter a energia do fluxo de ar em eletricidade para alimentar pequenos componentes eletrônicos empregados em aplicações sem fio (De Marqui Junior & Erturk ,2013; Dias *et al.*, 2013).

Vibração baseado captação de energia tem recebido grande atenção nos últimos anos. A avaliação da produção dos colhedores de energia para diferentes frequências de excitação e

amplitudes de vibração de energia tem um papel importante na concepção dos dispositivos. Neste contexto, uma vasta gama de efeitos não lineares é observada ter uma influência considerável sobre a energia gerada. Baseando nesta linha de pesquisa, pesquisadores investigam o efeito do comportamento histerético piezelétrico nas colheitadeiras de energia à base de vibração (Loureiro da Silva *et al.*, 2013).

2.3 MATERIAIS MAGNETO ESTRICATIVOS

Os materiais magneto estricativos apresentam um acoplamento entre os campos mecânicos e magnéticos. Eles podem ser definidos como materiais que apresentam uma alteração de forma devido a uma aplicação de um campo magnético. A história do magneto estricção começou em 1840, quando James Prescott Joule (1818-1889) identificou uma mudança de comprimento em uma amostra de ferro sujeito a um campo magnético. Este efeito ficou conhecido como efeito Joule sendo o mecanismo mais comum empregado em atuadores magnéticos. O efeito inverso, quando um campo mecânico faz com que surja uma magnetização na amostra, é conhecido como efeito Villari sendo normalmente utilizado para os sensores.

Inicialmente, as aplicações relacionadas, com efeito, magneto estricativos foram receptores de telefone, hidrofones, osciladores, dentre outros. A partir de 1970, as aplicações magneto estricativas tiveram uma importância crescente devido às novas descobertas relacionadas a esses materiais. Recentemente, materiais como Terfenol-D e Metglass deram um novo impulso no uso dessas propriedades como sensores e atuadores.

A ideia básica por trás do comportamento magneto estricativo é que este tipo de material é dividido em domínios, cada um com uma polarização magnética uniforme. A aplicação de um campo magnético tende a promover o alinhamento desses domínios, mudando a forma do material. A Figura 2.15 mostra um desenho esquemático desses alinhamentos.

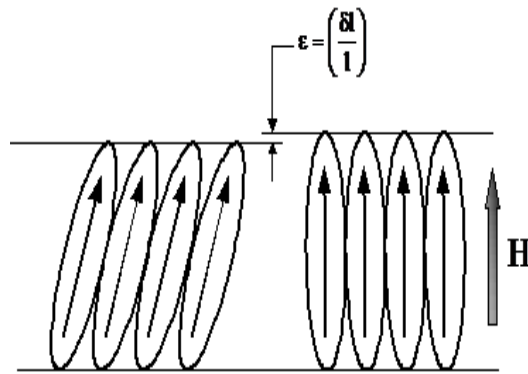


Figura 2.15- Figura esquemática do fenômeno magnetostrictivo.
 (<http://aml.seas.ucla.edu/research/areas/magnetostrictive/overview.htm>).

2.3.1 Aplicações

As aplicações relativas aos materiais magnetostrictivos envolvem várias situações de atuação sem contato que podem ser imaginadas para produzirem diferentes tipos de movimentos. Em geral, é possível imaginar aplicações semelhantes as dos materiais piezelétricos. Comparado ao PZT, o Terfenol-D tem mais força, atuam em uma velocidade mais baixa do que do som e pode ser utilizado em baixa voltagem. Figura 2.16 apresenta um transdutor Terfenol-D indicado para aplicações industriais com o objetivo de obter um posicionamento preciso de cargas pesadas e também o controle ativo de vibração.

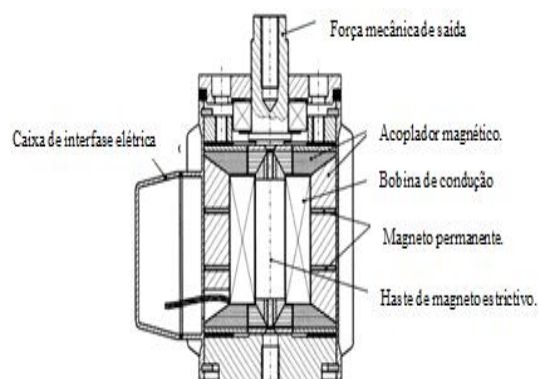


Figura 2.16- Atuador Terfenol-D (Janocha, 2001).

Dispositivos magnetostrictivos podem ser usados em conjunto com outras tecnologias convencionais, como pneumáticos e hidráulicos, a fim de ter mecanismos eficientes. Figura

2.17 apresenta uma bomba que combina atuação magneto estrictiva e hidráulica para produção de um movimento linear.

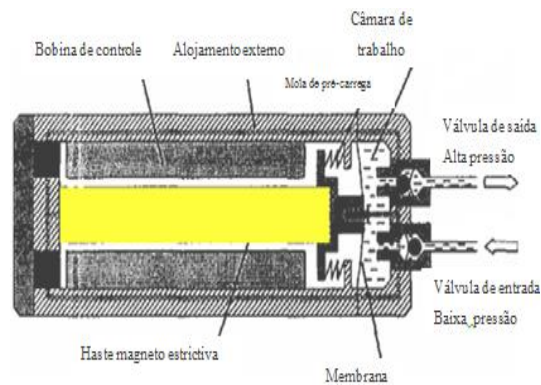


Figura 2.17- Bomba magneto estrictiva combinada com atuação hidráulica (Olabi, & Grunwald, 2008).

Outro tipo de atuação semelhante aos materiais piezelétricos é a usada em válvulas de injeção para motores de combustão interna, Figura 2.18. Este dispositivo reduz o consumo de combustível e ruídos relacionados como funcionamento do motor. Além disso, evita o controle de voltagem necessário para os dispositivos com materiais piezelétricos.

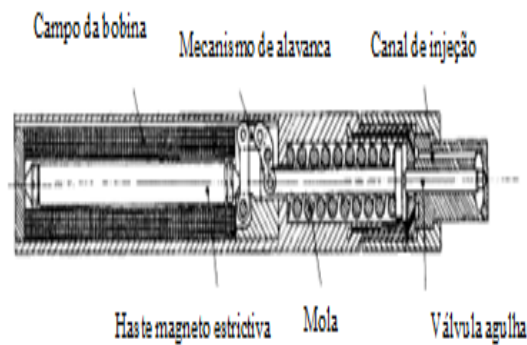


Figura 2.18- Válvula magneto estrictiva para motores de combustão interna (Janocha, 2001).

O uso de películas finas é outra possibilidade de utilização relacionada com materiais magneto estrictivos. A Figura 2.19 mostra um micro-motor que gera movimentos lineares devido à película fina magneto estrictiva na superfície. Este tipo de dispositivo tende a avançar para evitar o contato ao ser acionado por um campo magnético que produz vibrações com amplitudes de flexão de 10-20mm /s.

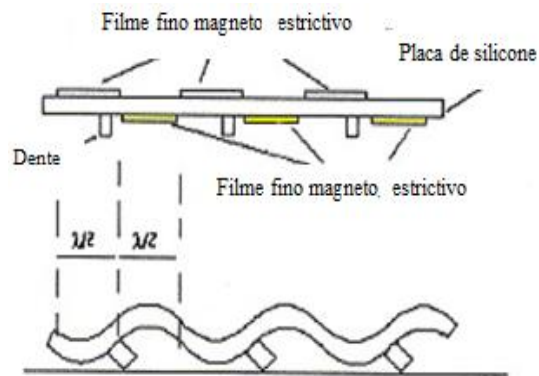


Figura 2.19- Micro-motor magnetostrictivo (Olabi, & Grunwald, 2008).

2.4 FLUIDOS ELETRO-MAGNETO-REOLÓGICOS

Os fluidos eletro-reológicos (ER) e magneto-reológicos (MR) são conhecidos como fluidos controláveis. Eles apresentam um acoplamento entre os campos mecânicos e eletro ou magnético. Portanto, uma mudança em um campo eletro-magnético causa uma mudança no comportamento reológico mecânico.

O primeiro estudo sobre os fluidos ER foi em 1940 por Willis Winslow. Na mesma década, Jacob Rabinow (Rabinow, 1948a, 1948b, 1951), no National Bureau of Standards EUA, investigou os fluidos MR. Apesar de inúmeras pesquisas desenvolvidas durante os anos entre 1940-1950, somente na década de 1990 este tipo de fluido obteve interesse comercial (Shtarkman, 1991; Kordonsky, 1993; Weiss *et al.*, 1993; Carlson *et al.*, 1994; Carlson 1994; Carlson & Weiss, 1994).

Os fluidos ER e MR geralmente apresentam um comportamento newtoniano típico na ausência de campos electro-magnéticos. No entanto, quando submetidos a um campo eletro-magnético, o fluido muda seu comportamento, apresentando uma resposta não-linear. Os fluidos ER e MR possuem as mesmas características. Portanto, vamos usar o termo geral de fluido ER-MR e, da mesma forma, tratar o campo aplicado, em geral, como um campo eletro-magnético. É claro, que o fluido ER é acionado por um campo elétrico, enquanto o fluido MR é acionado pelo campo magnético.

Um fluido ER-MR é uma suspensão de sólidos que apresenta mudanças drásticas nas propriedades reológicas devido à aplicação de campos electro-magnéticos. Esse comportamento é denominado efeito eletro-magnético que está sendo relacionado para as disposições estruturais na suspensão. Antes da aplicação do campo eletro-magnético as

partículas são distribuídas de forma aleatória. A aplicação do campo eletro-magnético provoca uma orientação das partículas que altera a viscosidade do fluido. Figura 2.20 apresenta um desenho esquemático do líquido antes e após a aplicação do campo.

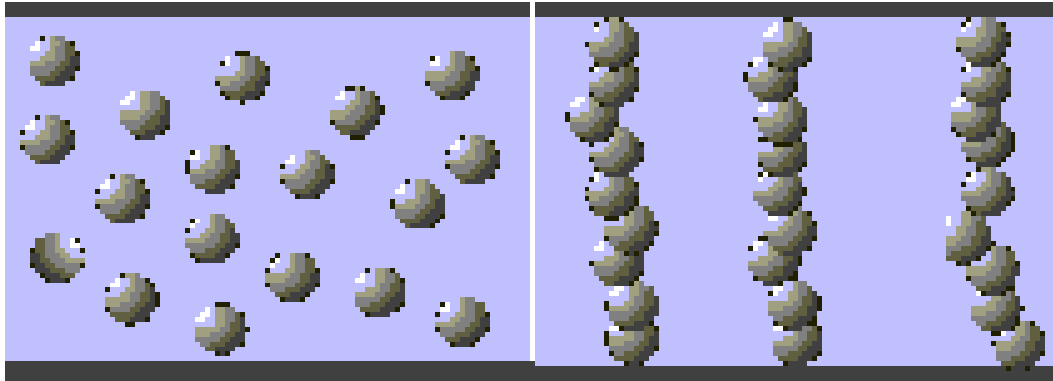


Figura 2.20- Fluido eletro-magnético: efeito da aplicação de um campo eletro-magnético.

Segundo Jolly *et al.*(1998), existem três modos de operação básicos relacionados aos dispositivos ER-MR: pressão induzida ou pólos fixos, onde o líquido é forçado a fluir entre os pólos magnéticos estacionários; corte direto ou movimento dos pólos, onde uma força induz a tensão de cisalhamento por meio do fluido; e filme de aperto, onde o líquido é submetido a uma força de compressão, alterando a distância entre os pólos magnéticos. Figura 2.21 apresenta imagens esquemáticas relativas a cada modalidade de operação. Cada um desses modos está relacionado com diferentes aplicações. Modo de válvula, também conhecido como pressão induzida ou pólos fixos, é usualmente empregado em válvulas e amortecedores. Modo de cisalhamento, também conhecido como corte direto ou movimento dos pólos, está associado às aplicações em freios e embreagens e por último o modo de compressão, também conhecido como modo de aperto, o qual não tem sido estudado com tanta ênfase como os dois anteriores. Alguns amortecedores de pequena amplitude de vibração usam esse modo.

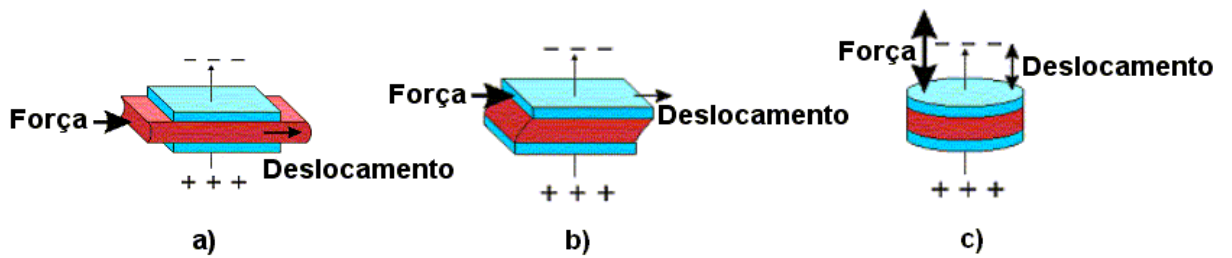


Figura 2.21 - Modos Básicos de operação - (a) Modo de válvula; (b) Modo de cisalhamento; (c) Modo de compressão.

2.4.1 Aplicações

Os fluidos MR-ER são essencialmente utilizados para construir amortecedores inteligentes que podem ser aplicados em diversos fins. A indústria automobilística, aeroespacial e biomédica está especialmente interessada neste tipo de comportamento.

Relativo à indústria automobilística, Prabakar *et al.*, (2009) discutem o controle semi-ativo de uma dinâmica de automóveis semi-utilizando amortecedores MR. Olabi & Grunwald (2007) apresentam a dinâmica do sistema através de um amortecedor MR como um elemento secundário na suspensão do carro. Figura 2.22 apresenta um amortecedor com fluido MR.

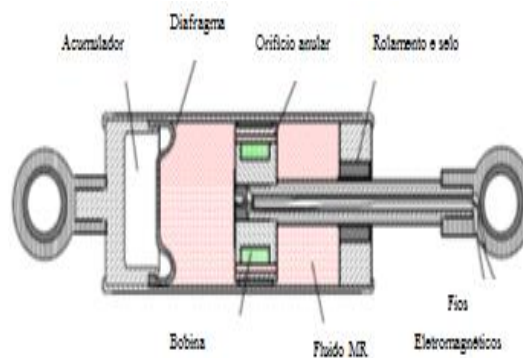


Figura 2.22 - Amortecedor MR.

A mesma ideia de amortecedores inteligentes pode ser aplicada em processos industriais. Carlson *et al.*(1995) discutem os amortecedores MR que empregam controle ativo que permite imaginar diferentes possibilidades de aplicação, incluindo dispositivos de travamento (Figura 2.23). Usando a mesma ideia, aplicações de engenharia civil consideram o

uso de amortecedores MR para proteger estruturas submetidas a cargas sísmicas (Figura 2.24). Yang *et al.* (2002) discutem respostas dinâmicas deste tipo de aplicação.

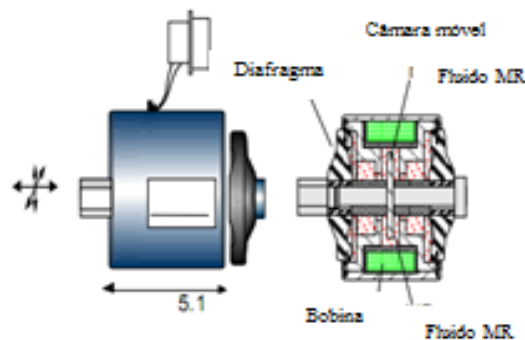


Figura 2.23 - Amortecedor de travamento (Carlson *et al.*, 1995).

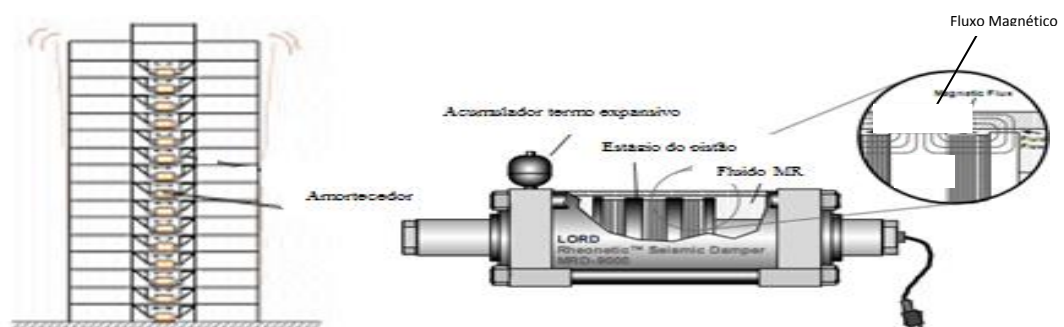


Figura 2.24 - Amortecedor de controle de abalo sísmico (Yang *et al.*, 2002).

Aplicações biomédicas também empregam o conceito de amortecedores inteligentes, a fim de reproduzir os movimentos das pernas humanas. Em geral, os amortecedores MR pode ser utilizada em prótese de joelhos para se conseguir um caminhar mais natural. Carlson *et al.* (2001) apresentam um protótipo do joelho com amortecedor MR.

Os fluidos ER-MR podem ser úteis para construir freios e embreagens. A ideia relacionada à embreagem é que ele permite um torque controlável. Kavlicogluet *al.* (2002) discutem um protótipo deste dispositivo que pode ser usado em motores (Figura 2.25). Por outro lado, a utilização dos fluidos ER-MR na fabricação de freios, faz com que a frenagem tenha uma atuação mais suave e com menor consumo de energia (Figura 2.26). Este tipo de dispositivo tem vantagem de ser de fácil operação, sendo aplicável em diversas situações (Carlson *et al.*, 1995).

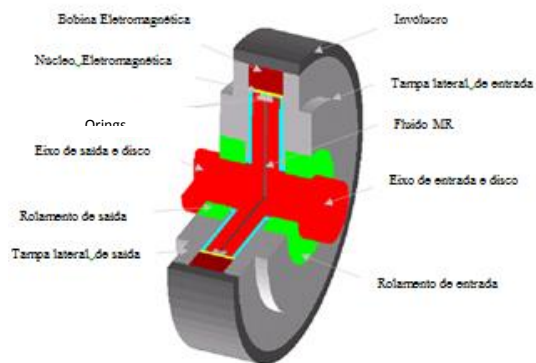


Figura 2.25- Protótipo de embreagem com fluido MR (Kavlicoglu *et al.*, 2002).



Figura 2.26– Figura esquemática de um freio com fluido MR (Carlson *et al.*, 1995).

3 EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS

A modelagem do comportamento termomecânico das ligas com memória de forma pode ser feito no âmbito dos materiais padrão generalizados (Halphen & Son Nguyen, 1975; Lemaitre & Chaboche, 1990), assumindo que o estado termodinâmico do material é completamente definido por um número finito de variáveis de estado (Halphen & Son Nguyen, 1975; Lemaitre & Chaboche, 1990). Partindo desse pressuposto, o comportamento termomecânico pode ser descrito pela densidade de energia livre de Helmholtz, Ψ e pelo pseudo-potencial de dissipação, Φ . A motivação para essa abordagem é propor um modelo que não viole a segunda lei da termodinâmica.

Estudos experimentais revelam os principais aspectos do comportamento termomecânico de SMAs. Basicamente, existem duas fases possíveis: austenita e martensita. Na fase martensítica, diferentes orientações das deformações das placas cristalográficas constituem o que são conhecidas por variantes martensíticas. No caso do meio tridimensional, há 24 possíveis variantes martensíticas que são organizadas em seis grupos de placas com quatro variantes por grupo de placa. Como a estrutura cristalina da martensita é menos simétrica do que a austenita, apenas uma única variante existe na transformação inversa (Zhang *et al.*, 1991, Schroeder & Wayman, 1977).

A descrição tridimensional do comportamento termomecânico das SMAs é, geralmente, inspirada em modelos unidimensionais empregando um número limitado de variantes martensíticas. Motivado pelos modelos unidimensionais, o modelo proposto considera quatro fases macroscópicas: austenita (A), a martensita maclada (M), que é estável na ausência de um campo de tensão, e outras duas fases martensíticas induzidas por tensão, martensita não maclada (M^+ e M^-).

A descrição das equações constitutivas considera um sistema de eixos coincidente com os eixos das tensões principais de von Mises. Desta forma, a partir de um sistema de eixos genérico, faz-se uma transformação de coordenadas para o eixo principal, retornando para o sistema genérico (Figura 3.1), onde \bar{V} é o referencial de trabalho e V é o referencial das tensões principais de von Mises.

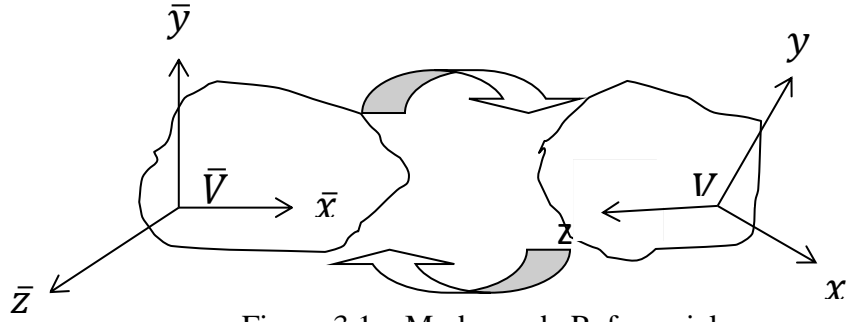


Figura 3.1 – Mudança de Referencial.

3.1 ENERGIA LIVRE DE HELMHOLTZ

A definição da densidade de energia livre de Helmholtz considera expressões diferentes para cada uma das fases macroscópicas, assumindo que elas são funções da deformação elástica, ε_{ij}^e , da temperatura, T , das variáveis de endurecimento isotrópico, ϑ , e de endurecimento cinemático, ς_{ij} .

$$\begin{aligned}
 M^+: \rho\psi^+(\varepsilon_{ij}^e, T, \vartheta, \varsigma_{ij}) &= \frac{1}{2}(\lambda^M(\varepsilon_{kk}^e)^2 + 2\mu^M\varepsilon_{ij}^e\varepsilon_{ij}^e) - \alpha\Gamma - \Lambda^M - \\
 &\quad - \Omega_{ij}^M(T - T_0)\varepsilon_{ij}^e + \frac{1}{2}K^M\vartheta^2 + \frac{1}{2H^M}\varsigma_{ij}\varsigma_{ij} \\
 M^-: \rho\psi^-(\varepsilon_{ij}^e, T, \vartheta, \varsigma_{ij}) &= \frac{1}{2}(\lambda^M(\varepsilon_{kk}^e)^2 + 2\mu^M\varepsilon_{ij}^e\varepsilon_{ij}^e) + \alpha\Gamma - \Lambda^M - \\
 &\quad - \Omega_{ij}^M(T - T_0)\varepsilon_{ij}^e + \frac{1}{2}K^M\vartheta^2 + \frac{1}{2H^M}\varsigma_{ij}\varsigma_{ij} \\
 A: \rho\psi^A(\varepsilon_{ij}^e, T, \vartheta, \varsigma_{ij}) &= \frac{1}{2}(\lambda^A(\varepsilon_{kk}^e)^2 + 2\mu^A\varepsilon_{ij}^e\varepsilon_{ij}^e) - \Lambda^A + \Omega_{ij}^A(T - T_0)\varepsilon_{ij}^e + \\
 &\quad + \frac{1}{2}K^A\vartheta^2 + \frac{1}{2H^A}\varsigma_{ij}\varsigma_{ij} \\
 M: \rho\psi^M(\varepsilon_{ij}^e, T, \vartheta, \varsigma_{ij}) &= \frac{1}{2}(\lambda^M(\varepsilon_{kk}^e)^2 + 2\mu^M\varepsilon_{ij}^e\varepsilon_{ij}^e) + \Lambda^M - \Omega_{ij}^M(T - T_0)\varepsilon_{ij}^e + \\
 &\quad + \frac{1}{2}K^M\vartheta^2 + \frac{1}{2H^M}\varsigma_{ij}\varsigma_{ij}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Os índices A e M estão relacionados com as fases austenítica e martensítica, respectivamente; λ e μ são as constantes de Lamé; α é um parâmetro escalar relacionado ao tamanho vertical do ciclo de histerese, Λ^M e Λ^A são funções de temperatura que definem a tensão de transformação de fase; Ω_{ij} é um tensor relacionado aos coeficientes de expansão

térmica, T_0 é uma temperatura de referência em um estado livre de tensão, K é o módulo plástico, H é o módulo de endurecimento cinemático, ϑ é a variável interna referente ao endurecimento isotrópico, ζ_{ij} é o tensor da variável interna referente ao endurecimento cinemático e, finalmente, ρ é a massa específica do material. Além disso, define-se um campo de deformação equivalente Γ .

A variável Γ pode ser entendida como um campo de deformação equivalente, que contribui para a transformações de fase. A sua definição leva em conta que as transformações de fase podem ser induzidas tanto pela expansão volumétrica (representado pelo primeiro termo da Equação 3.2), ou por efeito desviador (representado pelo segundo termo da Equação 3.2). Essa hipótese é baseada em observações experimentais que mostram que ambos os efeitos induzem transformações de fase. É importante destacar que ensaios de torção experimentais indicam que as curvas de tensão-deformação são qualitativamente semelhantes às obtidas em ensaios de tração (Jackson *et al.*, 1972; Manach & Favier, 1997; Aguiar *et al.*, 2010). Partindo desse pressuposto, o campo equivalente Γ pode ser interpretado como um indutor de transformações de fase, que define que tipo de variante martensítica é induzida. Além disso, note que para o caso unidimensional, $\Gamma = \varepsilon_{11}^e$, reduz o modelo à descrição original unidimensional (Savi *et al.*, 2002; Paiva *et al.*, 2005; Aguiar *et al.*, 2010). Entretanto, deve-se realçar que desde que o sinal das deformações de cisalhamento não aparece no indutor Γ , elas tem uma influência nula tendendo seguir a expansão volumétrica.

$$\Gamma = \frac{1}{3}\varepsilon_{kk}^e + \frac{2}{3}\sqrt{3}J_2^e \text{sign}(\varepsilon_{kk}^e) \quad (3.2)$$

Esta medida representa aspectos desviadores e volumétricos a partir das definições a seguir:

$$J_2^e = \frac{1}{6}\{(\varepsilon_{11}^e - \varepsilon_{22}^e)^2 + (\varepsilon_{22}^e - \varepsilon_{33}^e)^2 + (\varepsilon_{33}^e - \varepsilon_{11}^e)^2 + 6[(\varepsilon_{12}^e)^2 + (\varepsilon_{13}^e)^2 + (\varepsilon_{23}^e)^2]\} \quad (3.3)$$

$$\varepsilon_{kk}^e = \varepsilon_{11}^e + \varepsilon_{22}^e + \varepsilon_{33}^e \quad (3.4)$$

e

$$\text{sign}(\varepsilon_{kk}^e) = \frac{\varepsilon_{kk}^e}{|\varepsilon_{kk}^e|} \quad (3.5)$$

sendo $\frac{\varepsilon_{kk}^e}{|\varepsilon_{kk}^e|} = 0$ quando $\varepsilon_{kk}^e = 0$.

Neste momento, é necessário definir a densidade de energia livre da mistura, definindo a fração volumétrica das variantes de martensita β^+ e β^- , associadas com as martensitas não-macladas (M^+ e M^- , respectivamente) e β^A , em relação à austenita (A). A quarta fase está associada com a martensita maclada (M) e sua fração volumétrica é β^M .

$$\rho\psi(\varepsilon_{ij}^e, T, \vartheta, \varsigma_{ij}, \beta^+, \beta^-, \beta^A, \beta^M) = \rho \{ \beta^+ \psi^+(\varepsilon_{ij}^e, T, \vartheta, \varsigma_{ij}) + \beta^- \psi^-(\varepsilon_{ij}^e, T, \vartheta, \varsigma_{ij}) + \beta^A \psi^A(\varepsilon_{ij}^e, T, \vartheta, \varsigma_{ij}) + \beta^M \psi^M(\varepsilon_{ij}^e, T, \vartheta, \varsigma_{ij}) \} + I_\Theta(\beta^+, \beta^-, \beta^A, \beta^M) \quad (3.6)$$

Na equação 3.6 tem-se a função Indicatriz $I_\Theta(\beta^+, \beta^-, \beta^A, \beta^M)$, associada ao conjunto convexo Θ (Rockafellar, 1970) que estabelece as condições para coexistência das fases:

$$\Theta = \{ \beta^m \in \Re \mid 0 \leq \beta^m \leq 1 (m = +, -, A, M); \beta^+ + \beta^- + \beta^A + \beta^M = 1 \} \quad (3.7)$$

A definição da função indicatriz é tal que:

$$\begin{cases} I_\Theta(\beta^m) = 0 & \text{se } \beta^m \in \Theta \\ I_\Theta(\beta^m) \rightarrow \infty & \text{se } \beta^m \notin \Theta \end{cases} \text{ para } m = +, -, A \text{ e } M \quad (3.8)$$

As restrições $0 \leq \beta^m \leq 1$ ($m = +, -, A$ e M) e $\beta^+ + \beta^- + \beta^A + \beta^M = 1$ estão relacionadas com a coexistência das fases.

Nessas condições, é possível usar a condição $\beta^M = 1 - \beta^+ - \beta^- - \beta^A$ a fim de definir uma densidade de energia livre em termos de três frações volumétricas:

$$\rho\psi(\varepsilon_{ij}^e, T, \vartheta, \varsigma_{ij}, \beta^+, \beta^-, \beta^A) = \rho \{ \beta^+ (\psi^+ - \psi^M) + \beta^- (\psi^- - \psi^M) + \beta^A (\psi^A - \psi^M) + \psi^M \} + I_\pi(\beta^+, \beta^-, \beta^A) \quad (3.9)$$

Agora, a função indicatriz $I_\pi(\beta^+, \beta^-, \beta^A)$ está relacionada ao conjunto convexo definido como segue, que pode ser geometricamente interpretado por um tetraedro no espaço $\beta^+, \beta^-, \beta^A$, mostrado na Figura 3.2.

$$\pi = \{\beta^n \in \Re | 0 \leq \beta^n \leq 1 (n = +, -, A); \beta^+ + \beta^- + \beta^A \leq 1\} \quad (3.10)$$

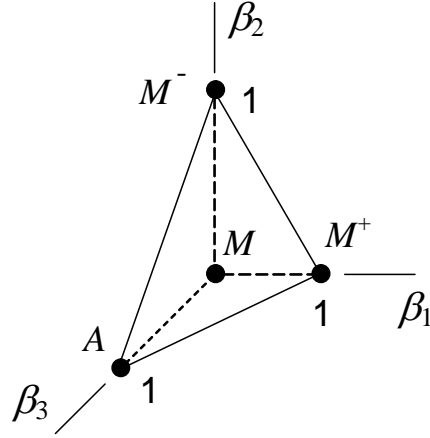


Figura 3.2- Representação geométrica da restrição para coexistência das fases

Desta forma, a densidade de energia livre da mistura tem a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \rho\psi(\varepsilon_{ij}^e, T, \vartheta, \varsigma_{ij}, \beta^+, \beta^-, \beta^A) = & \Gamma\alpha(\beta^- - \beta^+) - \Lambda(\beta^+ + \beta^-) + \\ & + \left\{ \frac{1}{2}(\lambda^A - \lambda^M)(\varepsilon_{kk}^e)^2 + (\mu^A - \mu^M)\varepsilon_{ij}^e\varepsilon_{ij}^e - (\Omega_{ij}^A - \Omega_{ij}^M)(T - T_0)\varepsilon_{ij}^e - \Lambda^N + \right. \\ & + \frac{1}{2}(K^A - K^M)\vartheta^2 + \left(\frac{1}{2H^A} - \frac{1}{2H^M} \right) \varsigma_{ij}\varsigma_{ij} \left. \right\} \beta^A + \left\{ \frac{1}{2}\lambda^M(\varepsilon_{kk}^e)^2 + \mu^M\varepsilon_{ij}^e\varepsilon_{ij}^e \right\} - \\ & - \Omega_{ij}^M(T - T_0)\varepsilon_{ij}^e + \Lambda^M + \frac{1}{2}K^M\vartheta^2 + \frac{1}{2H^M}\varsigma_{ij}\varsigma_{ij} + I_\pi(\beta^+, \beta^-, \beta^A) \end{aligned} \quad (3.11)$$

onde $\Lambda = 2\Lambda^M$ e $\Lambda^N = \Lambda^M + \Lambda^A$.

Após definir a forma da densidade da energia livre, adota-se uma decomposição aditiva da deformação, definindo a deformação elástica conforme se segue:

$$\varepsilon_{ij}^e = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^p - \varepsilon_{ij}^{phase} \quad (3.12)$$

onde ε_{ij}^p é a deformação plástica e a deformação de transformação de fase, ε_{ij}^{phase} , é definida como:

$$\varepsilon_{ij}^{phase} = \alpha_{ijkl}^h r_{kl}(\beta^+ - \beta^-) \quad (3.13)$$

α_{ijkl}^h e r_{ij} são tensores de quarta ordem e segunda ordem, respectivamente, responsáveis pelo tamanho horizontal do laço de histerese. A definição do tensor de quarta ordem considera diferentes parâmetros para comportamentos normais, α_N^h , e cisalhantes, α_S^h , como representado a seguir. O formato desse tensor assume a isotropia do material sendo similar ao tensor elástico.

$$\alpha_{ijkl}^h = \begin{bmatrix} \alpha_N^h & \alpha_N^h - \alpha_S^h & \alpha_N^h - \alpha_S^h & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_N^h - \alpha_S^h & \alpha_N^h & \alpha_N^h - \alpha_S^h & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_N^h - \alpha_S^h & \alpha_N^h - \alpha_S^h & \alpha_N^h & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_S^h & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_S^h & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_S^h \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

O tensor r_{ij} é definido como se segue:

$$r_{kl} = \frac{\sigma_{ij}^{max}}{|\sigma_{ij}^{max}|} \quad (3.15)$$

onde σ_{ij}^{max} representa o valor máximo do carregamento de tensão em um determinado ciclo que pode ter um valor negativo ou positivo. Além disso, $\frac{\sigma_{ij}^{max}}{|\sigma_{ij}^{max}|} = 0$ se $\sigma_{ij}^{max} = 0$.

3.2 FORÇAS TERMODINÂMICAS

Neste momento, segue-se o formalismo dos materiais padrão generalizados e, a partir da densidade de energia livre total dada pela Equação 3.11, definem-se as forças termodinâmicas:

$$\sigma_{ij} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_{ij}^e} = \lambda \varepsilon_{kk}^e \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}^e + \alpha \omega_{ij} (\beta^- - \beta^+) - \Omega_{ij} (T - T_0) \quad (3.16)$$

$$B^+ \in -\rho \partial_{\beta^+} \psi = \Gamma \alpha + \Lambda + P^+ - \alpha_{ijkl}^h r_{kl} \Omega_{ij} (T - T_0) - \tau^+ \quad (3.17)$$

$$B^- \in -\rho \partial_{\beta^-} \psi = -\Gamma \alpha + \Lambda - P^- + \alpha_{ijkl}^h r_{kl} \Omega_{ij} (T - T_0) - \tau^- \quad (3.18)$$

$$B^A \in -\rho \partial_{\beta^A} \psi = \Lambda^{\kappa} + P^A + \varepsilon_{ij}^e (\Omega_{ij}^A - \Omega_{ij}^M) (T - T_0) - \frac{1}{2} (K^A - K^M) \vartheta^2 - \left(\frac{1}{2H^A} - \frac{1}{2H^M} \right) \varsigma_{ij} \varsigma_{ij} - \tau^A \quad (3.19)$$

$$X_{ij} = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_{ij}^e} = \lambda \varepsilon_{kk}^e \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}^e + \alpha \omega_{ij} (\beta^- - \beta^+) - \Omega_{ij} (T - T_0) = \sigma_{ij} \quad (3.20)$$

$$Y \in -\rho \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} = -K \vartheta \quad (3.21)$$

$$Z_{ij} \in -\rho \frac{\partial \psi}{\partial \varsigma_{ij}} = -\frac{1}{H} \varsigma_{ij} \quad (3.22)$$

onde B^i, R_{ij}, X_{ij}, Y e Z_{ij} são forças termodinâmicas, σ_{ij} representa o tensor tensão, $\tau(\beta^+, \beta^-, \beta^A)$ é o subdiferencial (Rockafellar, 1970) referente ao tetraedro da Figura 3.2, associado as três frações volumétricas simultaneamente, conforme Equação 3.23.

$$\tau = (\tau^+, \tau^-, \tau^A) \in \partial I_{\pi}(\beta^+, \beta^-, \beta^A) \quad (3.23)$$

Além disso,

$$P^+ = (\lambda \varepsilon_{kk}^e \alpha_{ijkl}^h r_{kl} \delta_{ij} + 2\varepsilon_{ij}^e \alpha_{ijkl}^h r_{kl} \mu) + \alpha(\beta^- - \beta^+) \left\{ \frac{1}{3} \alpha_{ijkl}^h r_{kl} \delta_{ij} + \frac{2J^\alpha}{\sqrt{3J_2^e}} \text{sign}(\varepsilon_{kk}^e) \right\} \quad (3.24)$$

$$P^- = -(\lambda \varepsilon_{kk}^e \alpha_{ijkl}^h r_{kl} \delta_{ij} + 2\varepsilon_{ij}^e \alpha_{ijkl}^h r_{kl} \mu) - \alpha(\beta^- - \beta^+) \left\{ \frac{1}{3} \alpha_{ijkl}^h r_{kl} \delta_{ij} + \frac{2J^\alpha}{\sqrt{3J_2^e}} \text{sign}(\varepsilon_{kk}^e) \right\} \quad (3.25)$$

$$P^A = -\frac{1}{2} (\lambda^A (\varepsilon_{kk}^e)^2 + 2\mu^A \varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ij}^e) + \frac{1}{2} (\lambda^M (\varepsilon_{kk}^e)^2 + 2\mu^M \varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ij}^e) \quad (3.26)$$

sendo

$$J^\alpha = \frac{\alpha_s^h}{6} \{ (r_{11} - r_{22})(\varepsilon_{11}^e - \varepsilon_{22}^e) + (r_{22} - r_{33})(\varepsilon_{22}^e - \varepsilon_{33}^e) + (r_{33} - r_{11})(\varepsilon_{33}^e - \varepsilon_{11}^e) \} \quad (3.27)$$

Note que os parâmetros do modelo são dados por um tipo de regra de mistura definida por:

$$\begin{aligned}
\lambda &= \lambda^M + \beta^A(\lambda^A - \lambda^M) \\
\mu &= \mu^M + \beta^A(\mu^A - \mu^M) \\
\Omega_{ij} &= \Omega_{ij}^M + \beta^A(\Omega_{ij}^A - \Omega_{ij}^M) \\
K &= K^M + \beta^A(K^A - K^M) \\
\frac{1}{H} &= \frac{1}{H^M} + \beta^A\left(\frac{1}{H^A} - \frac{1}{H^M}\right)
\end{aligned} \tag{3.28}$$

Vale observar também que,

$$\omega_{ij} = \frac{1}{3} \delta_{ij} + \left[\frac{3\varepsilon_{ij}^e - \varepsilon_{kk}^e \delta_{ij}}{3\sqrt{3}J_2^e} \right] \text{sign}(\varepsilon_{kk}^e) \tag{3.29}$$

Uma vez que $\lambda \varepsilon_{kk}^e \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}^e = E_{ijkl} \varepsilon_{kl}$, é possível reescrever a relação tensão deformação como se segue:

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl} \varepsilon_{kl} + \alpha \omega_{ij} (\beta^- - \beta^+) - \Omega_{ij} (T - T_0) \tag{3.30}$$

onde $E_{ijkl} = E_{ijkl}^M + \beta^A(E_{ijkl}^A - E_{ijkl}^M)$, se refere ao tensor elástico. No caso de materiais isotópicos, os coeficientes de Lamé podem ser expressos em termos das constantes de engenharia como se segue:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \text{ e } G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{3.31}$$

onde E é o módulo de elasticidade, G é o módulo de cisalhamento e ν é o coeficiente de Poisson.

As funções Λ e Λ^A são dependentes da temperatura, sendo definidas como se segue:

$$\Lambda = 2\Lambda^M = \begin{cases} -L_0^\pm + \frac{L^\pm}{T^M} (T - T^M) & \text{se } T > T^M \\ -L_0^\pm & \text{se } T \leq T^M \end{cases} \tag{3.32}$$

$$\Lambda^{\kappa} = \Lambda^M + \Lambda^A = \begin{cases} -L_0^A + \frac{L^A}{T^M}(T - T^M) & \text{se } T > T^M \\ -L_0^A & \text{se } T \leq T^M \end{cases} \quad (3.33)$$

onde T^M é a temperatura abaixo da qual a fase martensita torna-se estável. Além disso, L_0^{\pm} , L^{\pm} , L_0^A e L^A são parâmetros relacionados com as tensões críticas na fase de transformações. Nota-se que baseando na definição apresentada a tensão de transformação da fase é constante para $T < T^M$.

3.3 POTENCIAL DE DISSIPACÃO

Uma vez que o comportamento termomecânico das SMAs é intrinsecamente dissipativo, é importante estabelecer o pseudo-potencial de dissipação Φ . Em geral, faz-se uma decomposição do pseudo-potencial em uma parcela mecânica, Φ^{Mech} , e uma parcela térmica, Φ^q , conforme a seguir:

$$\Phi = \Phi(\dot{\epsilon}_{ij}^e, \dot{\vartheta}, \dot{\varsigma}_{ij}, \dot{\beta}^+, \dot{\beta}^-, \dot{\beta}^A, q) = \Phi^{Mech}(\dot{\epsilon}_{ij}^e, \dot{\vartheta}, \dot{\varsigma}_{ij}, \dot{\beta}^+, \dot{\beta}^-, \dot{\beta}^A) + \Phi^q(q) \quad (3.34)$$

Neste contexto, o pseudo-potencial mecânico pode ser expresso pelo seu dual conforme a equação abaixo:

$$\begin{aligned} \overline{\Phi}^{Mech}(B^+, B^-, B^A, X_{ij}, Y, Z_{ij}) &= \frac{1}{2\eta^+} (B^+ + \eta^l Y + \eta_{ij}^K Z_{ij})^2 + \frac{1}{2\eta^-} (B^- + \eta^l Y + \eta_{ij}^K Z_{ij})^2 + \\ &+ \frac{1}{2\eta^A} (B^A - \eta^l Y - \eta_{ij}^K Z_{ij})^2 + I_{\bar{\chi}}(B^+, B^-, B^A) + I_f(X_{ij}, Y, Z_{ij}) \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\text{onde } \eta_{ij}^K = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

A partir desta equação pode-se escrever as seguintes equações complementares que definem a evolução das variáveis de estado:

$$\dot{\beta}^+ \in \partial_{\dot{\beta}^+}(\overline{\Phi}^{Mech}) = \frac{B^+}{\eta^+} + \frac{\eta^l}{\eta^+} Y + \frac{\eta_{ij}^K}{\eta^+} Z_{ij} + \gamma^+ = \frac{B^+}{\eta^+} - \frac{\eta^l}{\eta^+} K\vartheta - \frac{\eta_{ij}^K}{\eta^+} \frac{\varsigma_{ij}}{H} + \gamma^+ \quad (3.36)$$

$$\dot{\beta}^- \in \partial_{B^-}(\bar{\Phi}^{Mech}) = \frac{B^-}{\eta^-} + \frac{\eta^I}{\eta^-} Y + \frac{\eta_{ij}^K}{\eta^-} Z_{ij} + \gamma^- = \frac{B^-}{\eta^-} - \frac{\eta^I}{\eta^-} K\vartheta - \frac{\eta_{ij}^K}{\eta^-} \frac{\varsigma_{ij}}{H} + \gamma^- \quad (3.37)$$

$$\dot{\beta}^A \in \partial_{B^A}(\bar{\Phi}^{Mech}) = \frac{B^A}{\eta^A} + \frac{\eta^I}{\eta^A} Y + \frac{\eta_{ij}^K}{\eta^A} Z_{ij} + \gamma^A = \frac{B^A}{\eta^A} - \frac{\eta^I}{\eta^A} K\vartheta - \frac{\eta_{ij}^K}{\eta^A} \frac{\varsigma_{ij}}{H} + \gamma^A \quad (3.38)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p \in \partial_{X_{ij}}(\bar{\Phi}^{Mech}) = \gamma \frac{(\mathcal{L}_{ij} - \varsigma_{ij})}{\|\mathcal{L}_{ij} - \varsigma_{ij}\|} \quad (3.39)$$

$$\dot{\vartheta} \in \partial_Y(\bar{\Phi}^{Mech}) = \sqrt{\frac{2}{3}} \gamma + \eta^I (\dot{\beta}^+ + \dot{\beta}^- + \dot{\beta}^A) = \sqrt{\frac{2}{3}} |\dot{\varepsilon}_{ij}^p| + \eta^I (\dot{\beta}^+ + \dot{\beta}^- + \dot{\beta}^A) \quad (3.40)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varsigma}_{ij} \in \partial_{Z_{ij}}(\bar{\Phi}^{Mech}) &= \frac{2}{3} \gamma H \frac{(\mathcal{L}_{ij} - \varsigma_{ij})}{\|\mathcal{L}_{ij} - \varsigma_{ij}\|} + \eta_{ij}^K (\dot{\beta}^+ + \dot{\beta}^- + \dot{\beta}^A) \\ &= \frac{2}{3} H \dot{\varepsilon}_{ij}^p + \eta_{ij}^K (\dot{\beta}^+ + \dot{\beta}^- + \dot{\beta}^A) \end{aligned} \quad (3.41)$$

onde η^n ($n = +, -, A$) está associado à dissipação interna, enquanto η^I e η_{ij}^K são os parâmetros de acoplamento da transformação de fase e a plasticidade, respectivamente associados aos endurecimentos isotrópico e cinemático. $\gamma(\dot{\beta}^+, \dot{\beta}^-, \dot{\beta}^A)$ é o subdiferencial referente ao conjunto convexo χ (Rockafellar, 1970), conforme as Equações 3.43 e 3.44, representado como:

$$\gamma = (\gamma^+, \gamma^-, \gamma^A) \in \partial I_\chi(\dot{\beta}^+, \dot{\beta}^-, \dot{\beta}^A) \quad (3.42)$$

O tensor \mathcal{L}_{ij} representa o desviador da tensão σ_{ij} definido conforme se segue,

$$\mathcal{L}_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (3.43)$$

$\|\mathcal{L}_{ij} - \varsigma_{ij}\|$ é a norma euclidiana da diferença entre o tensor desviador da tensão σ_{ij} e o tensor do endurecimento cinemático definida como

$$\|\mathcal{L}_{ij} - \varsigma_{ij}\| = \sqrt{\sum_{i,j=1}^3 (\mathcal{L}_{ij} - \varsigma_{ij})^2} \quad (3.44)$$

O termo I_χ é uma função indicatriz do conjunto convexo χ , que define as restrições associadas com a evolução das fases. Fisicamente, a função indicatriz considera as restrições para os sublaços internos devidos às transformações de fases incompletas e também elimina as transformações de fase não admissíveis (Savi & Paiva 2005). Assim sendo, para $\sigma_{ij} \neq 0$ o conjunto convexo χ pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\chi = \left\{ \dot{\beta}^n \in \mathfrak{R} \left| \begin{array}{l} \dot{\Gamma} \dot{\beta}^+ \geq 0; \dot{\Gamma} \dot{\beta}^A \leq 0 \text{ se } \Gamma > 0 \\ \dot{\Gamma} \dot{\beta}^- \leq 0; \dot{\Gamma} \dot{\beta}^A \geq 0 \text{ se } \Gamma < 0 \end{array} \right. \right\} \quad (3.45)$$

e para $\sigma_{ij} = 0$:

$$\chi = \left\{ \dot{\beta}^n \in \mathfrak{R} \left| \begin{array}{l} \dot{T} \dot{\beta}^+ \begin{cases} < 0 \text{ se } \dot{T} > 0, \beta_s^+ \neq 0 \\ = 0 \text{ senão} \end{cases} \\ \dot{T} \dot{\beta}^- \begin{cases} < 0 \text{ se } \dot{T} > 0, \beta_s^- \neq 0 \\ = 0 \text{ senão} \end{cases} \\ \dot{T} \dot{\beta}^A \geq 0 \\ -(\dot{\beta}^+)^2 - \dot{\beta}^+ \dot{\beta}^A = 0 \\ -(\dot{\beta}^-)^2 - \dot{\beta}^- \dot{\beta}^A = 0 \end{array} \right. \right\} \quad (3.46)$$

O conjunto expressa também as restrições para eliminar as transformações de fase não-admissíveis como de $M^+ \rightarrow M$ e $M^- \rightarrow M$. Note que essas equações representam as seguintes restrições:

$$\begin{cases} \dot{\beta}^+ \dot{\beta}^M = \dot{\beta}^+ (-\dot{\beta}^+ - \dot{\beta}^- - \dot{\beta}^A) = -(\dot{\beta}^+)^2 - \dot{\beta}^+ \dot{\beta}^A = 0 \\ \dot{\beta}^- \dot{\beta}^M = \dot{\beta}^- (-\dot{\beta}^+ - \dot{\beta}^- - \dot{\beta}^A) = -(\dot{\beta}^-)^2 - \dot{\beta}^- \dot{\beta}^A = 0 \end{cases} \quad (3.47)$$

o que significa que quando um tipo de transformação corre a outra não deve ocorrer. Além disso, $\dot{\beta}^+ \dot{\beta}^- = 0$, devido ao fato de que M^+ e M^- não podem ser induzidas ao mesmo tempo.

A fim de contemplar as diferentes características para a cinética da transformação de fase no processo de carregamento e descarregamento, utilizam-se valores diferentes para os parâmetros η^n , da seguinte forma:

$$\begin{cases} \eta^n = \eta_L^n & \text{se } \dot{\Gamma} > 0 \\ \eta^n = \eta_U^n & \text{se } \dot{\Gamma} < 0 \end{cases} \quad (3.48)$$

onde η_L^n e η_U^n são parâmetros de dissipação interna para as variáveis β^n durante o processo de carregamento e descarregamento, respectivamente.

3.4 PLASTICIDADE

A plasticidade é incluída no modelo usando os procedimentos clássicos para a sua descrição. Neste contexto, o termo I_f é uma função indicatriz associada à plasticidade clássica; f é definida a partir das características da superfície de escoamento, sendo definida da seguinte forma:

$$f = \|\mathcal{L}_{ij} - \varsigma_{ij}\| - \sqrt{\frac{2}{3}}(\sigma_Y - K\vartheta) \quad (3.49)$$

que obedece as condições de Kuhn-Tucker apresentadas a seguir:

$$\gamma \geq 0, \quad f(\sigma_{ij}, \varsigma_{ij}, \vartheta) \leq 0 \quad \text{e} \quad \gamma f(\sigma_{ij}, \varsigma_{ij}, \vartheta) = 0 \quad (3.50)$$

e as condições de consistência, definidas por:

$$\gamma \dot{f}(\sigma_{ij}, \varsigma_{ij}, \vartheta) = 0 \quad (3.51)$$

ς_{ij} é o tensor associado ao endurecimento cinemático representando o centro do domínio da superfície de escoamento de von Mises do espaço do tensor desviador; σ_Y é a tensão de escoamento e γ é o multiplicador plástico.

O limite de escoamento σ_Y tem diferentes valores para as fases austenítica e martensítica. Para altas temperaturas, o valor de σ_Y tende a decrescer. Entretanto o limite de escoamento tem uma variação linear com T que pode ser expressa da seguinte forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_Y = \sigma_Y^M \text{ se } T \leq T^M \\ \sigma_Y = \frac{\sigma_Y^M(T^A - T) + \sigma_Y^{A,i}(T - T^M)}{T^A - T^M} \text{ se } T^M < T \leq T^A \\ \sigma_Y = \frac{\sigma_Y^{A,i}(T^F - T) + \sigma_Y^{A,f}(T - T^A)}{T^F - T^A} \text{ se } T^A < T \leq T^F \end{array} \right. \quad (3.52)$$

onde T^F é a temperatura de referência para determinação da tensão de escoamento para altas temperaturas, T^A é a temperatura acima da temperatura onde a austenita é estável, T^M é a temperatura a abaixo da temperatura onde a martensita é estável, $\sigma_Y^{A,l}$ é a tensão de escoamento da austenita à temperatura T^A , $\sigma_Y^{A,f}$ é a tensão de escoamento da austenita à temperatura T^F e σ_Y^M é a tensão de escoamento da martensita.

3.5 EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS

A partir das discussões apresentadas, é possível definir um conjunto completo de equações constitutivas que descreve o comportamento termomecânico das ligas com memória de forma. As equações abaixo resumem o conjunto de equações constitutivas para o modelo proposto.

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl}\varepsilon_{kl}^e + \alpha\omega_{ij}(\beta^- - \beta^+) - \Omega_{ij}(T - T_0) \quad (3.53)$$

$$\dot{\beta}^+ = \frac{1}{\eta^+} \left\{ \Gamma\alpha + \Lambda + P^+ - \alpha_{ijkl}^h r_{kl} \Omega_{ij}(T - T_0) - \eta^l K \vartheta - \eta_{ij}^K \frac{s_{ij}}{H} - \tau^+ \right\} + \gamma^+ \quad (3.54)$$

$$\dot{\beta}^- = \frac{1}{\eta^-} \left\{ -\Gamma\alpha + \Lambda - P^- + \alpha_{ijkl}^h r_{kl} \Omega_{ij}(T - T_0) - \eta^l K \vartheta - \eta_{ij}^K \frac{s_{ij}}{H} - \tau^- \right\} + \gamma^- \quad (3.55)$$

$$\begin{aligned} \dot{\beta}^A = \frac{1}{\eta^A} \left\{ P^A + \Lambda^{\kappa} + \bar{\varepsilon}_{ij}^e (\Omega_{ij}^A - \Omega_{ij}^M)(T - T_0) - \frac{1}{2}(K^A - K^M)\vartheta^2 - \left(\frac{1}{2H^A} - \frac{1}{2H^M} \right) s_{ij}s_{ij} + \right. \\ \left. + \eta^l K \vartheta + \eta_{ij}^K \frac{s_{ij}}{H} - \tau^A \right\} + \gamma^A \end{aligned} \quad (3.56)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \gamma \frac{(\mathcal{L}_{ij} - s_{ij})}{\|\mathcal{L}_{ij} - s_{ij}\|} \quad (3.57)$$

$$\dot{\vartheta} = \sqrt{\frac{2}{3}} \gamma + \eta^l (\dot{\beta}^+ + \dot{\beta}^- + \dot{\beta}^A) \quad (3.58)$$

$$\dot{s}_{ij} = \frac{2}{3} H \dot{\varepsilon}_{ij}^p + \eta_{ij}^K (\dot{\beta}^+ + \dot{\beta}^- + \dot{\beta}^A) \quad (3.59)$$

Neste ponto é importante entender alguns aspectos da transformação de fase. Por um lado, se $\Gamma \geq 0$ a variante M^+ é induzida, aumentando o valor de β^+ ($\Gamma \geq 0 \rightarrow M^+$). Por outro lado, a variante M^- é induzida aumentando o valor de β^- ($\Gamma < 0 \rightarrow M^-$). Note que cada variante pode ser induzida tanto por expansão volumétrica ou por efeitos de cisalhamento, permitindo uma descrição adequada do comportamento tridimensional. Além disso, deve-se salientar que, uma vez que o sinal das deformações de cisalhamento não aparece na definição do indutor, elas são neutras, tendendo a acompanhar a influência da expansão volumétrica.

3.6 PROCEDIMENTO NUMÉRICO

Para lidar com as não-linearidades existentes na formulação, a solução do conjunto de equações constitutivas apresentadas pelas Equações 3.53 a 3.59 é obtida empregando a técnica de partição do operador (Ortiz *et al.*, 1983) associada a um procedimento iterativo. Isso permite tratar o problema acoplado a partir de problemas desacoplados, conforme algoritmo da Figura 3.3.

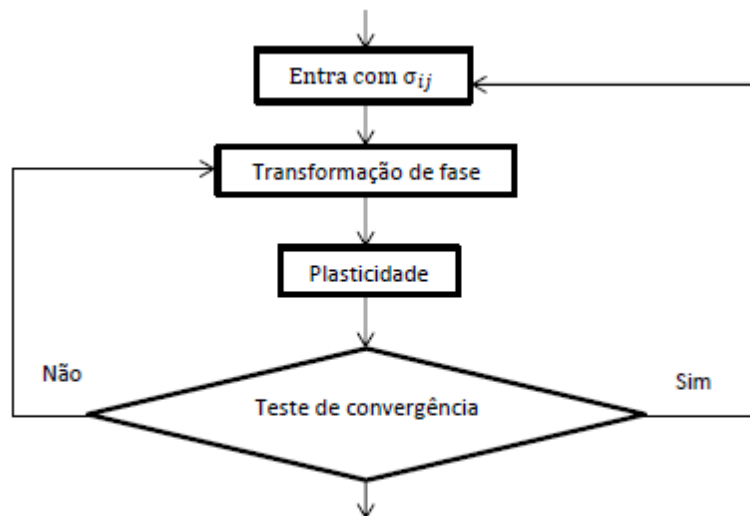


Figura 3.3– Algoritmo do procedimento numérico (técnica de partição do operador (Ortiz *et al.*, 1983)

Nesta seção, apresenta-se o procedimento numérico para a transformação de fase e logo em seguida o procedimento referente à plasticidade, representados pelo algoritmo da Figura 3.4.

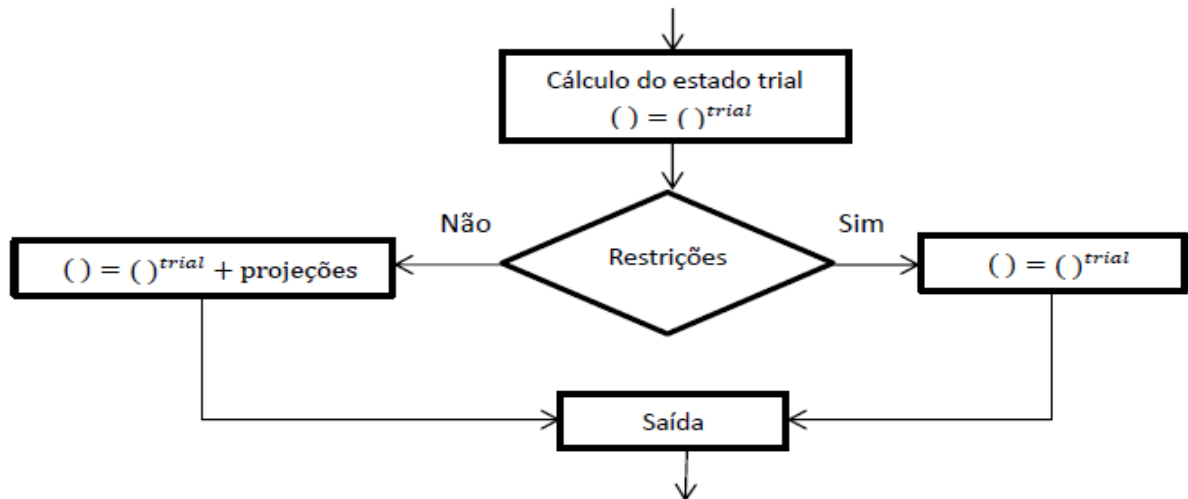


Figura 3.4- Fluxograma.

A Figura 3.4 Apresenta o fluxograma utilizado no processamento numérico utilizado para solução do algoritmo para a transformação de fase e para plasticidade.

No caso da transformação de fase o estado trial, $()^{trial}$ não ocorre transformação de fase, assim verifica-se se as restrições da função indicatriz I_{π} são obedecidas, caso não seja calcula-se as projeções em relação ao tetraedro da Figura 3.5.

No caso da plasticidade o estado trial, $()^{trial}$ não ocorre plasticidade, assim verifica-se se a restrição $f^{trial} \leq 0$ é obedecida, caso não seja calcula-se as projeções em relação a superfície de escoamento de von Mises da Figura 3.6.

3.6.1 Transformação de fase

A evolução das variáveis associadas às transformações de fase é tratada considerando uma partição do operador. Inicialmente, a partir da tensão σ_{ij} , calcula-se a deformação ε_{ij}^e assumindo que não ocorre transformação de fase. Desta forma, define-se um estado tentativo (*trial*) onde as frações volumétricas são idênticas às do instante anterior. A partir do tensor de deformação ε_{ij}^e , isolam-se as subdiferenciais e aplica-se o método de *Euler implícito* para calcular as frações volumétricas $(\beta^+, \beta^-, \beta^A)$. Caso os valores calculados não atendam às restrições representadas pelo tetraedro da Figura 3.5, projeções ortogonais que representam as subdiferenciais da função indicatriz $I_{\pi}(\beta^+, \beta^-, \beta^A)$ forçam as variáveis a ficarem contidas no domínio ou sobre a superfície do domínio associado ao tetraedro. Essa projeção considera o ponto mais próximo da superfície do tetraedro (Figura 3.5), sendo calculada passo a passo,

obedecendo às restrições impostas pela função indicatriz I_π . A cada passo os subdiferenciais são calculados diminuindo a distância entre a superfície do tetraedro e o ponto que define os valores das frações volumétricas consideradas, até que essa distância se anule, que é o momento em que o algoritmo converge. Calculadas as frações volumétricas, torna-se a calcular o tensor de deformação ε_{ij}^e e assim sucessivamente até que um critério de convergência seja satisfeito de acordo com uma tolerância.

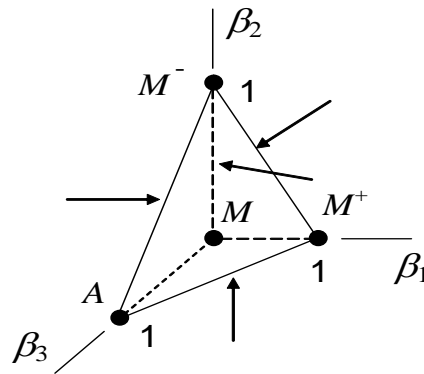


Figura 3.5– Projeções associadas às subdiferenciais.

3.6.2 Plasticidade

O comportamento elasto-plástico é simulado a partir do algoritmo clássico *return-mapping* proposto por Simo e Hughes (1998). Primeiramente, definem-se as seguintes equações constitutivas que regulam o fluxo plástico:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \gamma \varphi_{ij} \quad (3.59)$$

$$\dot{\zeta}_{ij} = \gamma \frac{2}{3} H \varphi_{ij} \quad (3.60)$$

$$\dot{\vartheta} = \gamma \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (3.61)$$

onde φ_{ij} é definido conforme a Equação 3.62.

$$\varphi_{ij} = \frac{\mathcal{L}_{ij} - \varsigma_{ij}}{\|\mathcal{L}_{ij} - \varsigma_{ij}\|} = \frac{\zeta_{ij}}{\|\zeta_{ij}\|} = \frac{\partial f(\sigma_{ij}, \varsigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3.62)$$

onde $\zeta_{ij} = \mathcal{L}_{ij} - \varsigma_{ij}$.

Após a definição das equações que regulam o fluxo plástico, discretizam-se as equações no intervalo de tempo $[t_n, t_n + \Delta t]$, onde $t_n + \Delta t = t_{n+1}$. O método de *Euler implícito* é aplicado para calcular as equações que regulam o fluxo plástico. O procedimento assume um estado tentativo (*trial*) que assume que não ocorre plastificação e portanto, as variáveis plásticas são idênticas as do estado anterior. A primeira definição associada ao estado tentativo é com relação à superfície de escoamento:

$$(f^{trial})_{n+1} = \left\| (\zeta_{ij}^{trial})_{n+1} \right\| - \sqrt{\frac{2}{3}} (\sigma^Y - K \vartheta_n) \quad (3.63)$$

Caso o estado tentativo seja admissível tem-se que:

$$(f^{trial})_{n+1} \leq 0 \quad (3.64)$$

e consequentemente:

$$(\varepsilon_{ij}^P)_{n+1} = (\varepsilon_{ij}^P)_n \quad (3.65)$$

$$\vartheta_{n+1} = \vartheta_n \quad (3.66)$$

$$(\sigma_{ij})_{n+1} = (\sigma_{ij})_n \quad (3.67)$$

Por outro lado, caso o estado tentativo não seja admissível, $(f^{trial})_{n+1} > 0$, as condições de Kuhn–Tucker são violadas e há a necessidade de se fazer uma correção utilizando um multiplicador plástico ($\Delta\gamma$), que projeta $(\sigma_{ij}^{trial})_{n+1}$ na superfície de escoamento onde $f_{n+1} = 0$.

A Figura 3.6 apresenta o caso em que o estado tentativo não é admissível e a sua projeção associada. O material se encontra fora da região elástica, fazendo-se necessária uma correção plástica. Essa correção, denominada por Simo & Hughes (1998), de mapeamento de retorno

(*return-mapping*), corresponde a uma projeção ortogonal até a superfície de escoamento de von Mises.

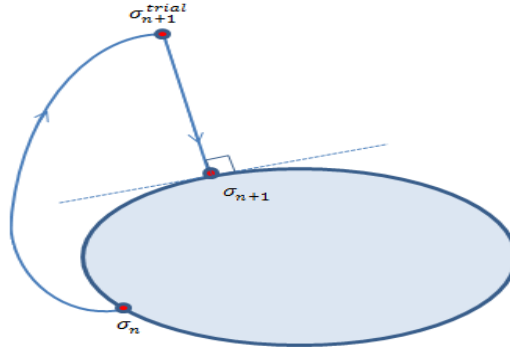


Figura 3.6- Representação geométrica do Return-Mapping.

Para chegar à equação que define o valor de γ , primeiramente discretiza-se ζ_{ij} e \mathcal{L}_{ij} , conforme as Equações 3.68 e 3.69.

$$(\zeta_{ij})_{n+1} = (\zeta_{ij})_n + \frac{2}{3} \Delta\gamma H(\varphi_{ij}^{trial})_{n+1} \quad (3.68)$$

$$(\mathcal{L}_{ij})_{n+1} = (\mathcal{L}_{ij}^{trial})_{n+1} - 2\mu\Delta\gamma(\varphi_{kl}^{trial})_{n+1} \quad (3.69)$$

Subtraindo equação 3.68 da equação 3.69 tem-se:

$$(\mathcal{L}_{ij})_{n+1} - (\zeta_{ij})_{n+1} = (\mathcal{L}_{ij}^{trial})_{n+1} - (\zeta_{ij})_n - 2\mu\Delta\gamma(\varphi_{ij}^{trial})_{n+1} \quad (3.70)$$

Sabendo-se que:

$$(\zeta_{ij})_{n+1} = (\mathcal{L}_{ij})_{n+1} - (\zeta_{ij})_{n+1} \quad (3.71)$$

$$(\zeta_{ij}^{trial})_{n+1} = (\mathcal{L}_{ij}^{trial})_{n+1} - (\zeta_{ij})_n \quad (3.72)$$

$$\varphi_{ij_{n+1}} = \frac{(\zeta_{ij})_{n+1}}{[(\zeta_{ij})_{n+1}]}, \varphi_{ij_{n+1}}^{trial} = \frac{(\zeta_{ij}^{trial})_{n+1}}{[(\zeta_{ij}^{trial})_{n+1}]} e (\varphi_{ij}^{trial})_{n+1} = (\varphi_{ij})_{n+1} \quad (3.73)$$

Chega-se a seguinte equação:

$$\left| \zeta_{ij}^{trial} \right| = \left| \xi_{ij} \right| + \Delta\gamma \left(2\mu + \frac{2}{3}H \right) \rightarrow \left| \zeta_{ij} \right| = \left| \zeta_{ij}^{trial} \right| - \Delta\gamma \left(2\mu + \frac{2}{3}H \right) \quad (3.74)$$

como

$$f_{n+1} = \left| \zeta_{ij} \right| - \sqrt{\frac{2}{3}} (\sigma_Y + K\vartheta_{n+1}) \quad (3.75)$$

e

$$f_{n+1}^{trial} = \left| \zeta_{ij}^{trial} \right| - \sqrt{\frac{2}{3}} (\sigma_Y + K\vartheta_n) \quad (3.76)$$

e fazendo as substituições adequadas na equação 3.75, tem-se:

$$f_{n+1} = f_{n+1}^{trial} - \Delta\gamma \left(2\mu + \frac{2}{3}H + \frac{2}{3}K \right) = 0 \quad (3.77)$$

Desta forma, a projeção é dada por:

$$\Delta\gamma = \frac{f_{n+1}^{trial}}{2\mu + \frac{2}{3}(H+K)} \quad (3.78)$$

e assim tem-se o valor de γ_{n+1} :

$$\gamma_{n+1} = \frac{\Delta\gamma}{\Delta t} \quad (3.79)$$

4 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS – TESTES UNIAXIAIS

O objetivo desta seção é avaliar a potencialidade do modelo proposto em descrever o comportamento termomecânico das SMAs em um contexto uniaxial. Inicialmente são considerados testes uniaxiais onde um carregamento mecânico varia linearmente desde zero até um valor máximo e depois volta à zero. O carregamento é feito por meio de um tensor com carga em uma só direção, que representa a máxima carga que é aplicada à liga.

A Tabela 4.1 apresenta os parâmetros utilizados para realização dos testes uniaxiais. Esses parâmetros são obtidos a partir dos resultados experimentais de Tobushi *et al.* (1991), apresentados na Figura 4.1 para três temperaturas distintas. Para os testes uniaxiais considera-se que o valor do coeficiente de Poisson é nulo. Esta consideração é devido a se obter os mesmos ajustes de parâmetros do modelo unidimensional de Paiva *et al.*(2005).

Tabela 4.1- Parâmetros obtidos a partir dos resultados experimentais obtidos por Tobushi *et al.* (1991).

E^A (GPa)	E^M (GPa)	Ω^A (MPa/K)	Ω^M (MPa/K)	α_N^h (MPa)	α_S^h (MPa)	α (MPa)
54	42	0,74	0,17	0,0473	0,0228	330
L_0^\pm (MPa)	L^\pm (MPa)	L_0^A (MPa)	L^A (MPa)	T^M (K)	T_0 (K)	T^A (K)
0,15	41,5	0,63	185	291,4	307	307,5
T^f (K)	σ_Y^M (GPa)	$\sigma_Y^{A,i}$ (GPa)	$\sigma_Y^{A,f}$ (GPa)	K^A (GPa)	K^M (GPa)	H^A (GPa)
423	0,5	1,5	1	1,4	0,4	4
H^M (GPa)	η^l	η^K	η_L^+ (MPa.s)	$\eta_{\bar{U}}$ (MPa.s)	$\eta_{\bar{L}}$ (MPa.s)	$\eta_{\bar{U}}$ (MPa.s)
1,1	-0,01	-0,01	1	2,7	1	2,7
$\eta_{\bar{U}}^A$ (MPa.s)	$\eta_{\bar{U}}^A$ (MPa.s)	ν^A	ν^M			
1	2,7	0,42	0,40			

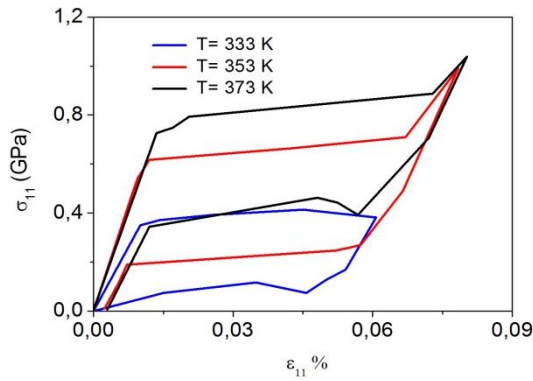


Figura 4.1- Curvas tensão-deformação pseudo-elásticas experimentais para a Liga Ni-Ti. Tobushi *et al.* (1991).

A seguir é mostrada uma comparação entre os resultados numéricos e os resultados experimentais obtidos por Tobushi *et al.* (1991). Na Figura 4.2 temos os testes realizados para três temperaturas distintas: $T = 373\text{ K}$, $T = 353\text{ K}$ e $T = 333\text{ K}$. Verifica-se que os resultados estão bastante próximos, o que atesta a capacidade do modelo para descrever o fenômeno considerado. Nota-se também, que o aumento da temperatura implica um aumento da tensão crítica de transformação.

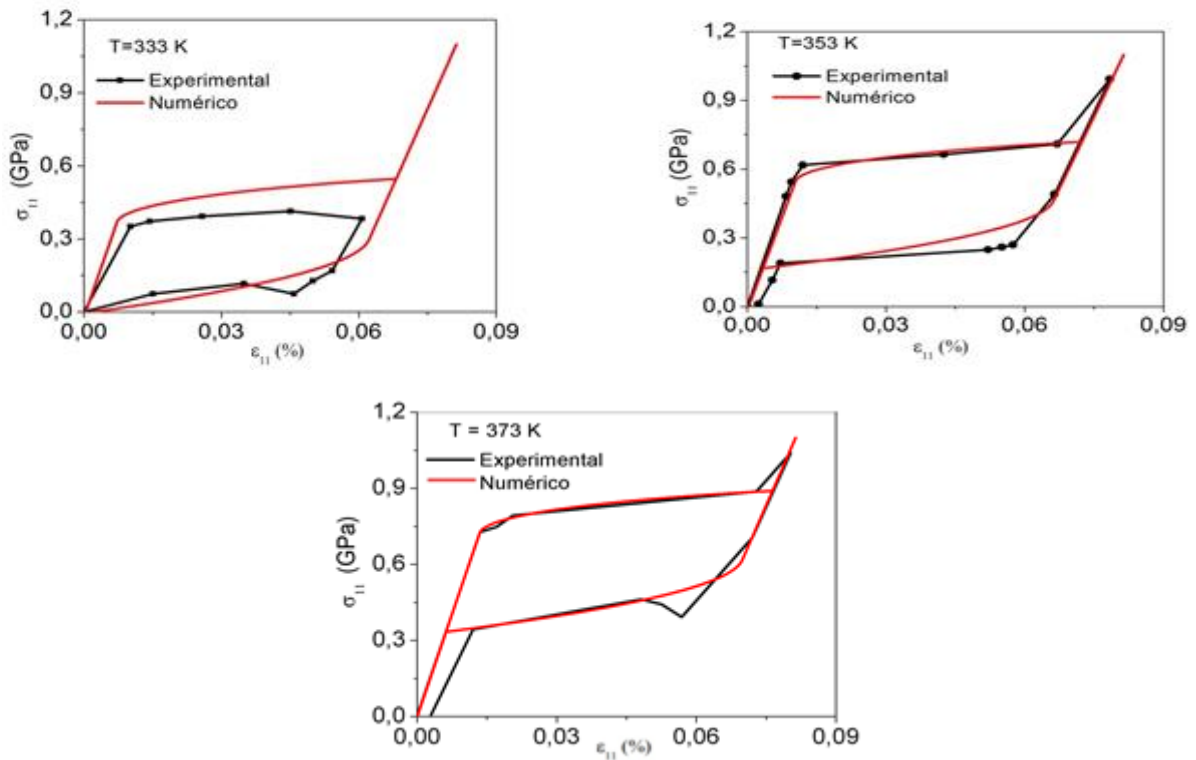


Figura 4.2- Comparação numérico-experimental para $T = 333\text{ K}$, $T = 353\text{ K}$ e $T = 373\text{ K}$.

4.1 ENSAIO PSEUDOELÁSTICO

A pseudoelasticidade é um fenômeno no qual a amostra de SMA se encontra em alta temperatura e na forma estável da fase austenítica. Durante este ensaio a temperatura permanece constante e uma carga mecânica é aplicada à amostra que induz uma transformação de fase em martensita não maclada. Esse processo de reorientação depende do carregamento mecânico sendo M^+ se $\Gamma \geq 0$ ou M^- se $\Gamma < 0$. Após o descarregamento há uma transformação de fase inversa, onde a fase martensita não maclada transforma-se na fase austenítica.

Neste momento, o modelo constitutivo é utilizado para descrever o comportamento pseudoelástico das SMAs. Admite-se que os carregamentos estão dentro da superfície de escoamento, com isso não se considera o efeito da plasticidade.

Inicialmente, considera-se um ensaio de tração uniaxial pseudoelástico variando a taxa de carregamento. A importância deste ensaio é mostrar a influência da taxa de carregamento durante a transformação de fase. O carregamento imposto considera uma carga desde zero até um valor máximo, representado pelo tensor mostrado a seguir, retornando a zero. Assim sendo, a seguinte carga máxima é considerada: $\sigma_{11} = 1,1 \text{ GPa}$, sendo aplicada às diferentes taxas a uma temperatura acima da qual a austenita é estável.

$$\sigma = \begin{bmatrix} 1,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ GPa} \quad (4.1)$$

Shaw & Kyriakides (1995) observam que o comportamento das ligas com memória de forma é dependente da taxa de carregamento. Monteiro *et al.* (2009) mostram que esta dependência é decorrente dos acoplamentos termomecânicos. No entanto, o modelo proposto é capaz de descrever essa dependência da taxa sem utilizar os termos do acoplamento termomecânico. As Figuras 4.3 apresentam os carregamentos com diferentes taxas de carregamento e as respectivas curvas tensão-deformação. Verifica-se que o modelo proposto é capaz de capturar a mudança de taxas de carregamento. Observa-se na Figura 4.3(b) que quanto maior a taxa de carregamento maior a inclinação da curva de histerese tanto durante o carregamento como no descarregamento da tensão. Outro fato importante é que a tensão crítica que define o início da transformação de fase permanece constante. Os parâmetros utilizados nesta simulação foram os da Tabela 4.1.

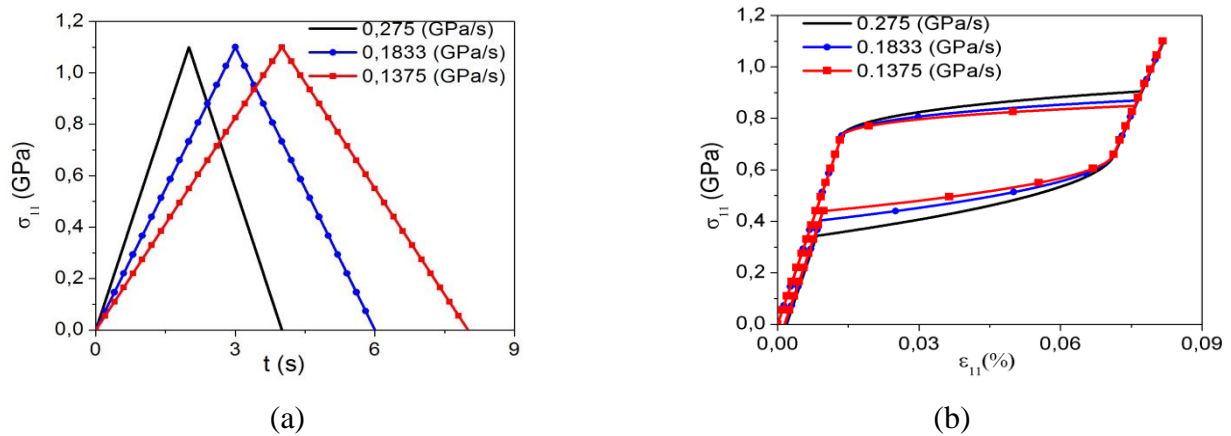
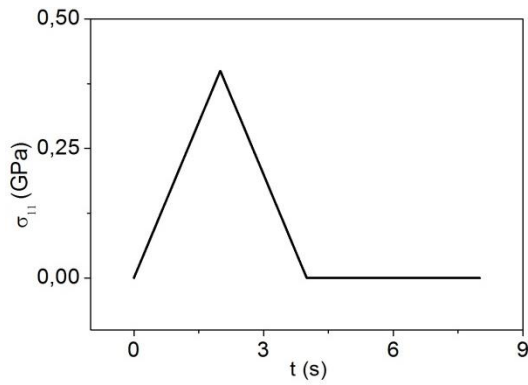


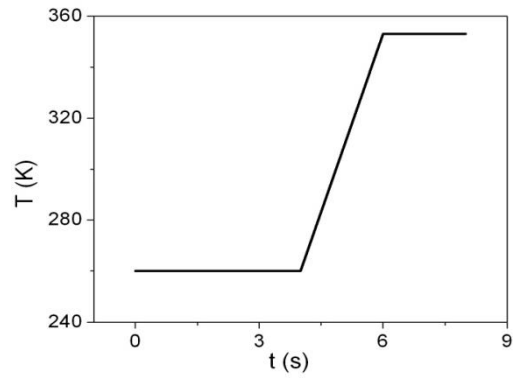
Figura 4.3- Carregamentos com taxas diferentes
 (a) História de carregamento em função do tempo;
 (b) Laços de histerese em função das taxas de carregamento.

4.2 EFEITO DE MEMÓRIA DE FORMA

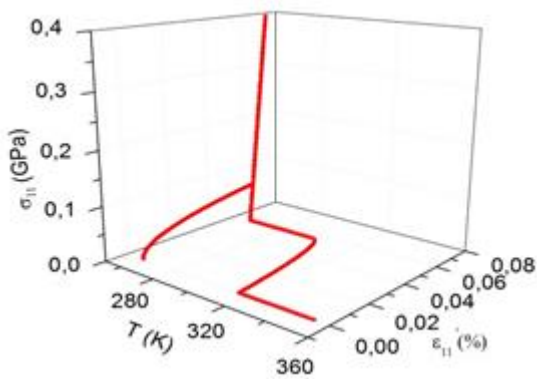
A amostra de SMA começa a $T = 260K$, temperatura na qual a martensita é estável e em seguida é submetida a um carregamento mecânico. Neste primeiro processo, devido ao aumento de carga, há uma reorientação da martensita (M) em martensita não maclada (M^+). Logo após, tem-se a descarga, mantendo-se no final a martensita não maclada (M^+). Após o processo descarga-descarga, a amostra é submetida a uma mudança de temperatura. As Figuras 4.4(a) e 4.4(b) apresentam o processo de carregamento termomecânico. No início do processo, a carga mecânica é aplicada a uma temperatura baixa, onde ocorre uma reorientação da variante da martensita (M) em martensita não maclada (M^+). Quando a descarga é terminada, ainda existe uma deformação residual. Verifica-se também que ao final descarga não há uma transformação de fase reversa. A deformação residual, decorrente da transformação de fase, pode ser totalmente recuperada pelo aquecimento da amostra até uma temperatura acima de $T_A = 307,5 K$. Neste segundo processo, há uma transformação da martensita não-maclada (M^+) em austenita (A). A Figura. 4.4(c) apresenta a curva de tensão-deformação-temperatura mostrando todo o processo e a Figura 4.4(d) apresenta a evolução das frações volumétricas correspondentes. Inicialmente, a carga mecânica provoca a reorientação de M para M^+ . Depois, a mudança de temperatura faz com que a transformação de fase M^+ para A que é responsável pela recuperação da deformação residual.



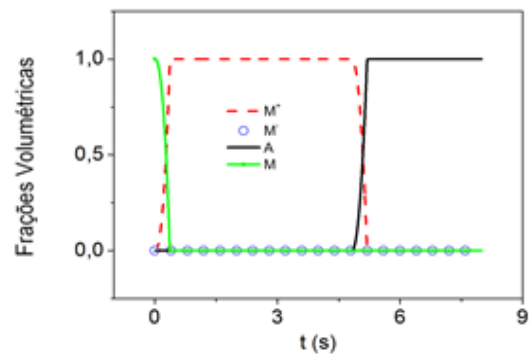
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4.4- (a). História de carregamento mecânico, (b). História de carregamento térmico, (c). Diagrama tensão-deformação-temperatura, (d). Evolução temporal das frações volumétricas.

4.2.1 Transformação de fase devido à variação de temperatura

Neste momento passa-se a investigar a transformação de fase devida à variação de temperatura, considerando um estado livre de tensões $\sigma_{ij} = 0$. Assim sendo, impõe-se ao material um ciclo térmico conforme mostrado na Figura 4.5, conforme os parâmetros da Tabela 4.1. Primeiramente, o material está a uma temperatura de 230 K, onde a fase estável é a martensita maclada (M), sendo aquecido até uma temperatura de 333 K. Esta variação de temperatura promove uma transformação de fase $M \rightarrow A$. Diminuindo a temperatura, ocorre uma transformação de fase reversa. Observe a curva deformação-temperatura apresentada na Figura 4.6, que indica a presença do ciclo de histerese típico das SMAs. Na Figura 4.6 observa-se que os gráficos nas três direções normais são idênticos, o que era de se esperar, pois as

dilatações e contrações devidas a um carregamento térmico acontecem sempre de modo igual nas direções normais.

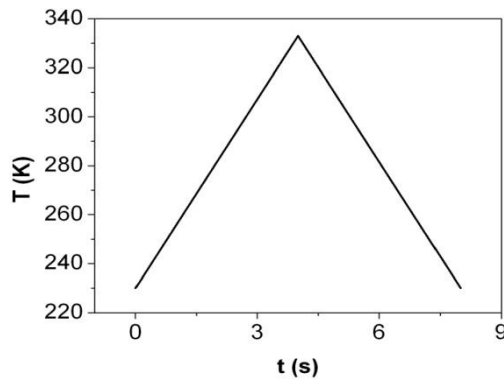


Figura 4.5- História de carregamento térmico.

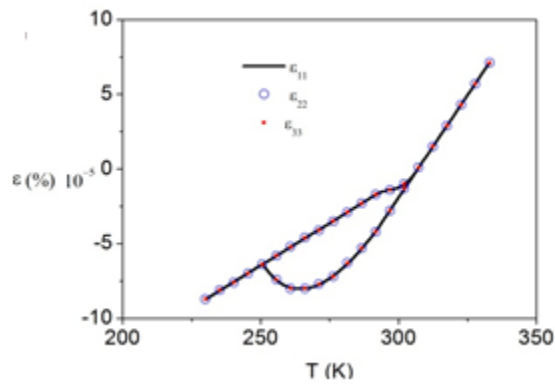


Figura 4.6- Diagrama deformação-temperatura.

Inicialmente, como mostra a Figura 4.7, o material se apresenta em uma estrutura totalmente martensítica (maclada). Quando ocorre um aumento de temperatura a primeira transformação de fase $M \rightarrow A$ ocorre, onde o produto final é uma estrutura austenítica. Com a diminuição da temperatura, ocorre a segunda transformação de fase $A \rightarrow M$, retornando o material à estrutura original martensita maclada (M).

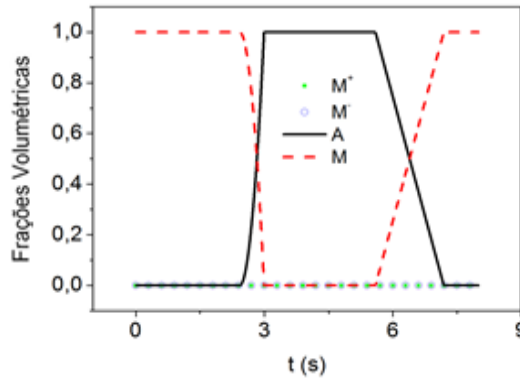


Figura 4.7- Evolução temporal das frações volumétricas para o efeito de transformação de fase devida à variação de temperatura.

4.3 SUBLAÇOS DEVIDOS À TRANSFORMAÇÃO DE FASE INCOMPLETA

O modelo proposto é capaz de descrever sublaços internos devido às transformações de fase incompletas. Para exemplificar este comportamento, considere uma resposta pseudoelástica obtida a partir da imposição de um processo de carregamento mecânico mostrado na Figura 4.8, juntamente com uma temperatura constante. Esse processo de carregamento induz transformações de fase incompletas, como pode ser observado na Figura 4.9. Esta é uma característica importante relacionada à resposta das SMAs, sendo capturada pelo modelo proposto. A Figura. 4.10 também mostra a evolução das frações volumétricas das fases. Os parâmetros utilizados nesta simulação foram os da Tabela 4.1.

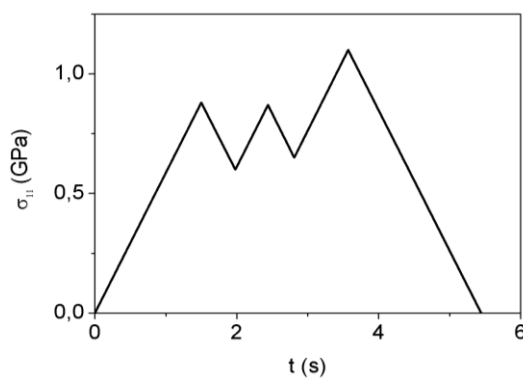


Figura 4.8- História de carregamento para os sublaços.

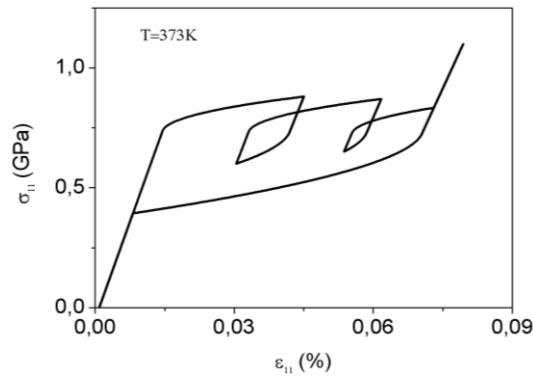


Figura 4.9- Comportamento pseudoelásticos com sublaços internos.

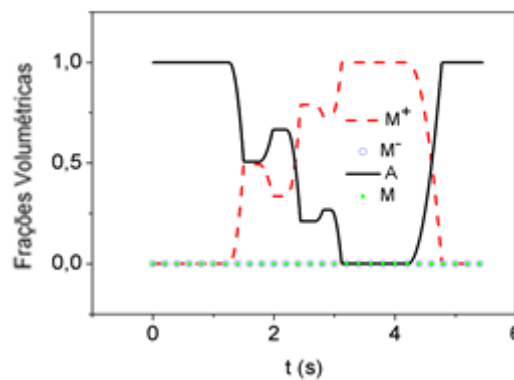
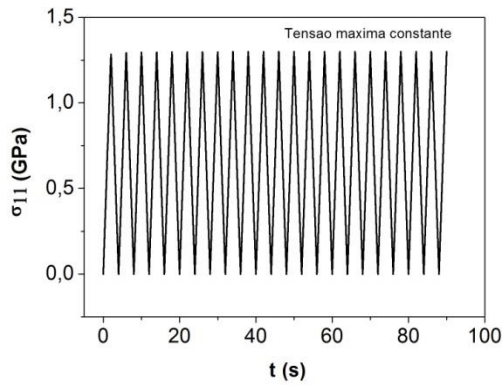


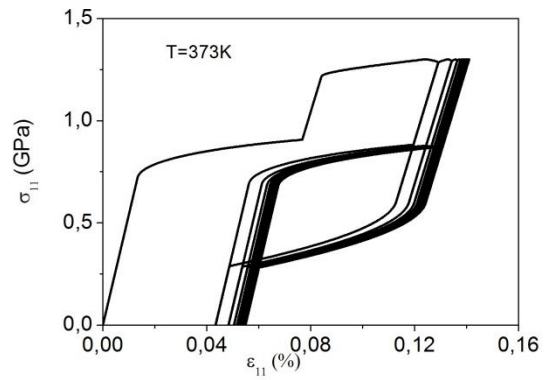
Figura 4.10- Evolução temporal das frações volumétricas para os sublaços.

4.4 PLASTICIDADE

Nesta seção deseja-se avaliar os resultados obtidos com o modelo proposto considerando carregamentos que não estejam dentro da superfície de escoamento. A partir da agora, pretende-se investigar a capacidade do modelo de representar carregamentos cíclicos pseudoelásticos com plasticidade. Primeiramente considera-se um carregamento cíclico com a tensão máxima constante de 1,3 GPa, mostrado na Figura 4.11(a). Os parâmetros utilizados estão apresentados na Tabela 4.1. A Figura 4.11(b) mostra a curva tensão-deformação para este carregamento. Nota-se que a deformação plástica está presente até que ocorra uma estabilização da plasticidade devido ao endurecimento.



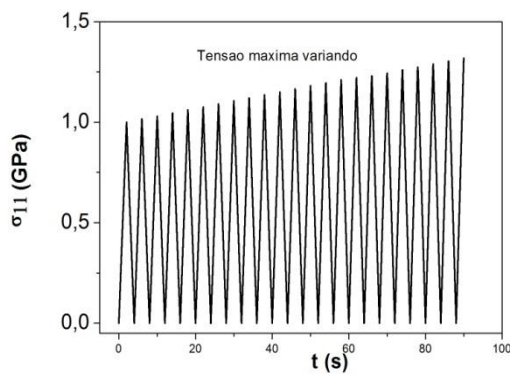
(a)



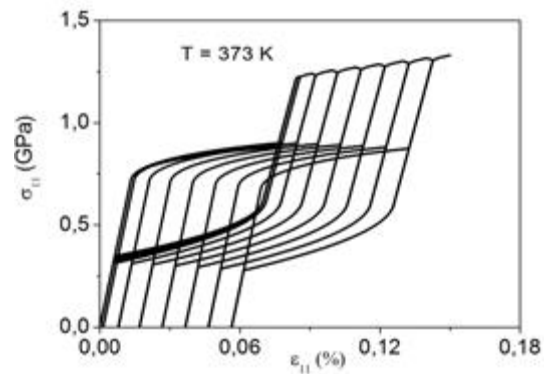
(b)

Figura 4.11 - (a) História de carregamento para tensão máxima constante; (b) Comportamento pseudoelástico com plasticidade para carregamentos cíclicos com tensão máxima constante.

A partir de agora se considera um teste onde uma tensão máxima varia progressivamente de 1,0 GPa até 1,3 GPa, conforme indicado na Figura 4.12(a). A Figura 4.12(b) apresenta a curva tensão-deformação mostrando como se dá a evolução dos fenômenos envolvidos. Depois, a SMA passa a apresentar uma plastificação decorrente de ter atingido a superfície de escoamento.



(a)

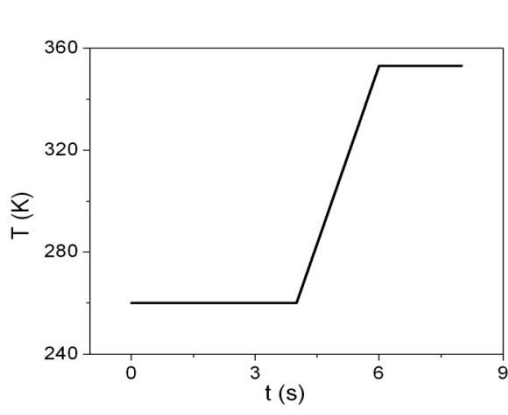


(b)

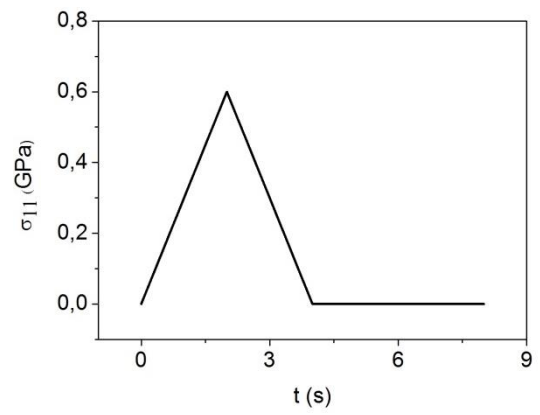
Figura 4.12 (a) -História de carregamento para tensão máxima variável (b)- Comportamento pseudoelástico com plasticidade para carregamentos cíclicos com tensão máxima variando progressivamente.

Com relação à plasticidade associada ao efeito memória de forma, considere uma amostra de SMA submetida a um carregamento mecânico até 0,6 GPa, mostrado na Figura 4.13(a), seguido de um carregamento térmico de 260 K a 360 K, Figura 4.13(b). Durante o

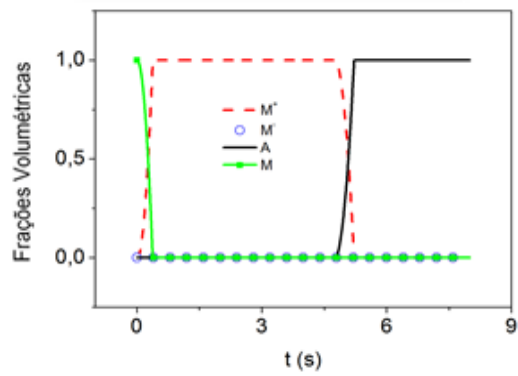
carregamento mecânico, há uma reorientação da martensita (M) em martensita não-maclada (M^+), seguida de uma plastificação. Logo após tem-se o descarregamento mecânico e a amostra apresenta uma deformação residual associada a martensita não-maclada (M^+). Após o processo de carga-descarga mecânica, a amostra é submetida a uma mudança de temperatura. A deformação residual decorrente da transformação de fase pode ser totalmente recuperada pelo aquecimento da amostra até uma temperatura acima de $T_A = 307,5K$. Durante esse processo, existe uma transformação de fase da martensita não-maclada (M^+) para austenita (A). Note contudo que a deformação residual possui uma parcela plástica, que não é recuperável com o aumento de temperatura. A Figura 4.13(c) apresenta a curva de tensão-deformação-temperatura mostrando todo o processo e a Figura 4.13(d) apresenta a evolução das frações volumétricas correspondentes. Inicialmente, a carga mecânica provoca a reorientação de M para M^+ . Depois, a mudança de temperatura faz com que a transformação de fase M^+ para A que é responsável pela recuperação da deformação residual. A deformação plástica é irreversível e permanece ao término do processo.



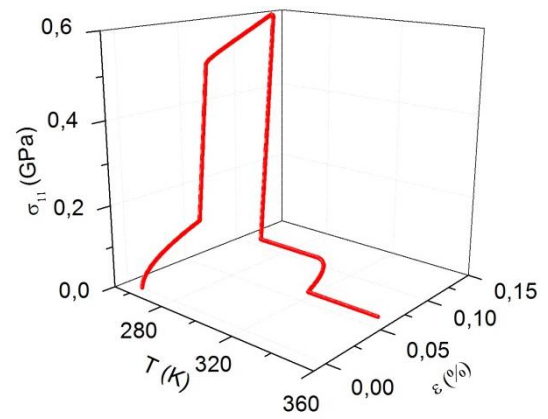
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4.17- (a) História de carregamento mecânico; (b) História de carregamento térmico; (c) Diagrama tensão-deformação-temperatura; (d) Evolução temporal das frações volumétricas.

5 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS – TESTES MULTIAXIAIS

Esta seção tem por objetivo apresentar testes multiaxiais realizados com o modelo constitutivo proposto.

5.1 CARREGAMENTO HIDROSTÁTICO

Inicialmente, considere um carregamento hidrostático. O carregamento imposto considera uma carga desde zero até um valor máximo, representado pelo tensor mostrado a seguir, retornando a zero.

$$\sigma^H = \begin{bmatrix} 0,4 & 0 & 0 \\ 0 & 0,4 & 0 \\ 0 & 0 & 0,4 \end{bmatrix} \text{GPa} \quad (5.1)$$

A Figura 5.1 apresenta a curva tensão-deformação para um ensaio pseudoelástico à tração com um carregamento hidrostático e com temperatura constante de 373 K. Nota-se que o comportamento do material é idêntico nas três direções de carregamento. A Figura 5.2 mostra a evolução no tempo das frações volumétricas das quatro fases macroscópicas. Inicialmente, a estrutura é totalmente austenítica. Quando se inicia a transformação de fase a austenita dá lugar a martensita (M^+). No fim da transformação o material possui uma estrutura totalmente martensítica induzida por tração. Durante o descarregamento, quando a transformação de fase reversa acontece novamente, ambas as fases coexistem. Por fim, o material volta a apresentar uma estrutura totalmente austenítica (A). Neste teste não se levou em conta o efeito da plasticidade. Os parâmetros utilizados nesta simulação foram os da Tabela 4.1.

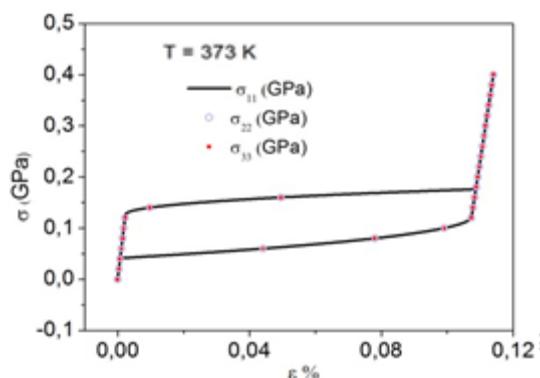


Figura 5.1- Resposta a um carregamento hidrostático.

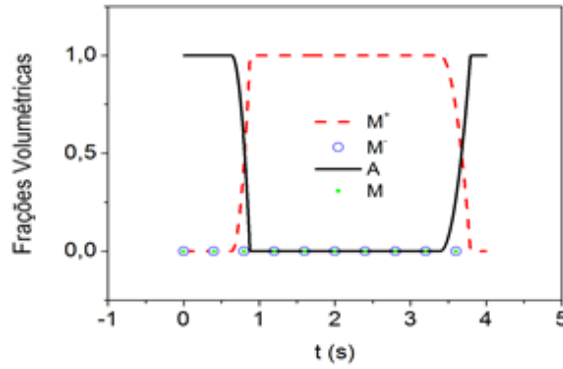


Figura 5.2- Evolução das frações volumétricas para o efeito pseudoelástico. para um carregamento com tensor hidrostático.

5.2 CISALHAMENTO PURO

Nesta seção analisa-se do ensaio de cisalhamento puro. Primeiramente é feito uma análise de um carregamento sem plasticidade. A ideia é comparar o teste de cisalhamento com outro de um carregamento equivalente representado por tração e compressão de mesmo valor. Isso representa um giro de 45° no sistema coordenado. O carregamento imposto considera uma carga desde zero até um valor máximo, representados pelos tensores mostrados a seguir, retornando a zero. Os ensaios apresentados são realizados levando em consideração que $T = T_0$.

$$\sigma^C = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & -0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} GPa \qquad \sigma^D = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 & 0 \\ 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} GPa \quad (5.2)$$

Considera-se que o carregamento σ^D é descrito em um referencial a 45° em relação ao referencial do carregamento σ^C .

A Figura 5.4 apresenta uma comparação entre a curva tensão-deformação para os dois carregamentos considerados. Estão apresentadas na Figura 5.3 as curvas $\sigma_{11} \times \varepsilon_{11}$ e $\sigma_{12} \times \varepsilon_{12}$. Observa-se que os dois carregamentos apresentam resultados idênticos o que está de acordo com a invariância material do modelo, isto é, os resultados não dependem do sistema de coordenadas. Trata-se de um comportamento pseudoelástico típico, apresentando um laço de histerese. A Figura 5.4 ilustra a evolução das frações volumétricas envolvidas no processo, mostrando a evolução da austenita (β_3, A) em uma estrutura martensítica não maclada (β_1, M^+). Estes fenômenos são semelhantes nos dois tipos de carregamento o que mostra, mais

uma vez, o mesmo comportamento para ambos. Na Figura 5.3 observa-se que está de acordo com a invariância material do modelo, enfatizando que os resultados não dependem do sistema de coordenadas.

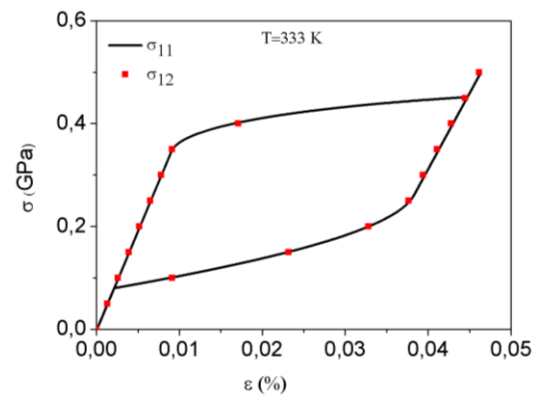


Figura 5.3- Comparação do carregamento σ^C com σ^D .

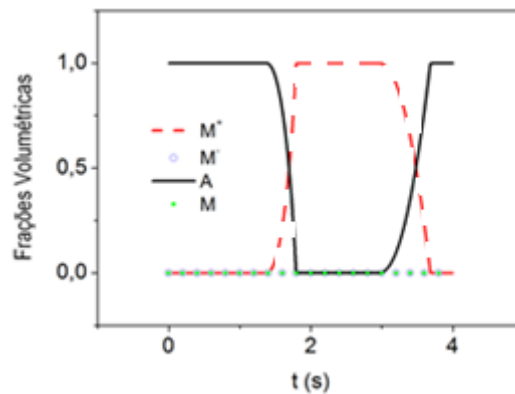


Figura 5.4 - Evolução temporal das frações volumétricas para o carregamento σ^C com σ^D .

Neste momento, considera-se um carregamento que atinja os limites de plastificação do material. Assim sendo, o carregamento imposto considera uma carga desde zero até um valor máximo, representados pelos tensores mostrados a seguir, retornando a zero.

$$\sigma^E = \begin{bmatrix} 0,75 & 0 & 0 \\ 0 & -0,75 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} GPa \quad \sigma^F = \begin{bmatrix} 0 & 0,75 & 0 \\ 0,75 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} GPa \quad (5.3)$$

Na Figura 5.5 verifica-se que a invariância do modelo está presente na plasticidade com endurecimento isotrópico e cinemático. Os resultados apresentam uma boa concordância.

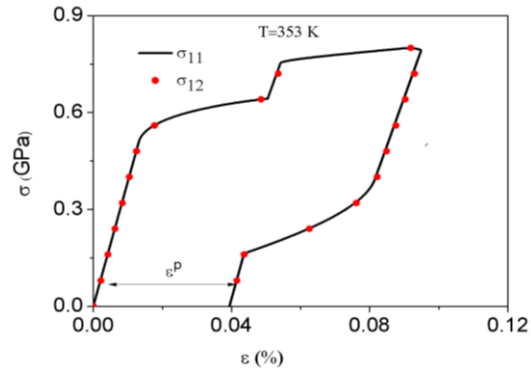


Figura 5.5 - Carregamento com plasticidade com endurecimento cinemático e isotrópico.

A Figura 5.6 ilustra a evolução das frações volumétricas envolvidas no processo, mostrando a evolução da austenita (β_3, A) em uma estrutura martensítica não maclada (β_1, M^+) e vice versa.

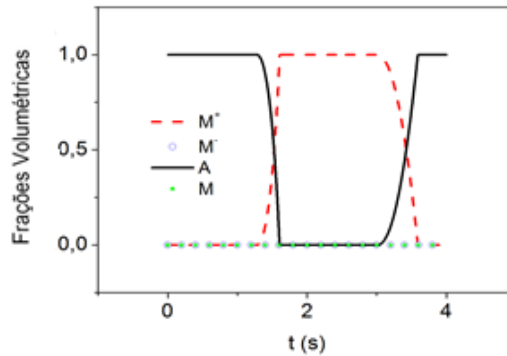


Figura 5.6 - Evolução das frações volumétricas para o carregamento σ^E com σ^F ..

5.3 CISALHAMENTO

Considere uma situação com cisalhamento nos três planos. O carregamento imposto considera uma carga desde zero até um valor máximo, representado pelo tensor mostrado a seguir, retornando a zero.

$$\sigma^{cis} = \begin{bmatrix} 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 & 0 \end{bmatrix} (\text{GPa}) \quad (5.4)$$

A Figura 5.7 apresenta o resultado deste carregamento por meio de uma curva tensão-deformação para um ensaio pseudoelástico com temperatura constante de 373 K. Verifica-se que o comportamento do material é idêntico nas três direções paralelas aos planos cisalhantes.

Na Figura 5.8 tem-se a evolução no tempo das frações volumétricas das quatro fases macroscópicas. Inicialmente, a estrutura é totalmente austenítica. Quando se inicia a transformação de fase a austenita dá lugar a martensita não maclada (M^+). No fim da transformação, o material possui uma estrutura totalmente martensítica induzindo β^+ . Verifica-se também que após a transformação de fase o material apresenta um processo de plastificação,

Durante o descarregamento quando a transformação de fase reversa acontece o material volta a apresentar uma estrutura totalmente austenítica (A) e o material apresenta uma deformação plástica.

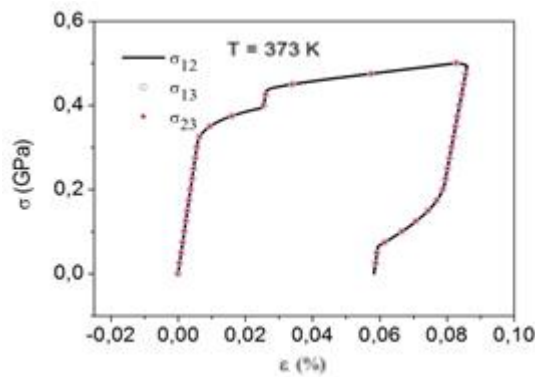


Figura 5.7– Cisalhamento: resposta a um carregamento com tensor cisalhante.

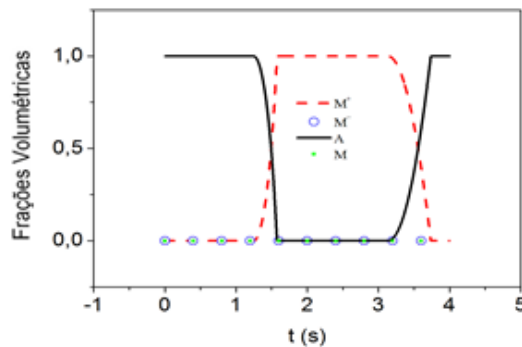


Figura 5.8 – Cisalhamento: evolução temporal das frações volumétricas para o fenômeno pseudoelásticos de um carregamento com tensor cisalhante.

5.4 CARREGAMENTO NÃO-ACOPLADO

Neste momento, consideram-se testes experimentais de tração e cisalhamento desacoplados para determinar os parâmetros do modelo constitutivo. Em seguida carregamentos acoplados são realizados. Utiliza-se de uma taxa de 200 MPa/s para fazer o

ajuste com os testes de tração e de cisalhamento. Os parâmetros utilizados são apresentados na Tabela 5.1. Os resultados experimentais de Sittner *et al.* (1995) são utilizados como referência. A Figura 5.9 mostra a comparação entre os resultados experimentais e numéricos para os testes de tração e de cisalhamento.

Tabela 5.1- - Parâmetros obtidos a partir dos resultados experimentais obtidos a partir dos resultados experimentais de Sittner *et al.* (1995).

E^A (GPa)	E^M (GPa)	Ω^A (MPa/K)	Ω^M (MPa/K)	α_N^h (MPa)	α_S^h (MPa)	α (MPa)
30	29	0,74	0,17	0,013	0,0108	10
L_0^\pm (MPa)	L^\pm (MPa)	L_0^A (MPa)	L^A (MPa)	T^M (K)	T_0 (K)	T^A (K)
0,01	7,05	2	35	223	285	260
T^F (K)	σ_Y^M (GPa)	$\sigma_Y^{A,i}$ (GPa)	$\sigma_Y^{A,f}$ (GPa)	T^F (K)	K^A (GPa)	K^M (GPa)
423	0,5	1,5	1	423	1,4	0,4
H^A (GPa)	H^M (GPa)	η^I	η^K	η_L^+ (MPa.s)	$\eta_{\bar{U}}$ (MPa.s)	η_L^- (MPa.s)
4	1,1	-0,01	-0,01	0,1	0,1	0,1
$\eta_{\bar{U}}$ (MPa.s)	$\eta_{\bar{U}}^A$ (MPa.s)	$\eta_{\bar{U}}^M$ (MPa.s)	ν^A	ν^M		
0,1	0,1	0,1	0,36	0,36		

A Figura 5.9 mostra a comparação entre os resultados experimentais e numéricos para os testes uniaxiais de tração e de cisalhamento. Note uma boa concordância qualitativa para os dois comportamentos.

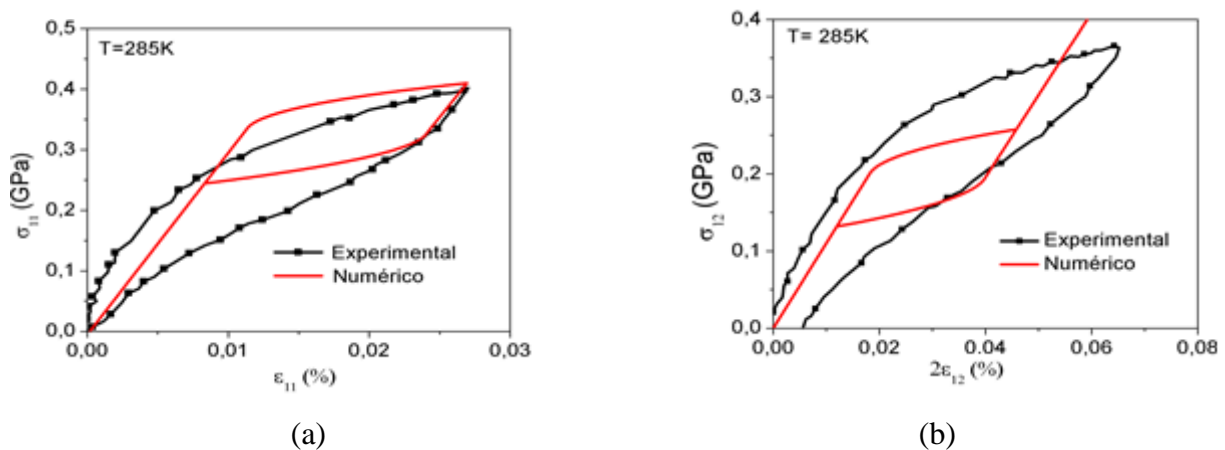


Figura 5.9- (a) Comparação com teste de tração. (b) Comparação com teste de cisalhamento.

5.5 CARREGAMENTO-ACOPLADO

Neste momento, passa-se a verificar um teste multiaxial com um carregamento acoplado. Os resultados experimentais de Sittner *et al.* (1995) são considerados como referência, possuindo um carregamento mostrado na Figura 5.10 com uma razão de carregamento de 200 MPa/s a temperatura constante. O ajuste feito na seção anterior é utilizado para obter os resultados. Note que os parâmetros são ajustados a partir de ensaios desacoplados e aplicados em um teste acoplado.

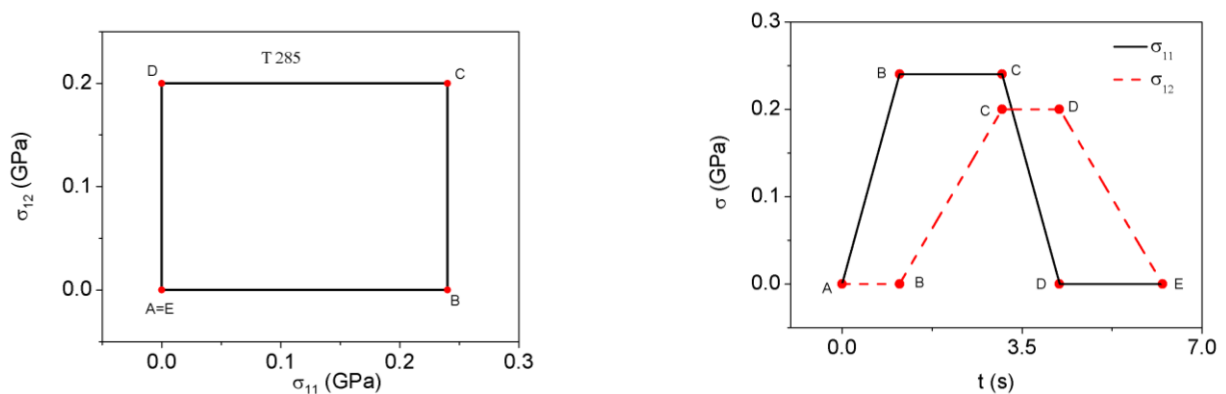


Figura 5.10 - Carregamento acoplado.

A resposta da SMA é apresentada de diferentes formas. A Figura 5.11 apresentam as curvas tensão-deformação ($\sigma_{11} \times \varepsilon_{11}$ e $\sigma_{12} \times 2\varepsilon_{12}$) enquanto a Figura 5.12 apresenta a curva de deformação $\varepsilon_{11} \times 2\varepsilon_{12}$. O modelo captura um comportamento qualitativo da SMA geral.

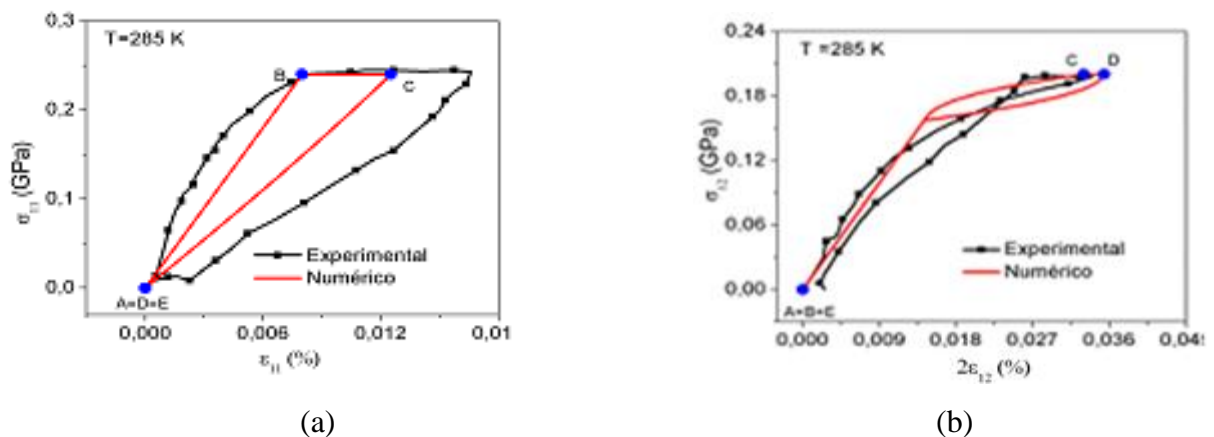


Figura 5.11 - Teste de tração-cisalhamento acoplado: curvas tensão-deformação.

Na Figura 5.11(a) verifica que o carregamento e o descarregamento de tração apresenta um comportamento linear, não havendo uma transformação de fase. Este comportamento se verifica na Figura 5.12 entre os pontos A e B, referente ao carregamento de tração e entre os pontos C e D, referente ao descarregamento de tração. Na Figura 5.11(b), o carregamento e o descarregamento cisalhante apresentam um comportamento linear seguindo de um não-linear entre os pontos B e C, que é o início e o fim do carregamento cisalhante, respectivamente. Entre os pontos C e D existe um comportamento linear que é ocasionado pelo descarregamento de tração. Entre os pontos C e D a tensão cisalhante é constante e não influencia a resposta. Entre os pontos D e E, ocasião do descarregamento cisalhante, há um comportamento não-linear devido à transformação de fase inversa. Esse comportamento se verifica na Figura 5.12 entre os pontos B e C, referente ao carregamento cisalhante e entre os pontos D e E, referente ao descarregamento cisalhante.

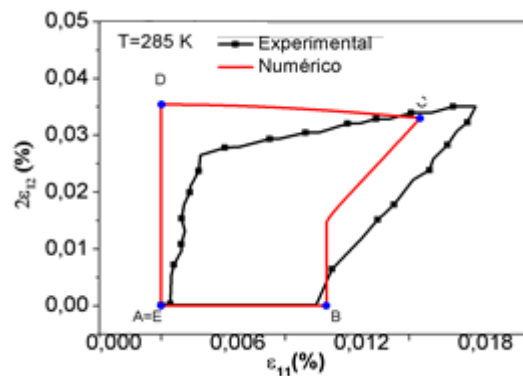


Figura 5.12 – Teste tração-cisalhamento acoplado: curvas de deformação normal-deformação cisalhante.

Neste ponto, o mesmo teste é realizado aumentando os valores da tensão de modo que o limite de escoamento seja alcançado, conforme o carregamento mostrado na Figura 5.13. As Figuras 5.14 e 5.15 apresentam o resultado das simulações com plasticidade em conjunto com os resultados sem plasticidade mostrada nas Figuras 5.11 e 5.12. Nas Figuras 5.14(a) e 5.14(b) observa-se a existência de uma resposta linear no início do processo associada ao carregamento de tração. Na Figura 5.14(c) a mesma região está associada ao carregamento cisalhante, apresentando um módulo de elasticidade diferente por causa da transformação de fase que ocorreu anteriormente durante o carregamento de tração. Nas Figuras 5.14(b), 5.14(c) e 5.15(b) verifica-se a presença da deformação plástica na direção do carregamento de tração e do cisalhamento.

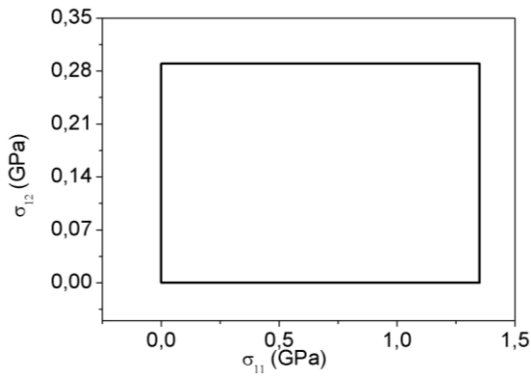
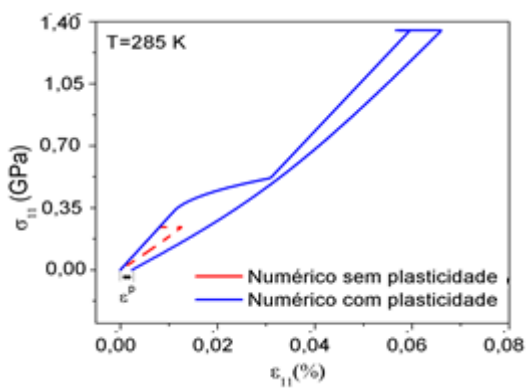
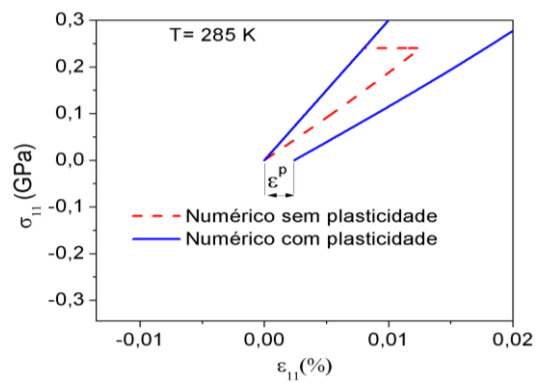


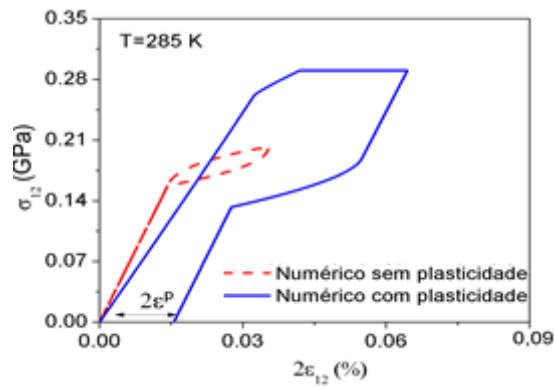
Figura 5.13 – Carregamento tração-cisalhamento em teste acoplado com plasticidade.



(a)

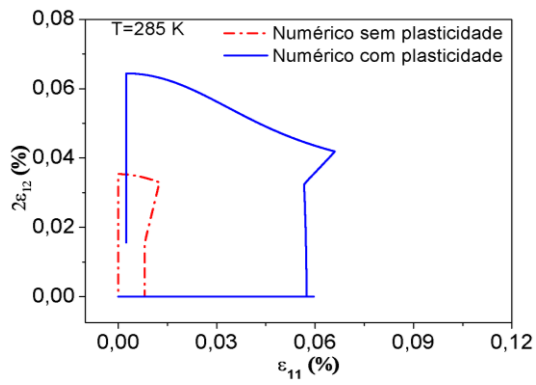


(b)

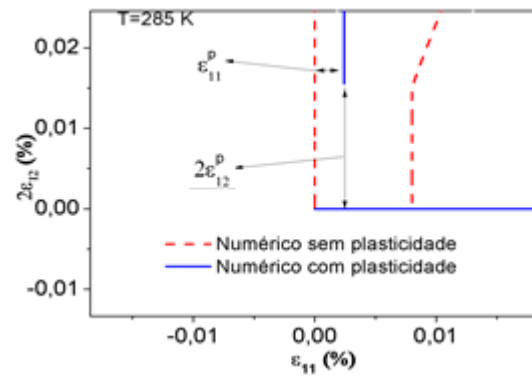


(c)

Figura 5.14 – Tração-cisalhamento em teste acoplado com plasticidade: curva tensão-deformação.



(a)



(b)

Figura 5.15 – Tração-cisalhamento em teste acoplado com plasticidade: curva deformação normal-deformação cisalhante.

6 PLASTICIDADE INDUZIDA POR TRANSFORMAÇÃO DE FASE (TRIP)

A plasticidade induzida por transformação de fase (TRIP, do inglês *transformation induced plasticity*) é um tipo de deformação irreversível que ocorre dentro da superfície de escoamento (Greenwood & Johnson, 1965; Magee, 1966; Abrassart, 1972; Desalos, 1981; Denis *et al.*, 1982; e Olson & Cohen, 1986). Desta forma, deve-se estabelecer uma clara distinção entre a plasticidade clássica e o TRIP. Enquanto a plasticidade clássica decorre de uma tensão aplicada ou de uma variação de temperatura, o TRIP é causado por transformações de fase e, portanto, pode estar associado a baixos níveis de tensão (Leblond *et al.*, 1989; Gautier *et al.*, 1989; Gautier, 1998; Fischer *et al.* 1996, 2000; e Sato & Tanaka, 1988).

O fenômeno TRIP pode ser decorrente de dois mecanismos distintos: Greenwood & Johnson (1965) e Magee (1966). O efeito Greenwood-Johnson é devido a um processo de acomodação da microplasticidade associado a uma mudança de volume. O efeito Magee, por outro lado, é devido a um efeito de orientação que resulta de um estado de tensão de cisalhamento interno, o que favorece o sentido de orientação preferencial para a formação da martensita na presença de um campo de tensões externas, que envolvem a mudança de forma.

A literatura apresenta alguns esforços para modelar o efeito TRIP (Leblond *et al.*, 1989; Leblond, 1989; Stringfellow *et al.*, 1992; Marketz & Fischer, 1994; Zwigl & Dunand, 1997; Cherkaoui *et al.*, 1998; Ganghoffer & Simonsson, 1998; Fischer *et al.* 1998; Taleb *et al.* , 2001; e Taleb & Sidoroff, 2003). A grande maioria desses modelos considera as características da escala micro.

A inclusão do efeito TRIP nas Equações Constitutivas 3.53 a 3.59 é realizada com a inclusão de novas variáveis internas. Estas variáveis internas são referentes ao efeito de saturação durante os ciclos de carregamento, associada a cada fase do processo de transformação de fase, representada por ξ^m , correspondente a cada fração volumétrica, β^m , onde $m = +, -, A$ e M .

Desta forma, a densidade de energia livre passa a ter a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \rho\psi(\varepsilon_{ij}^e, T, \vartheta, \varsigma_{ij}, \beta^+, \beta^-, \beta^A, \beta^M, \xi^+, \xi^-, \xi^A, \xi^M) = & \rho [\beta^+ \psi^+(\varepsilon_{ij}^e, T, \vartheta, \varsigma_{ij}) + \\ & + \beta^- \psi^-(\varepsilon_{ij}^e, T, \vartheta, \varsigma_{ij}) + \beta^A \psi^A(\varepsilon_{ij}^e, T, \vartheta, \varsigma_{ij}) + \beta^M \psi^M(\varepsilon_{ij}^e, T, \vartheta, \varsigma_{ij})] + \\ & + I_{\Theta}(\beta^+, \beta^-, \beta^A, \beta^M) + I_{\Upsilon}(\xi^+, \xi^-, \xi^A, \xi^M) \end{aligned} \quad (6.1)$$

observe que a função indicatriz $I_Y(\xi^m)$ é incluída na formulação, representando o efeito de saturação durante os ciclos de carregamento. Usando a condição $\beta^M = 1 - \beta^+ - \beta^- - \beta^A$ a fim de definir uma densidade de energia livre em termos de três frações volumétricas, tem-se:

$$\rho\psi(\varepsilon_{ij}^e, \beta^A, T, \vartheta, \varsigma_{ij}, \beta^+, \beta^-, \beta^A, \xi^+, \xi^-, \xi^A) = \rho\{\beta^+(\psi^+ - \psi^M) + \beta^-(\psi^- - \psi^M) + \beta^A(\psi^A - \psi^M) + \psi^M\} + I_\pi(\beta^+, \beta^-, \beta^A) + I_e(\xi^+, \xi^-, \xi^A) \quad (6.2)$$

Onde $I_e(\xi^n)$ é a função indicatriz associada com o efeito de saturação durante os ciclos de carregamento e $n = +, -, A$.

Desta forma, a densidade de energia livre da mistura tem a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \rho\psi(\varepsilon_{ij}^e, \beta^A, T, \vartheta, \varsigma_{ij}, \beta^+, \beta^-, \beta^A, \xi^+, \xi^-, \xi^A) = & \Gamma\alpha(\beta^- - \beta^+) - \Lambda(\beta^+ + \beta^-) + \\ & + \left[\frac{1}{2}(\lambda^A - \lambda^M)(\varepsilon_{kk}^e)^2 + (\mu^A - \mu^M)\varepsilon_{ij}^e\varepsilon_{ij}^e - (\Omega_{ij}^A - \Omega_{ij}^M)(T - T_0)\varepsilon_{ij}^e - \Lambda^8 + \right. \\ & + \frac{1}{2}(K^A - K^M)\vartheta^2 + \left. \left(\frac{1}{2H^A} - \frac{1}{2H^M} \right) \varsigma_{ij}\varsigma_{ij} \right] \beta^A + \left[\frac{1}{2}\lambda^M(\varepsilon_{kk}^e)^2 + \mu^M\varepsilon_{ij}^e\varepsilon_{ij}^e \right] - \\ & - \Omega_{ij}^M(T - T_0)\varepsilon_{ij}^e + \Lambda^8 + \frac{1}{2}K^M\vartheta^2 + \frac{1}{2H^M}\varsigma_{ij}\varsigma_{ij} + I_\pi(\beta^+, \beta^-, \beta^A) + I_e(\xi^+, \xi^-, \xi^A) \quad (6.3) \end{aligned}$$

A decomposição aditiva passa agora a incluir um novo termo de deformação TRIP, ε_{ij}^{tp} , conforme

$$\varepsilon_{ij}^e = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^p - \varepsilon_{ij}^{tp} - \alpha_{ijkl}^h r_{kl}(\beta^+ - \beta^-) \quad (6.4)$$

6.1 FORÇAS TERMODINÂMICAS

A partir da densidade de energia livre total dada pela Equação 6.3, definem-se as equações de estado, obedecendo ao formalismo dos materiais padrão generalizados conforme a seguir:

$$\sigma_{ij} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_{ij}^e} = \lambda \varepsilon_{kk}^e \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}^e + \alpha \omega_{ij}(\beta^- - \beta^+) - \Omega_{ij}(T - T_0) \quad (6.5)$$

$$B^+ \in -\rho \partial_{\beta^+} \psi = \Gamma \alpha + \Lambda + P^+ - \alpha_{ijkl}^h r_{kl} \Omega_{ij} (T - T_0) - \tau^+ \quad (6.6)$$

$$B^- \in -\rho \partial_{\beta^-} \psi = -\Gamma \alpha + \Lambda - P^- + \alpha_{ijkl}^h r_{kl} \Omega_{ij} (T - T_0) - \tau^- \quad (6.7)$$

$$B^A \in -\rho \partial_{\beta^A} \psi = \Lambda^{\aleph} + P^A + \varepsilon_{ij}^e (\Omega_{ij}^A - \Omega_{ij}^M) (T - T_0) - \frac{1}{2} (K^A - K^M) \vartheta^2 - \left(\frac{1}{2H^A} - \frac{1}{2H^M} \right) \varsigma_{ij} \varsigma_{ij} - \tau^A \quad (6.8)$$

$$R_{ij} \in -\rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_{ij}^e} = \lambda \varepsilon_{kk}^e \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}^e + \alpha \omega_{ij} (\beta^- - \beta^+) - \Omega_{ij} (T - T_0) = \sigma_{ij} \quad (6.9)$$

$$X_{ij} \in -\rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_{ij}^p} = \lambda \varepsilon_{kk}^e \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}^e + \alpha \omega_{ij} (\beta^- - \beta^+) - \Omega_{ij} (T - T_0) = \sigma_{ij} \quad (6.10)$$

$$Y \in -\rho \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} = -K \vartheta \quad (6.11)$$

$$Z_{ij} \in -\rho \frac{\partial \psi}{\partial \varsigma_{ij}} = -\frac{1}{H} \varsigma_{ij} \quad (6.12)$$

$$S^n \in -\rho \frac{\partial \psi}{\partial \xi^n} = -\partial_{\xi^n} I_\tau \quad (6.13)$$

onde R_{ij} e S^n são duas novas forças termodinâmicas devido a inclusão do efeito TRIP e $\tau(\beta^+, \beta^-, \beta^A)$ é o subdiferencial referente ao conjunto convexo π , representado conforme abaixo.

$$\tau = (\tau^+, \tau^-, \tau^A) \in \partial I_\chi(\beta^+, \beta^-, \beta^A) \quad (6.14)$$

6.2 POTENCIAL DISSIPATIVO

O potencial dissipativo com a inclusão do efeito TRIP é representado como:

$$\begin{aligned} \Phi &= \Phi(\varepsilon_{ij}^e, \vartheta, \varsigma_{ij}, \dot{\beta}^+, \dot{\beta}^-, \dot{\beta}^A, \dot{S}^+, \dot{S}^-, \dot{S}^A, q) \\ &= \Phi^{Mec}(\varepsilon_{ij}^e, \vartheta, \varsigma_{ij}, \dot{\beta}^+, \dot{\beta}^-, \dot{\beta}^A, \dot{S}^+, \dot{S}^-, \dot{S}^A) + \Phi^q \end{aligned} \quad (6.15)$$

onde Φ^{Mech} é a parcela mecânica e Φ^q é a parcela térmica. O dual da parcela mecânica está apresentado a seguir. Note que ele é função de novas forças termodinâmicas, associadas ao efeito TRIP.

$$\begin{aligned} \overline{\Phi}^{Mech}(B^+, B^-, B^A, X_{ij}, Y, Z_{ij}, R_{ij}, \dot{S}^+, \dot{S}^-, \dot{S}^A) &= \frac{1}{2\eta^+} (B^+ + \eta^I Y + \eta_{ij}^K Z_{ij})^2 + \\ &+ \frac{1}{2\eta^-} (B^- - \eta^I Y + \eta_{ij}^K Z_{ij})^2 + \frac{1}{2\eta^A} (B^A - \eta^I Y - \eta_{ij}^K Z_{ij})^2 + (R_{ij})^2 \{ (M_{31}\beta^+ + \\ &+ M_{13}\beta^A)\dot{\beta}^+ + |\dot{\beta}^+|S^+ + |\dot{\beta}^A|S^A + I_{\bar{\chi}}(B^+, B^-, B^A) + I_f(X_{ij}, Y, Z_{ij}, R_{ij}, S^+, S^-, S^A) \} \end{aligned} \quad (6.16)$$

A partir desta equação pode-se escrever as seguintes equações complementares:

$$\dot{\beta}^+ \in \partial_{B^+} \overline{\Phi}^{Mech} = \frac{B^+}{\eta^+} + \frac{\eta^I}{\eta^+} Y + \frac{\eta_{ij}^K}{\eta^+} Z_{ij} + \partial_{\beta^+} I_{\chi} = \frac{B^+}{\eta^+} - \frac{\eta^I}{\eta^+} K\vartheta - \frac{\eta_{ij}^K}{\eta^+} \frac{S_{ij}}{H} + \gamma^+ \quad (6.17)$$

$$\dot{\beta}^- \in \partial_{B^-} \overline{\Phi}^{Mech} = \frac{B^-}{\eta^-} + \frac{\eta^I}{\eta^-} Y + \frac{\eta_{ij}^K}{\eta^-} Z_{ij} + \partial_{\beta^-} I_{\chi} = \frac{B^-}{\eta^-} - \frac{\eta^I}{\eta^-} K\vartheta - \frac{\eta_{ij}^K}{\eta^-} \frac{S_{ij}}{H} + \gamma^- \quad (6.18)$$

$$\dot{\beta}^A \in \partial_{B^A} \overline{\Phi}^{Mech} = \frac{B^A}{\eta^A} + \frac{\eta^I}{\eta^A} Y + \frac{\eta_{ij}^K}{\eta^A} Z_{ij} + \partial_{\beta^A} I_{\chi} = \frac{B^A}{\eta^A} - \frac{\eta^I}{\eta^A} K\vartheta - \frac{\eta_{ij}^K}{\eta^A} \frac{S_{ij}}{H} + \gamma^A \quad (6.19)$$

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p \in \partial_{X_{ij}} \overline{\Phi}^{Mech} = \gamma \frac{(X_{ij} + HZ_{ij})}{\|X_{ij} + HZ_{ij}\|} = \gamma \frac{(\mathcal{L}_{ij} - S_{ij})}{\|\mathcal{L}_{ij} - S_{ij}\|} \quad (6.20)$$

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{ij}^{tp} \in \partial_{R_{ij}} \overline{\Phi}^{Mech} &= 2\sigma_{ij} \{ (M_{31}\beta^+ + M_{13}\beta^A)\dot{\beta}^+ + (M_{32}\beta^- + M_{23}\beta^A)\dot{\beta}^- \\ &+ [M_{43}\beta^A + M_{34}(1 - \beta^+ - \beta^- - \beta^A)]\dot{\beta}^A \} \end{aligned} \quad (6.21)$$

$$\dot{\vartheta} \in \partial_Y \overline{\Phi}^{Mech} = \sqrt{\frac{2}{3}} \gamma + \eta^I (\dot{\beta}^+ + \dot{\beta}^- + \dot{\beta}^A) = \sqrt{\frac{2}{3}} |\dot{\epsilon}_{ij}^p| + \eta^I (\dot{\beta}^+ + \dot{\beta}^- + \dot{\beta}^A) \quad (6.22)$$

$$\begin{aligned} \dot{S}_{ij} \in \partial_{Z_{ij}} \overline{\Phi}^{Mech} &= \frac{2}{3} \gamma H \frac{(X_{ij} + HZ_{ij})}{\|X_{ij} + HZ_{ij}\|} + \eta_{ij}^K (\dot{\beta}^+ + \dot{\beta}^- + \dot{\beta}^A) \\ &= \frac{2}{3} H \dot{\epsilon}_{ij}^p + \eta_{ij}^K (\dot{\beta}^+ + \dot{\beta}^- + \dot{\beta}^A) \end{aligned} \quad (6.23)$$

$$\dot{\xi}^+ \in \partial_{S^+} \overline{\Phi}^{Mech} = |\dot{\beta}^+| \quad (6.24)$$

$$\dot{\xi}^- \in \partial_{S^-} \overline{\Phi}^{Mech} = |\dot{\beta}^-| \quad (6.25)$$

$$\dot{\xi}^A \in \partial_{S^A} \overline{\Phi}^{Mech} = |\dot{\beta}^A| \quad (6.26)$$

onde $M_{13} = M_{31}$, $M_{23} = M_{32}$ e $M_{34} = M_{43}$, são parâmetros associados com o efeito TRIP e $\gamma(\dot{\beta}^+, \dot{\beta}^-, \dot{\beta}^A)$ é o subdiferencial referente ao conjunto convexo χ , representado conforme abaixo.

$$\gamma = (\gamma^+, \gamma^-, \gamma^A) \in \partial I_\chi(\dot{\beta}^+, \dot{\beta}^-, \dot{\beta}^A) \quad (6.27)$$

6.3 PARÂMETROS

A descrição do efeito TRIP deve ser capaz de representar o efeito de saturação. Esse comportamento é levado em conta considerando funções exponenciais, associadas às variáveis ξ^n relacionadas com o fenômeno TRIP.

Os parâmetros $\alpha, r_{ij}, \eta^I, \eta_{ij}^K, L_o^\pm, L_o^A, L^\pm, L^A$ apresentam a seguinte forma geral:

$$\begin{cases} (\) = (\widehat{\ }) \left[\frac{N + \exp(-m^{(\)} \xi^+)}{N+1} \right] & \text{se } \Gamma \geq 0 \\ (\) = (\widehat{\ }) \left[\frac{N + \exp(-m^{(\)} \xi^-)}{N+1} \right] & \text{se } \Gamma < 0 \end{cases} \quad (6.28)$$

onde $(\widehat{\ })$ representa o valor nominal do parâmetro; $(\)$ representa o valor do parâmetro em um instante específico, associado a um treinamento composto de diversos ciclos; $m^{(\)}$ é um parâmetro referente ao efeito de saturação associado ao parâmetro $(\)$. Desta forma, os parâmetros do modelo são redefinidos conforme apresentado a seguir.

O tamanho vertical da histerese na curva tensão-deformação é feito através do parâmetro α definido como se segue:

$$\begin{cases} \alpha = \hat{\alpha} \left[\frac{N+exp(-m^\alpha \xi^+)}{N+1} \right] & \text{se } \Gamma \geq 0 \\ \alpha = \hat{\alpha} \left[\frac{N+exp(-m^\alpha \xi^-)}{N+1} \right] & \text{se } \Gamma < 0 \end{cases} \quad (6.29)$$

onde m^α é o parâmetro referente ao efeito de saturação para o controle de α .

O tamanho horizontal é controlado por r_{ij} definido por

$$\begin{cases} r_{ij} = \hat{r}_{ij} \left[\frac{N+exp(-m^r \xi^+)}{N+1} \right] & \text{se } \Gamma \geq 0 \\ r_{ij} = \hat{r}_{ij} \left[\frac{N+exp(-m^r \xi^-)}{N+1} \right] & \text{se } \Gamma < 0 \\ r_{ij} = 0 & \text{se } \sigma_{ij}^{max} = 0 \end{cases} \quad (6.30)$$

onde $\hat{r}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}^{max}}{|\sigma_{ij}^{max}|}$ e $\hat{r}_{ij} = 0$ se $\sigma_{ij}^{max} = 0$ e m^r é o parâmetro referente ao efeito de saturação para controle de r_{ij} .

Os parâmetros η^l e η_{ij}^K são definidos como:

$$\begin{cases} \eta^l = \hat{\eta}^l \left[\frac{N+exp(-m^{\eta^l} \xi^+)}{N+1} \right] & \text{se } \Gamma \geq 0 \\ \eta^l = \hat{\eta}^l \left[\frac{N+exp(-m^{\eta^l} \xi^-)}{N+1} \right] & \text{se } \Gamma < 0 \end{cases} \quad (6.31)$$

$$\begin{cases} \eta_{ij}^K = \hat{\eta}_{ij}^K \left[\frac{N+exp(-m^{\eta^K} \xi^+)}{N+1} \right] & \text{se } \Gamma \geq 0 \\ \eta_{ij}^K = \hat{\eta}_{ij}^K \left[\frac{N+exp(-m^{\eta^K} \xi^-)}{N+1} \right] & \text{se } \Gamma < 0 \end{cases} \quad (6.32)$$

onde η^l , η^K são os parâmetros referentes ao efeito de saturação para o controle de η^l e η_{ij}^K , respectivamente. Neste trabalho se considera-se que $\hat{\eta}^l = \hat{\eta}^K$.

Os parâmetros L_0^\pm , L_0^A , L^\pm , L^A são definidos da mesma forma. Assim

$$L_0^+ = \hat{L}_0^+ \left[\frac{N+exp(-m^L \xi^+)}{N+1} \right] \quad L^+ = \hat{L}^+ \left[\frac{N+exp(-m^L \xi^+)}{N+1} \right] \quad (6.33)$$

$$L_0^- = \hat{L}_0^- \left[\frac{N+exp(-m^L \xi^-)}{N+1} \right] \quad L^- = \hat{L}^- \left[\frac{N+exp(-m^L \xi^-)}{N+1} \right] \quad (6.34)$$

$$L_0^A = \hat{L}_0^A \left[\frac{N + \exp(-m^L \xi^A)}{N+1} \right] \quad L^A = \hat{L}^A \left[\frac{N + \exp(-m^L \xi^A)}{N+1} \right] \quad (6.35)$$

onde m^L é o parâmetro referente ao efeito de saturação para o controle de L_0^\pm , L^\pm , L_0^A e L^A .

A magnitude da deformação TRIP é descrita por:

$$M_{13} = \hat{M}_{13} \exp(-m^M \xi^+) \quad M_{31} = \hat{M}_{31} \exp(-m^M \xi^+) \quad (6.35)$$

$$M_{23} = \hat{M}_{23} \exp(-m^M \xi^-) \quad M_{32} = \hat{M}_{32} \exp(-m^M \xi^-) \quad (6.37)$$

$$M_{34} = \hat{M}_{34} \exp(-m^M \xi^A) \quad M_{43} = \hat{M}_{43} \exp(-m^M \xi^A) \quad (6.38)$$

onde m^M é o parâmetro referente ao efeito de saturação para o controle de M_{13} , M_{31} , M_{23} , M_{32} , M_{34} e M_{43} .

A fim de controlar a quantidade de deformação TRIP em diferentes temperaturas, os parâmetros associados com o efeito TRIP devem ser dependentes da temperatura. Assim, os parâmetros podem apresentar uma dependência linear conforme mostrado na seguinte expressão:

$$\hat{M}_{13} = \begin{cases} 0 & \text{se } T < T^{TRIP} \\ \hat{M}_{13}^R \frac{(T - T^{TRIP})}{(T^F - T^{TRIP})} & \text{se } T \geq T^{TRIP} \end{cases} \quad (6.39)$$

onde \hat{M}_{13}^R é um valor nominal de \hat{M}_{13} em $T = T^{TRIP}$ e T^{TRIP} é uma temperatura abaixo da qual o efeito TRIP não ocorre. Expressões análogas são usadas para M_{31} , M_{23} e M_{32} . Por razões de simplicidade, neste trabalho considera-se que $M_{34} = M_{43} = 0$.

6.4 EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS

A inclusão do efeito TRIP resulta no seguinte conjunto de equações constitutivas.

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl} \varepsilon_{kl} + \alpha \omega_{ij} (\beta^- - \beta^+) - \Omega_{ij} (T - T_0) \quad (6.40)$$

$$\dot{\beta}^+ = \frac{1}{\eta^+} \left\{ \Gamma\alpha + \Lambda + P^+ - \alpha_{ij}^h \Omega_{ij} (T - T_0) \pm \eta^l K \vartheta - \eta_{ij}^K \frac{S_{ij}}{H} - \tau^+ \right\} + \Upsilon^+ \quad (6.41)$$

$$\dot{\beta}^- = \frac{1}{\eta^-} \left\{ -\Gamma\alpha + \Lambda - P^- + \alpha_{ij}^h \Omega_{ij} (T - T_0) - \eta^l K \vartheta - \eta_{ij}^K \frac{S_{ij}}{H} - \tau^- \right\} + \Upsilon^- \quad (6.42)$$

$$\begin{aligned} \dot{\beta}^A = & \frac{1}{\eta^A} \left\{ P^A + \Lambda^{\mathbb{K}} + \varepsilon_{ij}^e (\Omega_{ij}^A - \Omega_{ij}^M) (T - T_0) - \frac{1}{2} (K^A - K^M) \vartheta^2 - \right. \\ & \left. - \left(\frac{1}{2HA} - \frac{1}{2HA} \right) \varsigma_{ij} \varsigma_{ij} + \eta^l K \vartheta + \eta_{ij}^K \frac{S_{ij}}{H} - \tau^A \right\} + \Upsilon^A \end{aligned} \quad (6.43)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{ij}^{tp} = & 2\sigma_{ij} \{ (M_{31}\beta^+ + M_{13}\beta^A) \dot{\beta}^+ + (M_{32}\beta^- + M_{23}\beta^A) \dot{\beta}^- + [M_{43}\beta^A \\ & + M_{34}(1 - \beta^+ - \beta^- - \beta^A)] \dot{\beta}^A \} \end{aligned} \quad (6.44)$$

$$\dot{\xi}^+ = |\dot{\beta}^+| \quad \dot{\xi}^- = |\dot{\beta}^-| \quad \dot{\xi}^A = |\dot{\beta}^A| \quad (6.45)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \gamma \frac{(\mathcal{L}_{ij} - \varsigma_{ij})}{\|\mathcal{L}_{ij} - \varsigma_{ij}\|} \quad (6.46)$$

$$\dot{\vartheta} = \sqrt{\frac{2}{3}} \gamma + \eta^l (\dot{\beta}^+ + \dot{\beta}^- + \dot{\beta}^A) \quad (6.47)$$

$$\dot{\varsigma}_{ij} = \frac{2}{3} H \dot{\varepsilon}_{ij}^p + \eta_{ij}^K (\dot{\beta}^+ + \dot{\beta}^- + \dot{\beta}^A) \quad (6.48)$$

6.5 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS – TESTES

O objetivo deste item é avaliar a potencialidade do modelo proposto em descrever o comportamento termomecânico das SMAs com a inclusão do efeito TRIP em um contexto uniaxial. Inicialmente são considerados testes uniaxiais onde um carregamento mecânico varia linearmente desde zero até um valor máximo e depois volta à zero. O carregamento é feito por meio de um tensor com carga em uma só direção, que representa a máxima carga que é aplicada à liga.

A Tabela 6.1 apresenta os parâmetros obtidos para realização dos testes uniaxiais e multiaxiais apresentados neste capítulo. Esses parâmetros relativos aos testes uniaxiais são obtidos a partir dos resultados experimentais obtidos por Tobushi *et al.* (1991), que servem

como referência para o estudo desenvolvido. Para testes uniaxiais assume-se que coeficiente de Poisson é nulo.

Tabela 6.1- Parâmetros obtidos a partir dos resultados experimentais obtidos por Tobushi *et al.* (1991).

E_A (GPa)	E_M (GPa)	Ω_A (MPa/K)	Ω_M (MPa/K)	$\hat{\alpha}^{hn}$	$\hat{\alpha}^{hc}$ (MPa)	$\hat{\alpha}$ (MPa)
54	42	0,74	0,17	0,0453	0,0228	330
\hat{L}_0^+ (MPa)	\hat{L}^\pm (MPa)	\hat{L}_0^A (MPa)	\hat{L}^A (MPa)	T_M (K)	T_o (K)	T_A (K)
0,15	41,5	0,63	175	291,4	307	307,5
T_F (K)	T_{TRIP} (K)	σ_M^Y (GPa)	$\sigma_{A,i}^Y$ (GPa)	$\sigma_{A,f}^Y$ (GPa)	T_F (K)	K_A (GPa)
423	330	0,5	1,5	1	423	1.4
K_M (GPa)	H_A (GPa)	H_M (GPa)	$\hat{\eta}^{ci}H$	$\hat{\eta}^{ck}$	η_L^+ (MPa.tu)	η_U^- (MPa.tu)
0,4	4	1,1	-0,01	-0,01	1	2,4
η_L^- (MPa.tu)	η_U^- (MPa.tu)	η_U^A (MPa.tu)	η_U^A (MPa.tu)	\hat{M}_{13} (GPa ⁻¹)	\hat{M}_{31} (GPa ⁻¹)	\hat{M}_{23} (GPa ⁻¹)
1	2,4	1	2,4	0,009	0,009	0,009
\hat{M}_{32} (GPa ⁻¹)	\hat{M}_{34} (GPa ⁻¹)	\hat{M}_{43} (GPa ⁻¹)	m^L	$m^{\alpha h}$	m^α	m^p
0,009	0	0	0,2	0,03	0,1	0,1
m^M	N	v^A	v^M			
0,1	2	0	0			

A seguir é mostrada uma comparação entre os resultados numéricos e os resultados experimentais obtidos por Tobushi *et al.* (1991). Na Figura 6.1 temos os testes realizados para três temperaturas distintas: $T = 373 K$, $T = 353 K$ e $T = 333 K$. Verifica-se que os resultados estão bastante próximos, o que atesta a capacidade do modelo para descrever o fenômeno considerado. Observa-se também que quanto maior a temperatura do ensaio, o efeito TRIP se torna maior, uma vez que na descarga existe o resíduo de uma deformação que é irreversível e que não é recuperada. Quando a temperatura de ensaio for menor ou igual à T^{TRIP} não existe o efeito TRIP. Nota-se também que o aumento da temperatura implica um aumento da tensão crítica de transformação.

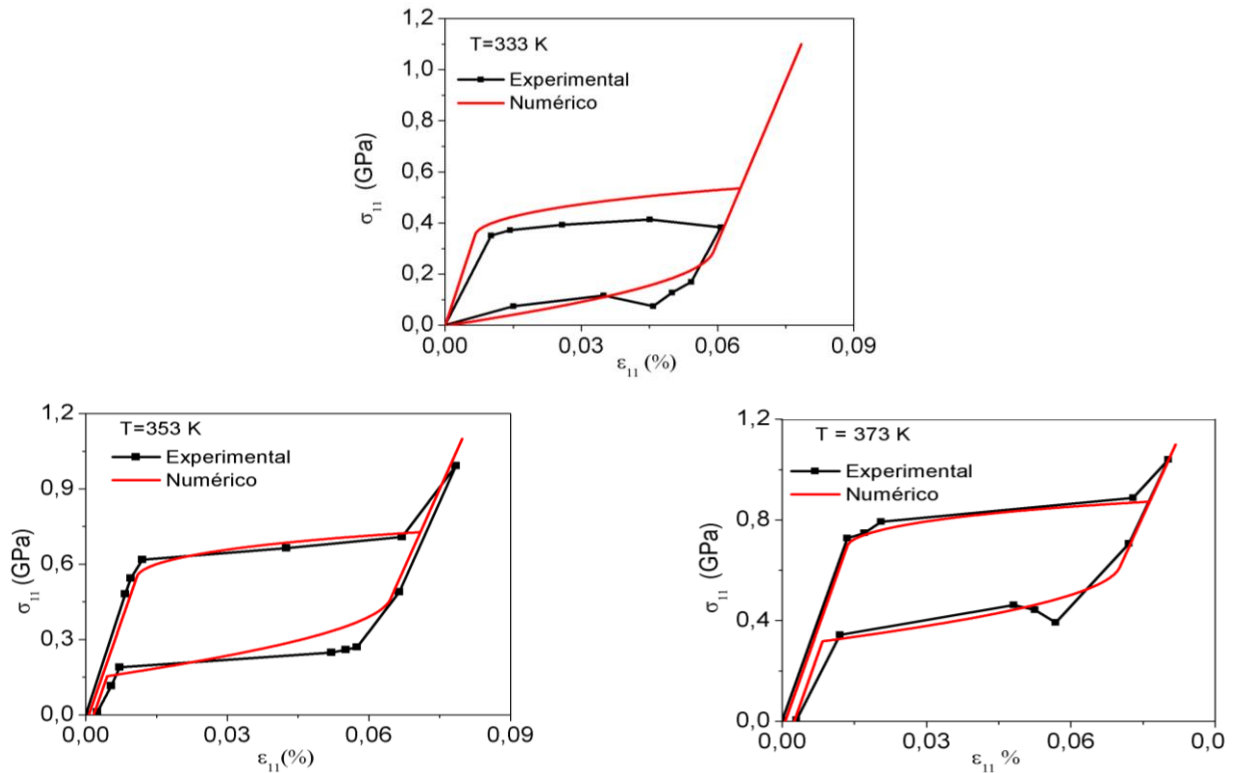


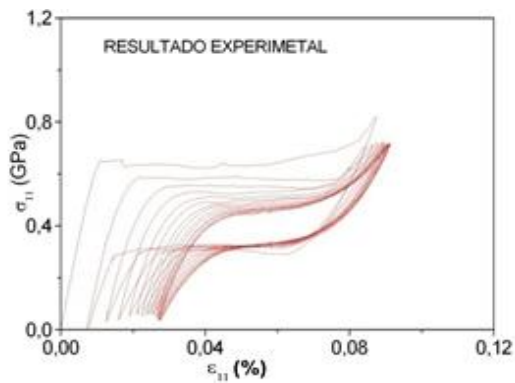
Figura 6.1– Efeito TRIP: comparação numérico-experimental para $T = 333 K$, $T = 353 K$ e $T = 373 K$.

O TRIP possui grande importância na questão do treinamento das SMAs. Esse treinamento, por sua vez, é essencial para aplicações que devem ser planejadas a partir de um material treinado visando obter uma resposta que seja repetível. O teste padrão consiste em impor um carregamento cíclico a uma amostra até que o comportamento termomecânico se estabilize.

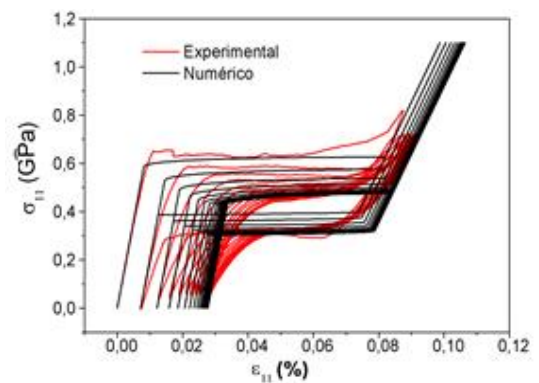
A Figura 6.2(a) apresenta um teste experimental cíclico que mostra a resposta de uma SMA até a sua estabilização (Lagoudas *et al.*, 2003). A Figura 6.2(b) mostra a comparação entre os dados experimentais e os resultados numéricos obtidos utilizando parâmetros indicados na Tabela 6.2. Mais uma vez, destaca-se a concordância entre os resultados, mostrando a capacidade do modelo para representar o fenômeno da saturação em SMAs. Observe que, a cada ciclo, existe uma diminuição da tensão crítica de transformação de fase e do tamanho vertical e horizontal do laço de histerese. Além disso, a origem e o lado direito de cada ciclo tendem a se deslocar para a direita. Após alguns ciclos, existe a estabilização do comportamento da SMA e o efeito TRIP já não é mais observado. A Figura 6.3 mostra a evolução das frações volumétricas.

Tabela 6.2 - Parâmetros obtidos através da comparação entre resultados numéricos e experimentais provenientes de Lagoudas *et al.* (2003).

E_A (GPa)	E_M (GPa)	Ω_A (MPa/K)	Ω_M (MPa/K)	$\hat{\alpha}^{hn}$	$\hat{\alpha}$ (MPa)
72	28,2	0,74	0,17	0,04	100
\hat{L}_0^T (MPa)	\hat{L}^T (MPa)	\hat{L}_0^A (MPa)	\hat{L}^A (MPa)	T_M (K)	T_0 (K)
0,1	41,5	0,63	148	291,4	323
T_A (K)	T_F (K)	T_{TRIP} (K)	η_1^L (MPa.tu)	η_L^+ (MPa.tu)	η_{U2}^+ (MPa.tu)
307,5	423	330	0,1	0,04	0,1
η_L^- (MPa.tu)	η_U^- (MPa.tu)	η_L^A (MPa.tu)	η_U^A (MPa.tu)	\hat{M}_{13} (GPa ⁻¹)	\hat{M}_{31} (GPa ⁻¹)
0,1	0,04	0,1	0,04	0,08	0,08
m^M	m_L	m^α	m^{α^h}	m^p	N
0,12	0,2	0,45	0,007	0,12	2



(a)



(b)

Figura 6.2– Saturação no efeito TRIP: (a) Resultado experimental Lagoudas *et al.* (2003); (b) Comparação numérico-experimental para carregamentos cíclicos.

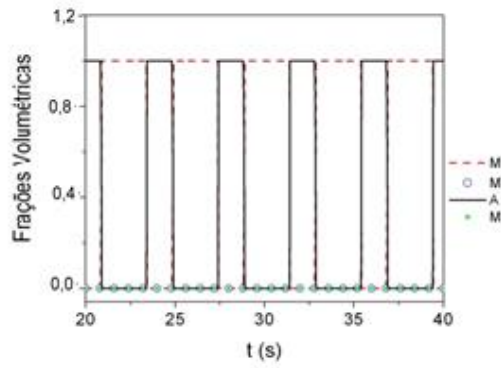


Figura 6.3 - Saturação no efeito TRIP: evolução temporal das frações volumétricas para carregamento cíclicos.

6.5.1 Plasticidade

Nesta seção, avaliam-se os resultados obtidos com o modelo proposto considerando carregamentos que não estejam dentro da superfície de escoamento. Desta forma, as duas formas de plasticidade estão presentes na resposta.

Primeiramente considera-se um carregamento cíclico com a tensão máxima constante de 1,3 GPa, mostrado na Figura 6.4(a). Os parâmetros utilizados estão apresentados na Tabela 6.1. A Figura 6.4(b) mostra a curva tensão-deformação para esse carregamento. Nota-se que a deformação plástica diminui dramaticamente após o primeiro ciclo e que os ciclos subsequentes apresentam uma estabilização devido ao efeito TRIP.

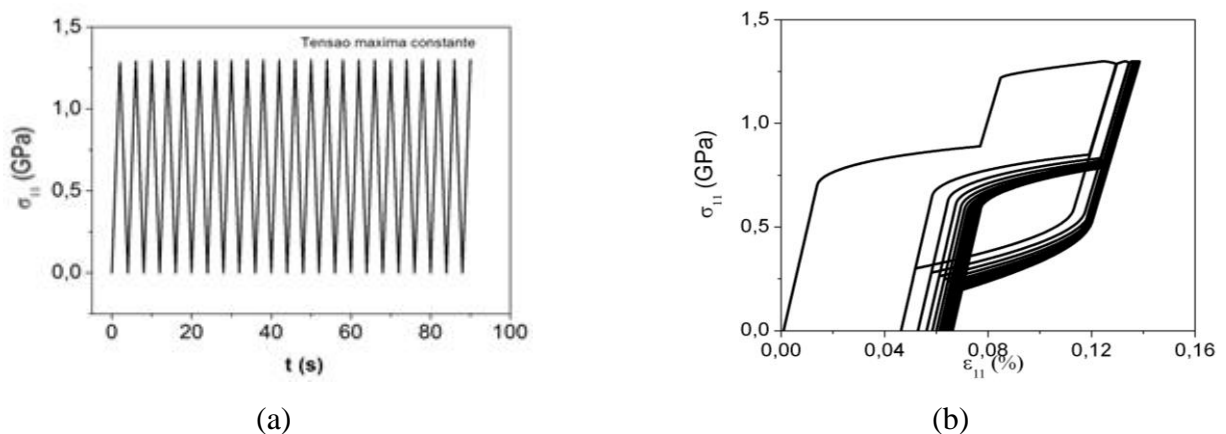


Figura 6.4– Efeito TRIP e plasticidade: (a) História de carregamento para tensão máxima constante; (b) Comportamento pseudoelástico com plasticidade para carregamentos cíclicos com tensão máxima constante.

A partir de agora se considera um teste onde uma tensão máxima varia progressivamente de 1,0 GPa até 1,3 GPa, conforme indicado na Figura 6.5(a). A Figura 6.5(b) apresenta a curva tensão-deformação mostrando como se dá a evolução dos fenômenos envolvidos. Note que a deformação TRIP é preponderante nos primeiros ciclos. Depois, a SMA passa a apresentar uma plastificação por ter atingido a superfície de escoamento.

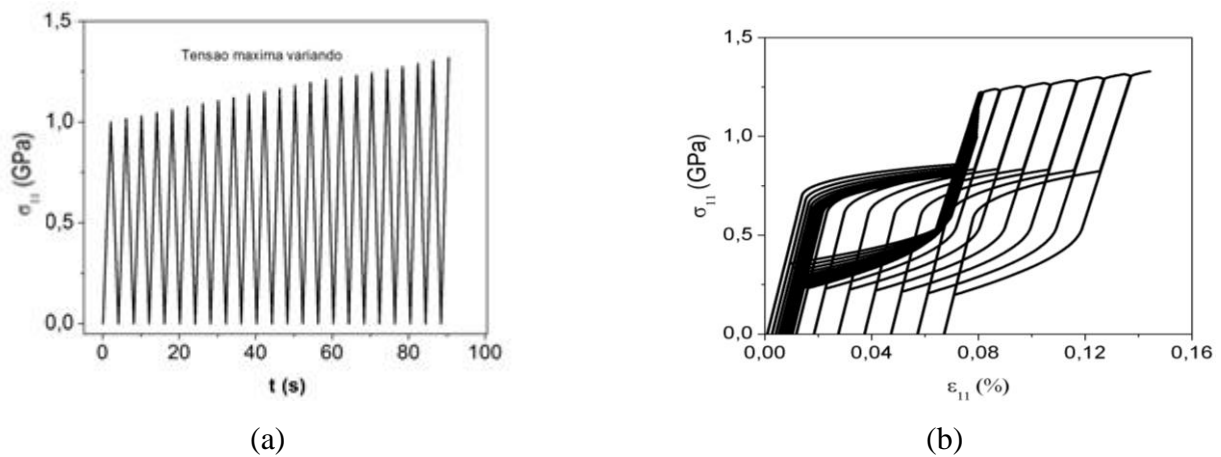


Figura 6.5 - Efeito TRIP e plasticidade: (a) História de carregamento para tensão máxima variável; (b) Comportamento pseudoelástico com plasticidade para carregamentos cíclicos com tensão máxima variando progressivamente.

6.6 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS – TESTES MULTIAXIAIS

Esta seção tem por objetivo apresentar testes multiaxiais realizados com o modelo constitutivo proposto envolvendo TRIP. Inicialmente, considera-se o teste de cisalhamento puro incluindo o efeito TRIP, mostrando assim que os resultados estão de acordo com a invariância material. A seguir apresenta-se um caso envolvendo TRIP e plasticidade. Finalmente, apresenta-se uma situação com carregamento tração-cisalhamento acoplado.

6.6.1 Cisalhamento puro

Nesta seção analisa-se do ensaio de cisalhamento puro com TRIP. Primeiramente é feito uma análise de um carregamento sem plasticidade. A ideia é comparar o teste de cisalhamento com outro de um carregamento equivalente representado por tração e compressão de mesmo valor. Isso representa um giro de 45° no sistema coordenado. O carregamento imposto considera uma carga desde zero até um valor máximo, representados pelos tensores

mostrados a seguir, retornando a zero. Os ensaios apresentados são realizados levando em consideração que $T = T_0$.

$$\sigma^C = \begin{bmatrix} 0,75 & 0 & 0 \\ 0 & -0,75 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} GPa \qquad \sigma^D = \begin{bmatrix} 0 & 0,75 & 0 \\ 0,75 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} GPa \quad (6.49)$$

Considera-se que o carregamento σ^D é descrito em um referencial a 45° em relação ao referencial do carregamento σ^C .

A Figura 6.6 apresenta uma comparação entre a curva tensão-deformação para os dois carregamentos considerados. Estão apresentadas na Figura 6.6 as curvas $\sigma_{11} \times \varepsilon_{11}$ e $\sigma_{12} \times \varepsilon_{12}$. Observa-se que os dois carregamentos apresentam resultados idênticos o que está de acordo com a invariância material do modelo. Trata-se de um comportamento pseudoelástico típico, apresentando um laço de histerese. Existe, contudo que uma deformação TRIP ao final do processo. A Figura 6.7 ilustra a evolução das frações volumétricas envolvidas no processo, mostrando a evolução da austenita (A) em uma estrutura martensítica não maclada (M^+). Esses fenômenos são semelhantes nos dois tipos de carregamentos o que mostra, mais uma vez, o mesmo comportamento para ambos.

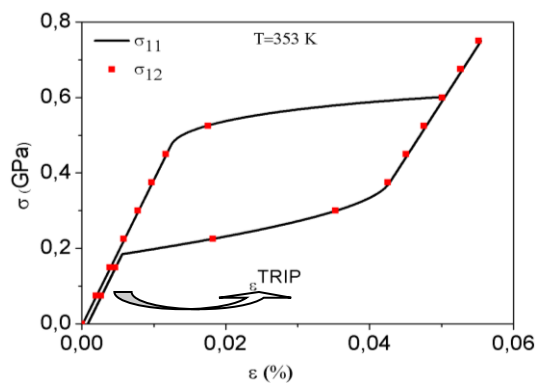


Figura 6.6– Cisalhamento puro com TRIP: comparação do carregamento σ^C com σ^D .

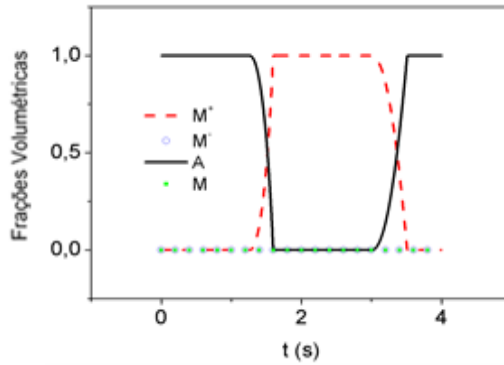


Figura 6.7- Cisalhamento puro com TRIP: evolução temporal das frações volumétricas para o fenômeno pseudoelástico.

Agora é feito uma análise de um carregamento com plasticidade. O carregamento imposto considera uma carga desde zero até um valor máximo, representados pelos tensores mostrados a seguir, retornando a zero.

$$\sigma^E = \begin{bmatrix} 0,8 & 0 & 0 \\ 0 & -0,8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} GPa \qquad \sigma^D = \begin{bmatrix} 0 & 0,8 & 0 \\ 0,8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} GPa \quad (6.50)$$

Na Figura 6.8 verifica-se que a invariância do modelo está presente na plasticidade com endurecimento isotrópico e cinemático. Os resultados apresentam uma boa concordância. A Figura 6.9 ilustra a evolução das frações volumétricas envolvidas no processo, mostrando a evolução da austenita (A) em uma estrutura martensítica não-maclada (M^+).

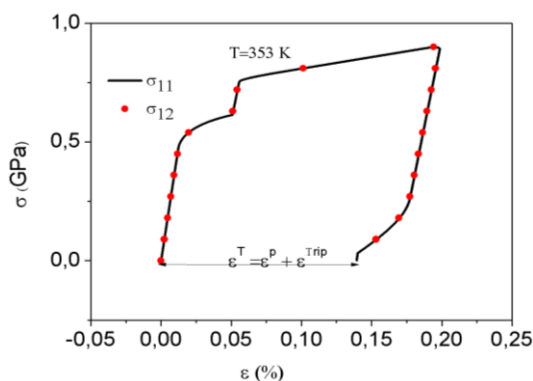


Figura 6.8- Cisalhamento puro com TRIP e plasticidade: Carregamento com plasticidade com endurecimento cinemático e isotrópico.

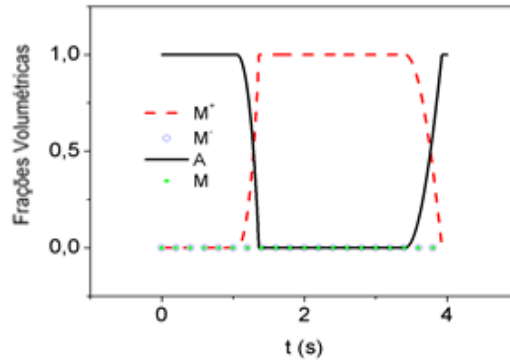
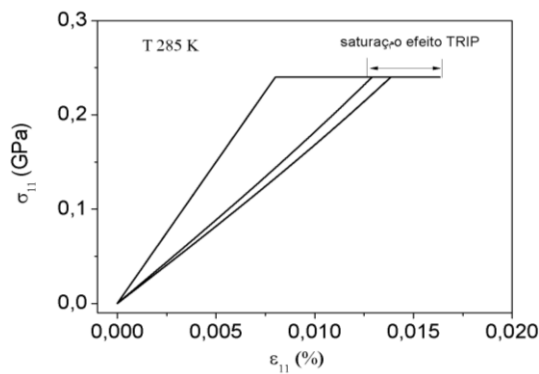
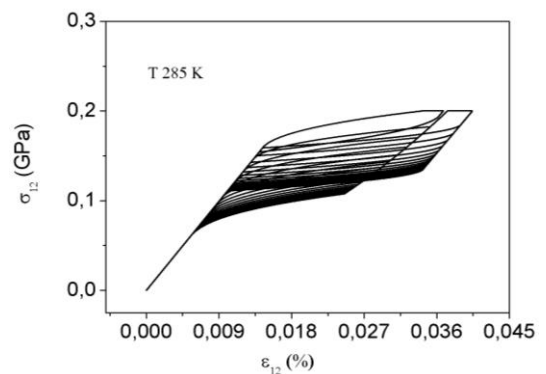


Figura 6.9- Cisalhamento puro com TRIP e plasticidade: evolução das frações volumétricas para o fenômeno pseudoelástico.

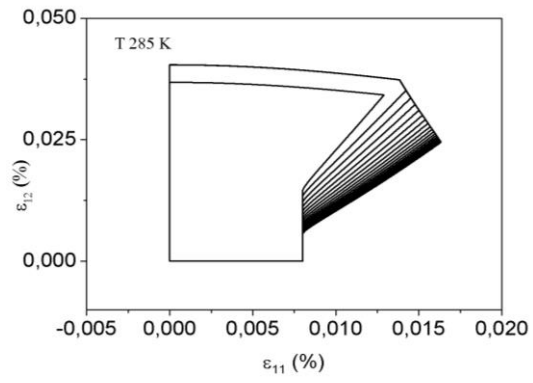
A partir de agora se passa a tratar um carregamento com tração-cisalhamento acoplado, baseado no experimento realizado por Sittner *et al.* (1995), discutido no Capítulo 5 e apresentado nas Figuras 5.11 e 5.12. Aqui, considera-se um carregamento cíclico. A Figura 6.10(a) mostra a curva tensão-deformação normal. A Figura 6.10(b) mostra a curva tensão-deformação cisalhante onde se verifica com mais nitidez a saturação do efeito TRIP. Na Figura 6.10(c) observa-se o mesmo comportamento no espaço das deformações, sendo ainda mais evidente o fenômeno da saturação provocado pela evolução do TRIP.



(a)



(b)



(c)

Figura 6.10– Carregamento acoplado com TRIP: (a) $\sigma_{11} \times \varepsilon_{11}$, (b) $\sigma_{12} \times \varepsilon_{12}$,
(c) $\varepsilon_{12} \times \varepsilon_{11}$.

7 ANÁLISE EXPERIMENTAL E INCERTEZAS

Os resultados experimentais contêm imprecisões associadas a um grande número de fontes e magnitudes de erros que podem degradar as medições. Portanto, é importante que o experimentalista conheça as nuances do experimento, quantificando as magnitudes desses erros potenciais que são normalmente apresentados sob a forma de incertezas. Os resultados dos testes experimentais mostram várias fontes de erros sistemáticos ou aleatórios. Assim, os resultados finais devem ser apresentados, incluindo as incertezas. Moffat (1985, 1988), Coleman & Steele (1999), Steele & Coleman (1987) e Barbato (2005) apresentam uma descrição das fontes de erros nas medições de engenharia e da relação entre os erros e incertezas.

Este capítulo apresenta uma análise de incertezas relacionadas a testes de tração experimentais realizados com fios de ligas com memória de forma, comparando com os resultados das simulações numéricas do modelo constitutivo proposto, considerando uma versão unidimensional do modelo.

As incertezas são calculadas com base nas equações constitutivas do modelo e nos resultados experimentais. Depois disso, comparam-se os resultados numéricos com os resultados experimentais com as incertezas. Isso mostra as regiões da curva de histerese do resultado numérico que estão dentro da variação das incertezas. Além disso, realçam-se os parâmetros mais sensíveis das equações constitutivas que contribuem para o cálculo das incertezas.

Este capítulo teve a orientação do Prof. Ilmar F. Santos da Denmark Technical University e do Prof. Giulio Barbato da Politecnico di Torino.

7.1 TESTES EXPERIMENTAIS

A caracterização de uma SMA envolve vários testes experimentais. O ensaio de tração e a avaliação das temperaturas de transformação de fase através de um calorímetro de varredura são os principais testes usualmente empregados.

7.1.1 Teste de tração

Considere um ensaio de tração feito em um fio austenítico de Níquel-Titânio (*Flexinol Actuator Wires*), fabricado pela Dynalloy, Inc., com seção transversal circular de diâmetro de 0,853 mm. O equipamento usado para realização do teste de tração é uma máquina de ensaio universal INSTRON 6022 com uma célula de carga de 10 KN. O teste é conduzido com um carregamento prescrito com uma taxa de deformação de 0,205% / s para uma força máxima de 200N. O equipamento é conectado a um computador que controla o experimento e recebe os dados experimentais, conforme mostrado na Figura 7.1 e no esquema da Figura 7.2.

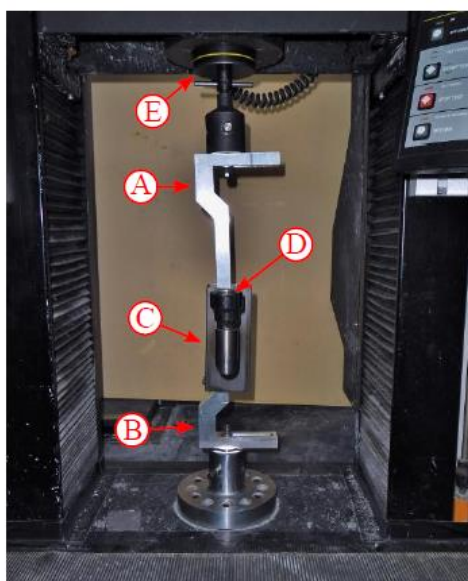


Figura 7.1 - Teste de tração com fios de SMA. Uma garra superior (A) e uma garra inferior (B) prendem o fio de SMA, o qual está dentro de uma câmara (C). Entrada de ar quente (D). A Força é medida por uma célula de carregamento de 10 KN.

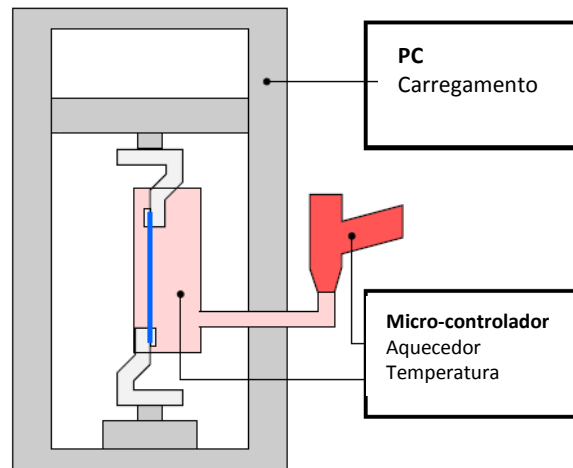


Figura 7.2 - Esquema do teste de tração com um fio de SMA (Azul) a diferentes temperaturas constantes. O aquecimento é feito pelo canhão de calor (vermelho). Os grampos (cinza claro) são presos à máquina de ensaio universal (cinza escuro).

Inicialmente, o teste é realizado a uma temperatura de $T = 303 \text{ K}$ com 50 ciclos, mostrados na Figura 7.3. Esse procedimento conduz a um treinamento onde os laços de histerese tendem a convergir depois de alguns ciclos. Após o treinamento, o fio é aquecido até a temperatura de 373 K e em seguida é resfriado a uma temperatura de 303 K e então um segundo teste, a temperatura de 303 K é realizado com 20 ciclos, como mostrado na Figura 7.4.

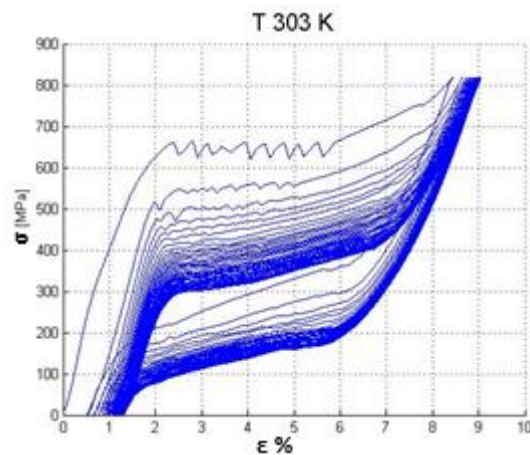


Figura 7.3– Teste pseudoelástico com 50 ciclos.

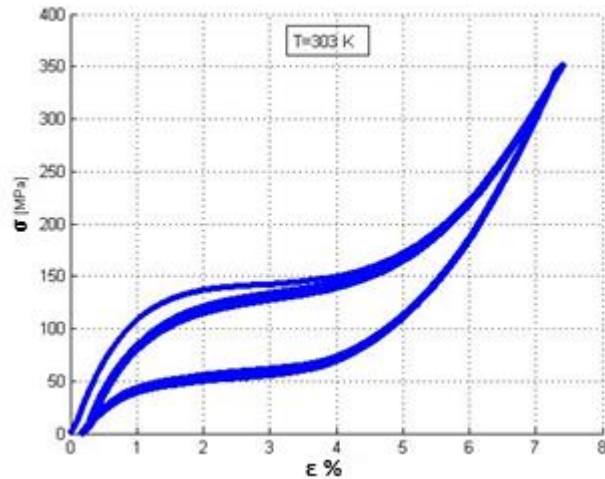


Figura 7.4– Teste pseudoelástico com 20 ciclos.

7.1.2 Teste do Calorímetro (DSC)

O calorímetro (*Differential Scanning Calorimetry* - DSC) aquece e resfria um corpo de prova em um intervalo de temperatura e captura a potência térmica necessária para manter uma taxa específica de temperatura constante em um determinado tempo. O resultado, o calor como função de temperatura, Figura 7.6, contém picos no gráfico que indica as temperaturas de transformação de fase do material. As fases de transformação podem ser exotérmicas e endotérmicas. O calorímetro utilizado no teste é o DSC 200 F3 Maia, Figura 7.5.

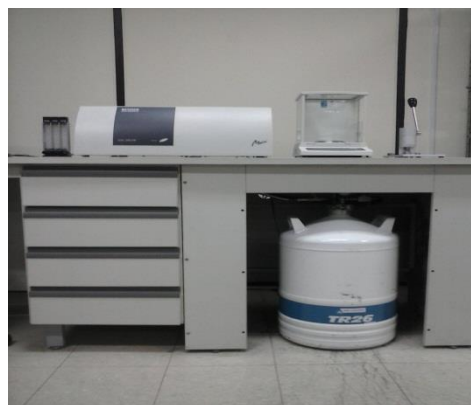


Figura 7.5- DSC 200 F3 Maia.

Um resultado típico de um teste com DSC está apresentado na Figura 7.6, onde ciclos de aquecimento e resfriamento são apresentados com as temperaturas iniciais e finais das transformações de fase de $A \rightarrow M$ e $M \rightarrow A$. O começo e o fim de cada pico definem o começo e o fim de cada transformação de fase. A Tabela 7.1 mostra as temperaturas iniciais e as finais

de 11 ciclos para cada transformação de fase, bem como a média das temperaturas de início e fim da transformação de fase.

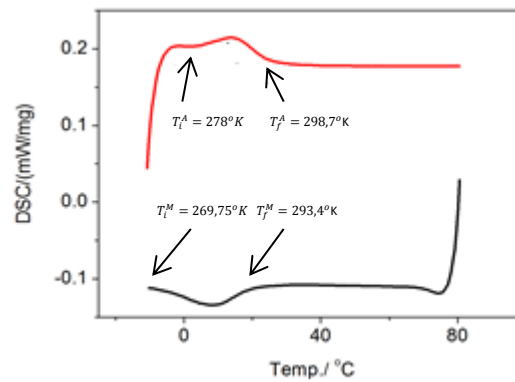


Figura 7.6– Temperatura final e inicial para cada fase de transformação de fase para um ciclo.

T_i^M e T_f^M representam, respectivamente as temperaturas de início e fim de transformação martensítica. T_i^A e T_f^A são as temperaturas de início e fim de transformação de fase da austenita.

Tabela 7.1- Temperatura inicial e final para cada fase de transformação cada ciclo.

	T_i^M (K)	T_f^M (K)		T_i^A (K)	T_f^A (K)
Ciclo 1	269,05	292,8	Ciclo 7	269,95	293
Ciclo 2	271,95	293,7	Ciclo 8	269,85	292,7
Ciclo 3	270,45	293,4	Ciclo 9	269,85	292,8
Ciclo 4	269,75	293,1	Ciclo10	270,85	293,3
Ciclo 5	268,95	293,4	Ciclo11	269,25	291,3
Ciclo 6	270,85	294,1	média	270,12	293,3

Por simplicidade, considera-se a média das temperaturas de transformação para a análise de incertezas.

7.2 ANÁLISE DE INCERTEZAS

A análise de incertezas é iniciada a partir do teste de tração com um corpo de prova composto por uma liga com memória de forma, onde se pode verificar uma transformação pseudoelástica. Com os dados experimentais, realiza-se uma filtragem dos dados utilizando a

técnica de *outliers* que visa eliminar a presença de erros sistemáticos (Barbato, 2005). Essa técnica utiliza procedimentos estatísticos. Após a filtragem apresenta-se o modelo constitutivo para o caso unidimensional e os coeficientes de sensibilidade para cada parâmetro do modelo. Em seguida, realiza-se o cálculo da incerteza. A Figura 7.7 apresenta um fluxograma da sequência da análise de incertezas.

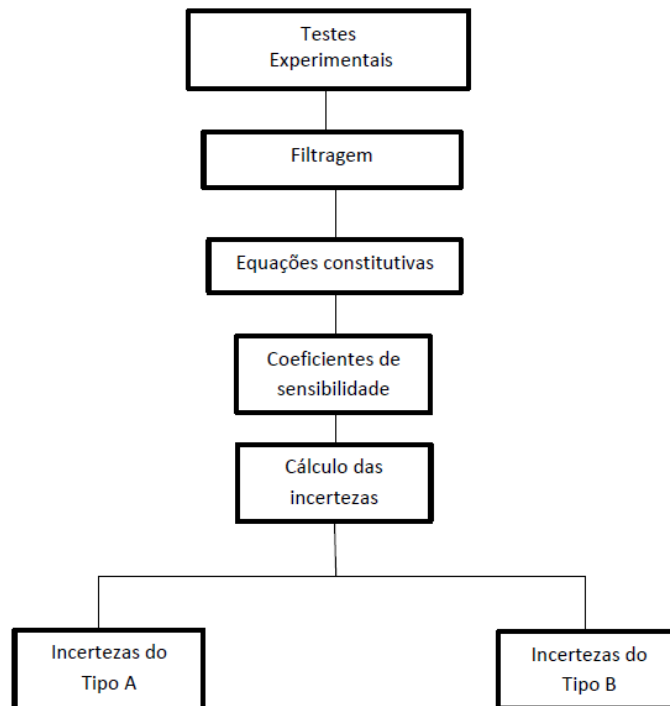


Figura 7.7- Fluxograma para análise de incertezas.

7.2.1 Ferramentas de análise

Algumas organizações internacionais relacionadas a metodologias e padronizações publicaram um teste fundamental de referência, “Guia para a Expressão da Incerteza de Medição”, atualmente conhecido como GUM (2008), que foi incorporado a uma norma europeia, a ENV 13005. GUM (2008) estabelece dois tipos de contribuições de incertezas: Tipo A, estimada de acordo com métodos estatísticos; e Tipo B, avaliada de acordo com métodos não estatísticos. O propósito dessa classificação é indicar duas maneiras diferentes de avaliar os componentes das incertezas. A classificação não se propõe a indicar que haja qualquer diferença na natureza dos componentes resultantes dos dois tipos de avaliação. Os componentes de incertezas resultantes de cada tipo são quantificados por variâncias ou desvios

padrão. Os procedimentos adotados neste trabalho para calcular as contribuições de incertezas Tipo A e Tipo B são baseados nos trabalhos desenvolvidos por Barbato (2005).

Neste trabalho, as incertezas são avaliadas a partir do modelo constitutivo, considerando a influência de seus parâmetros e da temperatura T (Tipo B) e do número de ciclos (Tipo A), que se baseia no número de ciclos apresentado na Figura 7.6.

7.2.1.1 Aplicação de métodos estatísticos

7.2.1.1.1 Eliminação dos erros sistemáticos

A aplicação de métodos estatísticos pode ser utilizada na filtragem dos dados, eliminando os erros sistemáticos. Barbato (2005) considera o uso de métodos estatísticos no uso da eliminação de erros sistemáticos como uma análise da incerteza Tipo A.

Os efeitos sistemáticos são caracterizados nos resultados experimentais através das seguintes características: erros sistemáticos constantes (erros de calibração), que devem ser evitados recorrendo a uma calibração apropriada do instrumento e procedimentos de medição; erros sistemáticos variáveis, que são uma consequência direta de efeitos de grande variação de temperatura sobre medições replicadas; e acidentes de medição, associadas a perturbações eletromagnéticas, que devem ser detectados por testes de normalidade e princípios de exclusão.

A detecção e estimação de erros de efeitos sistemáticos e de gerência aleatória podem ser feitos através de ferramentas como distribuições normais e *Student*. A partir daí, pode-se eliminá-los através da técnica de *outliers*. Para pequenas amostras a distribuição normal apresenta valores menos precisos, o que nos leva a utilizar um modelo da distribuição de *Student*. Por outro lado, a análise de incertezas pode ser efetuada utilizando o desvio padrão, nível de confiança, incerteza expandida e grau de liberdade referente aos dados analisados.

Outro fator importante é a presença e a difusão cada vez maior de instrumentos de alta impedância eletrônica, que são frequentemente sensíveis a sinais espúrios devido a ruído eletromagnético que causam acidentes de medição que também podem ser tratados pela técnica de *outliers*.

A correção dos erros sistemáticos é feita usando o método estatístico que permite determinar um ajuste compatível com os dados experimentais. A regressão polinomial é um procedimento amplamente utilizado para esse fim, destacando-se a regressão linear por sua simplicidade associada. Define-se como resíduo a diferença entre o valor dos dados

experimental e o valor obtido por meio do modelo de regressão. A partir da regressão, é possível determinar a curva dos resíduos; a tendência; os desvios padrões de cada parâmetro da função de regressão linear; o coeficiente de determinação, que é o quadrado do coeficiente de correlação Pearson (frequentemente indicado pelo símbolo \mathbb{R}) o qual é uma medida do grau de relação linear entre duas variáveis quantitativas.

O coeficiente de correlação Pearson varia entre os valores -1 e 1. O valor 0 (zero) significa que não há relação linear, o valor 1 indica uma relação linear perfeita e o valor -1 também indica uma relação linear perfeita mas inversa, ou seja quando uma das variáveis aumenta a outra diminui. Quanto mais próximo estiver de 1 ou -1, mais forte é a associação linear entre as duas variáveis. O coeficiente de correlação *Pearson* é calculado conforme a seguinte fórmula:

$$\mathbb{R} = \frac{\sum_{i=1}^n (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})(r^1_i - \bar{r}^1)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (r^1_i - \bar{r}^1)^2}} \quad (7.1)$$

onde,

$$\bar{r}^1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r^1_i \quad (7.2)$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i \quad (7.3)$$

e r^1 é o resíduo.

A interpretação do coeficiente de correlação Pearson é feita do seguinte modo:

- $\mathbb{R} \geq |0,70|$ - correlação forte
- $0,30 \leq \mathbb{R} < 0,7$ - correlação moderada.
- $0 \leq \mathbb{R} < 0,30$ - correlação fraca.

Assim, calcula-se o desvio padrão dos resíduos, s^{r^1} , para indicar como os dados estão dispersos na direção do eixo r^1 da curva $r^1 \times \varepsilon$; o número de graus de liberdade que é a diferença entre o número de dados analisados e o valor dos coeficientes do polinômio escolhido para realizar a regressão.

Em seguida, usa-se a técnica de *outliers*, aplicando o critério de *Chauvenet* sobre os valores dos resíduos. Esse critério especifica que uma leitura pode ser rejeitada se a probabilidade de obter um desvio particular da média estimada for menor que $\frac{1}{4n^d}$, onde n^d é o

número de dados dos resíduos analisados. Ao aplicar o critério de *Chauvenet* para eliminar dados duvidosos, primeiro se calcula a estimativa da média dos resíduos, (m^{r1}) , e do desvio padrão ou erros dos resíduos, (s^{r1}) , usando todos os dados obtidos. Os dados a rejeitar ocupam as áreas extremas sob a curva de normalidade, de acordo com a indicação da Figura 7.2. Assim, para cada valor de n^d pode ser calculada a probabilidade conforme $(1 - \frac{1}{4n^d})$ e, integrando-se a função de densidade da distribuição normal, determina-se um coeficiente z correspondente ao número de desvios padrão para a faixa de valores considerados aceitáveis. Então, calculam-se os limites do intervalo definido por $m^{r1} \pm z s^{r1}$. O resíduo é excluído se algum valor de resíduo exceder os limites do intervalo considerado.

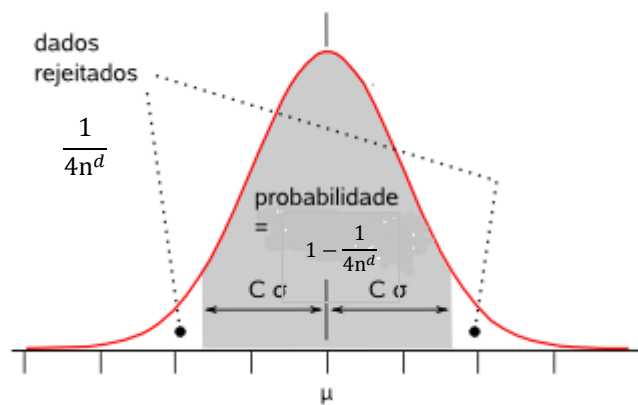


Figura 7.8– Distribuição normal – Critério Chauvenet.

A validação do ajuste é outra análise importante que é feita considerando a robustez da regressão. A validação é considerada adequada se a robustez possuir um valor $\gg 1$. A robustez verifica se é provável que o ajuste apresente alterações significativas quando se repete a experiência.

A regressão polinomial fornece uma equação definida a partir de seus coeficientes. Com o desvio padrão ou erros dos coeficientes é fácil avaliar o seu campo de variação, considerando o intervalo de confiança correspondente. Definindo os graus de liberdade é possível utilizar a distribuição de *Student*. Assim, calcula-se a incerteza relevante dos coeficientes, como:

$$U = Js \tag{7.4}$$

Onde U é a incerteza relevante do coeficiente, J é o fator da distribuição de *Student* para um determinado nível de confiança e s é o desvio padrão dos coeficientes.

A definição do fator de *Student*, J , depende do grau de liberdade, podendo ter os seguintes valores: muito confiável: 100; confiável: 30; pouco confiável: 15; e do nível de confiança.

A robustez é a razão entre o valor do coeficiente e a incerteza relevante do coeficiente. Quanto maior a robustez, mais estável é a variação do campo dos coeficientes.

A análise do coeficiente χ^2 (qui-quadrado) mostra a não presença dos efeitos dos erros sistemáticos. Primeiramente, define-se o número de classes (n^c) para definir a distribuição normal teórica, conforme mostrado a seguir (Barbato, 2005).

$$n^c = \sqrt{n^d} + 4 \quad (7.5)$$

Para definir a distribuição normal teórica, calculam-se os limites do intervalo definido por $m^{r^1} \pm z s^{r^1}$, onde para este análise adota-se $z = 4$. Assim, calcula-se a dimensão de cada classe da seguinte forma:

$$D^c = \frac{(m^{r^1} + z s^{r^1}) - (m^{r^1} - z s^{r^1})}{n^c} \quad (7.6)$$

e define-se o intervalo de cada classe. Com isso, calcula-se o número de vezes que cada valor do resíduo aparece em cada intervalo de cada classe, que é chamado de frequência experimental absoluta, f_a (frequência observada).

Com os valores limites de cada intervalo das respectivas classes ($l1$ e $l2$), calcula-se a distribuição normal da média e do desvio padrão dos resíduos para cada valor do limite (d_n^{l1} e d_n^{l2}), respectivamente, e calcula-se a diferença entre eles. A frequência teórica absoluta, f_{at} (frequência esperada), é calculada como:

$$f_{at} = (d_n^{l1} - d_n^{l2}) n^d \quad (7.7)$$

onde n^d é o número de resíduos.

O coeficiente experimental χ_e^2 é calculado como:

$$\chi_e^2 = \frac{(f_a - f_{at})^2}{f_{at}} \quad (7.8)$$

Em seguida, calcula-se o limite inferior e superior para o coeficiente teórico χ_T^2 . O limite inferior é calculado por meio do inverso da probabilidade da distribuição qui-quadrada onde a probabilidade é calculada como:

$$Prob^{ti} = 1 - \frac{(1 - N^c)}{2} \quad (7.9)$$

e o limite superior é calculado por meio do inverso da probabilidade da distribuição qui-quadrada onde a probabilidade é calculada como:

$$Prob^{ts} = \frac{(1 - N^c)}{2} \quad (7.10)$$

onde N^c é o nível de confiança, aqui adotado de 80%. Além da probabilidade, o cálculo do inverso da probabilidade da distribuição qui-quadrada utiliza o grau de liberdade relativa ao número de classe (n^c). O grau de liberdade referente ao número de classe (*d. o. f*) é definido como se segue:

$$d. o. f = n^c - 1 - 2 \quad (7.11)$$

onde o número 1 se refere a média e o 2 os limites inferior e superior de cada classe.

Neste trabalho, adota-se o número de classe igual a 14 e o grau de liberdade igual a 11.

Definido o limite inferior e superior para o coeficiente teórico χ_T^2 , verifica-se se o valor do coeficiente experimental χ_e^2 está entre os valores do limite inferior e superior para o coeficiente teórico χ_T^2 . Caso o coeficiente experimental χ_e^2 esteja entre os valores do limite inferior e superior para o coeficiente teórico χ_T^2 , a amostra não apresenta os efeitos dos erros sistemáticos.

7.2.1.1.2 Cálculo da incerteza TIPO A

Neste trabalho, a análise de incertezas Tipo A se desenvolve com o cálculo do desvio padrão dos dados analisados multiplicados pelo fator de *Student*. O cálculo da incerteza é realizado utilizando a Equação 7.4, onde, neste caso, U é a incerteza devido ao número de ciclos, U^c , s é o desvio padrão dos dados analisados e J é o fator de *Student*.

7.2.1.2 Aplicação de Métodos Não-Estatísticos

A análise das contribuições das incertezas do Tipo B está associada a métodos não-estatísticos. Para a estimativa de uma grandeza que não tenha sido obtida através de observações repetidas, a variância é estimada a partir de informações disponíveis sobre a possível variabilidade da grandeza. O conjunto de informações pode incluir:

- dados de medições prévias;
- experiência ou conhecimento geral do comportamento e das propriedades de materiais e instrumentos relevantes;
- especificações do fabricante;
- dados fornecidos em certificados de calibração e outros certificados;
- incertezas atribuídas a dados de referência extraídos de manuais.

7.2.1.2.1 Cálculo da incerteza TIPO B

Para o cálculo da incerteza tipo B os parâmetros do modelo constitutivo e a temperatura T serão considerados como variáveis independentes.

O cálculo das incertezas utiliza-se o Método PUMA (*Procedure for Uncertainty Management*) que permite o cálculo sem conhecer maiores detalhes sobre a contribuição das incertezas. Na equação 7.13 o valor de k_a varia de acordo com os fatores 2, 3 e 6 correspondentes para forma-U, uniforme ou distribuição triangular, respectivamente. O valor de n_{aj} corresponde ao número de entrada da grandeza avaliada e o valor de n_{rj} é o número de operadores que mediram a grandeza avaliada. O valor de a_j é a variação das variáveis independentes para ajustes diferentes, dividido por 2. A incerteza do Tipo B é a raiz quadrada da soma de todas as parcelas de contribuição de cada variável independente, multiplicada pelo fator de distribuição de *Student*, a qual cada parcela é a variância de cada variável independente

multiplicada pelo coeficiente de sensibilidade, conforme mostrado na Equação 7.12. A incerteza é expressa por:

$$U^V = J \sqrt{\sum_{j=1}^q c_j^2 u^2(X_j)} \quad (7.12)$$

onde a variância da variável independente é dada por

$$u^2(X_j) = (a_j)^2 \frac{n_{dj}}{k_a n_{rj}} \quad (7.13)$$

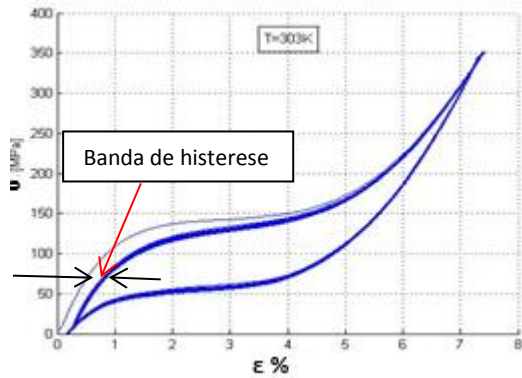
Com os valores das Equações 7.4 e 7.12 calcula-se a incerteza total e a incerteza relativa, conforme se segue.

$$U^T = U^c + U^V \quad (7.14)$$

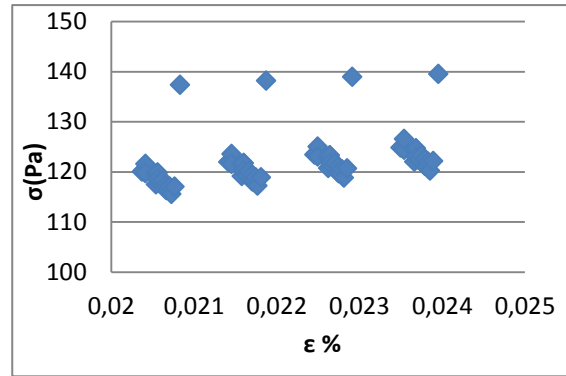
$$U^R = \frac{U^T}{\sigma} \quad (7.15)$$

7.3 FILTRAGEM

Considere agora um tratamento dos dados experimentais (filtragem) obtidos a partir do ensaio de tração com fios de SMA. Esse tratamento pode ser entendido como uma filtragem dos dados que serão posteriormente empregados na análise das incertezas. A curva experimental é dividida em várias partes e a análise é feita em cada parte separadamente. Considere, portanto o seguinte intervalo no ciclo de histerese, referente à deformação: (0,02%; 0,025%). A Figura 7.9 mostra a curva tensão-deformação e uma ampliação na região a ser analisada. A banda de histerese apresentada na Figura 7.9(a) é a espessura dos 19 ciclos juntos, após o treinamento da SMA.



(a)



(b)

Figura 7.9 - (a) Análise da curva tensão-deformação para 20 ciclos. (b) Ampliação da região a ser estudada.

A regressão linear dos dados é definida por: $y = am + b$, onde a e b são os coeficientes da equação e os resíduos oriundos dessa regressão serão tratados como resíduos de primeira ordem. Na Figura 7.10 tem-se a curva resíduos de primeira ordem com a tendência indicada em cor vermelha.

A Tabela 7.2 apresenta os dados correspondentes ao ajuste linear e os cálculos associados aos desvios (erros) padrão dos coeficientes a e b . Além disso, apresenta-se o coeficiente de determinação, terceira linha e o desvio padrão ou erros dos resíduos de primeira ordem, s^{r1} , quarta linha. O número de graus de liberdade está na quinta linha e o último dado importante é a robustez na sexta linha.

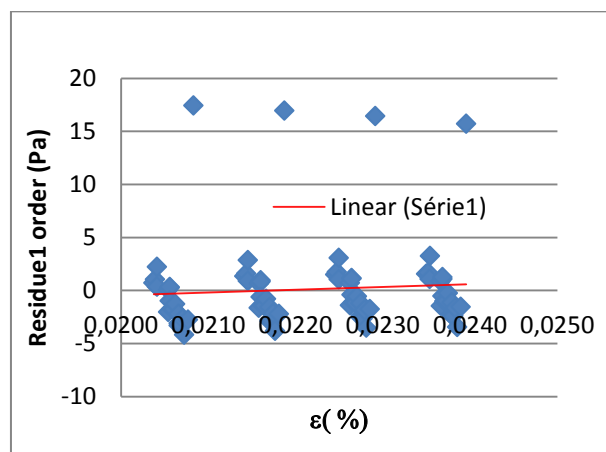


Figura 7.10- Resíduo de primeira ordem-deformação.

Tabela 7.2- Dados estatísticos adicionais dentro do intervalo de deformação de 0,02%,
 providos por uma função de regressão linear.

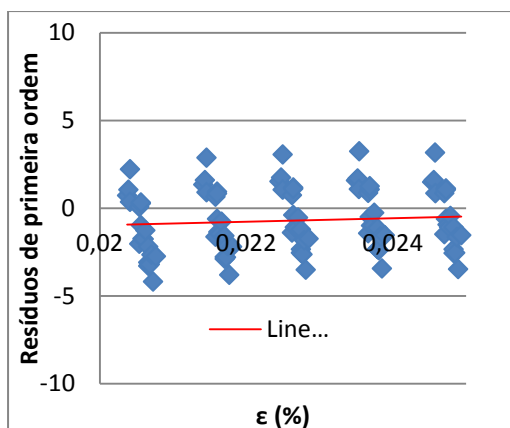
	b	a
Coefficientes	1258,67	93,63
Desvio (Erro) padrão dos Parâmetros (s^p)	265,04	6,02
R²	0,19	
Desvio (Erro) padrão dos Resíduos (s^{r1})	3,87	
Grau de liberdade	97,00	
Robustez	2,39	7,84

Agora se utiliza a técnica de *outliers* e exclusão no intervalo de deformação 0,02 % a0,025%. Na Tabela 7.3, os valores **17,705**, **16,629**, **15,982** e **15,616** são detectados pelo critério de *Chauvenet* por estarem fora do desvio padrão referente aos dados apresentados e são eliminados para análise.

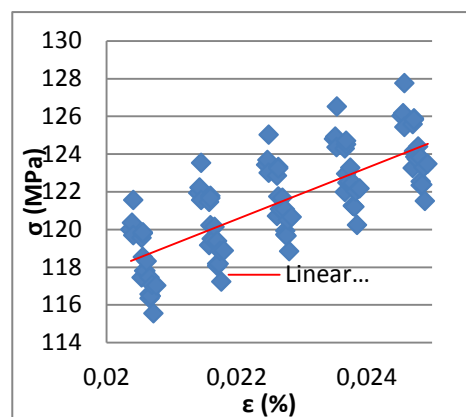
Tabela 7.3– Valores do resíduo de primeira ordem.

0,725	-1,734	-2,745	0,838	-2,155	-1,395	-2,543	3,251	-1,128	1,607	-1,088
1,049	-1,752	17,442	-0,606	-3,800	1,173	-2,633	0,864	-2,332	3,178	-0,443
2,224	-1,273	1,345	-1,349	-2,203	1,110	-1,835	-1,436	-2,332	0,857	-1,089
0,367	-2,193	1,602	-1,463	16,968	-0,397	-3,505	1,073	-2,399	0,854	-2,559
0,072	-3,080	2,880	-0,778	1,520	-1,076	-1,740	1,259	-1,617	-1,483	-2,342
-2,030	-3,291	0,915	-1,574	1,750	-1,150	16,445	-0,503	-3,429	1,129	-2,551
0,272	-3,200	-1,630	-2,774	3,066	-0,543	1,582	-0,993	-1,543	-0,608	-1,656
0,327	-2,645	0,652	-2,896	1,048	-1,202	1,687	-0,969	15,720	1,061	-3,467
-0,972	-4,178	0,950	-2,798	0,737	-2,345	1,089	-0,256	1,495	-0,935	-1,544

Depois de serem realizadas todas as detecções de *outliers*, repete-se a análise até que não exista nenhum valor fora do desvio padrão. Depois de todas as exclusões serem promovidas, obtém-se um novo conjunto de resultados, apresentados na Figura 7.11 e na Tabela 7.4. Os resultados mostram que o ajuste linear é adequado.



(a)



(b)

Figura 7.11 - (a) Curva tensão-deformação para o intervalo de deformação de 0,02% a 0,025%. (b) Curva resíduo de primeira ordem – deformação para o intervalo de deformação de 0,02% a 0,025%.

Tabela 7.4- Dados estatísticos adicionais providos pela função projeção linear.

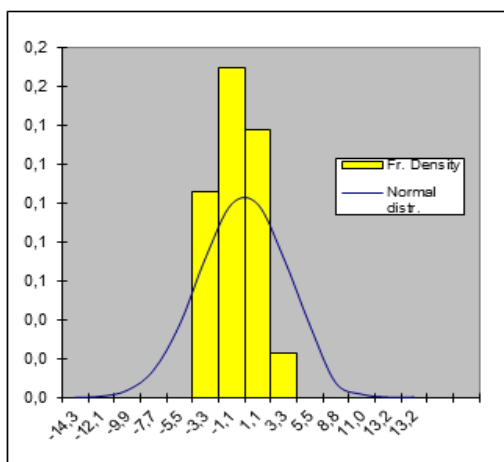
	b	a
Coeficientes	1359,82	90,63
Desvio (Erro) padrão dos Parâmetros (s^p)	123,55	2,81
R²	0,57	
Desvio (Erro) padrão dos Resíduos (s^{r1})	1,78	
Grau de liberdade	97	
Robustez	5,54	16,26

A validação do ajuste é feita analisando os dados da Tabela 7.4. O valor da robustez na Tabela 7.4 para o parâmetro b e a tem com valor $\gg 1$, indicam que o ajuste linear está adequado. Na Tabela 7.4, o coeficiente de determinação, R , para o ajuste linear apresenta valores muito maiores que 0,7, mostrando que os dados são organizados ao longo do ajuste.

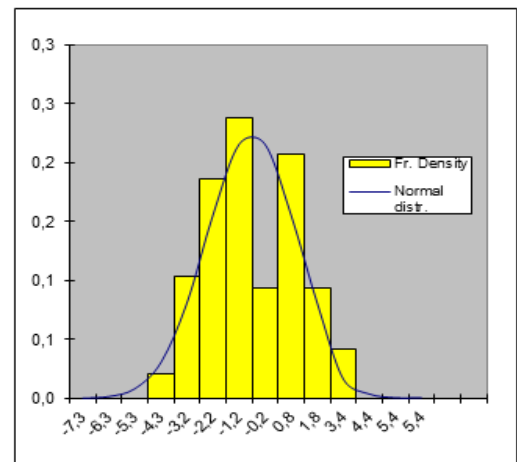
A Tabela 7.5 apresenta a distribuição normal de dados onde mostra que o coeficiente χ^2 da normalidade dos resíduos deve estar entre os limites teóricos superior e inferior, evidenciando a não presença dos efeitos dos erros sistemáticos. A Figura 7.12 mostra a distribuição normal dos resíduos de primeira ordem sem exclusão dos erros sistemáticos e a distribuição normal com a exclusão dos erros sistemáticos.

Tabela 7.5- Distribuição normal dos dados.

Nível de confiança	80%
Número de classes	14
Número de restrições	3
Graus de liberdade (d.o.f)	11
Limite teórico inferior (χ^2)	5,58
Limite teórico superior (χ^2)	17,28
Experimental (χ^2)	12,38



(a)



(b)

Figura 7.12 - (a) Sem detecção e exclusão do sistema de erros. (b) Com detecção e exclusão do sistema de erros com outliers.

Este procedimento deve ser feito ao longo de todo comprimento da curva de histerese para eliminar todos os possíveis erros.

7.4 MODELO CONSTITUTIVO

A descrição do comportamento termomecânico das SMAs é feita considerando uma versão unidimensional do modelo proposto. Além disso, desprezam-se os efeitos da plasticidade e TRIP. Desta forma, utiliza-se o seguinte conjunto de equações.

$$\sigma = E(\varepsilon + \alpha^h(\beta^- - \beta^+)) + \alpha(\beta^- - \beta^+) - \Omega(T - T_0) \quad (7.16)$$

$$\dot{\beta}^+ = \frac{1}{\eta^+} + \{\alpha E + \Lambda^+ + (\beta^- - \beta^+)(2\alpha^h \alpha + E(\alpha^h)^2) + \alpha^h(E\varepsilon - \Omega(T - T_0)) - \tau^+\} + \gamma^- \quad (7.17)$$

$$\dot{\beta}^- = \frac{1}{\eta^-} \{-\alpha E + \Lambda^- - (\beta^- - \beta^+)(2\alpha^h \alpha + E(\alpha^h)^2) - \alpha^h(E\varepsilon - \Omega(T - T_0)) - \tau^-\} + \gamma^- \quad (7.18)$$

$$\dot{\beta}^A = \frac{1}{\eta^A} \left\{ \frac{1}{2} (E^A - E^M) (\varepsilon + \alpha^h (\beta^- - \beta^+))^2 + \Lambda^A + (\Omega^A - \Omega^M) (T - T_0) (\varepsilon + \alpha^h (\beta^- - \beta^+)) - \tau^A \right\} + \gamma^A \quad (7.19)$$

onde

$$\tau = (\tau^+, \tau^-, \tau^A) \in \partial I_\pi(\beta^+, \beta^-, \beta^A) \quad (7.20)$$

$$\gamma = (\gamma^+, \gamma^-, \gamma^A) \in \partial I_\pi(\dot{\beta}^+, \dot{\beta}^-, \dot{\beta}^A) \quad (7.21)$$

$$\varepsilon^e = \varepsilon + \alpha^h (\beta^+ - \beta^-) \quad (7.22)$$

A Tabela 7.6 mostra os parâmetros utilizados para fazer a modelagem do modelo matemático com os resultados experimentais.

Tabela 7.6– Parâmetros para o modelo matemático

E^A (GPa)	E^M (GPa)	Ω^A (MPa/K)	Ω^M (MPa/K)	α (MPa)	α^h (MPa)	L_0^+ (MPa)
12	9,6	0,74	0,17	0,0001	0,03655	0,01
L_0^+ (MPa)	L_0^A (MPa)	L^A (MPa)	T^M (K)	T_0 (K)	η_L^+ (MPa.tu)	η_U^+ (MPa.tu)
74	1	110	270,12	307	2,5	2,5
η_L^- (MPa.tu)	η_U^- (MPa.tu)	η_U^A (MPa.tu)	η_U^A (MPa.tu)			
2,5	2,5	2,5	2,5			

7.5 COEFICIENTES DE SENSIBILIDADE

Os coeficientes de sensibilidade dizem respeito aos parâmetros do modelo constitutivo, tratado neste capítulo como variáveis independentes, e a sua influência final no cálculo das incertezas. O método *PUMA* estabelece que os coeficientes de sensibilidade podem ser utilizados no cálculo das incertezas do Tipo A ou do Tipo B.

A definição de um coeficiente de sensibilidade é feita considerando uma determinada variável dependente, Y , expressa a partir de um modelo pela função G , em função de variáveis independentes, $X_1, \dots, X_j, \dots, X_q$.

$$Y = G(X_1, \dots, X_j, \dots, X_q) \quad (7.23)$$

A partir da série de Taylor, limitada ao primeiro termo, tem-se que:

$$\delta Y = \left(\frac{\partial G}{\partial X_1}\right) dX_1 + \dots + \left(\frac{\partial G}{\partial X_j}\right) dX_j + \dots + \left(\frac{\partial G}{\partial X_q}\right) dX_q \quad (7.24)$$

onde define-se o coeficiente de sensibilidade: $c_j = \left(\frac{\partial G}{\partial X_j}\right)$. O cálculo da variância de Y é dado por:

$$u^2(Y) = \sum_{j=1}^q c_j^2 u^2(X_j) \quad (7.25)$$

7.6 CÁLCULO DAS INCERTEZAS

Os parâmetros do modelo constitutivo, $E^M, E^A, \Omega^M, \Omega^A, \alpha^h, \alpha, L_0^+, L^+, L_0^A, L^A, \eta^+, \eta^-, \eta^A$ e T^M e a temperatura, T , são consideradas como variáveis independentes. A tensão σ é a variável dependente.

Os coeficientes de sensibilidade c_j , associados às variáveis independentes, X_j , são calculadas a partir da derivada da Equação 7.16 em relação a cada parâmetro e a temperatura T . As equações resultantes estão apresentadas no Apêndice 1. Esse cálculo considera uma versão discretizada das equações, mostradas a seguir:

$$\beta^+ = \beta_{n-1}^+ + \left\{ \frac{1}{\eta^+} [\alpha E + \Lambda^+ + (\beta^- - \beta^+) (2\alpha^h \alpha + E(\alpha^h)^2) + \alpha^h (E\varepsilon - \Omega(T - T_0)) - \tau^+] + \gamma^+ \right\} \Delta t \quad (7.26)$$

$$\beta^- = \beta_{n-1}^- + \left\{ \frac{1}{\eta^-} [-\alpha E + \Lambda^- - (\beta^- - \beta^+) (2\alpha^h \alpha + E(\alpha^h)^2) - \alpha^h (E\varepsilon - \Omega(T - T_0)) - \tau^-] + \gamma^- \right\} \Delta t \quad (7.27)$$

$$\beta^A = \beta_{n-1}^A + \left\{ \frac{1}{\eta^A} \left[\frac{1}{2} (E^A - E^M) (\varepsilon + \alpha^h (\beta^- - \beta^+))^2 + \Lambda^A + (\Omega^A - \Omega^M) (T - T_0) (\varepsilon + \alpha^h (\beta^- - \beta^+)) - \tau^A \right] + \gamma^A \right\} \Delta t \quad (7.28)$$

onde β_{n-1}^+ , β_{n-1}^- and β_{n-1}^A são consideradas constantes, por que são em relação a um instante $n - 1$.

Para calcular o valor de cada contribuição de incertezas, a curva de histerese é dividida em uma parte inferior, associada à transformação de fase da martensita não-maclada (M^+) para a austenita (A) e em uma parte superior, associada à transformação de fase da austenita (A) para a martensita não maclada (M^+). Ambas as partes são divididas em um intervalo de $0,25 - 10^{-2}$ contando a partir da origem e cada intervalo é dividido em quatro partes iguais de $0,0625 - 10^{-2}\%$.

7.6.1 Incertezas sobre o número de ciclos (Tipo A)

Inicialmente, aplica-se o processo *outliers*, removendo o primeiro ciclo de histerese. Em seguida, calcula-se a média da tensão, \bar{m}^σ , e da deformação, \bar{m}^ε , para todos os 19 ciclos restantes no intervalo de $0,0625 - 10^{-2}\%$. A variância e o desvio padrão, \bar{s}^σ , são calculados em relação à média \bar{m}^σ . Finalmente a média do desvio padrão da tensão, s^σ , e as médias da tensão, m^σ , e da deformação, m^ε , para cada intervalo de $0,25 - 10^{-2}\%$ são calculadas a partir do somatório de \bar{s}^σ , \bar{m}^σ e \bar{m}^ε para cada intervalo de $0,0625 \times 10^{-2}\%$ e dividido por quatro, como mostrado nas Equações (7.29), (7.30), (7.31). Isso é feito de modo para compensar a inclinação de algumas partes da curva de histerese, a qual tem influência no resultado do desvio padrão.

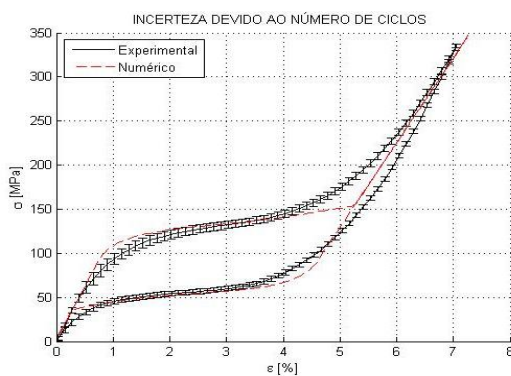
$$s^\sigma = \frac{\sum_{i=1}^4 s^\sigma}{4} \quad (7.29)$$

$$m^\sigma = \frac{\sum_{i=1}^4 \bar{m}^\sigma}{4} \quad (7.30)$$

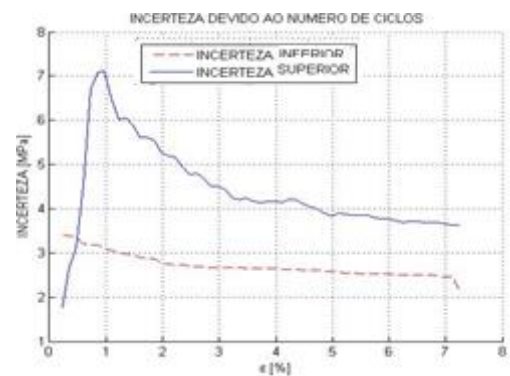
$$m^\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^4 \bar{m}^\varepsilon}{4} \quad (7.31)$$

Utilizando a Equação 7.4, calcula-se o valor da incerteza sobre o número de ciclos, U^c , onde valor do desvio padrão, s , será substituído pelo valor de s^σ , o fator de Student's, J é considerado igual a 2 para um nível de confiança de 95%.

O resultado numérico é traçado considerando a média da tensão, m^σ , e a média das deformações dos resultados numéricos, $m^{\varepsilon N}$. A Figura 7.13(a) mostra a comparação entre os resultados numéricos e experimentais indicando barras sobre os resultados experimentais que representam a U^c e a Figura 13(b) apresenta a comparação entre a incerteza da parte superior com a parte inferior do laço de histerese durante o processo.



(a)



(b)

Figura 7.13 - (a) Incerteza devido ao número de ciclos. (b) Comparação entre a incerteza da parte superior com a parte inferior do laço de histerese.

Analisando os resultados é possível observar que a incerteza U^c é muito expressiva, além de a contribuição na parte superior ser maior que na parte inferior da curva de histerese. Isso pode ser explicado observando as Figura 7.13(a), onde durante a evolução da curva de histerese, a banda da parte superior é mais larga do que a parte inferior da curva de histerese.

7.6.2 Incertezas sobre as variáveis independentes (Tipo B)

Neste momento passa-se a avaliar a contribuição das incertezas das variáveis independentes do modelo constitutivo proposto para representar o comportamento termomecânico das SMAs.

Os valores dos coeficientes a_j são calculados a partir dos parâmetros da Tabela 7.6. O cálculo é feito variando o valor de cada variável independente separadamente e realizando um novo ajuste com o novo valor da variável independente considerada. Comparam-se as duas curvas de histerese, até conseguir resultados numéricos (uma nova curva de histerese) com alguma diferença do resultado numérico da curva de histerese com os valores da Tabela 7.2. A magnitude da diferença entre o valor original da variável independente e o novo valor da variável independente, dividido por 2, é o valor de a_j para a respectiva variável independente.

Para os valores k_a entra-se com o fator 3, porque é considerado uma distribuição uniforme; o valor n_{a_j} é igual a 1, porque tem-se uma única entrada; e o valor n_{r_j} é igual a 1, porque a saída só tem uma única informação de um único operador, v_j é o grau de liberdade que é igual a 30, considerado confiável.

A Figura 7.14(a) mostra a comparação entre os resultados numéricos e experimentais com barras que representam a contribuição de incerteza U^V e a Figura 7.13(b) mostra a comparação entre a parte superior com a parte inferior da curva de histerese durante o processo.

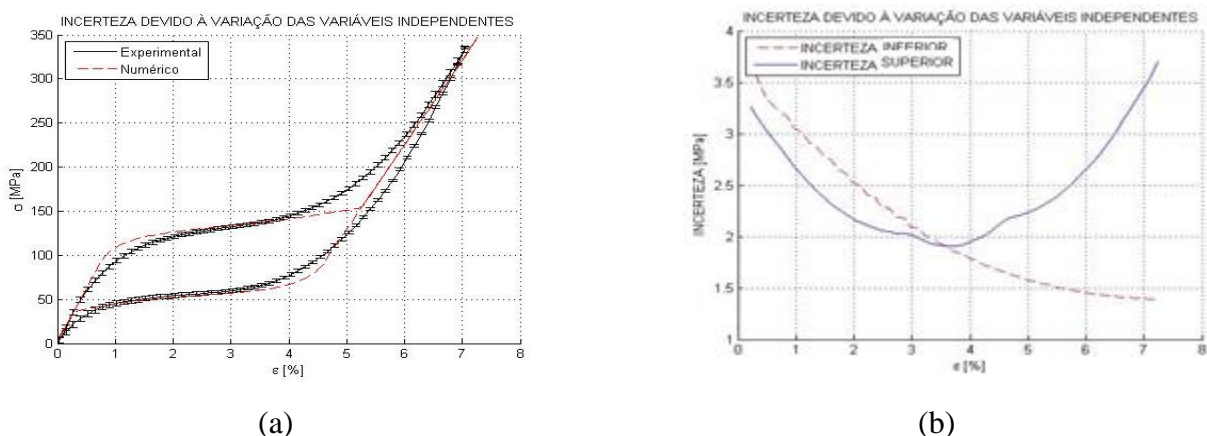


Figura 7.14 - (a) Incerteza devido a variação das variáveis independentes. (b) Comparação entre a parte superior com a parte inferior da curva de histerese.

Analisando os resultados é possível observar que a contribuição de incerteza U^V é menos expressiva do que a contribuição de U^c com respeito à parte superior da curva de histerese. Em relação à parte inferior do laço de histerese a contribuição de incerteza U^V é maior do que a contribuição de incerteza U^c somente no final da transformação de fase M^+ para A. A Figura 7.15 mostra contribuição da incerteza total, U^T .

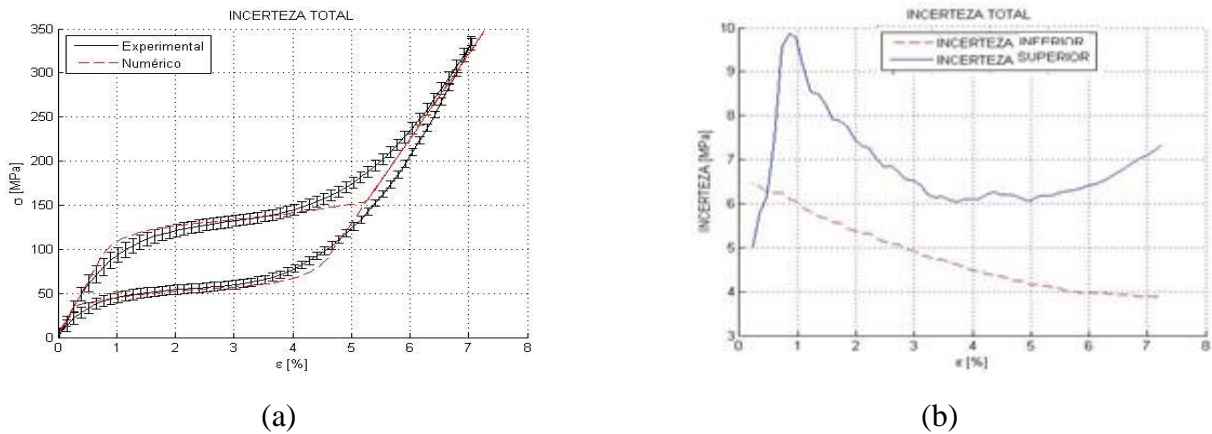


Figura 7.15 - (a) Contribuição da incerteza total. (b) Comparação entre a incerteza na parte superior e a parte inferior.

A incerteza devido ao número de ciclos tem o maior impacto no valor da incerteza total, seguida pela incerteza devido às variações das variáveis independentes, como mostrado na Figura 7.16. É importante salientar que a incerteza devido às variações das variáveis independentes e o número de ciclos variam durante o carregamento mecânico imposto ao corpo de prova.

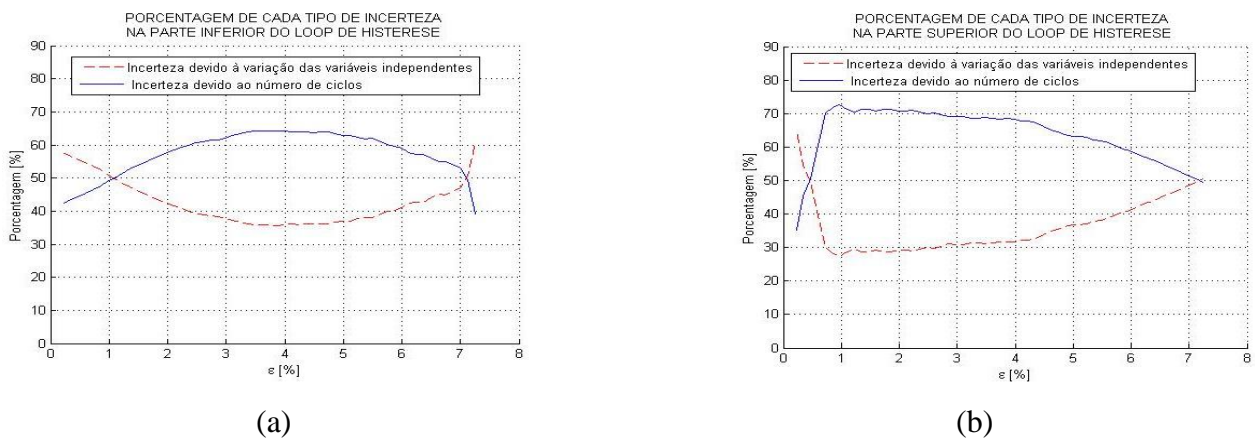


Figura 7.16 - (a) Porcentagem de cada tipo de incerteza referente a parte inferior da curva de histerese. (b) Porcentagem de cada tipo de incerteza referente à parte superior do laço de histerese.

A partir da Figura 7.17 é possível concluir que a incerteza expandida relativa é maior nos estágios inicial e final da curva de histerese. Isso acontece porque a contribuição de incerteza devido ao número de ciclos para o valor da incerteza total é a mais expressiva e tem o maior impacto nos estágios inicial e final da curva de histerese. Além disso, considerando a forma da Figura 7.2 é possível notar que a banda de histerese no início e no final dos estágios da curva de histerese é mais largo do que no resto da curva de histerese. Isto acontece devido a existência do efeito TRIP (Greenwood & Johnson, 1965 e Magee, 1966) que ocorre no estágio da curva de histerese. Com isso, o espaço entre os dados torna-se maior, aumentando a variância e o desvio padrão, ocorrendo uma maior incerteza no respectivo estágio.

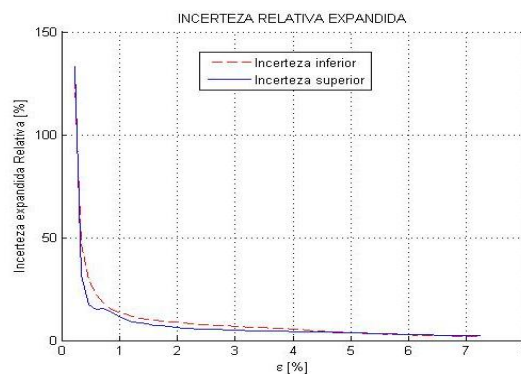
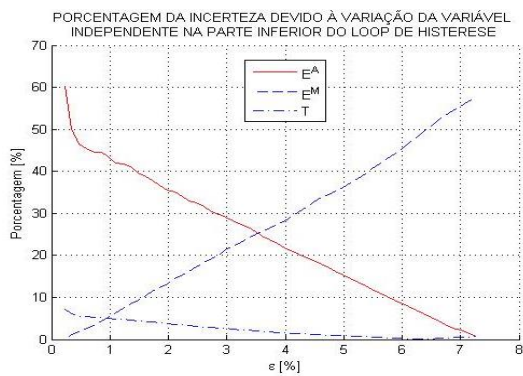
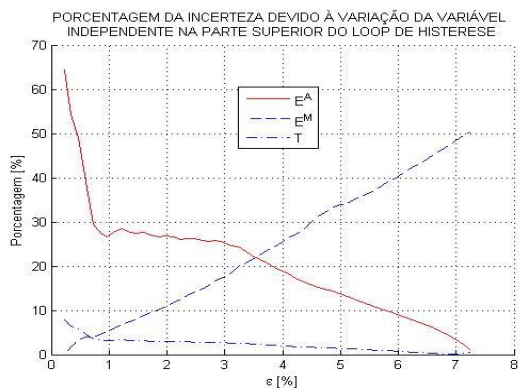


Figura 7.17– Incerteza expandida relativa, U^R .

Os parâmetros que mais contribuem para a incerteza total são E^A , E^M e T . A Figura 7.18 mostra a variação de cada parâmetro mencionado anteriormente em relação à incerteza total.



(a)



(b)

Figura 7.18 - (a) Porcentagem da contribuição da incerteza devido às variáveis independentes E^A , E^M e T na parte inferior do laço de histerese em relação à incerteza total. (b) Porcentagem da contribuição da incerteza devido às variáveis independentes E^A , E^M e T na parte superior do laço de histerese em relação à incerteza total.

8 CONCLUSÕES

Este trabalho apresenta um modelo constitutivo macroscópico para descrição do comportamento termomecânico das ligas com memória de forma em um contexto tridimensional. O modelo fenomenológico é desenvolvido dentro do contexto da mecânica do contínuo e dos materiais padrão generalizado. Desta forma, tem-se um modelo que não viola a segunda lei da termodinâmica. Nesse contexto, consideram-se densidades de energia livre para cada uma das fases macroscópicas e, depois, define-se a densidade de energia para a mistura. Em seguida, define-se um potencial de dissipação que permite descrever os aspectos dissipativos do comportamento do material. O modelo é baseado no modelo unidimensional de Paiva *et al.* (2005) que, por sua vez, é baseado no modelo de Fremond (1996). Quatro fases macroscópicas são consideradas assumindo diferentes propriedades para as fases austenítica e martensítica, sendo que a fase martensítica apresenta três variantes. As transformações de fase são induzidas por um indutor que considera efeitos desviadores e volumétricos que permitem descrever de forma adequada carregamentos normais e cisalhantes.

O modelo apresentado contempla diversos comportamentos termomecânicos, sendo capaz de descrevê-los de uma forma flexível, sem necessitar ajustes desnecessários de parâmetros. Dentre eles, vale destacar: pseudoelasticidade, efeito memória forma, sublaços devidos a transformação de fase incompleta, e transformação de fase devida à variação de temperatura.

Outra característica importante do modelo proposto é a descrição da plasticidade. Em essência, considera-se a plasticidade clássica, que utiliza endurecimentos cinemático e isotrópico, e a plasticidade induzida na transformação de fase (TRIP). A primeira, decorre de uma tensão aplicada ou de uma variação de temperatura, enquanto a segunda é causada por transformação de fases e, portanto, pode estar associado a baixos níveis de tensão. Uma contribuição importante diz respeito ao acoplamento entre a plasticidade e as transformações de fase o que permite a descrição do efeito memória de forma reversível (*two-way*).

O procedimento numérico emprega a técnica de partição do operador (Ortiz *et al.*, 1983) associada a um procedimento iterativo que permite tratar o problema acoplado a partir de problemas desacoplados. Assim sendo, o procedimento numérico utilizado trata o problema da transformação de fase desacoplada do problema da plasticidade. Essa abordagem permite o uso de ferramentas clássicas consagradas, e portanto, é confiável.

Simulações numéricas são conduzidas considerando testes uniaxiais e multiaxiais. Os testes uniaxiais mostram a capacidade do modelo em descrever os comportamentos típicos de ligas com memória de forma: pseudoelasticidade, efeito de memória de forma e transformação de fase devida à variação de temperatura. Além disso, o modelo também é capaz de descrever fenômenos complexos como sublaços devidos a transformações de fase incompletas, comportamento dependente das taxas de carregamento, plasticidade e o efeito TRIP.

Com relação aos testes multiaxiais, a invariância material é obedecida e resultados semelhantes são obtidos para ensaios de tração-compressão e cisalhamento puro. Quando se trata de resultados experimentais para os testes multiaxiais, a literatura existente não apresenta uma definição detalhada sobre as condições em que foram realizados os ensaios, como as taxas de carregamento utilizadas. Com isso a validação precisa do modelo se torna difícil uma vez que o modelo apresentado é dependente da taxa de carregamento. Mesmo assim, verifica-se uma concordância satisfatória entre os resultados numéricos e experimentais tanto nos testes axiais de tração e cisalhamento como nos testes com carregamento acoplados não-simultâneo.

As contribuições de incertezas neste estudo foram divididas em duas partes: devido ao número de ciclos do experimento e devidas as variantes independentes (parâmetros e a temperatura T). A incerteza mais significativa está associada ao número de ciclos. Os módulos elásticos são parâmetros do modelo que mais contribuem para a magnitude da incerteza total, seguidos pela temperatura. A comparação do resultado numérico com o resultado experimental mostra um resultado muito satisfatório.

Desta forma, acredita-se que o modelo constitutivo proposto é uma contribuição para a descrição do comportamento termomecânica das ligas com memória de forma. Ele consegue aliar flexibilidade com precisão, descrevendo de forma coerente diversos fenômenos tanto uniaxiais quanto multiaxiais. Diversos fenômenos associados podem ser descritos com um mesmo conjunto de parâmetros, evitando ajustes desnecessários.

O modelo constitutivo proposto nesta tese abre uma série de perspectivas de investigações futuras como realizar uma análise variando a taxa de carregamento, descrição do comportamento termomecânico de elementos estruturais como molas e vigas, estabelecer comparações entre o modelo apresentado com outros modelos tridimensionais disponíveis na literatura e implementar as equações constitutivas em um modelo de elementos finitos.

Além disso, investigações do próprio modelo ainda são importantes para aprimorá-lo. A diferença dos resultados em tensão e deformação prescrita é um ponto importante de ser investigado.

9 **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Abrassart, F., “Influence des Transformations Martensitiques sur les Propriétés Mécaniques des Alliages Du Système Fe-Ni-Cr-C”, Thèse d'État, Université de Nancy I (France), 1972.

Aguiar, R. A. A.; Savi, M. A. ; Pacheco, P. M. C. L., “Experimental And Numerical Investigations Of Shape Memory Alloy Helical Springs”, *Smart Materials & Structures*, v. 19, n.2, Article Number:025008, 2010.

Anton, S. R.; Sodano, H.A., “A Review of Power Harvesting Using Piezoelectric Materials (2003-2006)”, *Smart Materials and Structures*, 16,R1, 2007.

Auricchio, F.; Reali, A.; Stefanelli, U., 2007, “A Three-Dimensional Model Describing Stress-Induced Solid Phase Transformation with Permanent Inelasticity”, *International Journal of Plasticity*, v. 23, n. 2 pp.207–226, 2007.

Baêta-Neves, A. P.; Savi, M. A.; Pacheco, P. M. C. L., “On the Fremond’s Constitutive Model for Shape Memory Alloys”, *Mechanics Research Communication*, v. 31, n. 6, pp. 677-688, 2004.

Barbato G., Germak A., D’Agostino D, “Misurare per Decidere”, *Progetto Leonardo*, Bologna, 2005.

Halphen, Bernard and Son Nguyen, Quoc, “Sur les Matériaux Standard Generalizes”, *Journal de Mécanique*, v. 14, pp. 39-63, 1975.

Bernardini D.; Rega, G., “Thermomechanical Modelling, Nonlinear Dynamics and Chaos in Shape Memory Oscillators, Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems, v. 11, n. 3, pp. 191-314, 2005.

Brennan, M. J., “Some Recent Developments in Adaptive Tuned Vibration Absorbers/Neutralisers”, *Shock And Vibration*, v. 13, n. 4-5, pp. 531-543, 2006.

Brinson, L.C., “One Dimensional Constitutive Behavior of Shape Memory Alloys: Themomechanical Derivation with Non-constant Material Functions and Redefined martensite

Internal Variable”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 4, n.2, pp. 229-242, 1993.

Brocca, M.; Brinson, L.C. & Bazant, Z.P., “Three-Dimensional Constitutive Model for Shape Memory Alloys Based on Microplane Model”, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, v.50, n. 5, pp.1051–1077, 2002.

Carlson, J. D., "The Promise of Controllable Fluids", *Actuator 94*, 4th Int. Conf. on New Actuators, eds. H. Borgmann and K. Lenz, Axon Technologies Consult GmbH, pp.266-270, 1994.

Carlson, J. D.; Weiss K. D., "A Growing Attraction to Magnetic Fluids", *Machine Design*.v. 66,n. 15, pp. 61, 1994.

Carlson, J. D. et al., "Magnetorheological Fluid Dampers", U.S. Patent 5,277,282. (1994) and "Magnetorheological Fluid Devices", U.S. Patent 5,284,330, 1994.

Carlson J. D.; Catanzarite D.M.; St. Clair, “ Commercial Magneto-Rheological Fluid Device”, 5 th Int. Conf on Electrorheological Magneto-rheological Suspensions and Associated Technology, Sheffield, July, 1995.

Carlson, J. D.; W. Matthis, and J. R. Toscano. “Smart Prosthetics Based On Magnetorheological Fluid”, *Proceedings of SPIE* 43:4332-4336, 2001.

Carlson, J.D., “MR Fluids and Devices in The Real World”, *International Journal of Modern Physics B*,v. 19, n. 7-9, pp.1463-1470, 2005.

Chang, L. C. & Read, T. A., “Institute of Metals Division –Plastic Deformation and Diffusion Phase in Metals-the Gold-Cadmium Beta Phase”, *AIME*, 1952

Cherkaoui, M., Berveiller, M. & Sabar, H., “Micromechanical Modeling of Martensitic Transformation Induced Plasticity (TRIP) in Austenitic Single Crystals”, *International Journal of Plasticity*, v. 14, n. 7, pp. 597-626, 1998.

De Marqui Junior., C. ; Ertuk, A., “Electroaeroelastic analysis of airfoilbased wind energy harvesting using piezoelectric transduction and electromagnetic induction”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures (Print)*, v. 24, p. 846-854, 2013.

Denis, S.; Simon, A. and Beck, G., “Estimation of the Effect of Stress/Phase Transformation Interaction when Calculating Internal Stress during Martensitic Quenching of Steel”, *Trans. Iron Steel Inst. Jap*, v. 22, n.7, pp. 504-513, 1982.

Desalos, Y., "Comportement Dilatométrique et Mécanique de l'Austénite Métastable d'un Acier A 533", IRSID Report no. 95.34.94.01 MET 44, 1981.

Dias, J. A. C. ; De Marqui Junior, C. ; Erturk, A., "Hybrid piezoelectric-inductive flow energy harvesting and dimensionless electroaeroelastic analysis for scaling", Applied Physics Letters, v. 102, p. 044101-044101-5, 2013.

Donelan ,J. M.; Li, Q.; Naing,V.; Hoffer ,J. A.; Weber, D. J.; Kuo , A. D., "Biomechanical Energy Harvesting: Generating Electricity During Walking with Minimal User Effort", Science (2008) v. 319. n. 5864, pp. 807 - 810, 2008.

Duering,T.; Pelton, A.; Stockel,D., "An overview of Nitinol Medical Applications" , Materials Science and Engineering A273-275, pp. 149-160, 1999.

Dyke, S. J.; Spencer, B. F.; Sain, M. K.; Carlson, J. D., "Modeling and Control of Magnetorheological Dampers for Seismic Response Reduction", Smart Materials & Structures,v. 5,n.5, pp. 565-575, 1996.

Erigen, A. C. "Mechanics of Continua". John Wiley & Sons, New York, 1967.

Erturk, A. & Inman, D. J., "Issues In Mathematical Modeling Of Piezoelectric Energy Harvesters", Smart Materials and Structures, v. 17, n. 6, pp. 065016, 2008.

Feenstra, J., Granstrom, J., Sodano, H.A., "Energy Havesting Through a Backpack Employing a Mechanically Amplified Piezoelectric Stack", Mechanical Systems And Signal Processing", v. 22, n.3, pp. 721-734, 2008

Fischer F.D., Oberaigner, E.R., Tanaka, K. & Nishimura, F., "Transformation Induced Plasticity Revised an Update Formulation", International Journal of Solids and Structures, v. 35, n. 18, pp. 2209-2227, 1998.

Fischer, F.D., Reisner, G., Werner, E., Tanaka, K., Cailletaud, G. & Antretter, T., "A New View on Transformation Induced Plasticity", International Journal of Plasticity, v. 16, pp. 723-748, 2000.

Fremond, M., "Matériaux à Mémoire de Forme", C.R. Acad. Sc. Paris, Tome 304, s. II, n. 7, pp. 239-244, 1987.

Fremond, M., "Shape Memory Alloy: A Thermomechanical Macroscopic Theory", CISM Courses and Lectures, n. 351, pp. 3-66, New York, 1996.

Genta G., “Methods for uncertainty evaluation in measurement”, VDM Verlag, Saarbrücken, 2010.

Greninger A. B, Mooradian V.G., “ Strain Transformation in Metal-Stable Beta Copper-Thin Alloys”, *Trans Met Soc AIME*, v.128, pp. 337-368, 1938.

Ibrahim, R.A., “Recent Advances in Nonlinear Passive Vibration Isolators”, *Journal of Sound and Vibration*, v. 314, n. 3, pp. 371–452, 2008.

Jackson, C.M; Wagner, H. J.; Wasilewski, R.J., “55-Nitinol –The Alloy with a Memory: Its Physical Metallurgy, Properties and Applications, Nasa-SP -5110, 1972.

Jolly, MR; Bender, JW; Carlson, JD, “Properties and Applications of Commercial Magnetorheological Fluids”, 5th Annual International Symposium on Smart Structures and Materials. International Society for Optics and Photonics, pp. 262-275, 1998.

Junior, C.D.M.; Erturk, A.; Inman, D. J., “An Electromechanical Finite Element Model for Piezoelectric Energy Harvester Plates”, *Journal of Sound and Vibration*, v. 327, Issues 1-2, pp. 9-25, 2009.

Galhardi, M. A.; Guilherme, T. H.; Junior, V. L., “A Review of Power Harvesting on Mechanical Vibration Using Piezoelectric Materials and Applications” 7th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications, UNESP, May, 2008.

Gall, K.; Sehitoglu, H., “The Role of Texture in Tension-Compression Asymmetry in Polycrystalline Ni-Ti”, *International Journal of Plasticity*, 15, pp. 69-92, 1999.

Ganghoffer, J. F., Simonsson K., “A Micromechanical Model of the Martensitic Transformation”, *Mechanics of Materials*, v. 27, pp. 125-144, 1998.

Gautier, E.; Zhang, X.M. & Simon, A., “Role of Internal Stress State on Transformation Induced Plasticity and Transformation Mechanisms during the Progress of Stress Induced Phase Transformation”, *International Conference on Residual Stresses – ICRS2*, (Ed: G. Beck, S. Denis & A. Simon), Elsevier Applied Science, London, pp. 777-783, 1989.

Gautier, E., “Déformation de transformation et plasticité de transformation”, *École d'été MH2M, Méthodes d'Homogénéisation en Mécanique des Matériaux*, La Londe Les Maures (Var, France), 1998.

Grabe, C.; Bruhns, O. T., “Tension/Torsion Tests of Pseudoelastic, Polycrystalline Niti Shape Memory Alloys under Temperature Control”, *Material Science Engineering A*, v. 481, pp. 109-113, 2008.

Greenwood, G.W. & Johnson, R.H., 1965, "The Deformation of Metals under Small Stresses during Phase Transformation", Proceedings of the Royal Society A 283, v. 283, n. 1394 pp. 403-422, 1965.

Greninger, A. B. & Mooradian, V, G. "Strain Transformation in Metastable Beta Copper-zinc and Beta Copper-tin Alloys" A.I.M.E., 1938.

Grisso, B.L.; Inman, "D.J., Temperature Corrected Sensor Diagnostics for Impedance-Based SHM", Journal of Sound and Vibration, v. 329, n. 12, pp. 2323-2336, 2010.

GUM, JCGM 100:2008, "Evaluation of measurement data - Guide to the expression of uncertainty in measurement, 2008."

Hartl, DJ; Chatzigeorgiou, G; Lagoudas, DC, "Three-Dimensional Modeling and Numerical Analysis of Rate-Dependent Irrecoverable Deformation in Shape Memory Alloys", International Journal of Plasticity, v. 26, n.10, pp. 1485-1507, 2010.

Janocha; H. , "Application Potential of Magnetic Field Driven New Actuators", Sensors and Actuators A: Physical, v. 91, n. 1-2, pp. 126-132, 2001.

Kalamkarov, A.L. & Kolpakov, A.G., "Analysis, Design and Optimization of Composite Structures", John Wiley & Sons, Chichester, New-York, 1997.

Kavlicoglu, B., Gordaninejad, F., Evrensel, C. A., Cobanoglu, N., Xin, M., Heine, C., Fuchs, A., and Korol, G., "A High-Torque Magneto-Rheological Fluid Clutch", Proceedings of SPIE Conference on Smart Materials and Structures, San Diego, March 2002.

Kordonsky, WI; Gorodkin, SP; Demchuk, SA, "Magnetorheological Control of Heat-Transfer", International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 36, n. 11, pp. 2783-2788, 1993.

Lagoudas, D.C., Entchev, P.B. & Kumar, P.K., 2003, "Thermomechanical Characterization SMA Actuators under Cyclic Loading", Proceedings of IMECE'03, ASME International Mechanical Engineering Congress, 2003.

Lagoudas, D. C.; Entchev, P. B.; Popov, P.; Patoor, E.; Brinson, L. C.; Gao, X., "Shape memory alloys, Part II: Modeling of Polycrystals", Mechanics of Materials, v.38, n.5, pp.430-462, 2006.

Lagoudas, D.C., "Shape Memory Alloys, Modeling and Engineering Applications", Department of Aerospace Engineering Texas A&M University, Springer Science Business Media, LLC, 2008.

Leblond, JB; Devaux, J; Devaux, JC “Mathematical Modeling of Transformation Plasticity in Steels I: Case of Ideal-Plastic Phases”, *International Journal of Plasticity*; v. 5, pp.551-572,

Leblond, J., “Mathematical Modeling of Transformation Plasticity in Steels II: Coupling with Strain Hardening Phenomena”, *International Journal of Plasticity*, v. 5, pp. 573-591, 1989.

Lemaitre, J.; Charboche, J. L. *Mechanics of Solid Materials*. Cambridge University Press, 1990.

Levitas, V.I.; Preston, D. L.; Lee, D.-W., “Three-dimensional Landau Theory for Multivariant Stress-induced Martensitic Phase Transformations. III. Alternative Potentials, Critical Nuclei, kink Solutions, and Dislocation Theory”, *Physical Review B*, v. 68, n. 13, pp. 134201, 2003.

Li, Q.; Naing, V. & Donelan, J.M., “Development of A Biomechanical Energy Harvester”, *Journal of Neuro-Engineering and Rehabilitation*, v. 6, n.22, 2009.

Loureiro da Silva, L. ; Savi, M. A. ; Monteiro Jr, P. C. C. ; Antoun Netto, T., “On the Effect of the Piezoelectric Hysteretic Behavior in the Vibration-Based Energy Harvesting”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures (Print)*, v. 24, p. 1278-1285, 2013.

Machado, L. G; Savi. M. A. “Aplicações Odontológicas das Ligas com Memória de Forma”. *Revista Brasileira de Odontologia*, v.59, n. 5, pp. 302-306, 2002.

Machado, L. G; Savi. M. A., “Medical Applications of Shape Memory Alloys”. *Brazilian Journal of Medical and Biological Research*.v. 36, n. 6, pp. 302-306, 2003.

Machado, L. G. ; Savi, M. A. ; Pacheco, P. M. C. L.. *Nonlinear Dynamics and Chaos in Coupled Shape Memory Oscillators*.*International Journal of Solids and Structures*, v. 40, n. 19, pp. 5139-5156, 2003.

Machado, L.G.; Lagoudas, D.C.; Savi, M.A. “Lyapunov exponents estimation for hysteretic systems”, *International Journal of Solids and Structures*, v. 46, n, 6, pp. 1269-1286, 2009.

Magge C.L., “Transformation Kinetics, Microplasticity and Aging of Martensite in Fe-31 Ni”, PhD, Thesis, Carnegie Institute of Technology, Pittsburg, PA, 1996.

Manach, P.; Favier, D. “Shear and Tensile Thermomechanical Behavior of Near Equiatomic NiTi Alloy”, *Material Science and Engineering A*, v. 222, n. 1 pp.45-47, 1997.

Marketz, F. & Fischer, F.D., “A Micromechanical Study on the Coupling Effect between Microplastic Deformation and Martensitic Transformation”, *Computational Materials Science*, v. 3, n. 2, pp. 307-325, 1994.

Matsumoto, O.; Miyazaki, S.; Otsuka, K.; Tamura, H., “Crystallography of Martensitic-Transformation in Ti-Ni Single Crystal”, *ACTA Metallurgica*, v.35, n. 8, pp.2137-2144, 1987.

McNaney, J.M.; Imbeni, V.; Jung, Y.; Papadopoulos, P.; Ritchie, R.O. “An Experimental Study of the Superelastic Effect in a Shape-Memory Nitinol Alloy under Biaxial Loading”, *Mechanics of Materials*, v.35, n.10, pp.969-986, 2003.

Monteiro Jr., P.C.C., Savi, M.A., Netto, T.A. & Pacheco, P.M.C.L., “A Phenomenological Description of the Thermomechanical Coupling and the Rate-Dependent Behavior of Shape Memory Alloys”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v.20, n.14, pp.1675-1687, 2009.

Nitsche, R.; Gaul, L, “Smart Friction Driven Systems”, *Smart Materials and Structures Smart Mater.Struct.*,v. 14,n. 1, pp. 231–236, 2005.

Nuffer, J.; Bein, T.,”Application of Piezoelectric Materials in Transportation Industry”, *Global Symposium on Innovative Solutions for the Advancement of the Transport Industry*, San Sebastian, Spain, October, v. 4, n.6, 2006.

Olabi, A. G. & Grunwald, A., “Design and Application of Magneto-rheological Fluid”, *Materials and Design* v.28, n. 10, pp. 2658-2664, 2007.

Olabi, A. G. & Grunwald, A. “Design and Application of Magnetostrictive Materials”, *Materials & Design*, v. 29, n. 2, pp. 469-483, 2008.

Oliveira S. A.; Savi M. A., Kalamkarov A. L. “A Three-Dimensional Constitutive Model For Shape Memory Alloys”, *Archive of Applied Mechanics*,v. 80,n.10, pp. 1163-1175, 2010.

Olson, G.B. & Cohen, M., “Mechanical Properties and Phase Transformation in Engineering Materials”, *TMSAIME*, Warrendale, Pa (Ed: S. D. Antolovich, R. O. Ritchie and W. W. Gerberich), pp.367, 1986.

Ortiz, M.; Pinsky; P.M.; Taylor, R.L., “Operator Split Methods for The Numerical Solution of The Elastoplastic Dynamic Problem”, *Computer Methods of Applied Mechanics and Engineering*, v. 39, n. 2, pp.137-157, 1983.

Otsuka,K& Ren, X., “Recent Developments in The Research of Shape Memory

Alloys”, *Intermetallics*, v. 7, n. 5, pp. 511-528, 1999.

Paiva, A.; Savi, M. A. “An Overview of Constitutive Models for Shape Memory Alloys”, *Mathematical Problems in Engineering*, Article ID56876, v. 2006, pp. 1-30, 2006.

Paiva, A., “Modelagem do Comportamento Termomecânico das Ligas com Memória de Forma”, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Mecânica, PUC – Rio, 2004.

Paiva, A.; Savi, M. A., “Sobre os Modelos Constitutivos Com Cinética de Transformação Assumida para Ligas com Memória de Forma”, COBEM 1999-XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Águas de Lindóia, 1999.

Paiva, A.; Savi, M.A.& Pacheco; P.M.C.L “Modeling Transformation Induced Plasticity in Shape Memory Alloys”, COBEM 2005 - 18th International Congress of Mechanical Engineering, Ouro Preto, 2005a.

Paiva A.; Savi M.A.; Braga, A.M.B & P.M.C.L. Pacheco, “A Constitutive Model for Shape Memory Alloys Considering Tensile-Compressive Asymmetry and Plasticity”, *International Journal of Solids and Structures*,v.42, n 11-12, pp.3439-3457, 2005b.

Panico, M.; Brinson, L. C., “A Three-Dimensional Phenomenological Model for Martensite Reorientation in Shape Memory Alloy”, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, v. 55, n. 11, pp. 2491-2511, 2007.

Patoor, E.; Lagoudas, D. C.; Entchev; P. B.; Brinson, L. C.; Gao, X., “Shape Memory Alloys, Part I: General Properties and Modeling of Single Crystals”, *Mechanics of Materials*, v.38, n. 5, pp.391–429, 2006.

Peairs D. M.; Park G.; Inman D. J., “Practical Issues of Activating Self-Repairing Bolted Joints”, *Smart Materials & Structures*, v. 13,n.6, pp. 1414-1423, 2004.

Popov, P.; Lagoudas, D. C., “A 3-D Constitutive Model for Shape Memory Alloys Incorporating Pseudoelasticity and Detwinning of Self-accommodated Martensite”, *International Journal of Plasticity*, v.23, n. 10, pp.1679–1720, 2007.

Prabakar R.S., Sujatha C., Narayanan S. (2009), “Optimal Semi-Active Preview Control Response of a Half Car Vehicle Model with Magnetorheological Damper”, *Journal of Sound and Vibration*, v. 326, n. 3, pp. 400–420, 2009.

PUMA (Procedure for Uncertainty Management)-ISO 14253-2.

Qiu, J., Ji, H., Zhu, K., “Semi-Active Vibration Control Using Piezoelectric Actuators In Smart Structures”, *Frontiers of Mechanical Engineering in China*, v. 4, n. 3, pp. 242–251,

2009.

Rabinow, J., "The Magnetic Fluid Clutch", *Electrical Engineering*, v. 67, n. 12, p. 1167-1167, 1948a.

Rabinow, J., "Magnetic Fluid Clutch", *National Bureau of Standards Technical News Bulletin*, v. 32, n. 4, pp. 54-60, 1948b.

Rabinow, J., "Magnetic Fluid Torque and Force Transmitting Device", U.S. Patent 2,575,360, 1951.

Rediniotis O.K.; Wilson L.N.; Lagoudas D.C., Khan, M. M., "Development Of A Shape-Memory-Alloy Actuated Biomimetic Hydrofoil", *Journal of Intelligent Material Systems And Structures*, v. 13, n.1, pp.35-49, 2002.

Rockafellar, R. T., "Convex Analysis", Princeton Press, New Jersey, 1970.

Saadat, S., Salichs J., Noori, M., Hou, Z., Davoodi, H., Bar-On, I., Suzuki Y., Masuda, A., "An overview of vibration and seismic applications of NiTi shape memory alloy", *Smart Materials and Structures*, v.11, n. 2, pp. 218–229, 2002.

Santos B.C, Savi, M.A., "Nonlinear Dynamics of a Nonsmooth Shape Memory Allo Oscillator", *Chaos, Solitons & Fractals*, v. 40, n. 1, pp. 197-209, 2009.

Sato. Y., and Tanaka K. "Estimztion of Energy Dissipation in Alloys due to Stress-induced Martensitic Transformation" *Res. Mechanic*, Elsevier Applied Science Publishers Ltd England, v. 23, pp. 381-393, 1998.

Savi, M. A., Braga, A.M.B., "Chaotic Vibration of Oscilator with Shape Memory" *Journal of The Brazilian Society for Mechanical Sciences*, v. 15, n. 1, pp.1-20, 1993.

Savi, M. A.; Paula, A. S.; Lagoudas, D. C., " Numerical Investigation of Adaptative Vibration Absorver Using Shape Memory Alloys", *Journal of Intelligent Material System and Structures (JIM)*, v. 22, n. 1, pp. 67-80, 2011.

Savi, M.A.; Paiva, A., Describing Internal Subloops Due to Incomplete Phase Transformations in Shape Memory Alloys, *Archive of Applied Mechanics*, v. 74, n. 9, pp.637-647, 2005.

Savi, M. A.; Pacheco, P. M. C. L.; Braga A. M., "Chaos in a Shape Memory Two-Bar Truss", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, v. 37, n. 8, pp. 1387-1395, 2002b.

Savi, M. A.; Paiva A.; Baeta-Neves A. P.; Pacheco P. M. C. L., "Phenomenological

Modeling and Numerical Simulation of Shape memory: A Thermo-Plastic_phase Transformation Coupled Model”, *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures*, v. 3, n. 5, pp. 261-273, 2002a.

Savi, M. A., Sa', M. A. N., Paiva, A., Pedro M.C.L. Pacheco, P. M. C. L. “Tensile-Compressive Asymmetry Influence on Shape Memory Alloy System Dynamics”, *Chaos, Solitons and Fractals*, v. 36, n. 4, p. 828-842, 2008.

Schroeder, T.A.; Wayman, C.M., “The Formation of Martensite and The Mechanism Of The Shape Memory Effect in Single Crystals Of Cu-Zn Alloys”, *ACTA Metallurgica*, v. 25, n. 12, p. 1375-1391, 1977.

Shaw, J. A.; Kyriades, S., “Thermomechanical Aspects of Ni-Ti”, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, v. 43, n. 8, pp.1243-1281, 1995.

Shtarkman, E. M., “Rheological Fluid Responsive to Magnetic Field|Comprises Reduced Carbonyl-Iron Particles, Silica Gel and Silicone Oil and Is Useful in Shock Absorbers”, Patent Number(s): **US4992190-A**, Assignee: TRW INC, 1991.

- Simo, J. C. & Hugles, T. J. R. , " Computacional Inelasticity" , Springer, 1998.

Sitnikova, E., Pavlovskaja, E., Wiercigroch, M., Savi, M. A. “Dynamics of An Impact Oscillator with SMA Constraint”, *European Physical Journal-Special Topics*, v. 165, n. 1, pp. 229-238, 2008.

Sittner, P., Hara, Y. and Tokuda, M. “Experimental Study on the Thermoelastic Martensitic Transformation in Shape Memory Alloy Polycrystal Induced by Combined External Forces”, *Metall. Mater. Trans.*, v. 26, n.11, pp. 2923-2935, 1995.

Sodano, H.A., Lloyd, J. & Inman, D.J., “An Experimental Comparison Between Several Active Composite Actuators for Power Generation”, *Smart Materials and Structures*, v. 15, n. 5, p. 1211, 2006.

Sodano, H.A., Inman, D.J. & Park, G., “Comparison of Piezoelectric Energy Harvesting Devices for Recharging Batteries”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, v. 16, n. 10, p. 799-807, 2005.

Sodano, H.A., Inman, D.J. & Park, G., “A Review of Power Harvesting from Vibration Using Piezoelectric Materials”, *The Shock and Vibration Digest*, v. 36, n. 3, pp. 197-205, 2004a.

Souza, A.C.; Mamiya, E. N.; Zouain, N. “Three-Dimensional Model for Solids

Undergoing Stress-Induced Phase Transformations”. *European Journal of Mechanics - ASolids*, v.17, n. 5, pp.189-806, 1998.

Sodano, H.A., Park, G. & Inman, D.J., " A review of power harvesting from vibration using piezoelectric materials. *Shock and Vibration Digest*, v. 36, n. 3, p. 197-206, 2004b.

Spencer Jr, B.F., Dyke, S.J., Sain, M.K. & Carlson, J.D., “Phenomenological Model for Magnetorheological Dampers”, *Journal of Engineering Mechanics*, v. 123, n. 3, pp. 230-237, 1997.

Stringfellow, R.G., Parks, D.M. & Olson, G.B., “A Constitutive Model for Transformation Plasticity Accompanying Strain-induced Martensitic Transformation in Metastable Austenitic Steels”, *ACTA Metallurgical*, v. 40, n. 7, pp. 1703-1716, 1992.

Taleb, L.; Cavallo, N.; Waeckel, F., “Experimental Analysis of Transformation Plasticity”, *International Journal of Plasticity*, v. 17, n. 1, pp. 1-20, 2001.

Taleb, L; Sidoroff, F, “A Micromechanical Modeling of The Greenwood-Johnson Mechanism in Transformation Induced Plasticity “, *International Journal of Plasticity*,v.19, n. 10, pp1821-1842, 2003.

Tobushi, H.; Iwanaga, N.; Tanaka, K.; Hori, T.; Sawada, T., “Deformation Behavior of Ni-Ti Shape Memory Alloy Subjected to Variable Stress and Temperature”, *Continuum Mechanics Thermodynamics*, v.3, pp.79-93, 1991.

Yang, R.; Qin, Y.; Li, C.; Zhu, G.; Wang, Z.L., “Converting Biomechanical Energy into Electricity by a Muscle-Movement-Driven Nanogenerator”, *Nano Lett.*, v. 9,n. 3, pp. 1201–1205, 2009.

Yang, G.; Spencer Jr, B. F.; Carlson, J. D.; Sain, M. K., “Large-scale MR Fluid Damper: Modeling and Dynamic Performance Consideration”, *Engineering Structures*,v.24,n. 3, pp. 309-323, 2002.

Wang, Y. F.; Yue, Z. F.; Wang, J. “Experimental and Numerical Study of the Superelastic Behavior on NiTi Thin-walled Tube under Biaxial Loading”. *Computational Materials Science* v.40, n. 2, pp. 246-254, 2007.

webdocs.cs.ualberta.ca/~database/MEMS/sma_mems/bone.html.

webdocs.cs.ualberta.ca/~database/MEMS/sma_mems/muscle.html.

webdocs.cs.ualberta.ca/~database/MEMS/sma_mems/flap.htm.

Weiss K. D.; Duclos, T. G.; Carlson, J. D.; Chrzan, M. J.; Margida, A. J., "High Strength Magneto-and Electro-rheological Fluids", Society of Automotive Engineers, SAE Paper # 932451, 1993.

Weiss, K.D., J.D. Carlson; D.A. Nixon, "Viscoelastic Properties of Magneto- and Electro-Rheological Fluids" *J. Intell. Mater. Syst. and Struct.* v. 5, n. 6, pp. 772-775, 1994.

Williams, K; Chiu, G.; Bernhard, R., "Adaptive-Passive Absorbers Using Shape-Memory Alloys", *Journal of Sound and Vibration*, v. 249, n. 5, pp. 835-848, 2002.

Zaki, W.; Moumni, Z., "A Three-dimensional Model of the Thermomechanical Behavior of Shape Memory Alloys", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, v. 55, n. 11, p. 2455-2490, 2007.

Zhang, X.D.; Rogers, C.A.; Liang, C., "Modeling of Two-way Shape Memory Effect", *Smart Structures and Material - ASME*, v.1, pp. 79-90, 1991.

Zwigg, P. & Dunand, D.C., "A Nonlinear Model for Internal Stress Superelasticity", *ACTA Materialia*, v. 45, n. 12, pp. 5285-5294, 1997.

APÊNDICE

APÊNDICE - COEFICIENTES DE SENSIBILIDADE DE CADA PARÂMETRO

$$\gamma = \varepsilon + \alpha^h \left(\varepsilon + \alpha^h \left(\beta_{ant}^- + \frac{dt(-\alpha\varepsilon + \Lambda_2 - \beta^-(2\alpha^h\alpha + \alpha^hE) + \beta^+(2\alpha^h\alpha + (\alpha^h)^2E) - \alpha^h(\varepsilon E - \Omega(T - T_o)))}{\eta^-} \right) \right. \\ \left. - \alpha^h \left(\beta_{ant}^+ + \frac{dt(\alpha\varepsilon + \Lambda_1 - \beta^+(2\alpha^h\alpha + \alpha^hE) + \beta^-(2\alpha^h\alpha + (\alpha^h)^2E) + \alpha^h(\varepsilon E - \Omega(T - T_o)))}{\eta^+} \right) \right)$$

$$\lambda = E^M - (E^M - E^A) \left(\beta_{ant}^A + \frac{(-\Lambda_3 + 0.5(-\alpha^h(\beta^- - \beta^+) + \varepsilon)^2(E^A - E^M) + (-\alpha^h(\beta^- - \beta^+) + \varepsilon)(\Omega^A - \Omega^M)(T - T_o))}{\eta^A} \right)$$

$$\wp = \frac{(-\Lambda_3 + 0.5(\alpha^h(\beta^- - \beta^+) + \varepsilon)^2(E^A - E^M) + (\alpha^h(\beta^- - \beta^+) + \varepsilon)(\Omega^A - \Omega^M)(T - T_o))}{\eta^A}$$

$$c_{E^M} = - \frac{\alpha(-\alpha^h\beta^+(1 - \beta^A) + \beta^-(\alpha^h)^2(1 - \beta^A) + \alpha^h\varepsilon(1 - \beta^A))dt}{\eta^+} + \frac{\alpha(-\alpha^h\beta^-(1 - \beta^A) + \beta^+(\alpha^h)^2(1 - \beta^A) - \alpha^h\varepsilon(1 - \beta^A))dt}{\eta^-} \\ + \gamma \left(1 + \frac{(0.5(\alpha^h(\beta^- - \beta^+) + \varepsilon))^2(E^M - E^A)}{\eta^A} - \beta_{ant}^A + \wp \right) + \left(- \left(\frac{(\alpha^h)^2(1 - \beta^A)(\alpha^h\beta^- - \beta^+ + \varepsilon)dt}{\eta^+} \right) + \left(\frac{(\alpha^h)^2(1 - \beta^A)(\alpha^h\beta^+ - \beta^- - \varepsilon)dt}{\eta^-} \right) \right) \lambda \\ - \frac{(0.5(\alpha^h(\beta^- - \beta^+) + \varepsilon)^2(\Omega^M - \Omega^A)(T - T_o))}{\eta^A}$$

$$\begin{aligned}
c_{E^A} = & -\frac{\alpha(-\alpha^h\beta^+\beta^A + \beta^-(\alpha^h)^2\beta^A + \alpha^h\epsilon\beta^A)dt}{\eta^+} + \frac{\alpha(-\alpha^h\beta^-\beta^A + \beta^+\beta^A - \alpha^h\epsilon\beta^A)dt}{\eta^-} + \gamma \left(-\frac{(0.5(\alpha^h(\beta^- - \beta^+) + \epsilon))^2(E^M - E^A)}{\eta^A} + \beta_{ant}^A + \wp \right) \\
& + \left(-\left(\frac{(\alpha^h)^2\beta^A(\alpha^h\beta^- - \beta^+ + \epsilon)dt}{\eta^+} \right) + \left(\frac{(\alpha^h)^2\beta^A(\alpha^h\beta^+ - \beta^- - \epsilon)dt}{\eta^-} \right) \right) \lambda + \frac{(0.5(\alpha^h(\beta^- - \beta^+) + \epsilon))^2(\Omega^M - \Omega^A)(T - T_o)}{\eta^A} \\
c_{\Omega^A} = & \lambda \left(\frac{(\alpha^h)^2\beta^A(T - T_o)dt}{\eta^+} + \frac{(\alpha^h)^2\beta^A(T - T_o)dt}{\eta^-} \right) + \frac{\alpha\alpha^h\beta^A(T - T_o)dt}{\eta^+} \\
& + \frac{\alpha\alpha^h\beta^A(T - T_o)dt}{\eta^-} - \left(\frac{(\alpha^h(-\beta^+ + \beta^-) + \epsilon)(E^A - E^M)}{\eta^A} \right) \lambda(T - T_o) - \left((\beta_{ant}^A + \wp) - \frac{((\alpha^h(-\beta^+ + \beta^-) + \epsilon)(\Omega^M - \Omega^A)(T - T_o))}{\eta^A} \right) (T - T_o)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{\Omega^M} = & \lambda \left(\frac{(\alpha^h)^2(1 - \beta^A)(T - T_o)dt}{\eta^+} + \frac{(\alpha^h)^2(1 - \beta^A)(T - T_o)dt}{\eta^-} \right) + \frac{\alpha\alpha^h(1 - \beta^A)(T - T_o)dt}{\eta^+} \\
& + \frac{\alpha\alpha^h(1 - \beta^A)(T - T_o)dt}{\eta^-} + \left(\frac{(\alpha^h(-\beta^+ + \beta^-) + \epsilon)(E^A - E^M)}{\eta^A} \right) \lambda(T - T_o) - \left((1 - \beta_{ant}^A - \wp) + \frac{((\alpha^h(-\beta^+ + \beta^-) + \epsilon)(\Omega^M - \Omega^A)(T - T_o))}{\eta^A} \right) (T - T_o)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{\alpha^h} = & \lambda \left(-\beta_{ant}^+ + \beta_{ant}^- + \frac{\left(dt(-\alpha\epsilon + \Lambda_2 - \beta^-(2\alpha\alpha^h + \alpha^h E) + \beta^+(2\alpha\alpha^h + (\alpha^h)^2 E) - \alpha^h(\epsilon E - \Omega(T - T_o))) \right)}{\eta^-} \right. \\
& - \frac{\left(dt(\alpha\epsilon + \Lambda_1 - \beta^+(2\alpha\alpha^h + \alpha^h E) + \beta^-(2\alpha\alpha^h + (\alpha^h)^2 E) + \alpha^h(\epsilon E - \Omega(T - T_o))) \right)}{\eta^+} - \frac{\alpha^h dt(\epsilon E - \beta^+(2\alpha + E) + \beta^-(2\alpha + 2\alpha^h E) - \Omega(T - T_o))}{\eta^+} \\
& + \frac{\alpha^h dt(-\epsilon E - \beta^-(2\alpha + E) + \beta^+(2\alpha + 2\alpha^h E) + \Omega(T - T_o))}{\eta^-} \left. \right) - \left(\frac{(-E^A + E^M)}{\eta^A} \right) \lambda \left((\beta^- - \beta^+) (\alpha^h (-\beta^+ + \beta^-) + \epsilon) (E^A - E^M) + (\beta^- - \beta^+) (\Omega^A - \Omega^M) (T - T_o) \right) \\
& - \frac{\alpha(\epsilon E - \beta^+(2\alpha + E) + \beta^-(2\alpha + 2\alpha^h E) - \Omega(T - T_o)) dt}{\eta^+} + \frac{\alpha(-\epsilon E - \beta^-(2\alpha + E) + \beta^+(2\alpha + 2\alpha^h E) + \Omega(T - T_o)) dt}{\eta^-} \\
& + \frac{\left(-(\Omega^A - \Omega^M) (T - T_o) \right) \left((\beta^- - \beta^+) (\alpha^h (-\beta^+ + \beta^-) + \epsilon) (E^A - E^M) + (\beta^- - \beta^+) (\Omega^A - \Omega^M) (T - T_o) \right)}{\eta^A} \\
c_{\alpha} = & - \frac{\alpha(2\alpha^h (-\beta^+ + \beta^-) + \epsilon) dt}{\eta^+} + \frac{\alpha(2\alpha^h (\beta^+ - \beta^-) - \epsilon) dt}{\eta^-} - \beta_{ant}^+ - \beta_{ant}^- + \left(- \frac{\alpha^h(2\alpha^h (-\beta^+ + \beta^-) + \epsilon) dt}{\eta^+} + \frac{\alpha^h(2\alpha^h (\beta^+ - \beta^-) - \epsilon) dt}{\eta^-} \right) \lambda + \\
& \frac{\left(dt(-\alpha\epsilon + \Lambda_2 - \beta^-(2\alpha\alpha^h + \alpha^h E) + \beta^+(2\alpha\alpha^h + (\alpha^h)^2 E) - \alpha^h(\epsilon E - \Omega(T - T_o))) \right)}{\eta^-} \\
& - \frac{\left(dt(\alpha\epsilon + \Lambda_1 - \beta^+(2\alpha\alpha^h + \alpha^h E) + \beta^-(2\alpha\alpha^h + (\alpha^h)^2 E) + \alpha^h(\epsilon E - \Omega(T - T_o))) \right)}{\eta^+}
\end{aligned}$$

$$C_{\eta_1} = \frac{\left(\alpha dt \left(\alpha \epsilon + \Lambda_1 - \beta^+ (2\alpha \alpha^h + \alpha^h E) + \beta^- (2\alpha + (\alpha^h)^2 E) + \alpha^h (\epsilon E - \Omega(T - T_o)) \right) \right)}{(\eta_1)^2} + \frac{\alpha^h dt}{(\eta_1)^2} \lambda \left(\alpha \epsilon + \Lambda_1 - \beta^+ (2\alpha \alpha^h + \alpha^h E) + \beta^- (2\alpha \alpha^h + (\alpha^h)^2 E) + \alpha^h (\epsilon E - \Omega(T - T_o)) \right)$$

$$C_{\eta_2} = - \frac{\left(\alpha dt \left(-\alpha \epsilon + \Lambda_2 - \beta^- (2\alpha \alpha^h + \alpha^h E) + \beta^+ (2\alpha \alpha^h + (\alpha^h)^2 E) - \alpha^h (\epsilon E - \Omega(T - T_o)) \right) \right)}{(\eta_2)^2} - \frac{\alpha^h dt}{(\eta_2)^2} \lambda \left(-\alpha \epsilon + \Lambda_2 - \beta^- (2\alpha \alpha^h + \alpha^h E) + \beta^+ (2\alpha \alpha^h + (\alpha^h)^2 E) - \alpha^h (\epsilon E - \Omega(T - T_o)) \right)$$

$$C_{\eta_3} = \frac{(E^M - E^A)}{(\eta_3)^2} \gamma \left(-\Lambda_3 + 0.5(\alpha^h(-\beta^+ + \beta^-) + \epsilon)^2 (E^A - E^M) + (\alpha^h(-\beta^+ + \beta^-) + \epsilon)(\Omega^A - \Omega^M)(T - T_o) \right)$$

$$- \left(\frac{(\Omega^M - \Omega^A) \left(-\Lambda_3 + 0.5(\alpha^h(-\beta^+ + \beta^-) + \epsilon)^2 (E^A - E^M) + (\alpha^h(-\beta^+ + \beta^-) + \epsilon)(\Omega^A - \Omega^M)(T - T_o) \right)}{(\eta^A)^2} (T - T_o) \right)$$

$$C_{Lot} = \frac{\alpha dt}{\eta^+} + \frac{\alpha^h dt \left(E^M - (E^M - E^A) \left(\beta_{ant}^A + \frac{\left(-\Lambda_3 + 0.5(-\alpha^h(\beta^- - \beta^+) + \epsilon)^2 (E^A - E^M) + (-\alpha^h(\beta^- - \beta^+) + \epsilon)(\Omega^A - \Omega^M)(T - T_o) \right)}{\eta^A} \right) \right)}{\eta^+}$$

$$C_{Loc} = - \frac{\alpha dt}{\eta^-} - \frac{\alpha^h dt \lambda}{\eta^-}$$

$$C_{Loa} = -\frac{(E^A - E^M)\lambda}{\eta^A} + \frac{(\Omega^M - \Omega^A)(T - T_o)}{\eta^A}$$

$$C_{Lt} = -\frac{\alpha dt(T - T_m)}{\eta^+ T_m} - \frac{\alpha^h (T - T_m) dt \lambda}{\eta^+ T_m}$$

$$C_{Lc} = \frac{\alpha dt(T - T_m)}{\eta^- T_m} + \frac{\alpha^h (T - T_m) dt \lambda}{\eta^- T_m}$$

$$C_{La} = -\frac{(E^A - E^M)(T - T_m)\lambda}{\eta^A T_m} + \frac{(\Omega^A - \Omega^M)(T - T_o)(T - T_m)}{\eta^A T_m}$$

$$C_T = -\Omega^M + \frac{(\alpha dt \left(-\alpha^h \Omega + \frac{L_C}{T_m} \right))}{\eta^-} - \frac{(\alpha dt \left(\alpha^h \Omega + \frac{L_T}{T_m} \right))}{\eta^+} - \frac{(E^M - E^A) \left((\alpha^h (-\beta^+ + \beta^-) + \epsilon) (\Omega^A - \Omega^M) - \frac{L_A}{T_m} \right)}{\eta^A} \lambda \left(\frac{\alpha^h dt \left(-\alpha^h \Omega + \frac{L_C}{T_m} \right)}{\eta^-} - \frac{\alpha^h dt \left(\alpha^h \Omega + \frac{L_T}{T_m} \right)}{\eta^+} \right) \lambda +$$

$$\left(\beta_{ant}^A + \frac{(\Omega^M - \Omega^A) \left(-\Lambda_3 + 0.5 (\alpha^h (-\beta^+ + \beta^-) + \epsilon)^2 (E^A - E^M) + (\alpha^h (-\beta^+ + \beta^-) + \epsilon) (\Omega^A - \Omega^M) (T - T_o) \right)}{\eta^A} \right) + \left(\frac{(\Omega^M - \Omega^A) (T - T_o) \left((\alpha^h (-\beta^+ + \beta^-) + \epsilon) (\Omega^A - \Omega^M) - \frac{L_A}{T_m} \right)}{\eta^A} \right)$$

$$C_{T_m} = \frac{\alpha dt \left(-\frac{L_C (T - T_m)}{(T_m)^2} - \frac{L_C}{T_m} \right)}{\eta^-} - \frac{\alpha dt \left(-\frac{L_T (T - T_m)}{(T_m)^2} - \frac{L_T}{T_m} \right)}{\eta^+} - \frac{(E^M - E^A) \left(\frac{L_A (T - T_m)}{(T_m)^2} + \frac{L_A}{T_m} \right)}{\eta^A} \lambda + \left(\frac{\alpha^h dt \left(-\frac{L_C (T - T_m)}{(T_m)^2} - \frac{L_C}{T_m} \right)}{\eta^-} - \frac{\alpha^h dt \left(-\frac{L_T (T - T_m)}{(T_m)^2} - \frac{L_T}{T_m} \right)}{\eta^+} \right) \lambda$$

$$+ \left(\frac{(\Omega^M - \Omega^A) (T - T_o) \left(\frac{L_A (T - T_m)}{(T_m)^2} + \frac{L_A}{T_m} \right)}{\eta^A} \right)$$

