

ANÁLISE DE TRELIÇAS ADAPTATIVAS COM MEMÓRIA DE FORMA E NÃO-
LINEARIDADES GEOMÉTRICAS ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS
FINITOS

Eduardo Lutterbach Bandeira

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA
MECÂNICA.

Aprovada por:

Prof. Marcelo Amorim Savi, D.Sc.

Prof. Fernando Pereira Duda, D.Sc.

Prof. Pedro Manuel Calas Lopes Pacheco, D.Sc.

Dr. Alberto Paiva , D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
JUNHO DE 2005

BANDEIRA, EDUARDO LUTTERBACH

Análise de Trelças Adaptativas com
Memória de Forma e Não-linearidades
Geométricas Através do Método dos Elementos
Finitos [Rio de Janeiro] 2005

VII, 92 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M. Sc.,
Engenharia Mecânica, 2005)

Tese - Universidade Federal do Rio de
Janeiro, COPPE

1. Estruturas Adaptativas

2. Ligas com Memória de Forma

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

Esta tese é dedicada a Augusto, de quem herdei o gosto pela Matemática e pelas Ciências, e a Adriana, que me ensinou a amar as Artes e as Letras.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer ao Prof. Marcelo Savi, que pela segunda vez em minha carreira demonstrou seu apreço ao convidar-me para me juntar a seu grupo de trabalho e poder, dessa forma, completar mais um importante passo em minha formação acadêmica.

Gostaria também de agradecer a meu colega e amigo Paulo Cesar da Camara Monteiro Júnior, cuja ajuda tornou possível a execução deste trabalho.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

ANÁLISE DE TRELIÇAS ADAPTATIVAS COM MEMÓRIA DE FORMA E NÃO-LINEARIDADES GEOMÉTRICAS ATRAVÉS DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Eduardo Lutterbach Bandeira

Junho/2005

Orientador: Marcelo Amorim Savi

Programa: Engenharia Mecânica

Este trabalho apresenta a modelagem e análise de treliças adaptativas com memória de forma, levando-se em conta as não-linearidades geométricas, utilizando o método dos elementos finitos. Inicialmente é feita uma apresentação do modelo constitutivo e a formulação do modelo matemático. Em seguida, discute-se um ensaio a tração, cujos resultados são comparados com resultados experimentais encontrados na literatura. Também são feitas análises qualitativas dos diferentes comportamentos das ligas com memória de forma, mostrando a capacidade do modelo de representar o comportamento termomecânico das ligas com memória de forma. A seguir, passa-se a discutir o comportamento de barras sob condições não-homogêneas de carregamento, temperatura e geometria. Diferentes configurações de treliças adaptativas, construídas com barras memória de forma, são analisadas mostrando alguns comportamentos típicos como a capacidade de recuperação da forma original com a variação de temperatura. Finalmente, são feitas simulações de atuadores compostos por elementos com memória de forma associados a elementos elásticos lineares. Todas as análises são realizadas com o emprego do software comercial ABAQUS.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

FINITE ELEMENT ANALYSIS APPLIED TO SHAPE MEMORY ADAPTATIVE
TRUSSES WITH GEOMETRICAL NON-LINEARITIES

Eduardo Lutterbach Bandeira

June/2005

Advisor: Marcelo Amorim Savi

Department: Mechanical Engineering

This work presents the simulation and analysis of shape memory trusses, considering the presence of geometrical non-linearities, by using the Finite Element Method. First, a presentation of the constitutive model and the formulation of the mathematical model is made. Then, a tensile test is discussed, and the results are compared with those of an experimental test found in the scientific literature. Qualitative analyses of the different behaviors of shape memory alloys are also made, showing the model's capability to represent the thermomechanical behavior of shape memory alloys. The next step is the simulation of bars under non-homogeneous conditions of loading, temperature and geometry. Several configurations of adaptative trusses, built with shape memory bars, are modeled, showing typical behaviors such as the capability of recovering the original shape with the variation of temperature. Finally, actuators made by associating shape memory elements to linearly elastic elements are modeled. All analyses are made with the aid of the commercial software ABAQUS.

Indices

1. Introdução.....	1
2. Formulação Matemática	9
2.1 Modelo constitutivo	9
2.2 Método dos elementos finitos	11
2.3 Método numérico	17
3. Análise do comportamento termomecânico de barras com memória de forma	20
3.1 Comparação com resultados experimentais.....	20
3.2 Testes qualitativos	24
4. Barras submetidas a carregamentos não-homogêneos.....	34
4.1 Carregamento mecânico não-homogêneo.....	34
4.2 Carregamento térmico não-homogêneo	41
4.3 Geometria não-homogênea	46
5. Trelças adaptativas e atuadores.....	56
5.1 Trelças adaptativas	56
5.2 Atuadores.....	69
6. Conclusões.....	79
7. Bibliografia.....	82
Apêndice A	85

1. Introdução

As ligas com memória de forma (SMAs) são ligas metálicas capazes de recuperar sua geometria original mediante a aplicação de um campo de temperatura. Esse comportamento permite que componentes mecânicos construídos com esse tipo de material alterem suas propriedades estruturais, como rigidez, forma e frequências naturais através da variação de sua temperatura. Juntamente com os materiais piezoelétricos, magneto-strictivos e fluidos reológicos formam uma classe de materiais conhecida como materiais inteligentes (ROGERS, 1995).

As ligas com memória de forma apresentam diversos comportamentos termomecânicos, como apresenta PAIVA (2004), sendo os principais a transformação de fase provocada por mudança de temperatura, a pseudoelasticidade, o efeito de memória de forma e o efeito de memória de forma reversível.

A transformação de fase provocada por mudança de temperatura ocorre em amostras de SMA livres de tensões, e está representada na Figura 1.1.

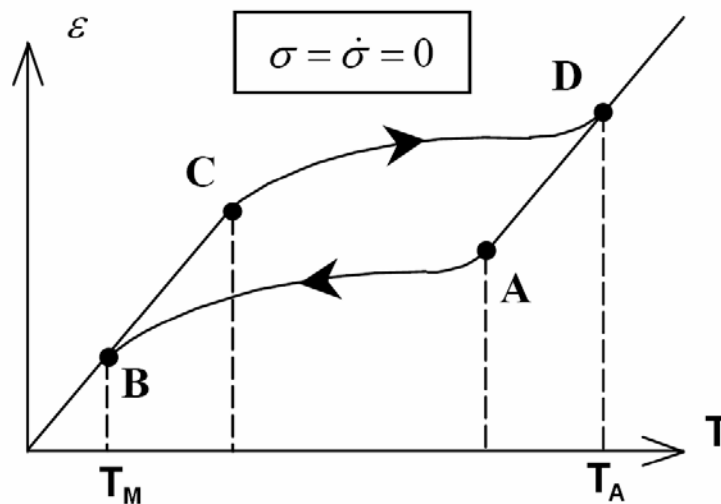


Figura 1.1: Transformação de fase induzida por temperatura.

A amostra de SMA, quando encontrada a altas temperaturas, apresenta estrutura cristalina austenítica. Com a redução da temperatura, a austenita começa a transformar-se em martensita, na temperatura representada pelo ponto A, até que, quando a amostra do material atinge temperaturas inferiores a T_M , a martensita se torna a única fase presente. Quando a amostra volta a ser aquecida, a martensita começa a sofrer a transformação inversa na temperatura representada pelo ponto C, até o ponto em que a microestrutura volta a ser composta somente por austenita, a partir da temperatura T_A

O comportamento pseudoelástico ocorre em amostras submetidas a temperaturas superiores a T_A . De acordo com a Figura 1.2, quando o material é submetido a tensões trativas, a austenita começa a transformar-se em martensita induzida por tração no ponto A. Quando o nível de tensões atinge o ponto B, a martensita induzida por tração é o único microconstituente presente na amostra. Com a remoção do carregamento mecânico, a martensita induzida por tração deixa de ser estável e, a partir do ponto C, começa a sofrer a transformação inversa, que cessa no ponto D, quando a amostra volta a ser composta unicamente por austenita.

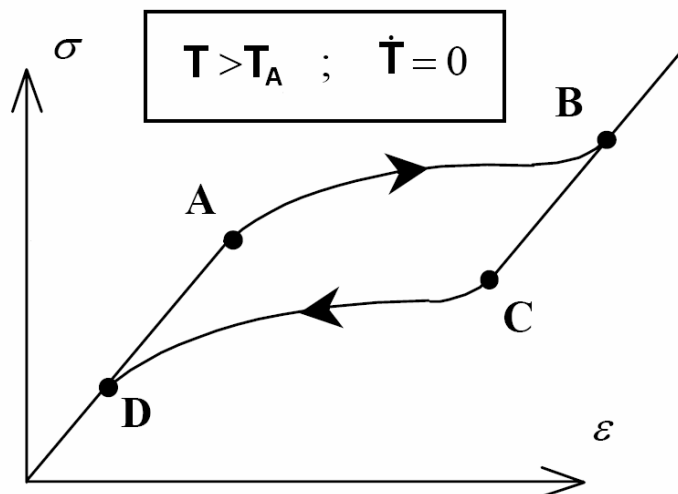


Figura 1.2: Comportamento pseudoelástico.

O efeito de memória de forma (SME) aparece em espécimes a temperaturas inferiores a T_M . Conforme a Figura 1.3, a aplicação de um carregamento mecânico provoca a transformação da martensita induzida por temperatura presente na amostra em martensita induzida por tração. Em oposição ao ocorrido no comportamento pseudoelástico, a remoção do campo de tensões não induz a transformação inversa já que, a baixas temperaturas, a martensita induzida por tração é estável. Quando a amostra é aquecida, a martensita induzida por tração transforma-se em austenita, e a deformação residual existente ao final do descarregamento é recuperada.

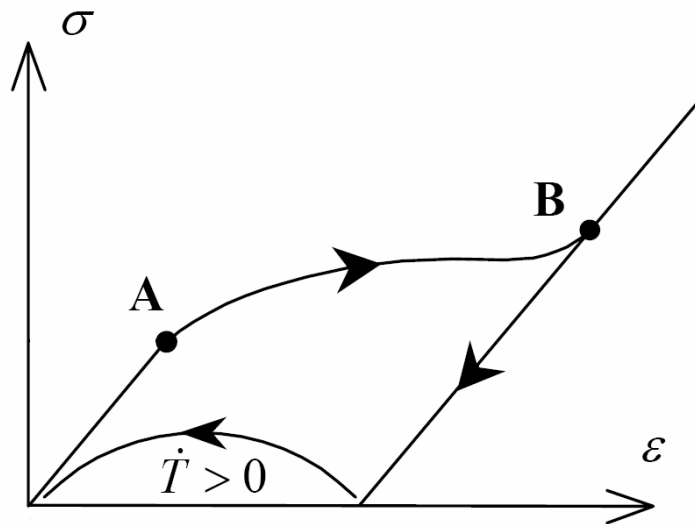


Figura 1.3: Efeito de memória de forma.

O efeito de memória de forma reversível (TWSME) é obtido em SMAs previamente submetidas a um processo de treinamento (MILLER e LAGOUDAS, 2000), que permite associar uma forma a cada fase, em função da variação da temperatura.

As ligas com memória de forma são empregadas, hoje em dia, nas mais distintas áreas. A grande biocompatibilidade de algumas SMAs, como a das ligas de Ni – Ti, permite que estas sejam utilizadas em inúmeras aplicações médicas e odontológicas,

como descreve MACHADO (2002), incluindo o uso de brocas endodônticas, *stents* cardíacos, próteses ósseas e arcos ortodônticos. Um novo dispositivo para o controle de fluxo sanguíneo, apresentado por RYKLINA *et al.* (2004), utiliza os efeitos de memória de forma e memória de forma reversível das SMA. A seguir, discutem-se algumas outras aplicações não abordadas nas referências citadas.

Tradicionalmente, a interrupção de fluxo sanguíneo é feita através da sutura do vaso. Este procedimento exige uma intervenção cirúrgica que apresenta diversas dificuldades, como por exemplo a ausência do contato manual dos cirurgiões com os tecidos a serem reparados. No caso das cirurgias laparoscópicas, também existe a falta de mobilidade dos instrumentos cirúrgicos, causada por suas grandes dimensões. Uma alternativa a esta prática é a utilização de grampos de aço inoxidável. Apesar de extremamente confiáveis, esse tipo de grampo não pode ser removido após sua aplicação. Além disso, não há um controle total sobre a força que estes exercem sobre as paredes dos vasos, podendo causar sua ruptura. O novo grampo de SMA apresenta a vantagem de ser removível, e de dispensar o uso de ferramentas pesadas para seu fechamento.

A Figura 1.4 apresenta o esquema de funcionamento do grampo de SMA, ou “Klyost”, como foi nomeado por seus criadores. O grampo, após ser colocado em posição, é aquecido com o uso de uma solução salina, e se fecha devido ao efeito de memória de forma (SME). Quando resfriado, o efeito de memória de forma reversível (TWSME) provoca uma abertura parcial do grampo, restaurando o fluxo de sangue.

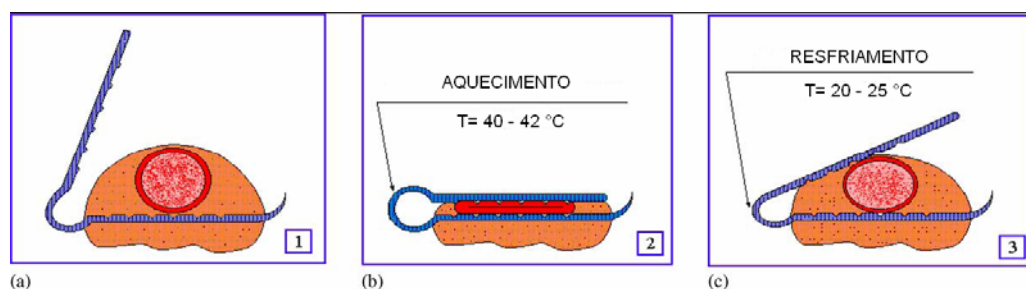


Figura 1.4: Esquema de funcionamento do grampo de SMA.

A capacidade de produzir grandes forças de restituição permite que as SMAs sejam usadas na fabricação de atuadores de tamanho reduzido, porém de grande poder. Um estudo realizado por HULL *et al.* (2004) apresenta um modelo de atuador com memória de forma, para uso em aplicações espaciais, que dispensa o uso das fontes tradicionais de energia (eletricidade, combustão) para seu aquecimento. A energia radiante, abundante no ambiente espacial, é concentrada através de uma lente ou espelho sobre uma barra de SMA, fornecendo assim o calor necessário para seu funcionamento. O dispositivo pode, dessa forma ser utilizado para posicionar objetos de acordo com a expansão ou contração da barra de SMA. A principal vantagem desse dispositivo é seu baixo peso, já que se torna desnecessário o transporte de baterias ou combustíveis. Uma visão esquemática deste atuador é apresentada na Figura 1.5.

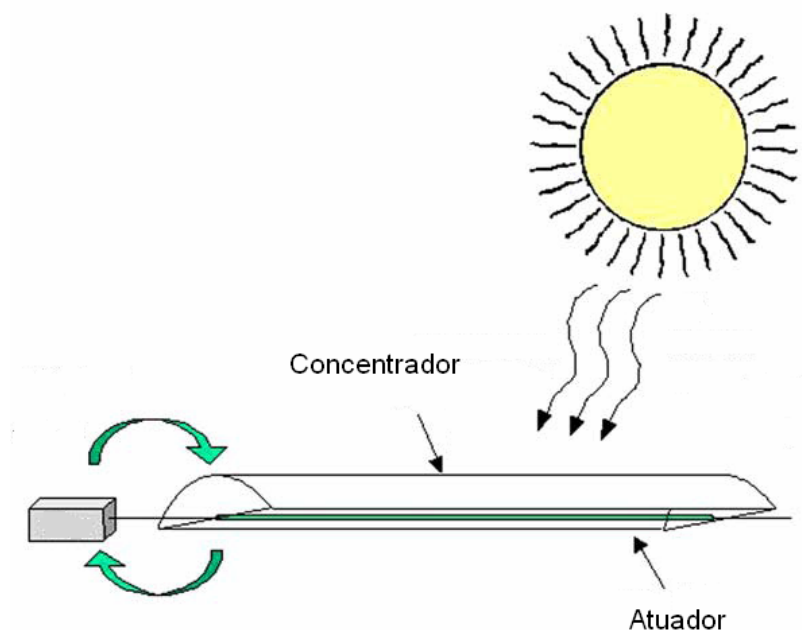


Figura 1.5: Atuador acionado por energia radiante.

As ligas com memória de forma também são aplicadas em garras e dispositivos para manipulação de objetos de diferentes tamanhos. KOHL *et al.* (2002) apresentam um sistema de garras com dimensões inferiores a 6 mm, adequado para ambientes de

limitado espaço. O projeto de uma mão mecânica, com atuadores com memória de forma operados por controle remoto, utilizada na limpeza de campos minados, é apresentada por DILIBAL *et al.* (2004). Este dispositivo, mostrado na Figura 1.6, apresenta vantagens sobre seus similares que empregam atuadores pneumáticos e hidráulicos, já que o melhor controle da força de atuação permite a desativação de minas terrestres com menores riscos de danos ao equipamento.



Figura 1.6: Garra de SMA utilizada para a limpeza de campos minados.

As SMAs também podem ser utilizadas ainda na confecção de juntas e acoplamentos mecânicos, e sua grande capacidade de dissipação de energia permite que sejam usadas em dispositivos de controle de vibrações. Além das aplicações industriais e na área de saúde, VAN HUMBEECK (1999) descreve o uso de SMAs na produção de jóias e até mesmo na fabricação de linhas de pesca.

Conforme pode-se concluir a partir das aplicações discutidas, as ligas com memória de forma têm ganho grande importância nos últimos anos e, conseqüentemente, seu estudo vem se tornando cada vez mais necessário. O conceito de estruturas capazes de alterar suas propriedades tem estimulado profundamente a imaginação de cientistas e engenheiros na busca de novas aplicações para essa família de materiais. Nesse sentido a criação de modelos constitutivos mais precisos e o desenvolvimento de ferramentas capazes de empregá-los na modelagem de estruturas inteligentes tornam-se fundamentais.

O método dos elementos finitos, tradicionalmente utilizado no projeto e análise de estruturas, tem sido amplamente empregado na modelagem de diversos componentes de SMA. Uma análise de treliças com memória de forma submetidas a condições não homogêneas de carregamento, geometria e temperatura, através deste método, é apresentada por LA CAVA *et al.* (2004), enquanto o comportamento dinâmico de barras de SMA é analisado por LAGOUDAS *et al.* (2003). A modelagem estática de vigas com memória de forma é feita por AURICCHIO *et al.* (1999), e COLLET *et al.* (2001) apresentam um modelo dinâmico para uma viga de SMA em balanço. Um modelo de mola helicoidal de SMA é proposto por TOI *et al.* (2004), e WANG *et al.* (2005) utilizam um modelo de elementos finitos para analisar os efeitos das transformações de fase em amostras de SMA provocados pela presença de trincas e fissuras.

A disponibilidade comercial das SMAs sob a forma de fios tem levado muitos cientistas a analisar o comportamento de fibras com memória de forma imersas em matrizes elásticas aplicadas na elaboração de diferentes elementos estruturais, como barras, vigas e placas, utilizando para esse fim o método dos elementos finitos. GOMSHEI *et al.* (2005) apresentam um estudo sobre vigas tridimensionais compósitas de SMA e seu comportamento sob carregamentos dinâmicos. O comportamento dinâmico de placas construídas a partir de fios de SMA envoltos em uma matriz elástica é estudado por ZAK *et al.* (2003) e uma análise sobre os efeitos de impactos

nesse tipo de placas é apresentado por ROH *et al.* (2002). A estabilidade estrutural de barras de material elástico reforçadas por fibras de SMA é analisada por TSAI *et al.* (2002).

Este trabalho tem como objetivo analisar treliças adaptativas com memória de forma com não-linearidades geométricas, utilizando o modelo constitutivo proposto por PAIVA *et al.* (2005). A escolha desse modelo está calcada na sua flexibilidade para descrever os diferentes comportamentos termomecânicos das SMAs. Para isso utiliza-se o programa comercial ABAQUS, onde incorpora-se uma rotina com o modelo constitutivo. O uso do ABAQUS traz vantagens como a versatilidade na geração de modelos geométricos e a existência de uma vasta biblioteca de elementos e de avançadas ferramentas de pós-processamento gráfico.

Com relação à organização deste trabalho, o capítulo dois apresenta uma descrição do modelo constitutivo utilizado, além da formulação do modelo de elementos finitos e a apresentação dos procedimentos numéricos empregados na sua solução. O terceiro capítulo é dedicado à análise do comportamento termomecânico de barras com memória de forma, verificando a capacidade do modelo de elementos finitos de reproduzir os diferentes comportamentos das ligas com memória de forma. Para isso, consideram-se carregamentos homogêneos, o que permite comparações com resultados experimentais disponíveis na literatura. O quarto capítulo é destinado ao estudo de barras submetidas a condições não-homogêneas de carregamento termomecânico e geometria. O quinto capítulo apresenta a análise de diferentes treliças adaptativas, além de uma discussão sobre atuadores com memória de forma. Finalmente, o sexto capítulo apresenta as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

2. Formulação Matemática

2.1 Modelo constitutivo

O modelo constitutivo utilizado neste trabalho foi desenvolvido inicialmente por SAVI *et al.* (2002), submetido a alterações propostas por BAËTA-NEVES *et al.* (2004), e posteriormente complementado por PAIVA *et al.* (2005). Este modelo, restrito ao contexto unidimensional, considera quatro frações volumétricas de microconstituintes: uma associada à fase austenítica (A), uma associada à martensita maclada, induzida por temperatura (M), e duas associadas à martensita não-maclada, induzidas por tração (M+) e compressão (M-).

A equação constitutiva correspondente ao modelo é obtida, inicialmente, a partir da definição de funcionais correspondentes à energia livre de Helmholtz ligada a cada uma das fases (PAIVA, 2004). Em seguida é obtida a energia livre total, fazendo-se um balanço de cada uma das fases. Para tanto, são introduzidas variáveis internas β_n ($n=1,2,3,4$) que representam as frações volumétricas de cada um dos microconstituintes. A martensita induzida por tração (M+) está associada a β_1 , a martensita induzida por compressão (M-) está ligada a β_2 , a austenita (A) é representada por β_3 e a martensita induzida por temperatura (M) está relacionada a β_4 . A partir da energia livre total obtém-se as equações de estado, seguindo o formalismo adotado para materiais padrão generalizados (ERINGEN, 1967). A equação constitutiva empregada é:

$$\sigma = E(\varepsilon - \alpha_h^T \beta_1 + \alpha_h^C \beta_2) - \alpha^T \beta_1 - \alpha^C \beta_2 - \Omega(T - T_0) \quad (1)$$

Onde

$$E = E_M + \beta_3(E_A - E_M) \text{ e } \Omega = \Omega_M + \beta_3(\Omega_A - \Omega_M).$$

A tensão é representada por σ e ε é o valor da deformação total. Os parâmetros E_A e E_M são, respectivamente, os módulos de elasticidade da austenita e martensita. α_h^T está ligado ao tamanho horizontal do laço de histerese à tração, enquanto α_h^C desempenha o mesmo papel à compressão. α^T e α^C estão relacionados com o tamanho vertical do laço de histerese. Ω_A e Ω_M são os coeficientes de dilatação térmica da austenita e da martensita. T é a temperatura e T_0 é uma temperatura de referência, na qual $\varepsilon = 0$ para $\sigma = 0$. Os parâmetros η^A , η^T e η^C estão relacionados à dissipação interna provocada pelas transformações de fase.

O modelo constitutivo completo possui alguns termos ligados à plasticidade. A equação (1) não os contém, já que neste trabalho não se considera a existência de deformações plásticas.

As frações volumétricas de cada um dos microconstituintes são calculadas pelas equações (2), (3) e (4).

$$\begin{aligned} \dot{\beta}_1 = & \frac{1}{\eta^T} \left\{ \alpha^T \varepsilon + \Gamma_1 + \beta_2 \left(\alpha_h^C \alpha^T + \alpha_h^T \alpha^C + E \alpha_h^C \alpha_h^C \right) \right\} - \\ & - \frac{1}{\eta^T} \left\{ \beta_1 \left(2\alpha_h^T + E \left(\alpha_h^T \right)^2 \right) + \alpha_h^T \left[E \varepsilon - \Omega (T - T_0) \right] - \partial_1 J_\pi \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \dot{\beta}_2 = & \frac{1}{\eta^C} \left\{ -\alpha^C \varepsilon + \Gamma_2 + \beta_1 \left(\alpha_h^T \alpha^C + \alpha_h^C \alpha^T + E \alpha_h^C \alpha_h^T \right) \right\} - \\ & - \frac{1}{\eta^C} \left\{ \beta_2 \left(2\alpha_h^C \alpha^C + E \left(\alpha_h^C \right)^2 \right) + \alpha_h^C \left[E \varepsilon - \Omega (T - T_0) \right] - \partial_2 J_\pi \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\dot{\beta}_3 = \frac{1}{\eta^A} \left\{ \frac{1}{2} (E_M - E_A) (\varepsilon + \alpha_h^C \beta_2 - \alpha_h^T \beta_1)^2 + \Gamma_3 \right\} + \frac{1}{\eta^A} \left\{ (\Omega_A - \Omega_M) (T - T_0) (\varepsilon + \alpha_h^C \beta_2 - \alpha_h^T \beta_1) - \partial_3 J_\pi \right\} \quad (4)$$

As funções Γ_1 , Γ_2 e Γ_3 estão relacionadas com as tensões críticas para as transformações de fase e são definidas pela equação (5).

$$\Gamma_1 = \frac{L^T}{T_M} (T - T_M) \quad \Gamma_2 = \frac{L^C}{T_M} (T - T_M) \quad \Gamma_3 = \frac{L^A}{T_M} (T - T_M) \quad (5)$$

Os parâmetros L_M e L_A , para temperaturas inferiores a um valor crítico, são constantes e iguais a L . Para temperaturas superiores a esse valor são definidos como funções da temperatura, como informam PAIVA *et al.*(2005).

Os termos $\partial_n J_\pi$ ($n=1,2,3$) correspondem às subdiferenciais da função indicatriz J_π , que fornece as restrições internas relacionadas à coexistência dos microconstituintes.

2.2 Método dos elementos finitos

Esta seção apresenta a modelagem de barras com memória de forma utilizando o método dos elementos finitos. Para esse fim formula-se um elemento unidimensional baseado no elemento clássico de barras, associado ao modelo constitutivo anteriormente apresentado, e utiliza-se a hipótese de grandes deslocamentos. Para isso, considere uma barra de SMA homogênea, com seção reta constante, como mostra a Figura 2.1.

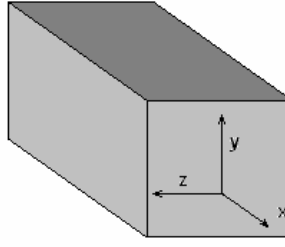


Figura 2.1: Barra homogênea de SMA.

Parte-se do princípio de potências virtuais (BATHE, 1982), descrito pela equação

(6).

$$\int_V {}^{t+\Delta t} S_{ij} \delta {}^{t+\Delta t} \varepsilon_{ij} dV = {}^{t+\Delta t} R \quad (6)$$

onde ${}^{t+\Delta t} S_{ij}$ é o segundo tensor de Piola-Kirchoff, ${}^{t+\Delta t} \varepsilon_{ij}$ é o tensor de deformações de Lagrange e ${}^{t+\Delta t} R$ é o trabalho das forças externas no instante $t + \Delta t$.

O tensor de tensões pode ser decomposto em duas parcelas

$${}^{t+\Delta t} S_{ij} = {}^t S_{ij} + \Delta S_{ij} \quad (7)$$

O tensor ΔS_{ij} corresponde ao incremento no valor das tensões e ${}^t S_{ij}$ é o tensor de tensões calculado no instante t em relação à configuração nesse mesmo instante. O segundo tensor de Piola-Kirchoff no instante t se confunde com o tensor de Cauchy ${}^t \tau_{ij}$ calculado neste instante. Assim pode-se reescrever a equação (7) da seguinte maneira:

$${}^{t+\Delta t} S_{ij} = {}^t \tau_{ij} + \Delta S_{ij} \quad (8)$$

Como ${}^{t+\Delta t} \varepsilon_{ij}$ é desconhecido, admite-se que o tensor de deformações pode ser aproximado por $\Delta \varepsilon_{ij}$, ou seja, pelos incrementos de deformação no instante t . Logo

$${}^{t+\Delta t} \varepsilon_{ij} = \Delta \varepsilon_{ij} \quad (9)$$

Este incremento, por sua vez, pode ser decomposto em duas parcelas.

$$\Delta \varepsilon_{ij} = \Delta e_{ij} + \Delta \eta_{ij} \quad (10)$$

Correspondendo Δe_{ij} e $\Delta \eta_{ij}$, respectivamente, à parte linear e não linear do tensor de incremento de deformações.

Aplicando tais definições no princípio de potências virtuais, ou seja, substituindo as equações (8) e (10) na equação (6), tem-se:

$$\begin{aligned} & \int_V {}^t \tau_{ij} \delta \Delta e_{ij} d^t V + \int_V {}^t \tau_{ij} \delta \Delta \eta_{ij} d^t V + \int_V \Delta S_{ij} \delta \Delta e_{ij} d^t V + \\ & + \int_V \Delta S_{ij} \delta \Delta \eta_{ij} d^t V = {}^{t+\Delta t} R \end{aligned} \quad (11)$$

O passo seguinte é introduzir a relação constitutiva na equação (11) (PAIVA, 2004).

$$\Delta S_{11} = E \Delta \varepsilon_{11} + \Delta \Lambda \quad (12)$$

onde $\Delta \Lambda$ representa os termos não lineares da relação constitutiva.

$$\Delta \Lambda = E \left(\alpha_h^C \Delta \beta_2 - \alpha_h^T \Delta \beta_1 \right) + \alpha^C \Delta \beta_2 - \alpha^T \Delta \beta_1 - \Omega \Delta (T - T_0) \quad (13)$$

Nesta equação E , α_h^C , α_h^T , α^C , α^T e Ω são constantes do material, T é a temperatura e $\Delta \beta_2$ e $\Delta \beta_1$ são as variações das frações volumétricas das fases martensíticas induzidas por compressão e tração, respectivamente.

Neste ponto, passa-se a tratar as equações em um contexto unidimensional, tendo em vista que se deseja descrever o comportamento de treliças. A equação (10) é então reescrita da seguinte maneira:

$$\Delta \varepsilon_{11} = \Delta e_{11} + \Delta \eta_{11} \quad (14)$$

A partir das relações cinemáticas, tem-se que:

$$\begin{aligned}\Delta e_{11} &= \Delta u_{1,1} \\ \Delta \eta_{11} &= \frac{1}{2} \Delta u_{1,1}^2\end{aligned}\tag{15}$$

Portanto

$$\begin{aligned}\delta \Delta e_{11} &= \delta \Delta u_{1,1} \\ \delta \Delta \eta_{11} &= \Delta u_{1,1} \delta \Delta u_{1,1}\end{aligned}\tag{16}$$

Substituindo o modelo constitutivo e a hipótese cinemática no princípio de trabalhos virtuais, ou seja, as equações (12), (15) e (16) em (11), tem-se

$$\begin{aligned}& \int_V {}^t \tau_{11} \delta \Delta u_{1,1} d^t V + \int_V {}^t \tau_{11} \Delta u_{1,1} \delta \Delta u_{1,1} d^t V + \int_V E \Delta u_{1,1} \delta \Delta u_{1,1} d^t V + \\ & + \frac{1}{2} \int_V E \Delta u_{1,1}^2 \delta \Delta u_{1,1} d^t V + \int_V E \Delta u_{1,1}^2 \delta \Delta u_{1,1} d^t V + \\ & + \frac{1}{2} \int_V E \Delta u_{1,1}^3 \delta \Delta u_{1,1} d^t V + \int_V \Delta \Lambda \delta \Delta u_{1,1} d^t V + \\ & + \int_V \Delta \Lambda \Delta u_{1,1} \delta \Delta u_{1,1} d^t V = {}^{t+\Delta t} R\end{aligned}\tag{17}$$

Os termos de ordem superior são descartados, e a equação pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned}& \int_V {}^t \tau_{11} \delta \Delta u_{1,1} d^t V + \int_V {}^t \tau_{11} \Delta u_{1,1} \delta \Delta u_{1,1} d^t V + \int_V E \Delta u_{1,1} \delta \Delta u_{1,1} d^t V + \\ & + \int_V \Delta \Lambda \delta \Delta u_{1,1} d^t V + \int_V \Delta \Lambda \Delta u_{1,1} \delta \Delta u_{1,1} d^t V = {}^{t+\Delta t} R\end{aligned}\tag{18}$$

O trabalho das forças externas aplicadas à barra pode ser calculado pela equação (19), onde ${}^{t+\Delta t} f_1^B$ são as forças de campo e ${}^{t+\Delta t} f_1^S$ são as forças de superfície atuando sobre a barra.

$${}^{t+\Delta t}R = \int_{{}^{t+\Delta t}V} {}^{t+\Delta t}f_1^B \delta\Delta u_1 d'V + \int_{{}^{t+\Delta t}S} {}^{t+\Delta t}f_1^S \delta\Delta u_1 d'S \quad (19)$$

A função contínua Δu_1 deve, nesse ponto, ser substituída por uma função discreta. Assumindo tratar-se de um elemento de dois nós de comprimento L , faz-se a seguinte aproximação:

$$\Delta u_1 = [N(x)]\{\Delta U\} \quad (20)$$

Onde

$$\{\Delta U\} = [\Delta U_1 \quad \Delta U_2]^T \quad (21)$$

$$[N] = [\xi_1(x) \quad \xi_2(x)] \quad (22)$$

Sendo ΔU^i e ΔU_2 os incrementos dos deslocamentos nodais ξ_1 e ξ_2 funções de forma. Como se trata de um elemento de barra, as funções mais indicadas para tal fim são as funções de Lagrange (REDDY, 1984), ou seja:

$$\xi_1 = 1 - \frac{x}{L} \quad \xi_2 = \frac{x}{L} \quad (23)$$

Substituindo (19) e (20) em (18) e considerando $[B] = [N]_{,1}$ tem-se

$$\begin{aligned}
& \int_V [B]^T {}^t \tau_{11} d^t V + \int_V [B]^T {}^t \tau_{11} [B] \{\Delta U\} d^t V + \int_V [B]^T \Delta \Lambda d^t V + \\
& + \int_V [B]^T E [B] \{\Delta U\} d^t V + \int_V [B]^T \Delta \Lambda [B] \{\Delta U\} d^t V = \\
& = \int_V [N]^T {}^{t+\Delta t} f_1^B d^t V + \int_S [N]^T {}^{t+\Delta t} f_1^S d^t S
\end{aligned} \tag{24}$$

A equação (24) é então reescrita em sua forma matricial.

$$\{[K_{NG}] + [K_{NC}] + [K_L]\} \{\Delta U\} = \{F\} - \{F_\Lambda\} - \{F_\tau\} \tag{25}$$

Sendo

$$\begin{aligned}
[K_{NG}] &= \int_V [B]^T {}^t \tau_{11} [B] d^t V \\
[K_{NC}] &= \int_V [B]^T \Delta \Lambda [B] d^t V \\
[K_L] &= \int_V [B]^T E [B] d^t V
\end{aligned} \tag{26}$$

E

$$\begin{aligned}
\{F_\tau\} &= \int_V [B]^T {}^t \tau_{11} d^t V \\
\{F_\Lambda\} &= \int_V [B]^T \Delta \Lambda d^t V \\
\{F\} &= \int_V [N]^T {}^{t+\Delta t} f_1^B d^t V + \int_S [N]^T {}^{t+\Delta t} f_1^S d^t S
\end{aligned} \tag{27}$$

A matriz $[K_L]$ contém os termos lineares. Os termos não lineares ligados à hipótese de grandes deslocamentos estão contidos na matriz $[K_{NG}]$, enquanto

aqueles ligados às não linearidades do material estão representados na matriz $[K_{NC}]$.

Considerando $[K] = [K_L] + [K_{NG}] + [K_{NC}]$ e $\{\Delta F\} = \{F\} - \{F_\tau\}$, pode-se reescrever a equação matricial em sua forma mais compacta, ou seja:

$$[K]\{\Delta U\} = \{\Delta F\} - \{F_\lambda\} \quad (28)$$

Trata-se de um sistema de equações não lineares e, portanto deve ser resolvido através de um método iterativo apropriado. A metodologia utilizada para a solução do sistema é apresentada na seguinte seção.

2.3 Método numérico

Nesta seção discute-se um método numérico empregado para resolver o problema discreto, não-linear, associado à barra com memória de forma. Considera-se o método de Newton (HIBITT *et al.*, 2003) que possui uma taxa de convergência superior à de outros procedimentos numéricos na solução dos sistemas de equações normalmente existentes neste tipo de análise. Este procedimento tem o seu uso consagrado em diversos pacotes comerciais, dentre os quais se destaca o ABAQUS.

As equações de equilíbrio obtidas a partir da discretização do princípio de potências virtuais podem ser reescritas na forma simbólica, como apresentado na equação (29).

$$H(\{\Delta U\}) = 0 \quad (29)$$

Após a iteração de número i , uma solução aproximada $\{\Delta U\}_i$ é obtida. A diferença entre a solução exata e $\{\Delta U\}_i$ é dada por $\{C\}_{i+1}$. Portanto,

$$H(\{\Delta U\}_i + \{C\}_{i+1}) = 0 \quad (30)$$

Neste ponto faz-se uma expansão em série de Taylor em torno de $\{\Delta U\}_i$, obtendo-se uma a equação com a seguinte forma:

$$\begin{aligned} H(\{\Delta U\}_i) + \frac{\partial H(\{\Delta U\}_i)}{\partial \{\Delta U\}} \{C\}_{i+1} + \\ + \frac{\partial^2 H(\{\Delta U\}_i)}{\partial \{\Delta U\} \partial \{\Delta U\}} \{C\}_{i+1} \{C\}_{i+1} + \dots = 0 \end{aligned} \quad (31)$$

Os termos de ordem superior são desprezados, já que considera-se $\{C\}_{i+1}$ suficientemente pequeno. Dessa forma obtém-se um sistema de equações lineares:

$$J(\{\Delta U\}_i) \{C\}_{i+1} = -H(\{\Delta U\}_i) \quad (32)$$

Sendo que

$$J(\{\Delta U\}_i) = \frac{\partial H(\{\Delta U\}_i)}{\partial \{\Delta U\}} \quad (33)$$

é a matriz jacobiana.

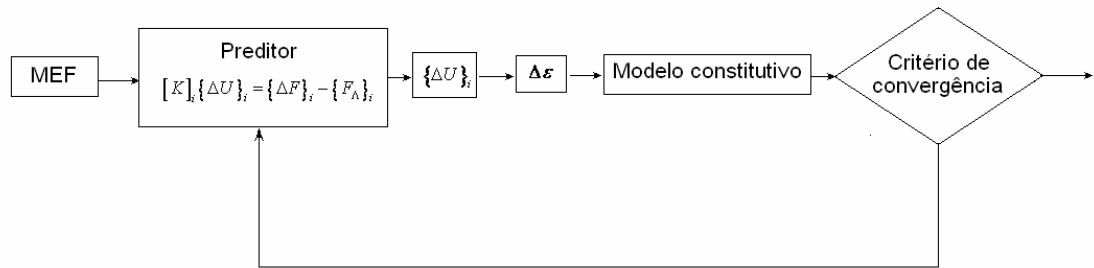
De posse do valor de $\{C\}_{i+1}$ pode-se calcular

$$\{\Delta U\}_{i+1} = \{\Delta U\}_i + \{C\}_{i+1} \quad (34)$$

As iterações são repetidas até que $\{C\}_{i+1}$ seja menor do que uma tolerância pré-estabelecida. No caso das análises apresentadas neste trabalho utiliza-se a

tolerância padrão do ABAQUS, ou seja, 1 % do valor do incremento de deslocamento $\{\Delta U\}_i$ (HIBITT *et al.*, 2003).

A Figura 2.2 apresenta uma visão esquemática de todo o procedimento numérico empregado pelo ABAQUS para a análise de uma treliça com memória de forma.



O módulo associado ao modelo constitutivo é baseado no algoritmo de projeção utilizado em Savi *et al.* (2002) e Paiva *et al.* (2005). Sua utilização no ABAQUS é feita através de uma subrotina externa, escrita em linguagem FORTRAN, que se encontra listada no Apêndice A.

3. Análise do comportamento termomecânico de barras com memória de forma

Neste capítulo são apresentados os resultados de diversas análises que têm como objetivo atestar a capacidade do modelo de elementos finitos de reproduzir as diferentes variações do comportamento termomecânico das ligas com memória de forma. Na primeira parte, são feitas diversas análises visando estabelecer uma comparação quantitativa dos resultados de um ensaio de tração simulado através do método dos elementos finitos com um ensaio experimental, realizado a diferentes temperaturas. Esta comparação visa estabelecer a validade da formulação proposta.

Na segunda parte são feitos diversos testes qualitativos para verificar a capacidade do modelo de reproduzir diferentes comportamentos das ligas com memória de forma, como por exemplo, a assimetria entre tração e compressão e o efeito de memória de forma.

3.1 Comparação com resultados experimentais

Este tópico tem como objetivo avaliar a capacidade do modelo de elementos finitos de reproduzir o comportamento das ligas com memória de forma a qualquer temperatura, após sua comparação com a resposta experimental obtida a uma determinada temperatura.

A Figura 3.1 mostra curvas tensão – deformação experimentais obtidas por TOBUSHI *et al.* (1991) em diferentes temperaturas. Estas curvas são utilizadas para calibrar quantitativamente o modelo. Antes de se comparar os resultados numéricos com os experimentais, é necessário fazer algumas observações sobre as curvas obtidas em laboratório. Nelas é possível notar que a curva para $T = 333 \text{ K}$ apresenta discrepâncias em relação àquelas obtidas nas outras temperaturas. Essa diferença é

perceptível nos módulos elásticos das fases matriz e produto, bem como na deformação residual máxima. Por esse motivo, o ajuste do modelo é feito considerando-se as propriedades do material a 373 K. As propriedades obtidas por PAIVA (2004) estão relacionadas na Tabela 3.1.

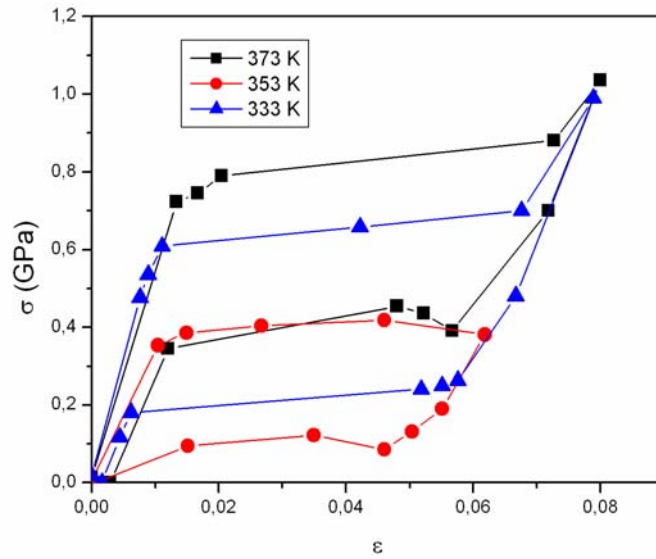


Figura 3.1: Curvas tensão – deformação experimentais.

Tabela 3.1: Parâmetros identificados a partir de resultados experimentais (PAIVA, 2004).

E_A (GPa)	E_M (GPa)	α^T (MPa)	ε_R^T	L (MPa)	L_M^T (MPa)
54	42	330	0,055	185	44
T_M (K)	T_0 (K)	η_C^T (MPa.s)	η_D^T (MPa.s)	η_C^A (MPa.s)	η_D^A (MPa.s)
291,4	295	1	2,7	1	2,7

Após a identificação dos parâmetros são reproduzidos os testes. O problema em questão considera uma distribuição uniforme de tensões e deformações ao longo do eixo da amostra e as simulações consideram um modelo de elementos finitos contendo um único elemento. As curvas obtidas através do modelo possuem 1500 pontos. A Figura 3.2 representa a comparação entre os resultados obtidos a 373 K. Pode-se observar que as curvas são bem próximas uma da outra, tanto no trecho que se encontra em regime elástico quanto naquele em que ocorre mudança de fase, com exceção à deformação residual provocada pela plasticidade induzida por transformações de fase (*trip*), descrita por FISCHER (2000), que se nota ao final do ensaio experimental de tração.

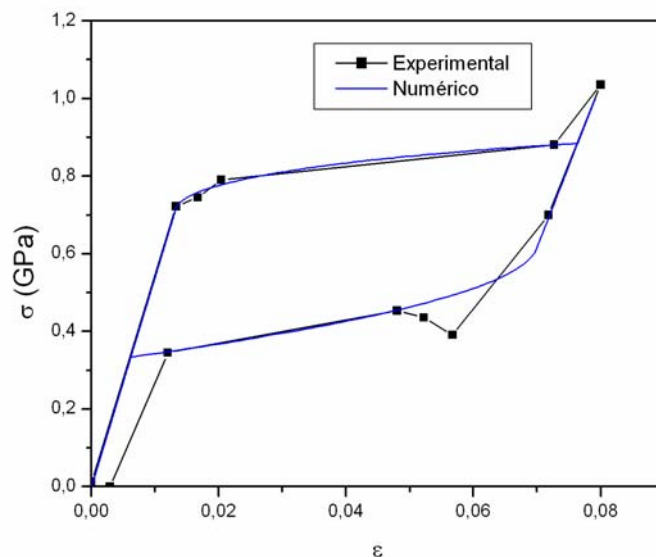


Figura 3.2: Comparação entre curvas experimental e numérica a 373 K.

A Figura 3.3 mostra a comparação dos dados a 353 K. Pode-se perceber que, mesmo tendo sido as propriedades ajustadas a 373 K, o modelo representa bem o ensaio real. As curvas numérica e experimental se aproximam bastante tanto em seu trecho elástico quanto naquele em que há mudança de fase no material, e novamente

a única diferença significativa é a deformação residual que permanece após a descarga completa da amostra no ensaio experimental.

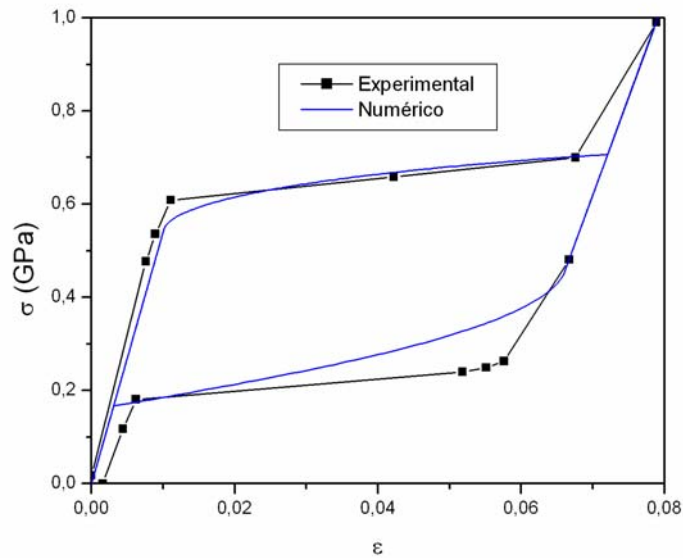


Figura 3.3: Comparação entre curvas experimental e numérica a 353 K.

Na Figura 3.4 estão comparados os resultados obtidos a 333 K. Nesse caso há diferenças expressivas entre os valores experimentais e os obtidos numericamente, no entanto, vale destacar que o ensaio experimental, provavelmente, não completou a transformação de fase. Isto normalmente é provocado pela aplicação de uma carga inferior à necessária para a total ocorrência do laço de histerese.

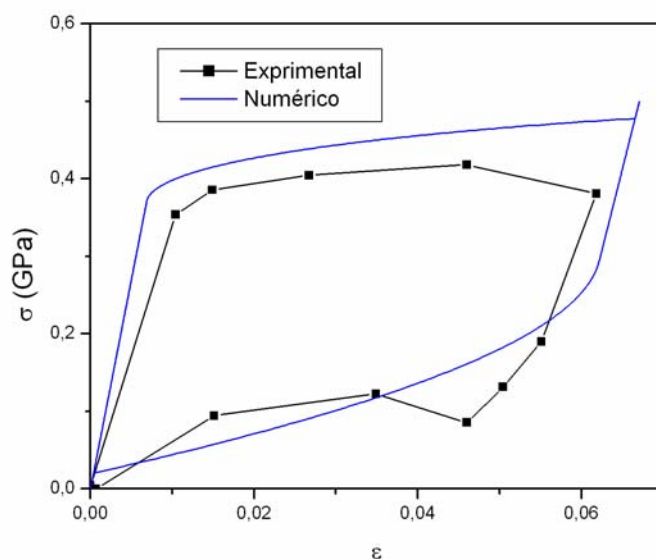


Figura 3.4: comparação entre curvas experimental e numérica a 333 K.

Analisando os resultados apresentados pode-se concluir que, de uma forma geral, o modelo de elementos finitos é capaz de reproduzir com boa precisão os resultados obtidos em laboratório, o que comprova a validade da formulação teórica utilizada.

3.2 Testes qualitativos

Nesta seção são apresentados os resultados de alguns testes qualitativos, efetuados com o intuito de atestar a capacidade do modelo de descrever fenômenos como o comportamento de memória de forma e a assimetria tração - compressão.

Inicialmente analisa-se o modelo de uma barra, representado na Figura 3.5, com temperatura uniforme, engastada em uma das extremidades, submetida a um ciclo de carregamento axial. O modelo é gerado com um elemento, e o passo de tempo máximo utilizado é de 5×10^{-3} .

Uma carga trativa é aplicada à barra. Em seguida a carga é retirada, e após a descarga a estrutura é submetida a uma carga de mesmo módulo, porém em sentido oposto, como representado na Figura 3.6.

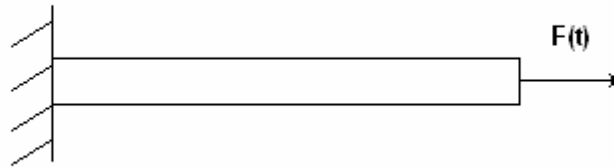


Figura 3.5: Barra submetida a ciclo de carregamento axial.

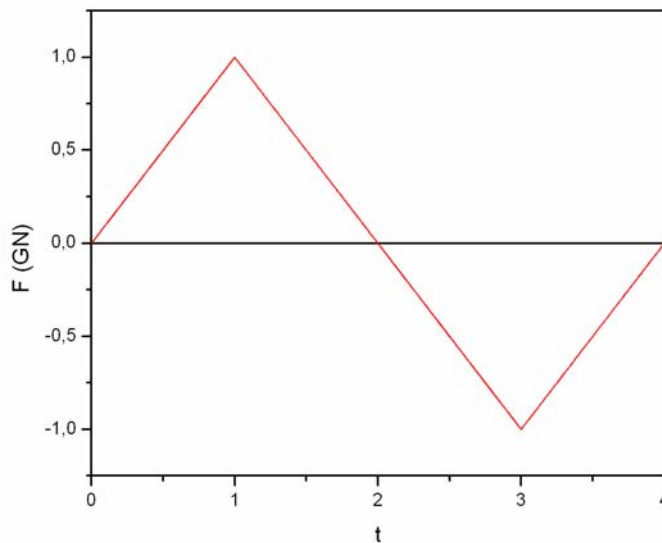


Figura 3.6: Ciclo de carregamento aplicado à barra.

Primeiramente, atribui-se à barra uma temperatura superior a T_A ($T= 373$ K), visando observar o comportamento pseudoelástico da liga. O diagrama tensão – deformação obtido é apresentado na Figura 3.7. É possível identificar, no trecho da curva referente à aplicação da carga compressiva, períodos em que o material responde de forma linear e períodos em que a resposta é não linear.

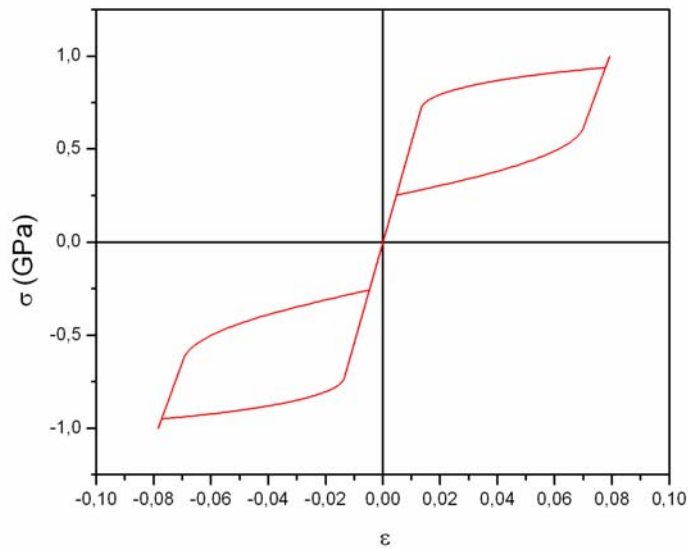


Figura 3.7: Diagrama tensão – deformação obtido a 373 K.

A Figura 3.8 mostra a evolução das transformações de fase ao longo do tempo para a temperatura de 373 K. Pode-se ver que, durante a aplicação da carga trativa, há a transformação da austenita (A) em martensita induzida por tração (M+), e que o processo inverso ocorre durante a descarga. Durante a aplicação da carga compressiva, o processo análogo acontece: inicialmente há a transformação da austenita em martensita induzida por compressão (M-) e, durante o descarregamento, desta em austenita. Os trechos em que há transformação de fase correspondem àqueles em que há comportamento não linear do material, tanto no carregamento quanto no descarregamento.

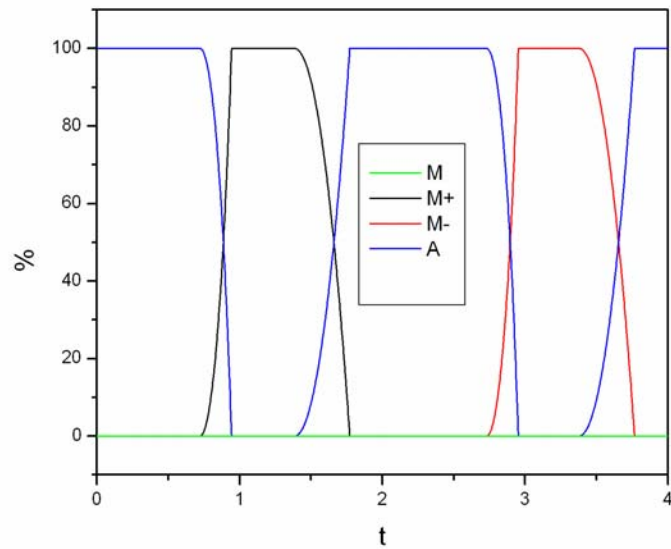


Figura 3.8: Evolução das transformações de fase a 373 K.

Neste ponto, a temperatura é alterada para um valor inferior a T_M ($T = 280$ K). O diagrama tensão – deformação aparece na Figura 3.9. Percebe-se nesse caso a existência de comportamento não-linear nas etapas de carregamento, ao contrário do ocorrido naquelas de descarregamento, que ocorrem completamente em regime linear.

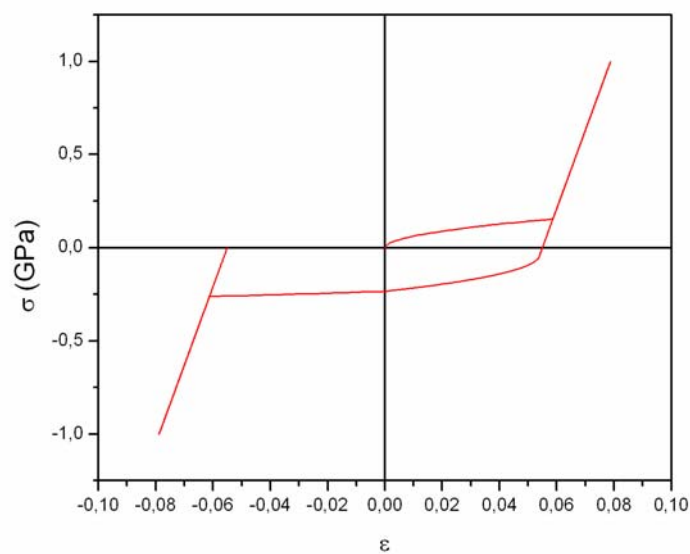


Figura 3.9: Diagrama tensão – deformação obtido a 280 K.

A ocorrência desse fenômeno se deve ao fato de existir uma transformação de fases na amostra durante a aplicação das cargas, conforme mostra a Figura 3.10. Pode-se ver que durante a aplicação da carga trativa, a martensita induzida por temperatura (M) transforma-se em martensita induzida por tração (M+). Quando esta carga é retirada, a martensita induzida por tração não se transforma, e, portanto, o comportamento do material é linear durante todo o procedimento de descarga. Durante a aplicação da carga compressiva a martensita induzida por tração transforma-se em martensita induzida por compressão (M-), provocando o comportamento não linear da barra. Essa transformação de fases não ocorre durante a descarga, e, portanto, esta é realizada em regime linear. Ao final do ciclo completo de carregamento nota-se a existência de uma deformação residual, resultado esperado para SMA's a temperaturas inferiores a T_M .

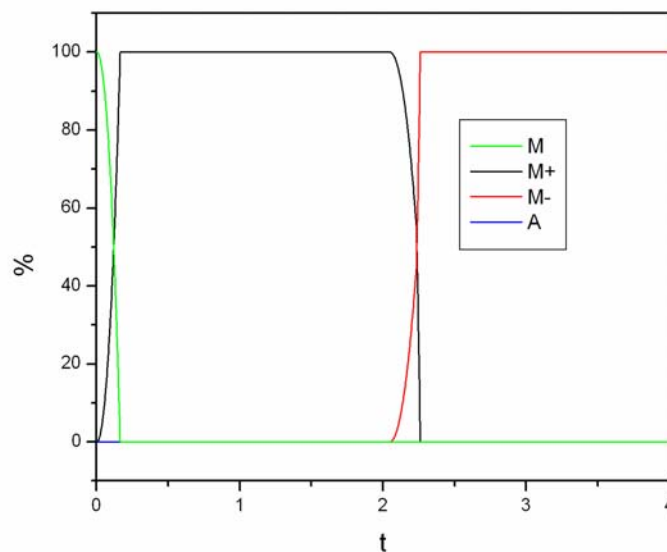


Figura 3.10: Evolução das transformações de fase a 280K.

Em seguida, considera-se a mesma barra, porém algumas propriedades do material são alteradas, com o objetivo de observar a assimetria tração – compressão. Foram modificados parâmetros relacionados às dimensões do laço de histerese, como

ε_R^T e ε_R^C , e à tensão crítica para a transformação de fase (PAIVA, 2004). A Tabela 3.2 os apresenta.

Tabela 3.2: Parâmetros do comportamento assimétrico.

TRAÇÃO	ε_R^T 0,055	α^T (MPa) 330	L_M^T (MPa) 44
COMPRESSÃO	ε_R^C -0,035	α^C (MPa) 15	L_M^C (MPa) 100

A primeira análise é feita à temperatura de 373 K. O diagrama tensão – deformação obtido está representado na Figura 3.11, onde observa-se que a diminuição de ε_R^C e α^C (parâmetros relacionados às dimensões do laço de histerese na compressão) provocam sua redução. Note também que a alteração do valor de L_M^C acarreta uma redução na tensão crítica para a transformação de fase tanto no carregamento a compressão quanto no descarregamento.

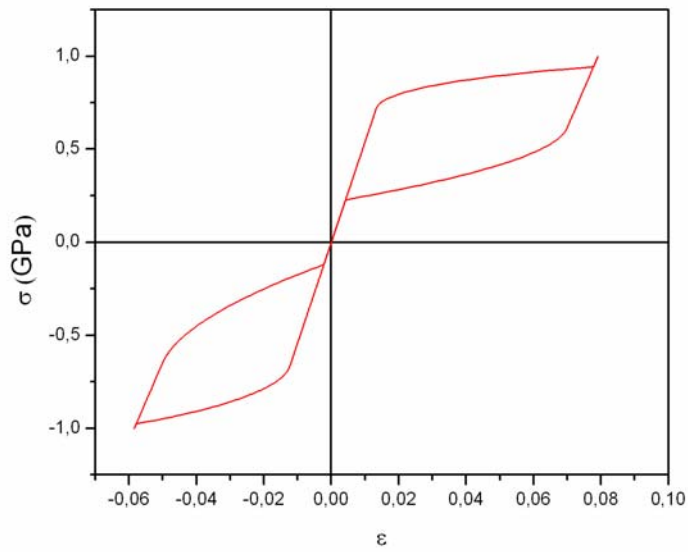


Figura 3.11: Comportamento assimétrico a 373 K.

Neste ponto, o teste é repetido considerando a temperatura $T=280$ K. A Figura 3.12 apresenta o diagrama tensão – deformação para este caso, na qual percebe-se que a alteração nos parâmetros provoca uma redução significativa na deformação residual existente no modelo ao final do ciclo de carregamento.

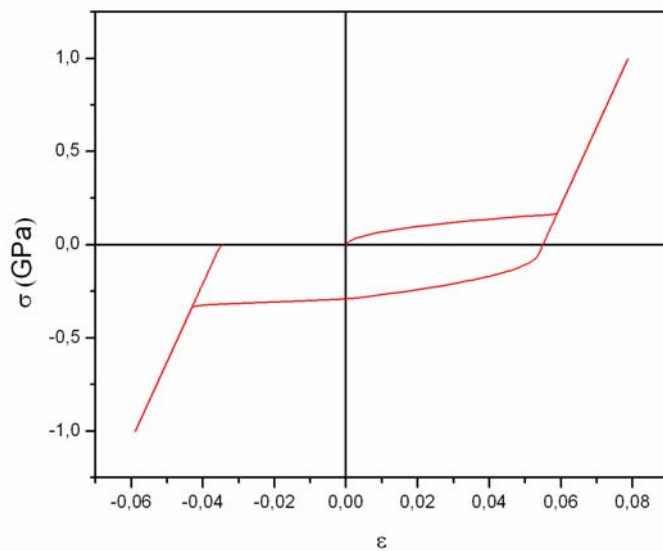


Figura 3.12: Comportamento assimétrico a 280 K.

Analisando os resultados obtidos verifica-se a eficácia do modelo de elementos finitos para simular o comportamento das ligas com memória de forma tanto a altas quanto a baixas temperaturas, submetidas a tração ou a compressão, no caso simétrico ou assimétrico.

Visando ajustar o comportamento de memória de forma, analisa-se o modelo de uma barra, engastada em uma de suas extremidades, submetida a um ciclo de carregamento axial e posteriormente a um ciclo térmico. Utiliza-se um modelo com apenas um elemento. O passo máximo de tempo empregado é de 5×10^{-3} .

Inicialmente, considera-se uma temperatura inferior a T_M e aplica-se uma carga trativa. Em seguida, a temperatura aplicada é elevada a um valor superior a T_A e novamente reduzida a seu valor inicial. Os ciclos térmico e de carregamento mecânico estão representados na Figura 3.13.

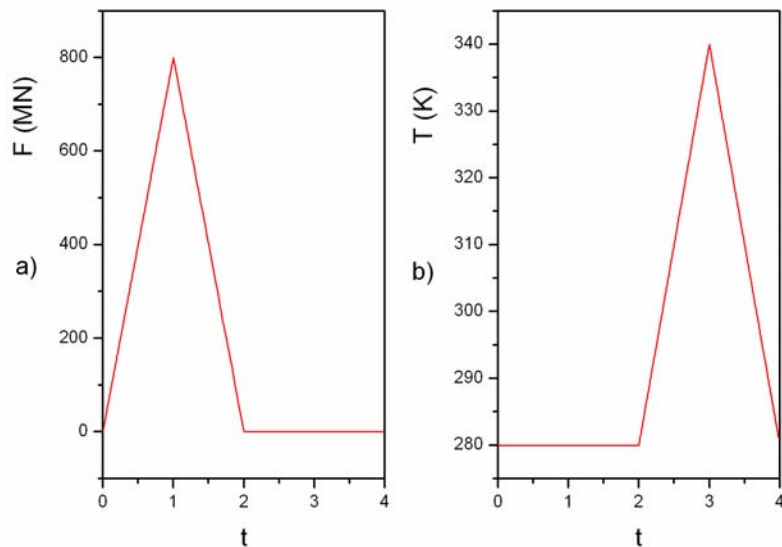


Figura 3.13: a) Carregamento mecânico aplicado à barra. b) Ciclo térmico.

A Figura 3.14 mostra o diagrama tensão – deformação correspondente ao teste realizado. Nele pode ser visto que, a princípio, o material responde de forma não linear durante o carregamento. O descarregamento é feito completamente em regime linear,

sendo seguido por uma recuperação total da deformação residual existente ao final do ciclo de carregamento mecânico.

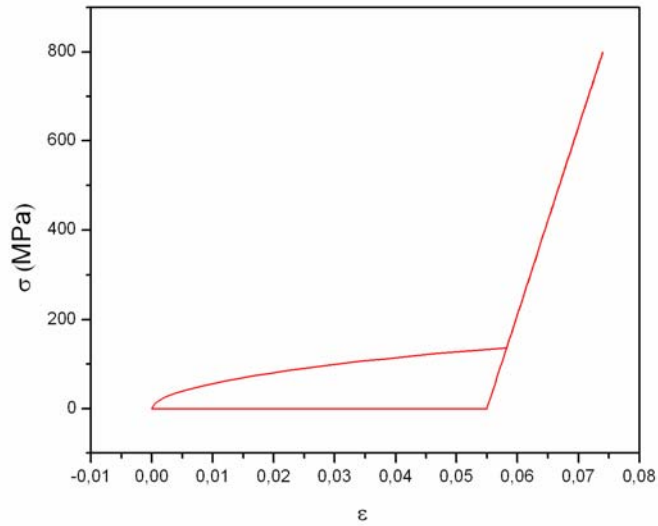


Figura 3.14: Diagrama tensão – deformação comportamento de memória de forma.

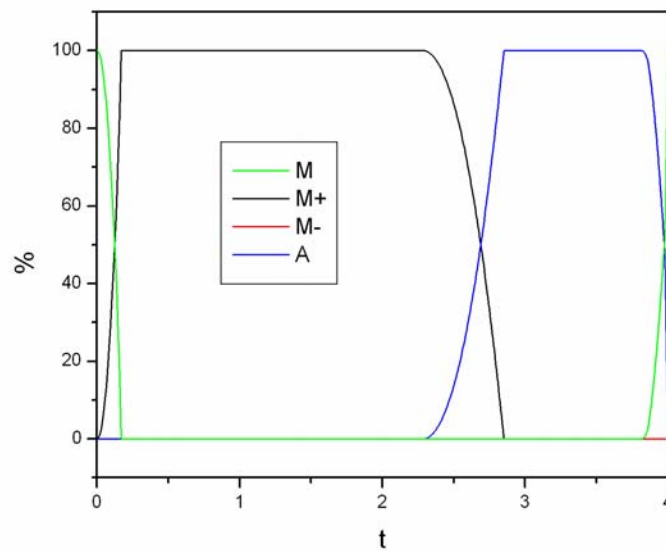


Figura 3.15: Evolução das transformações de fase.

A Figura 3.15 apresenta a evolução das transformações de fase que ocorrem ao longo do ensaio. Inicialmente, devido à baixa temperatura ($T < T_M$), a única fase

presente é a martensita induzida por temperatura (M). Com a aplicação da carga trativa, esta fase transforma-se em martensita induzida por tração (M+), que permanece estável mesmo durante o descarregamento, produzindo, portanto, o comportamento linear existente durante esta etapa. O aumento da temperatura acarreta a transformação da martensita induzida por tração em austenita (A), com a conseqüente recuperação da deformação residual. Ao final do processo, com a redução da temperatura, a austenita transforma-se completamente em martensita induzida por temperatura.

Observando os resultados apresentados neste capítulo pode-se concluir que o modelo de elementos finitos é capaz de simular de forma satisfatória alguns comportamentos termomecânicos das SMAs, como o comportamento pseudoelástico, o comportamento a baixas temperaturas, a assimetria tração – compressão e o fenômeno de memória de forma. O modelo é capaz ainda de reproduzir resultados obtidos em laboratório com suficiente fidelidade.

4. Barras submetidas a carregamentos não-homogêneos

Neste capítulo são analisadas algumas situações que envolvem condições não-homogêneas de carregamento, geometria e temperatura, baseados nas simulações apresentadas por LA CAVA *et al.* (2004).

4.1 Carregamento mecânico não-homogêneo

Nesta seção analisa-se uma barra submetida a um carregamento não-homogêneo. Para isso trata-se uma barra de SMA, de comprimento igual a 20 cm, com seção reta quadrada de lado igual a 1 cm, com restrições nas duas extremidades, submetida a uma carga axial em seu ponto médio, como mostrado na Figura 4.1.

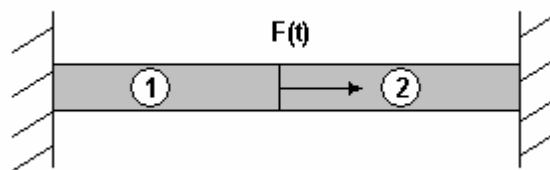


Figura 4.1: Modelo de uma barra com restrições nas duas extremidades, com carregamento no ponto médio.

Este modelo é gerado com dois elementos, e o passo de tempo máximo utilizado é de 5×10^{-3} . A ele é atribuída uma temperatura homogênea igual a 373 K ($T > T_A$). O histórico de carregamento é mostrado na Figura 4.2.

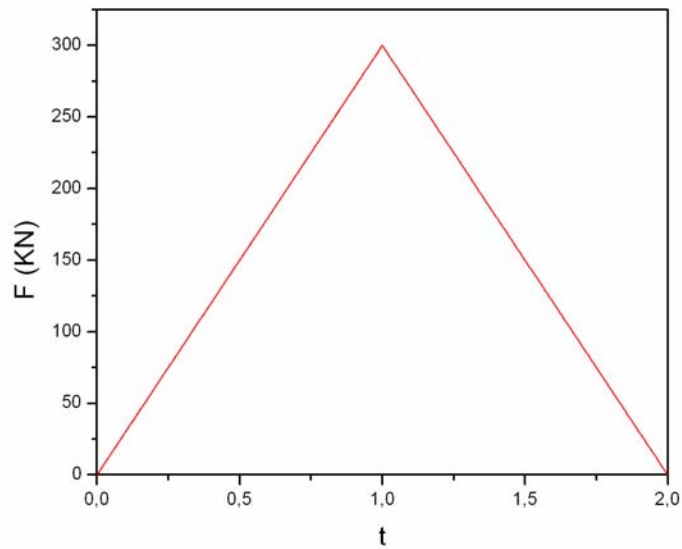


Figura 4.2: Ciclo de carregamento aplicado à barra com restrições nas duas extremidades.

Observando o modelo e o histórico de carregamento vê-se claramente que o elemento 1 se encontra submetido a tensões trativas. A Figura 4.3, que mostra o diagrama tensão – deformação do elemento 1, está de acordo com esta constatação.

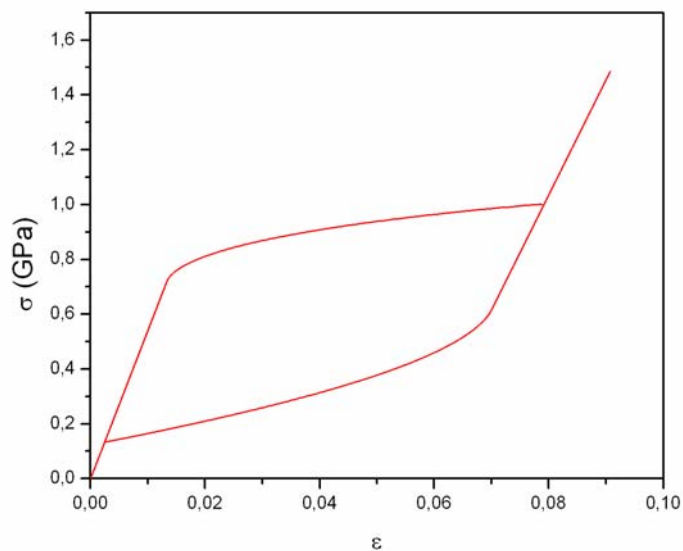


Figura 4.3: Diagrama tensão – deformação do elemento 1 a 373 K.

È possível verificar, na Figura 4.3, que não há deformações residuais no elemento 1 após o descarregamento. A Figura 4.4 mostra a evolução das transformações de fase ao longo do tempo para esse mesmo elemento. Nela pode-se ver que, inicialmente, a fase austenítica (A) está presente. Quando os níveis de tensões atingem um determinado valor, observa-se a formação de martensita induzida por tração (M+). Quando a barra é descarregada, a martensita transforma-se novamente em austenita.

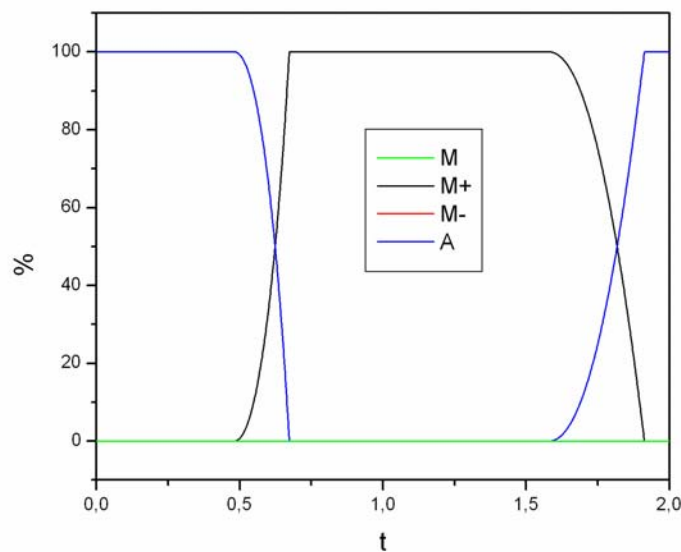


Figura 4.4: Evolução das transformações de fase para o elemento 1, a 373 K.

A Figura 4.5 mostra o diagrama tensão – deformação do elemento 2. Como esperado, verifica-se unicamente a presença de tensões compressivas. A evolução das transformações de fase para este elemento aparece na Figura 4.6. De forma semelhante à ocorrida no elemento 1, há a transformação da austenita em martensita induzida por compressão (M-) quando a tensão chega a um determinado nível. Com a descarga ocorre a transformação inversa. Como esperado para SMA's a altas temperaturas, não há deformações residuais neste elemento.

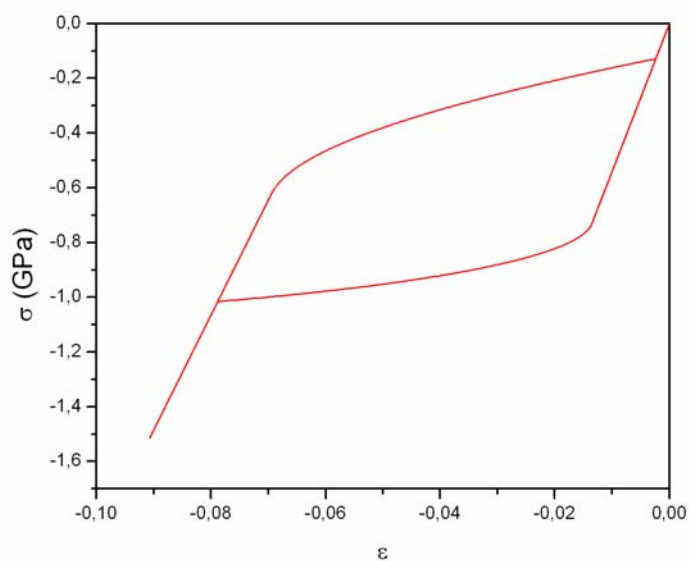


Figura 4.5: Diagrama tensão – deformação do elemento 2 a 373 K.

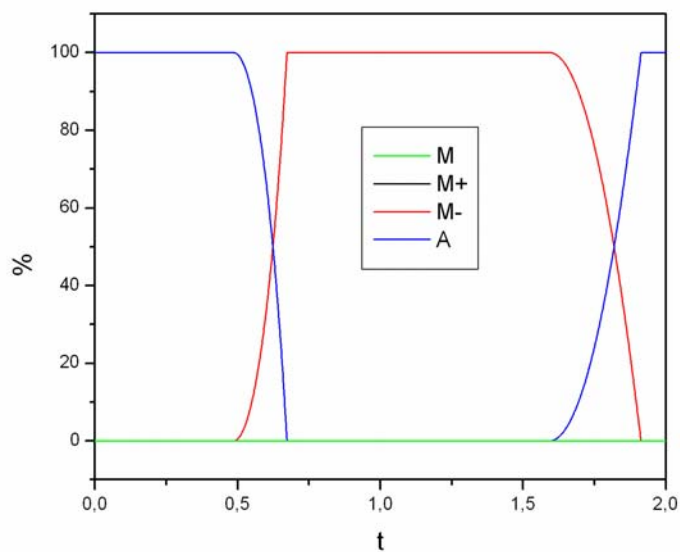


Figura 4.6: Evolução das transformações de fase para o elemento 2, a 373 K.

A Figura 4.7 apresenta o deslocamento do ponto médio da barra ao longo do tempo. Nela pode-se ver que a estrutura comporta-se de maneira linear no início do carregamento. No instante em que começa a ocorrer a transformação de fase este

comportamento passa a ser não linear, e ocorre uma diminuição sensível na rigidez. Após o término da transformação de fase, o comportamento volta a ser linear. No descarregamento ocorre o mesmo: inicialmente o comportamento é linear, passa por um trecho não linear e volta a ser linear. Ao final do ciclo completo de carregamento percebe-se que o ponto médio volta a sua posição original, devido à ausência de deformações residuais.

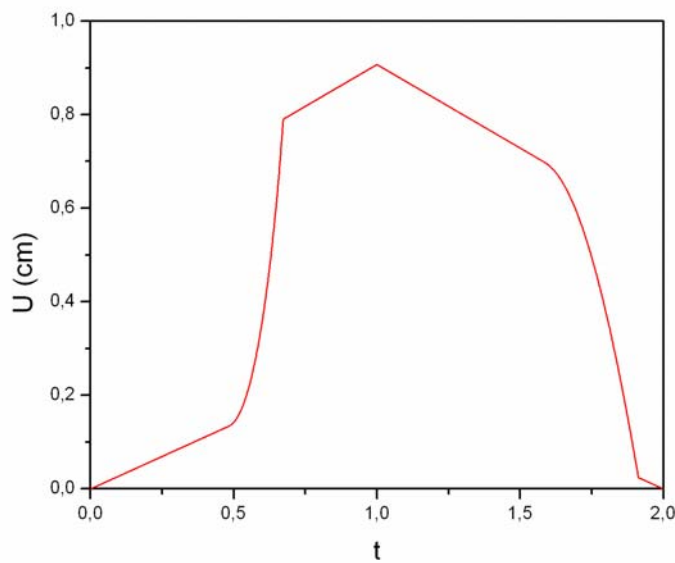


Figura 4.7: Deslocamento do ponto médio da barra a 373 K.

Neste ponto passa a tratar-se o mesmo caso anterior, porém com temperatura homogênea igual a 280 K ($T < T_M$). O diagrama tensão – deformação do elemento 1 é mostrado na Figura 4.8, onde observa-se a presença de uma deformação residual, conforme o esperado para SMA's a baixas temperaturas. Durante o carregamento verifica-se a presença de comportamento não linear, enquanto o descarregamento é feito de forma linear. A Figura 4.9 mostra a evolução das transformações de fase neste mesmo elemento.

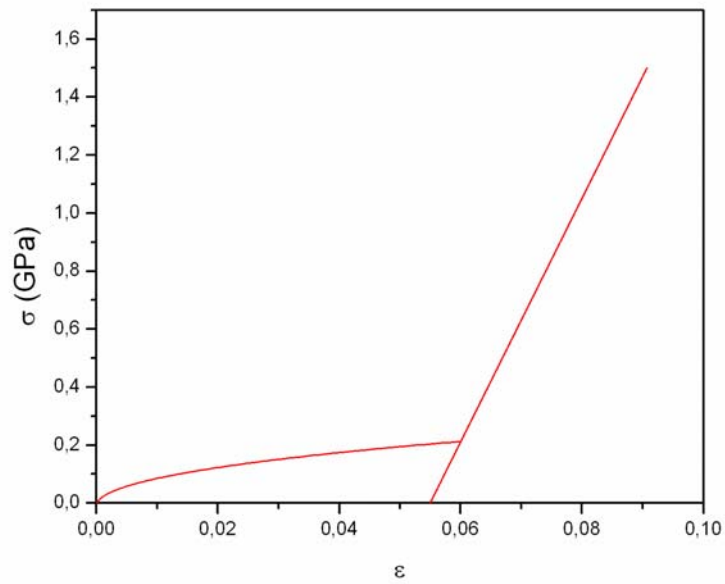


Figura 4.8: Diagrama tensão – deformação do elemento 1 a 280 K.

A transformação de fase de martensita induzida por temperatura (M) em martensita induzida por tração (M+) inicia-se no início do carregamento mecânico. Durante o descarregamento não há a transformação inversa, como ocorrido em altas temperaturas e, portanto, existe uma deformação residual.

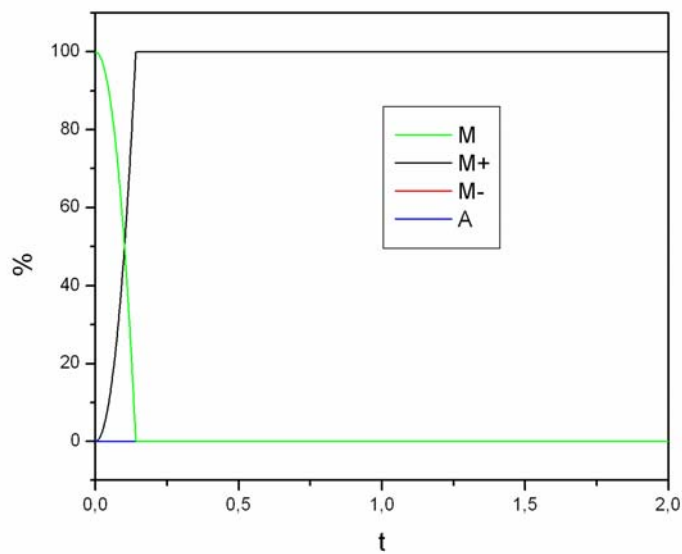


Figura 4.9: Evolução das transformações de fase para o elemento 1, a 280 K.

Na Figura 4.10 é apresentado o diagrama tensão – deformação do elemento 2. O comportamento do material é semelhante ao do elemento 1, ou seja, não linear durante o início do carregamento e posteriormente linear. Esse comportamento é explicado pelas transformações de fase, apresentadas na Figura 4.11. Pode-se notar ainda a presença de uma deformação residual no elemento.

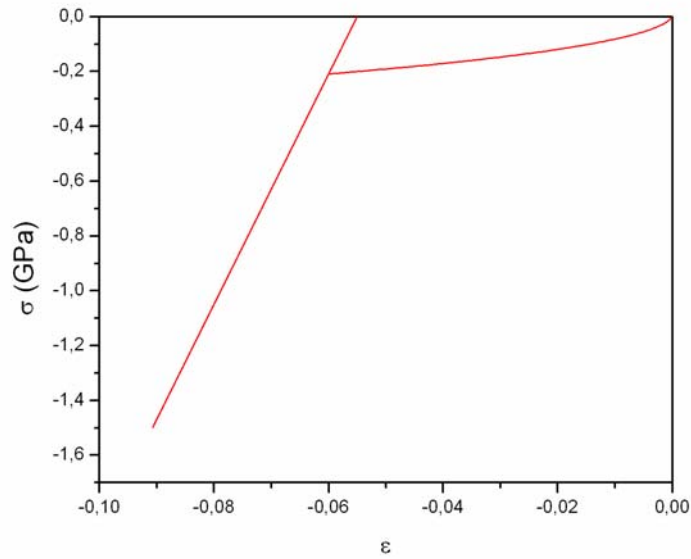


Figura 4.10: Diagrama tensão – deformação do elemento 2 a 280 K.

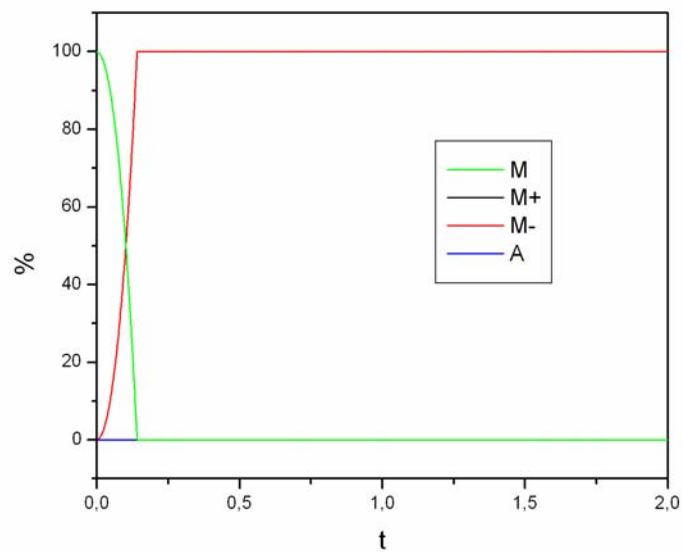


Figura 4.11: Evolução das transformações de fase para o elemento 2, a 280 K.

Durante o carregamento, a fase matriz, ou seja, a martensita induzida por temperatura (M), transforma-se em martensita induzida por compressão (M-). Como a temperatura aplicada ao modelo é inferior a T_M , este microconstituente é estável, e não se transforma quando a carga é retirada. Portanto existe uma deformação residual.

A Figura 4.12 mostra o deslocamento do ponto médio da barra ao longo do tempo. Pode-se perceber que ao final do ciclo de carregamento este se encontra em uma posição diferente daquela em que se encontrava antes da aplicação da carga. Isso se deve à presença de deformações residuais nos elementos.

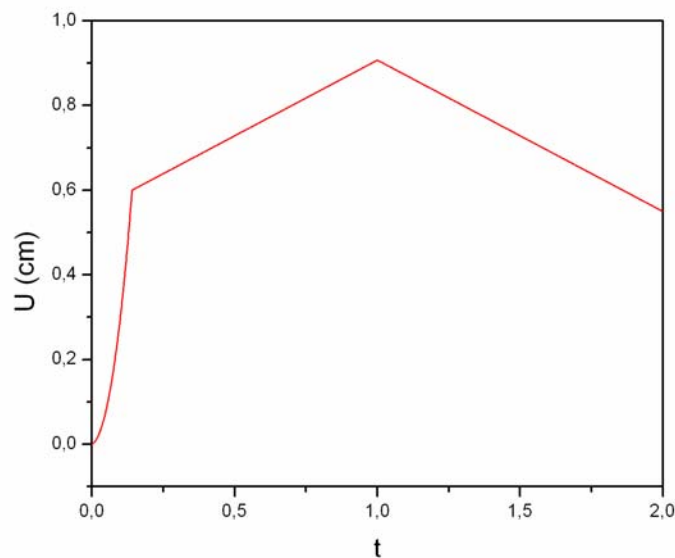


Figura 4.12: Deslocamento do ponto médio da barra a 280 K.

4.2 Carregamento térmico não-homogêneo

Esta seção discute o comportamento de uma barra de SMA submetida a uma distribuição não-homogênea de temperatura. Para isso, considera-se uma barra de 20 cm de comprimento, com seção reta quadrada de lado igual a 1 cm, restrita em uma das extremidades, submetida a um ciclo de carregamento, e a cada um dos elementos

é prescrito um valor de temperatura. O modelo é gerado com oito elementos, e está representado na Figura 4.13. O passo de tempo máximo utilizado na análise é de 5×10^{-3} . O histórico de carregamento ao qual o modelo se encontra submetido é apresentado na Figura 4.14.

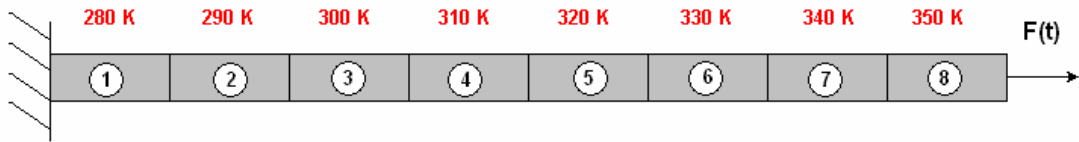


Figura 4.13: Modelo de uma barra com temperatura não homogênea.

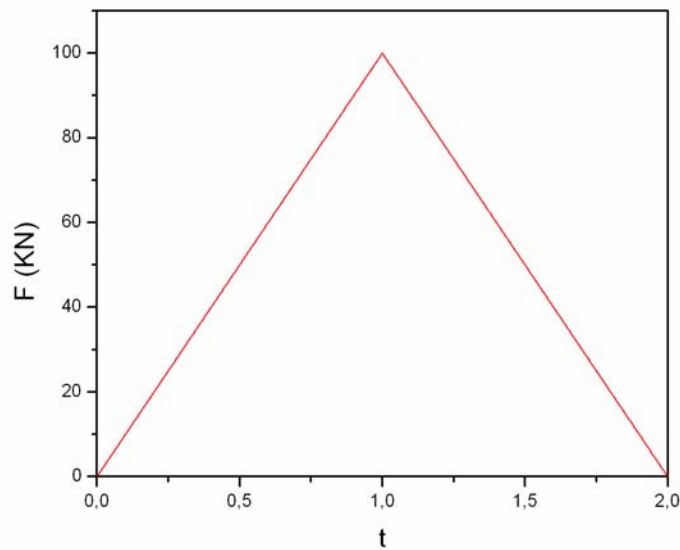


Figura 4.14: Histórico de carregamento aplicado ao modelo.

A figura 4.15 mostra o diagrama tensão – deformação dos elementos 1, 3, 5 e 8. Pode-se perceber que os elementos nos quais a temperatura é mais alta possuem o laço de histerese mais deslocado para cima. Além disso, verifica-se que deformação residual existente nos elementos submetidos a temperaturas mais baixas é maior.

A Figura 4.16 mostra a evolução da fase martensítica induzida por temperatura (M) ao longo do tempo. Vê-se que esta fase só se encontra presente no elemento 1, cuja temperatura é inferior a T_M . Logo no início do carregamento esta fase se transforma em martensita induzida por tração (M+), como mostra a Figura 4.17, e mesmo após a descarga não volta a se formar.

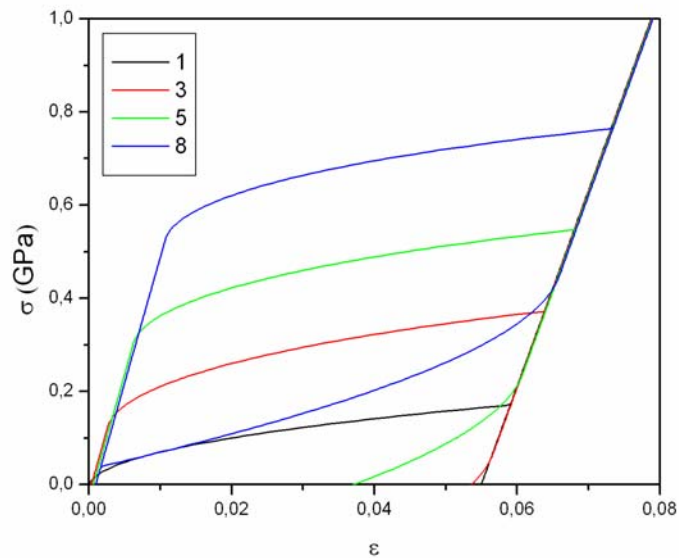


Figura 4.15: Diagramas tensão – deformação dos elementos 1,3, 5 e 8.

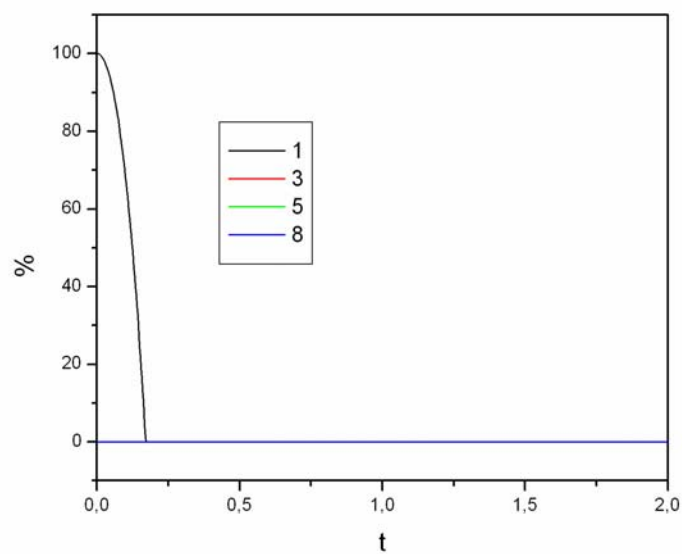


Figura 4.16: Evolução da fase M dos elementos 1,3, 5 e 8.

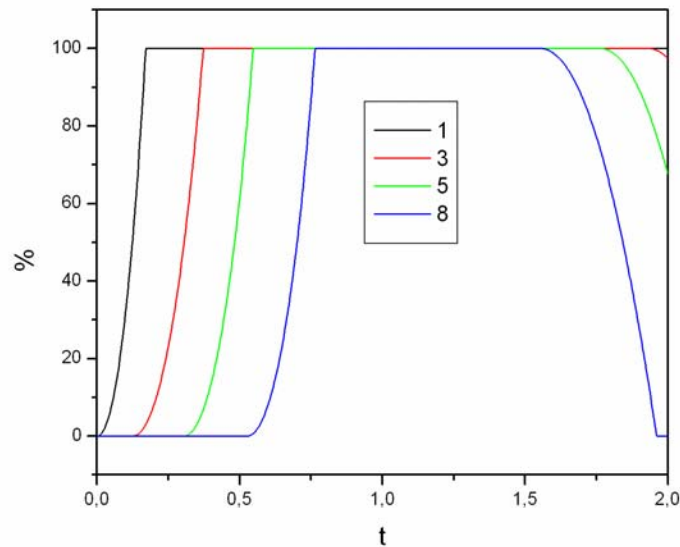


Figura 4.17: Evolução da fase M+ nos elementos 1, 3,5 e 8.

A Figura 4.17 apresenta a evolução da martensita induzida por tração ao longo do tempo. Pode-se perceber que sua formação, durante o carregamento, é mais tardia nos elementos de temperaturas mais altas. Além disso, durante o descarregamento, verifica-se que nos elementos de temperaturas mais baixas esta fase permanece presente, ainda que de forma parcial, mesmo quando o carregamento é removido.

A Figura 4.18 mostra a evolução da fase austenítica (A) ao longo do tempo. Vê-se que, nos elementos 3, 5 e 8 esta é a fase matriz, e que este microconstituente é inexistente no elemento 1. Quando o carregamento é aplicado à barra, a austenita presente nos elementos 3, 5 e 8 transforma-se em martensita induzida por tração em instantes diferentes, iniciando a transformação de maneira mais precoce nos elementos mais frios. Quando a barra é descarregada, esta fase aparece primeiro nos elementos com temperaturas mais altas, e a transformação completa só ocorre no elemento 8. Isso provoca a inexistência de deformação residual neste elemento, de acordo com a Figura 4.15.

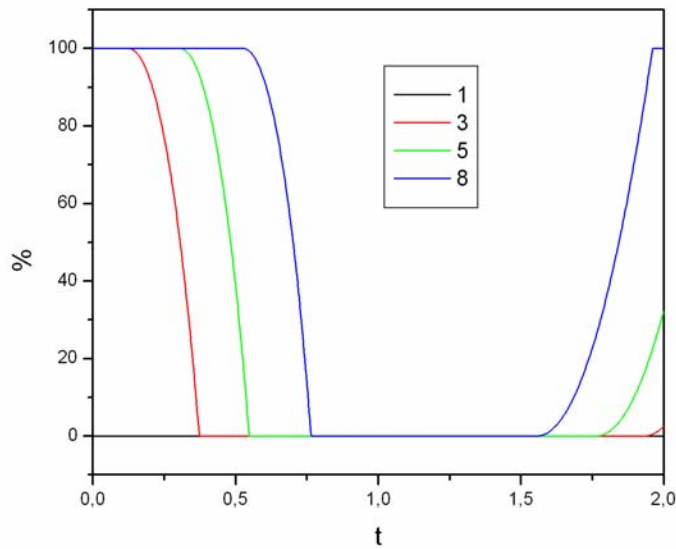


Figura 4.18: Evolução da fase A nos elementos 1, 3,5 e 8.

A Figura 4.19 mostra o deslocamento da extremidade da barra ao longo do tempo. Observa-se, durante o carregamento, que inicialmente a barra comporta-se de forma não linear, devido à existência de transformações de fase nos elementos mais frios. Quando a carga atinge um determinado valor, as transformações deixam de ocorrer, e o comportamento passa a ser linear. O comportamento, durante o descarregamento, é inverso. Inicialmente a estrutura comporta-se de forma linear, e após um certo tempo passa a comportar-se de forma não linear. Ao final do ciclo de carregamento a presença de deformações residuais faz com que a extremidade da barra se encontre em uma posição diferente da inicial.

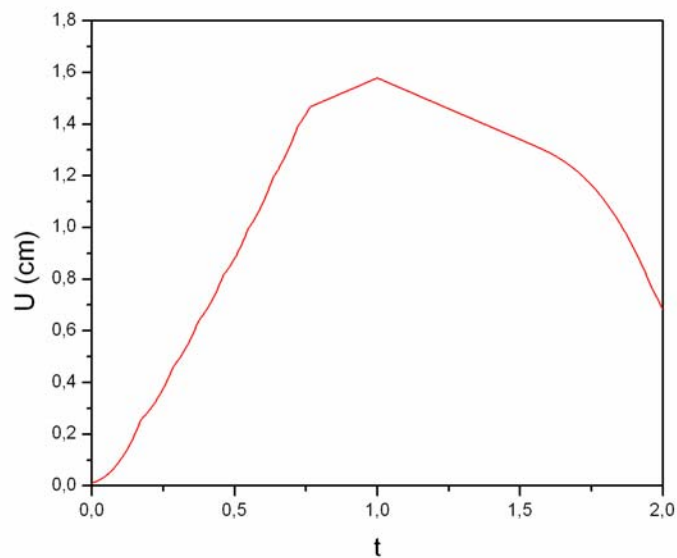


Figura 4.19: Deslocamento da extremidade da barra ao longo do tempo

4.3 Geometria não-homogênea

Esta seção considera uma barra com seção reta variável, com temperatura constante ao longo de seu eixo, submetida a um ciclo de carregamento axial. O modelo, representado na Figura 4.20, possui três elementos, cada um com o comprimento de 10 cm. A área da seção transversal do elemento 1 é de 3 cm^2 , a do elemento 2 é de 2 cm^2 e do elemento 3, 1 cm^2 . O histórico de carregamento é apresentado na Figura 4.21.

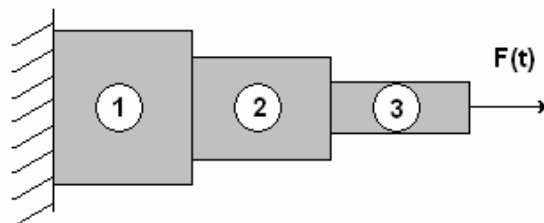


Figura 4.20: Modelo de barra com seção reta variável.

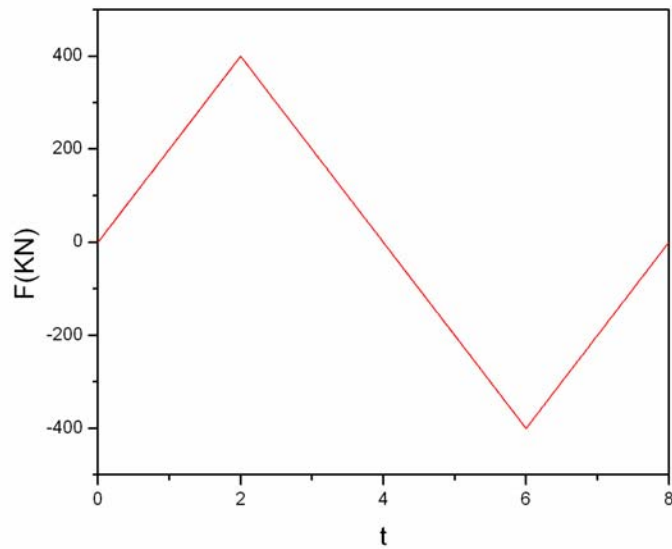


Figura 4.21: Histórico de carregamento aplicado à barra com seção reta variável.

Inicialmente considera-se uma temperatura de 373 K ($T > T_A$). A Figura 4.22 mostra a deformação existente em cada elemento ao longo do tempo. Pode-se perceber que a deformação presente nos elementos cujas seções retas são menores atinge valores mais altos, resultado que se encontra de acordo com o esperado. Vê-se também que as três curvas se interceptam nos pontos em que a deformação é nula. Esse fenômeno é provocado pela ausência de deformações residuais quando as cargas, tanto trativa quanto compressiva, são removidas. As diferenças nos valores e nas taxas de deformação provocam diferenças nos diagramas tensão – deformação dos elementos, como previsto por PAIVA (2004).

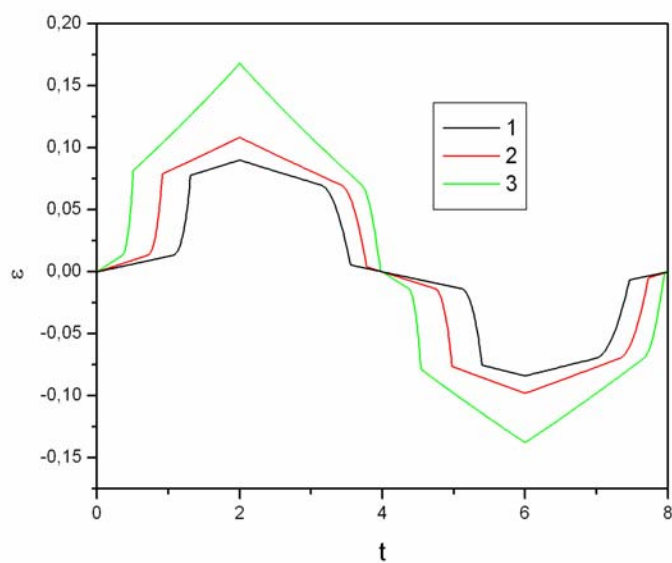


Figura 4.22: Deformação nos elementos ao longo do tempo.

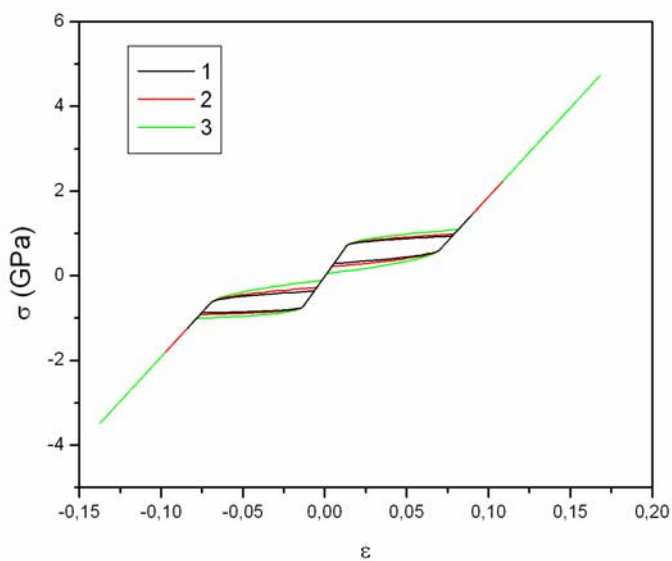


Figura 4.23: Diagramas tensão – deformação da barra com seção reta variável a 373 K.

A Figura 4.24 apresenta a evolução da fase austenítica (A) ao longo do tempo para os três elementos. Verifica-se que o elemento 1 começa a sofrer mudanças de

fase após o término das transformações nos outros elementos, durante os períodos de carregamento. Durante o descarregamento, o inverso ocorre, e o elemento 1 começa a sofrer transformações de fase antes dos outros dois elementos. Ao final do ciclo de carregamento, o único microconstituente presente nos três elementos é a austenita.

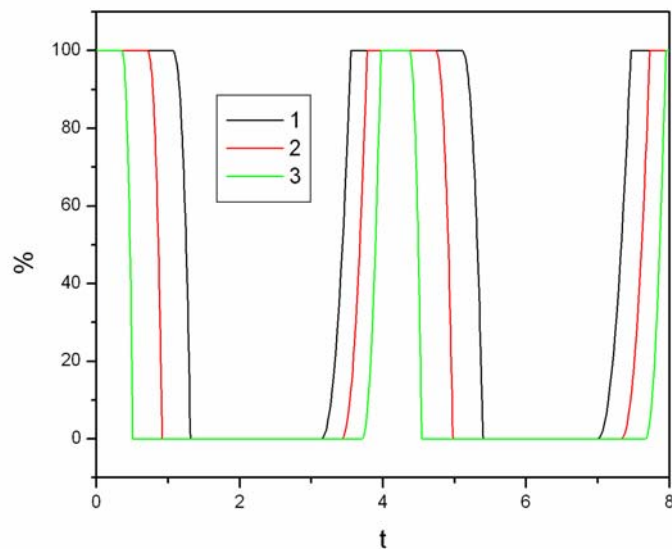


Figura 4.24: Evolução da fase A nos elementos 1, 2 e 3.

A Figura 4.25 apresenta a evolução da martensita induzida por tração (M+) nos três elementos, ao longo do tempo. É possível verificar que, no elemento 3, esta fase começa a formar-se antes, durante o carregamento por tração. Durante o descarregamento, este microconstituente permanece presente no elemento 3 por mais tempo.

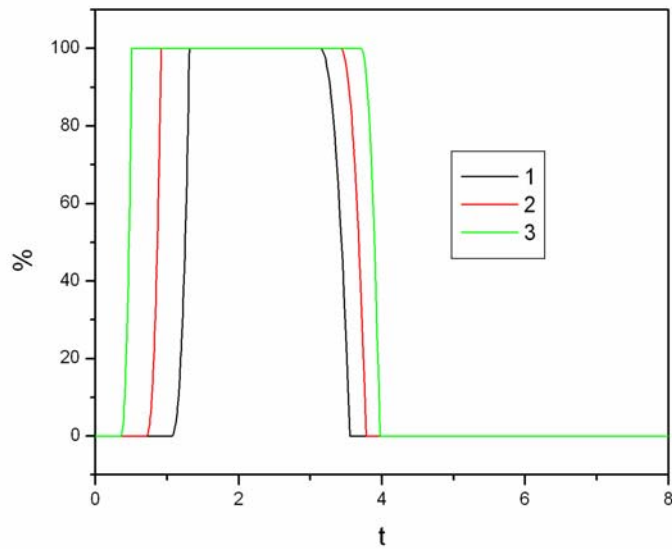


Figura 4.25: Evolução da fase M+ nos elementos 1, 2 e 3.

A evolução da martensita induzida por compressão (M-) é semelhante ao da martensita induzida por tração, como mostra a Figura 4.26.

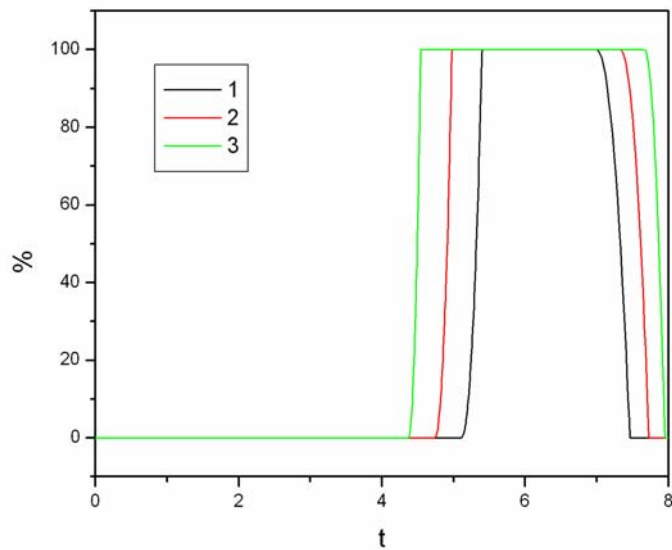


Figura 4.26: Evolução da fase M- nos elementos 1, 2 e 3.

A Figura 4.27 mostra o deslocamento da extremidade da barra ao longo do tempo. Percebe-se que durante o carregamento, inicialmente o modelo comporta-se

de forma linear. Quando começam a existir transformações de fase no elemento 3, o comportamento passa a ser não linear. Quando estas cessam, a barra volta a comportar-se linearmente. O elemento 2 começa então a sofrer transformações de fase, e o comportamento da barra volta a ser não linear, até que este elemento não sofra mais transformações de fase. Um fenômeno similar ocorre com o elemento 1. Dessa forma, durante o período de carregamento, a barra alterna períodos de comportamento linear com períodos de comportamento não linear. O mesmo ocorre durante o descarregamento. Ao final do ciclo de carregamento, a extremidade da barra volta a sua posição original.

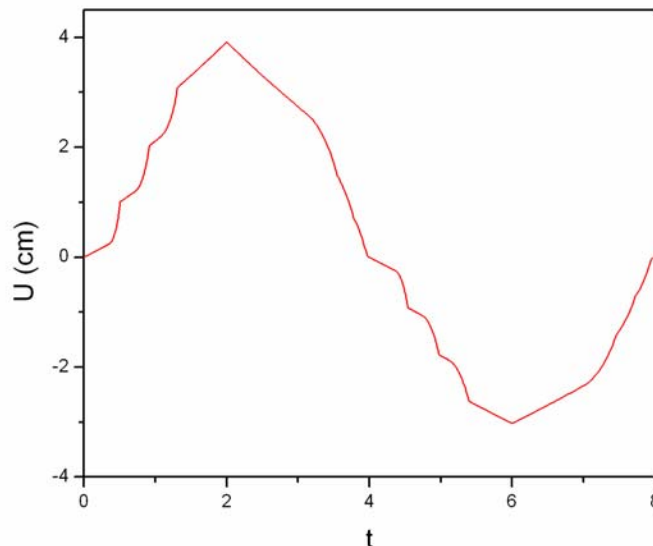


Figura 4.27: Deslocamento da extremidade da barra ao longo do tempo, a 373 K.

Nesse ponto passa-se a analisar a barra a uma temperatura inferior a T_M ($T=280$ K). A deformação existente em cada um dos elementos, ao longo do tempo é mostrada na Figura 4.28. Nela observa-se, novamente, que os elementos com seções retas com áreas menores atingem valores mais altos de deformação. Pode-se ver que, apesar de as deformações atingirem níveis bastante distintos, as deformações residuais ao final do descarregamento, tanto a tração quanto a compressão, são iguais nos três elementos.

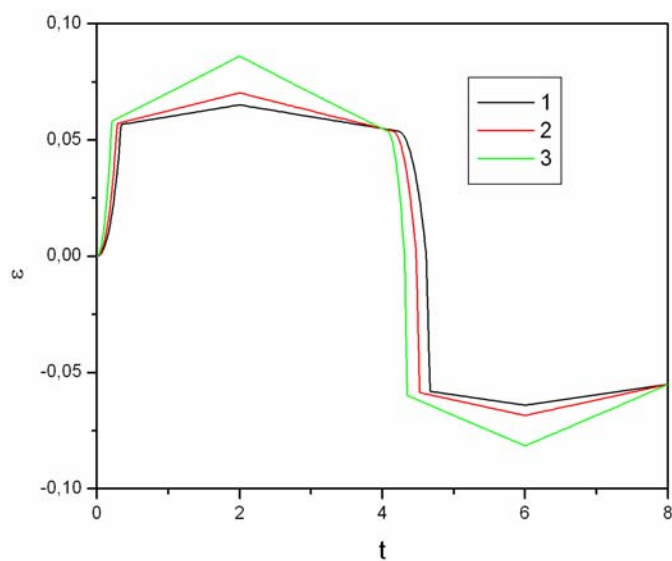


Figura 4.28: Deformação nos elementos ao longo do tempo.

Como as deformações e as taxas de deformação em cada um dos elementos são distintas, os diagramas tensão – deformação de cada um deles apresentam diferenças, mostradas na Figura 4.29.

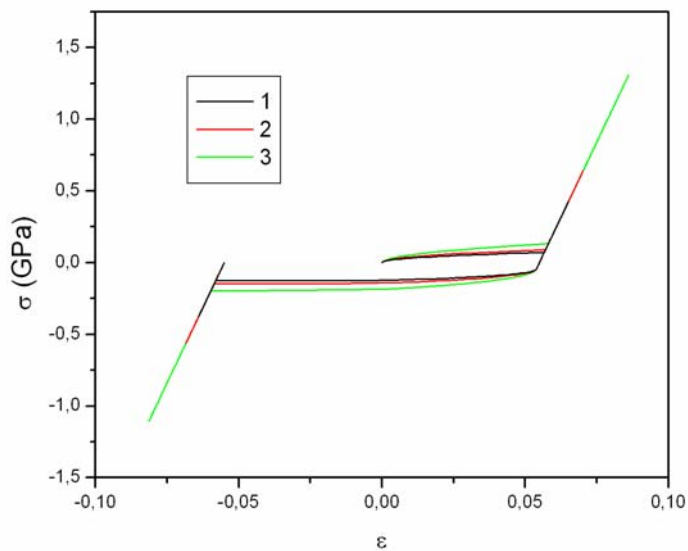


Figura 4.29: Diagramas tensão – deformação da barra com seção reta variável a 280 K.

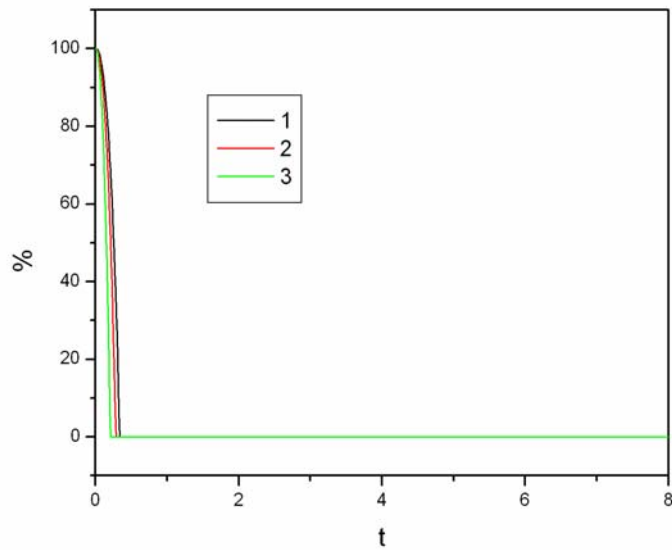


Figura 4.30: Evolução da fase M nos elementos 1, 2 e 3.

A evolução da martensita induzida por temperatura (M) ao longo do tempo é mostrada na Figura 4.30. Observa-se que a transformação de fase em cada um dos três elementos começa no instante em que o carregamento é aplicado. Contudo, esta ocorre de maneira mais rápida no elemento 3. A martensita induzida por temperatura não volta a formar-se durante o restante do ciclo de carregamento.

A Figura 4.31 mostra a evolução da fase martensítica induzida por tração ao longo do tempo. Pode-se verificar que este microconstituente forma-se durante o carregamento à tração e permanece estável até o início da aplicação da carga compressiva, quando começa a transformar-se em martensita induzida por compressão. A transformação de fase no elemento 3 inicia-se antes dos outros elementos, além de ocorrer de forma mais rápida.

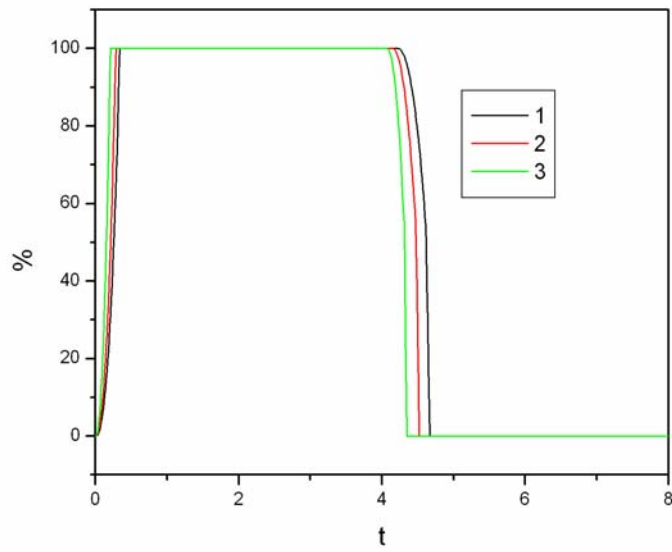


Figura 4.31: Evolução da fase M+ nos elementos 1, 2 e 3.

A Figura 4.32 apresenta a evolução da martensita induzida por compressão. Vê-se que esta fase começa a formar-se quando a carga compressiva é aplicada, e permanece estável até o final da análise.

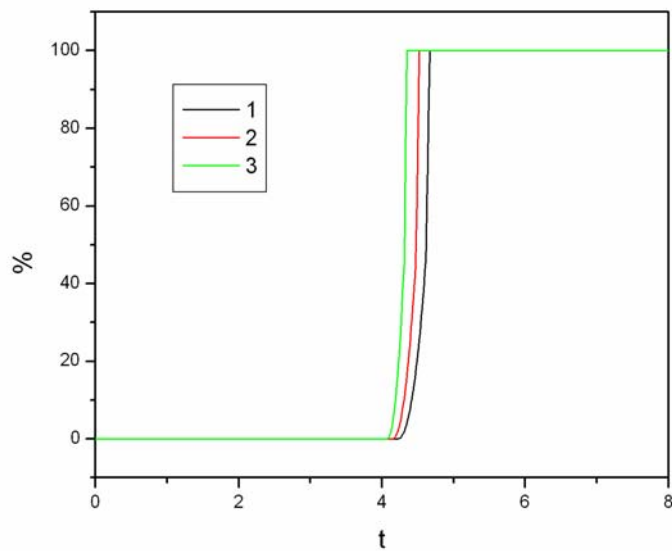


Figura 4.32: Evolução da fase M- nos elementos 1, 2 e 3.

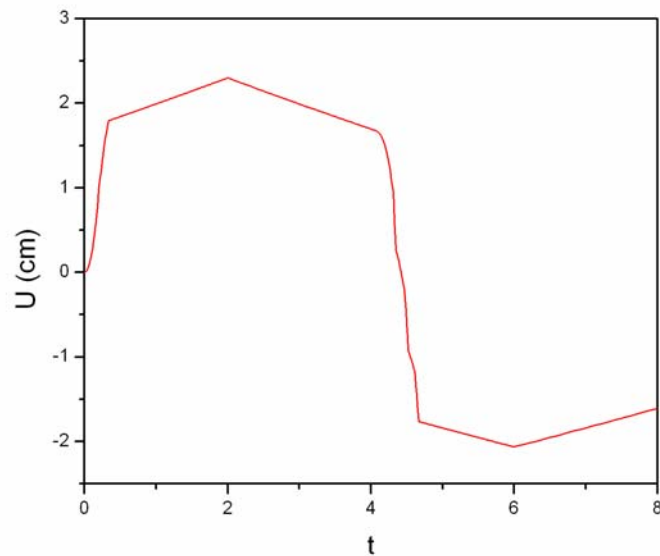


Figura 4.33: Deslocamento da extremidade da barra ao longo do tempo, a 280 K.

A Figura 4.33 apresenta o deslocamento da extremidade da barra ao longo do tempo. Verifica-se que o comportamento da barra no início das etapas de carregamento é não linear, devido à existência de transformações de fase nos elementos. Quando deixam de existir, a barra passa a comportar-se de forma linear. Já o descarregamento ocorre sempre em regime linear, pois não há transformações de fase ao longo da estrutura. Ao final do ciclo de carregamento a extremidade da barra se encontra em uma posição distinta da original, devido à existência de deformações residuais.

Observando os resultados apresentados neste capítulo verifica-se que o método apresenta resultados satisfatórios na análise de casos que envolvam condições não-homogêneas de carregamento, temperatura ou geometria.

5. Treliças adaptativas e atuadores

Após o estudo de barras com memória de forma apresentado nos capítulos precedentes, este capítulo é dedicado a analisar treliças adaptativas com memória de forma. Na primeira parte do capítulo são estudadas algumas estruturas de treliças compostas por barras de material elástico linear associadas a barras de SMA, representando uma estrutura adaptativa. Nesta parte do estudo pretende-se explorar algumas potenciais aplicações de SMAs ilustrando a construção de treliças adaptativas. Em seguida é feito um estudo sobre um atuador típico de memória de forma.

5.1 Treliças adaptativas

Nesta seção analisam-se alguns exemplos de treliças adaptativas atuadas por elementos com memória de forma.

5.1.1 Treliça de duas barras

Inicialmente, analisa-se uma treliça de duas barras com comprimento $L=22,36$ cm, seção reta com área de 1 cm^2 , submetida a um histórico de carregamento mecânico vertical em sua extremidade e a um posterior ciclo térmico. O modelo é gerado com dois elementos e está representado na Figura 5.1.

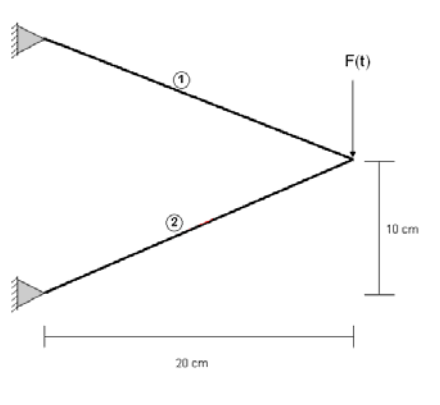


Figura 5.1: Modelo de treliça de duas barras.

A barra correspondente ao elemento 1 é feita de SMA, enquanto a correspondente ao elemento 2 é feita de material elástico linear, com módulo de elasticidade igual a 200 GPa. O histórico de carregamento aplicado à estrutura e o ciclo térmico são mostrados na Figura 5.2.

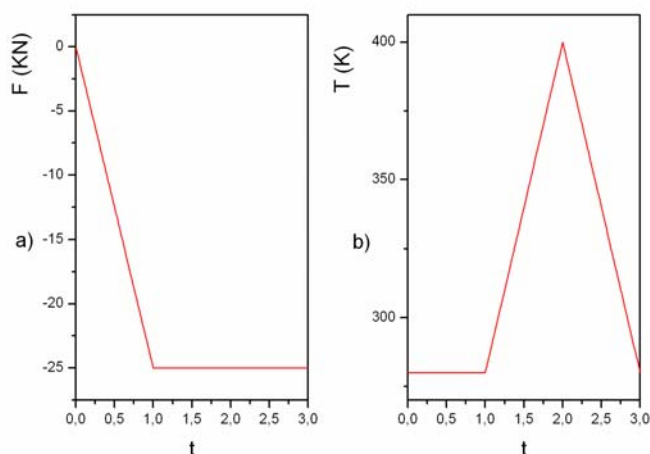


Figura 5.2: a) Carregamento aplicado à treliça de duas barras. b) Ciclo térmico.

O objetivo desta análise é verificar a possibilidade de se alterar a rigidez de uma estrutura inteligente a partir da variação de sua temperatura. O deslocamento da extremidade da treliça é apresentado na Figura 5.3.

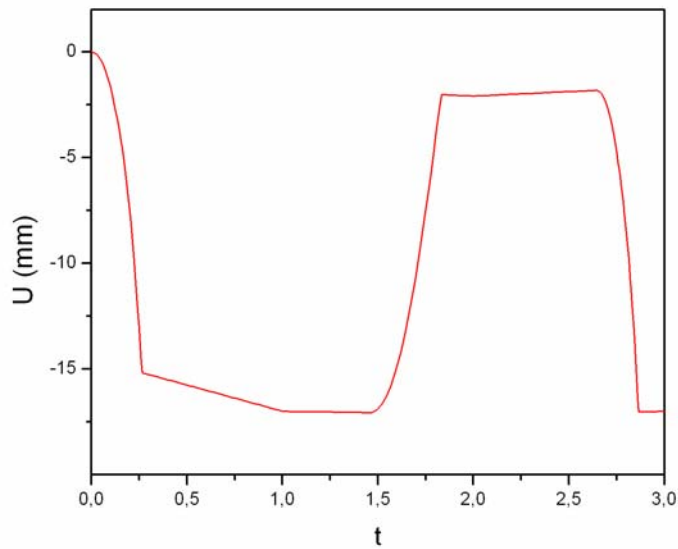


Figura 5.3: Deslocamento da extremidade da treliça de duas barras.

Verifica-se que a extremidade da treliça desloca-se para baixo, quando a carga é aplicada e a temperatura mantida baixa. Quando a carga é mantida constante e a temperatura é elevada, a extremidade da treliça desloca-se em direção a sua posição original. Quando a temperatura é novamente reduzida, a extremidade volta a deslocar-se para baixo, voltando ao seu ponto de deslocamento máximo.

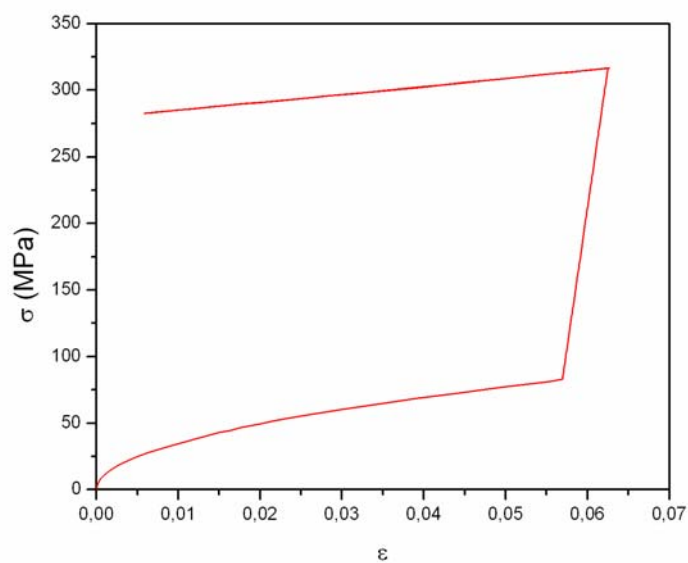


Figura 5.4: Diagrama tensão – deformação do elemento 1.

Esta variação no deslocamento da extremidade da treliça é refletido no diagrama tensão – deformação do elemento 1, apresentado na Figura 5.4. Observa-se que, no instante em que a temperatura é elevada, a deformação existente no elemento sofre uma grande redução.

A Figura 5.5 apresenta a evolução das transformações de fase ao longo do tempo. Pode-se ver que, inicialmente, a martensita induzida por temperatura (M) é o único microconstituente presente no elemento 1. Quando a carga é aplicada, esta transforma-se em martensita induzida por tração (M+). Quando a temperatura é elevada, há a formação de austenita (A), o que provoca a recuperação parcial da forma original da estrutura. Quando a temperatura é reduzida, volta a formar martensita induzida por tração. Desta forma, vê-se que é possível movimentar a treliça a partir da variação da temperatura.

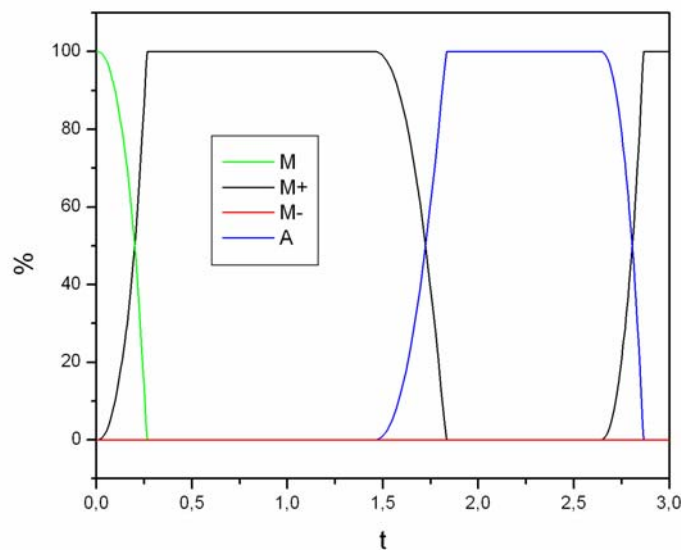


Figura 5.5: Evolução das transformações de fase no elemento 1.

A Figura 5.6 apresenta a configuração deformada após a aplicação do carregamento mecânico.

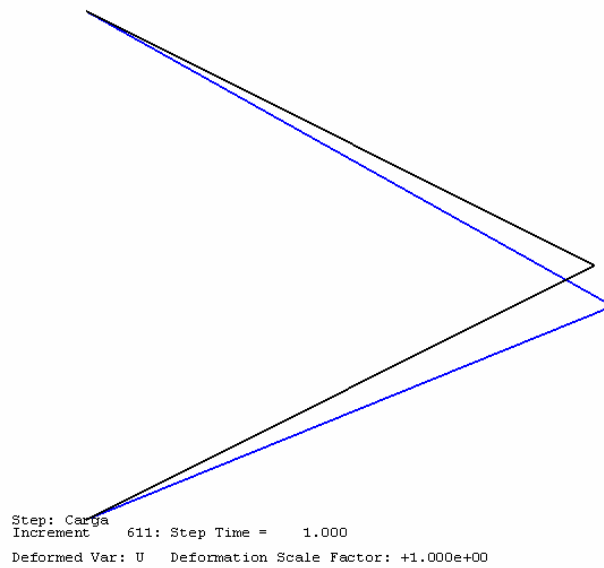


Figura 5.6: Configuração da treliça ao final da aplicação da carga.

Na Figura 5.6 pode-se ver que existe um grande deslocamento da extremidade da treliça, acompanhado por uma variação significativa nos ângulos da estrutura, fato que se encontra de acordo com a hipótese de não-linearidade geométrica.

A configuração da estrutura após o aquecimento é mostrada na Figura 5.7. Observa-se que, ao elevar-se a temperatura da treliça, ocorre uma recuperação em sua forma, que se aproxima da original, mesmo sem a retirada da carga mecânica.

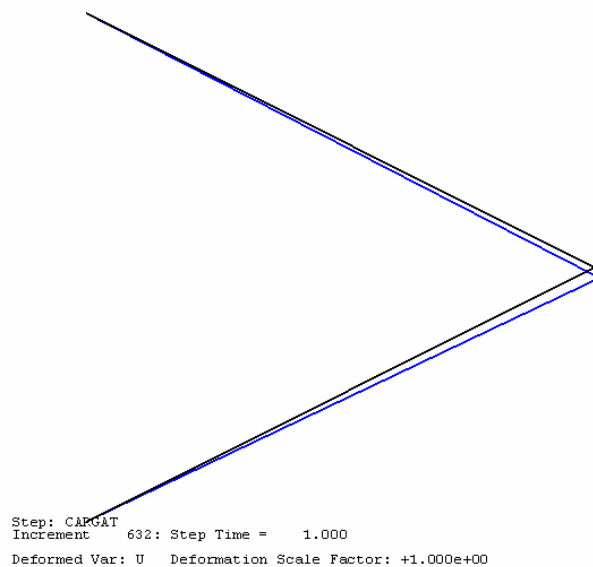


Figura 5.7: Configuração da treliça ao final do aquecimento.

Neste ponto, passa-se a considerar uma treliça de duas barras, onde as duas barras são feitas de SMA. Considera-se a mesma geometria e o mesmo histórico de carregamento e temperatura do exemplo anterior. Esta análise permite estabelecer uma comparação entre os dois casos que correspondem a uma treliça adaptativa totalmente construída com memória de forma ou com apenas um elemento atuante. A Figura 5.8 mostra o deslocamento da extremidade da treliça. Do ponto de vista qualitativo, o comportamento das duas treliças é semelhante. Contudo, a treliça construída inteiramente em SMA é muito mais flexível do que a outra. Além disso, sua extremidade possui uma amplitude de deslocamento muito maior do que a apresentada pela treliça construída parcialmente com material elástico. A Figura 5.9 mostra uma comparação entre as configurações das duas treliças no instante de máxima deformação.

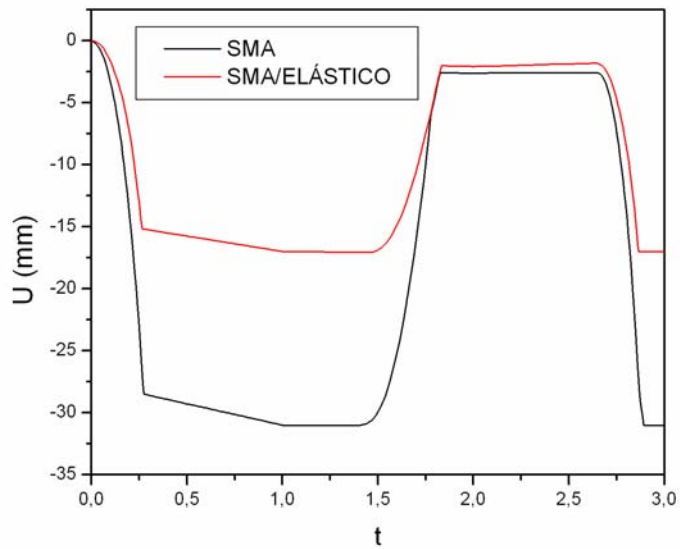


Figura 5.8: Deslocamento da extremidade da treliça com duas barras de SMA.

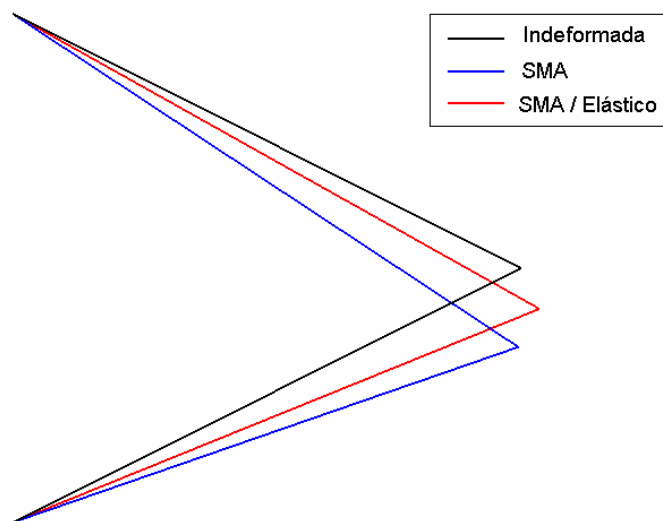


Figura 5.9: Configuração das treliças ao final da aplicação da carga.

5.1.2 Treliça com nove barras

Neste ponto considera-se a análise de uma treliça de nove barras, submetida a um carregamento vertical, conforme representado na Figura 5.10.

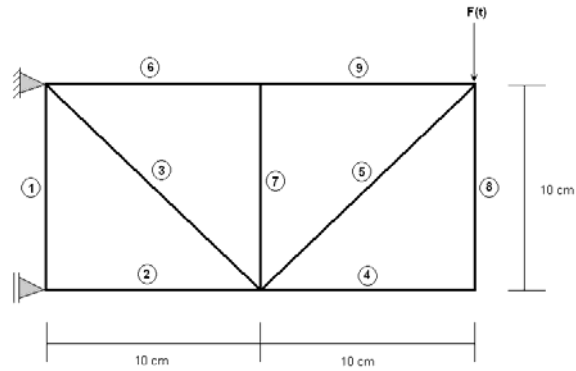


Figura 5.10: Treliça de nove barras.

O modelo é gerado com nove elementos. As barras representadas pelos elementos 3 e 5 são feitas de SMA, e as demais são feitas de material elástico linear, com módulo de elasticidade igual a 200 GPa. Todas as barras possuem seção reta de área igual a 1 cm^2 . Os históricos de carregamento e temperatura são mostrados na Figura 5.11.

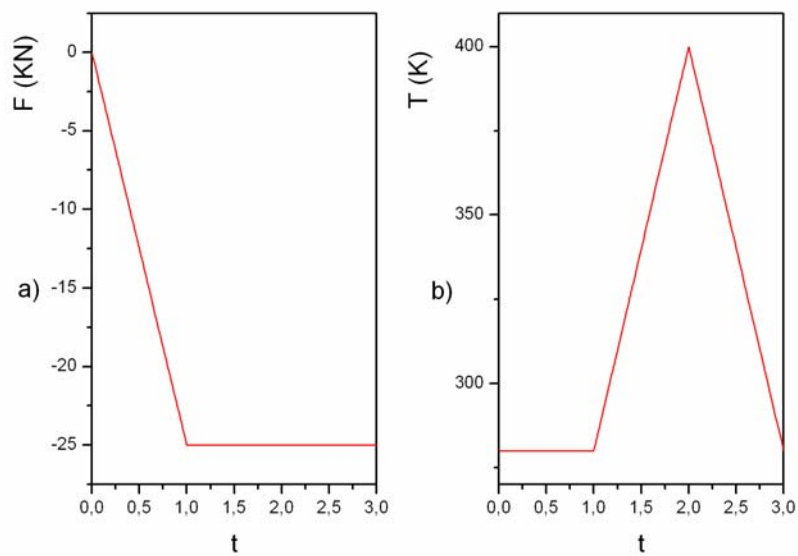


Figura 5.11: a) Carregamento aplicado à treliça de nove barras. b) Ciclo térmico.

A Figura 5.12 apresenta o deslocamento da extremidade da treliça em que é aplicado o carregamento ao longo do tempo.

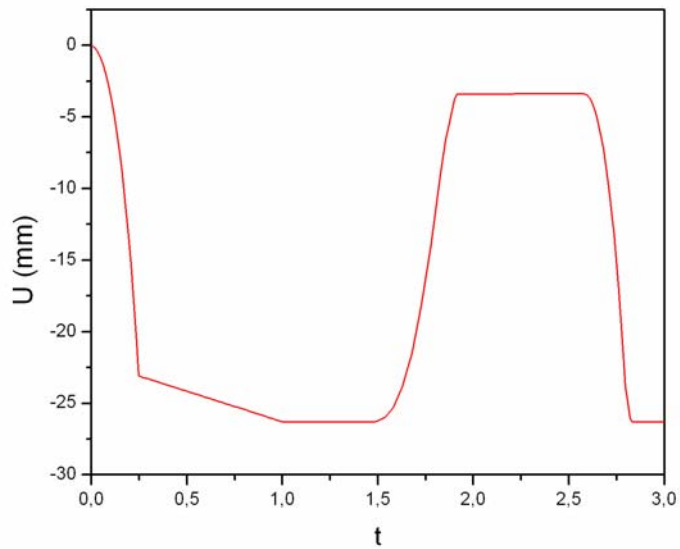


Figura 5.12: Deslocamento da extremidade da treliça ao longo do tempo.

Verifica-se que, no instante $t=1$, no qual a carga atinge seu valor máximo, a extremidade ponto chega ao seu valor extremo de deslocamento. A Figura 5.13 apresenta a configuração deformada da estrutura nesse instante.

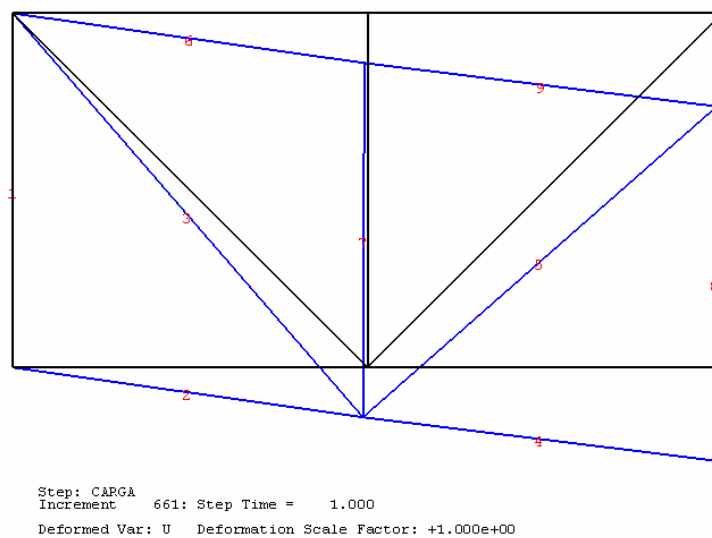


Figura 5.13: Configuração deformada da treliça no instante $t=1$.

É possível perceber que os deslocamentos nodais existentes na estrutura são significativos e, portanto, a configuração deformada não se confunde com a indeformada.

Quando a temperatura é elevada, a estrutura recupera parte da deformação causada pela aplicação da carga mecânica, como mostra a Figura 5.14.

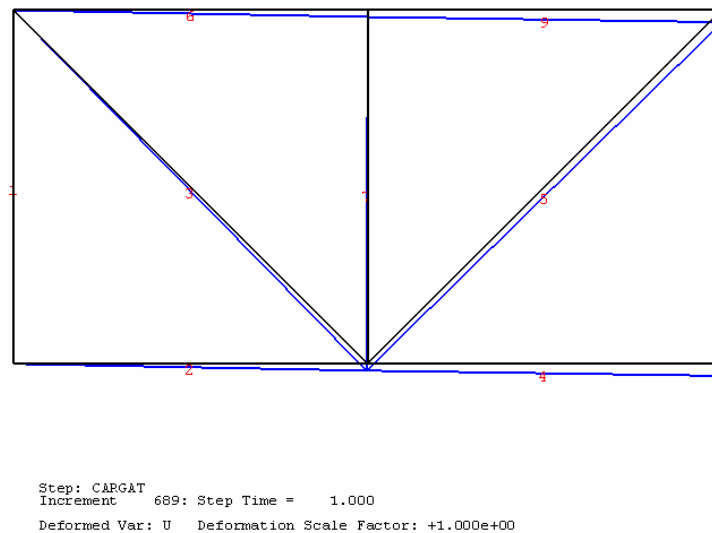


Figura 5.14: Configuração deformada da treliça no instante $t=2$.

5.1.3 Treliça com dezesseis barras

Nesse ponto passa-se a tratar uma treliça com dezesseis barras de SMA, com seção reta de 1 cm^2 de área, representada na Figura 5.15. A estrutura encontra-se inicialmente a 280 K ($T < T_M$). Um carregamento mecânico é aplicado em sua extremidade, e acompanha a rotação do nó em que é aplicado. Após a retirada da carga a temperatura é elevada. Os históricos de carregamento mecânico e de temperatura são mostrados na Figura 5.16, e o passo máximo utilizado é de 5×10^{-3} .

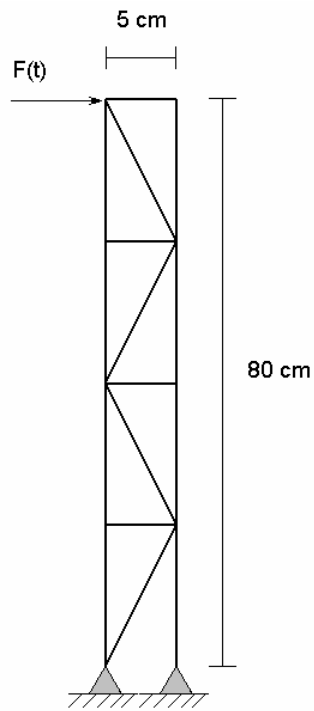


Figura 5.15: Treliça de dezesseis barras.

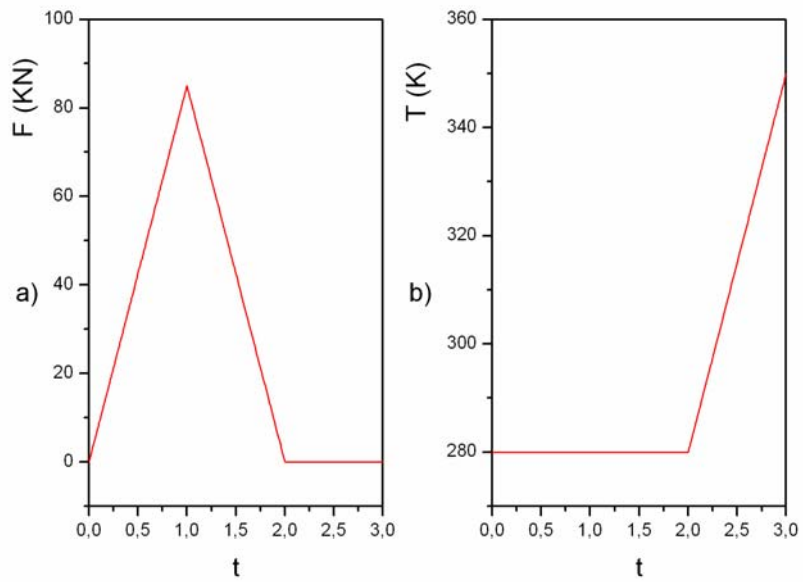


Figura 5.16: a) Histórico de carregamento aplicada treliça. b) Histórico de temperatura.

A Figura 5.17 apresenta a configuração deformada da estrutura no instante em que a carga atinge seu valor máximo. Pode-se perceber que a treliça sofre grandes deslocamentos e rotações.

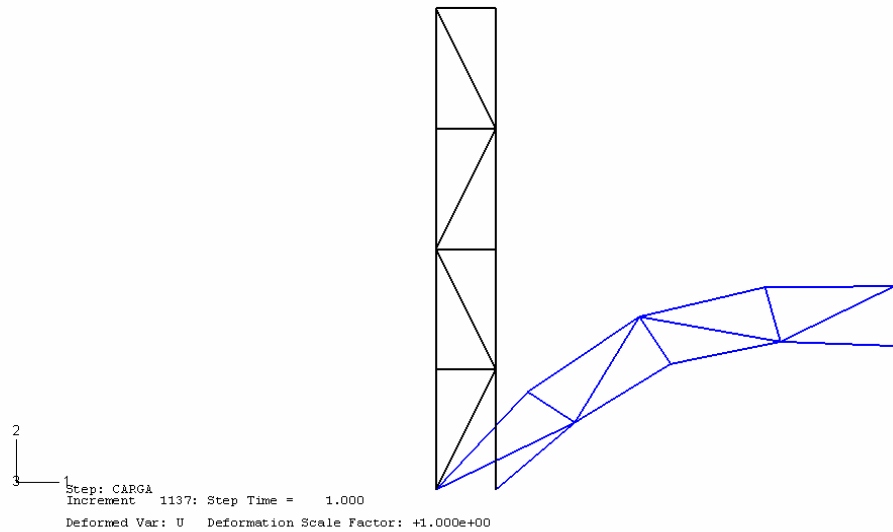


Figura 5.17: Configuração deformada da treliça no instante $t=1$.

Quando o carregamento mecânico é removido, há uma recuperação parcial das deformações sofridas pela estrutura. A Figura 5.18 apresenta a configuração deformada neste instante.

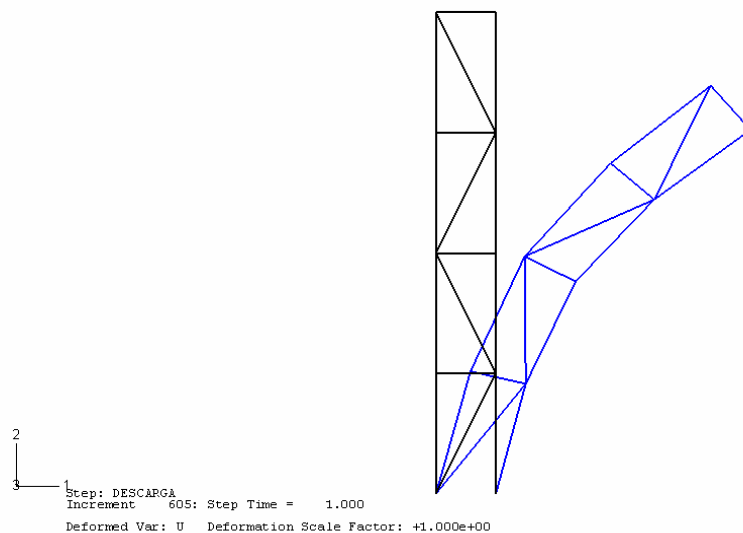


Figura 5.18: Configuração deformada da treliça no instante $t=2$.

Com o aumento da temperatura, a estrutura volta a sua configuração original, recuperando as deformações residuais presentes após a retirada da carga. A Figura 5.19 apresenta a configuração da treliça nesse instante.

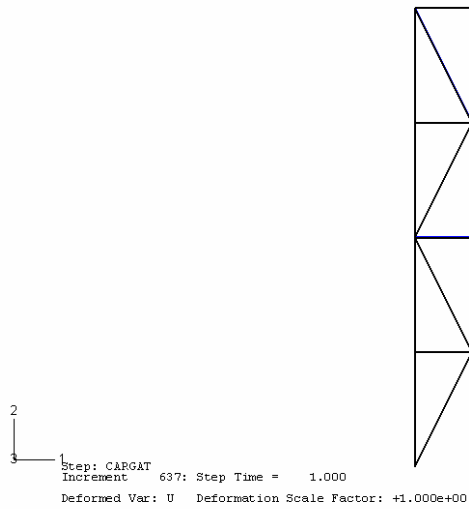


Figura 5.19: Configuração deformada da treliça no instante $t=3$.

A Figura 5.20 apresenta o deslocamento ao longo do tempo da extremidade da treliça.

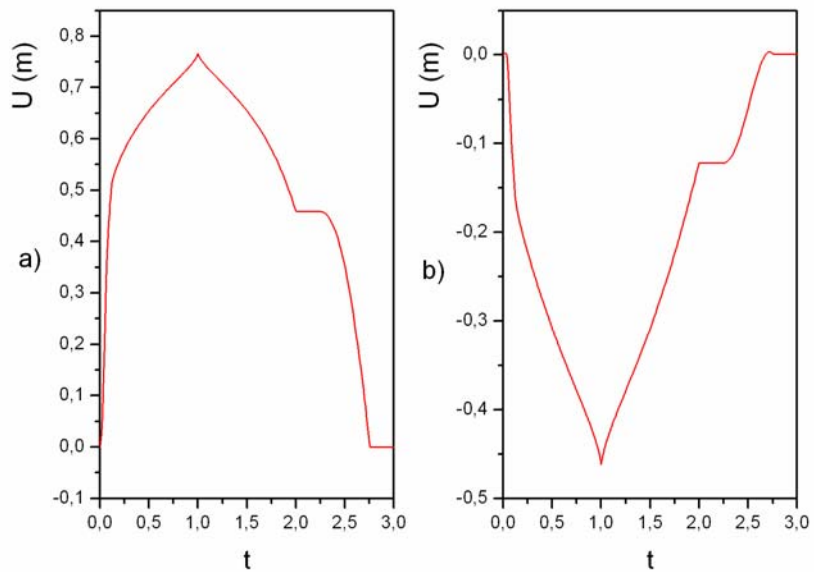


Figura 5.20: a) Deslocamento horizontal da extremidade da treliça. b) Deslocamento vertical.

Note que, na direção horizontal, o deslocamento máximo atinge um valor praticamente igual ao comprimento total da estrutura, enquanto na direção vertical esse deslocamento chega a um valor superior a 50 % do comprimento da treliça. Isso demonstra que este problema deve considerar não-linearidades geométricas para ser analisado corretamente. Apesar das condições extremas de deformação que a estrutura suporta, a Figura 5.20 indica que o aquecimento é capaz de produzir uma recuperação completa de sua forma original.

5.2 Atuadores

Os sistemas convencionais de atuação, tais como os hidráulicos e pneumáticos, possuem grandes dimensões e envolvem o emprego de componentes muito pesados, sendo, portanto, inadequados para o uso em aplicações que exijam sistemas mais compactos. Por esses motivos, o uso de novas tecnologias e materiais na fabricação de atuadores de tamanho reduzido e de grande poder de atuação torna-se bastante interessante.

Este tópico é dedicado ao estudo de atuadores com memória de forma, compostos por um elemento de SMA associado a um elemento elástico convencional (HODGSON, 2000). Este tipo de atuador representa diversas situações de aplicações envolvendo materiais inteligentes, estando representado na Figura 5.21.

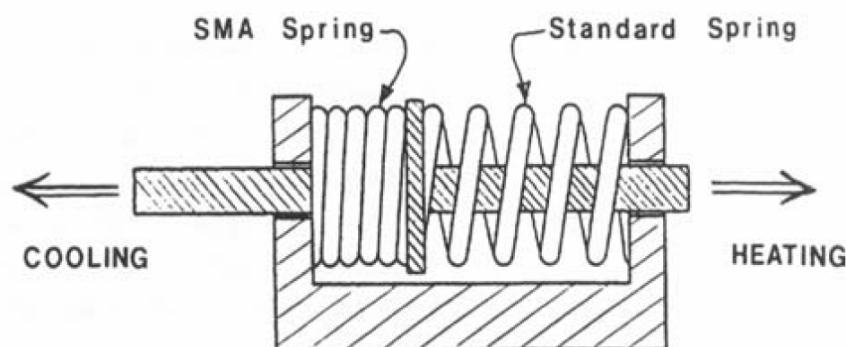


Figura 5.21: Representação de um atuador com memória de forma.

Quando o dispositivo é aquecido, o elemento de SMA sofre uma expansão, comprimindo o elemento elástico e produzindo o deslocamento da haste do atuador em uma direção. Quando o sistema é resfriado o elemento de SMA sofre uma transformação de fase, sendo comprimido pelo elemento elástico, produzindo o deslocamento da haste na direção oposta.

Inicialmente desenvolve-se um estudo das forças de reação produzidas por elementos com memória de forma, vencendo um elemento elástico com rigidez tendendo para infinito. Para isso, analisa-se o modelo de uma barra restrita em uma das extremidades, submetida a um carregamento mecânico na outra extremidade. A barra encontra-se inicialmente a uma temperatura inferior a T_M ($T=280$ K). A carga é removida, deixando uma deformação residual na barra. A extremidade que inicialmente estava livre tem então seu deslocamento restringido e a temperatura é elevada para um valor superior a T_A , sendo posteriormente reduzida. Uma representação esquemática deste procedimento está apresentada na Figura 5.22.

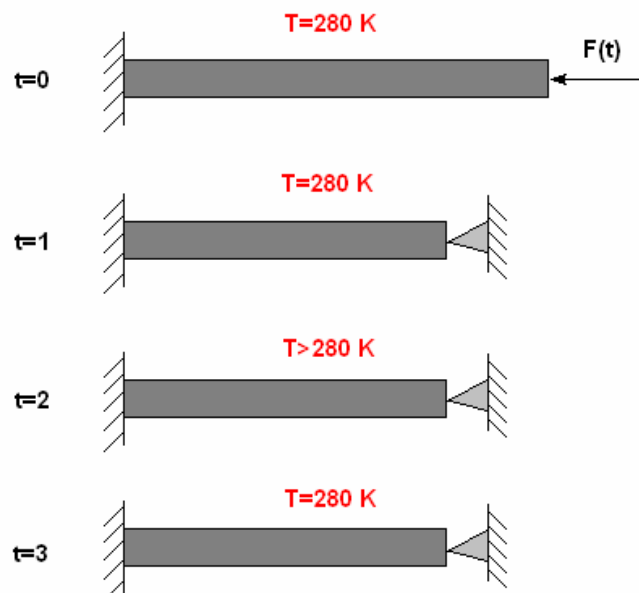


Figura 5.22: Representação do procedimento da análise preliminar.

O comprimento inicial da barra é de 30 cm. Sua seção reta é quadrada, com 1 cm de lado. A Figura 5.23 mostra o histórico de carregamento mecânico e térmico aplicado à barra. O modelo é gerado com um único elemento, e o passo máximo é de 5×10^{-3} .

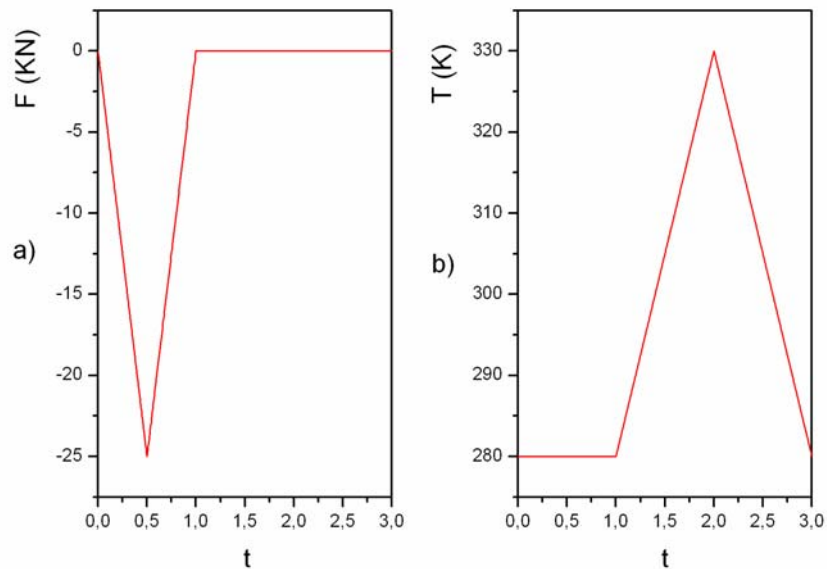


Figura 5.23: a) Carregamento aplicado ao atuador. b) Ciclo térmico.

A Figura 5.24 apresenta a evolução das transformações de fase na barra durante todo o processo. Nela verifica-se que a martensita induzida por temperatura (M) presente na barra no instante inicial transforma-se completamente em martensita induzida por compressão (M-) à medida que a força é aplicada. Este microconstituente permanece estável durante o carregamento, e quando a temperatura começa a ser elevada, transforma-se parcialmente em austenita (A). Quando a temperatura é reduzida, o pequeno percentual de austenita volta a transformar-se em martensita induzida por compressão.

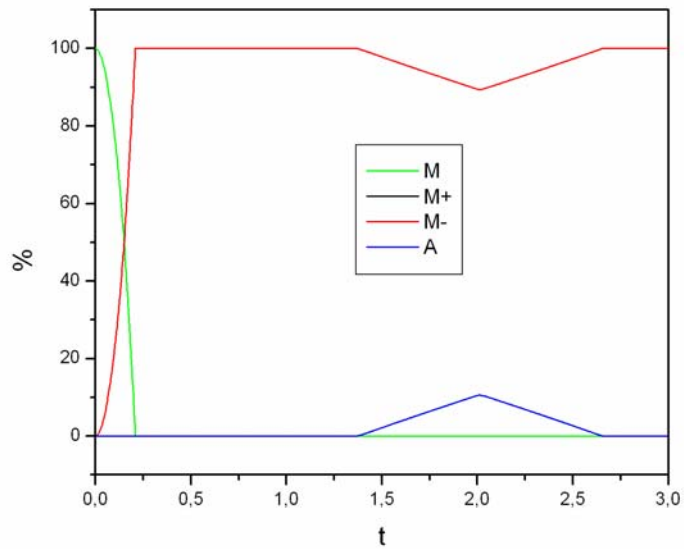


Figura 5.24: Evolução das transformações de fase na barra.

O mesmo procedimento é repetido. Contudo, a temperatura é elevada até 380 K. Verifica-se que a evolução das transformações de fase na barra, mostrada na Figura 5.25, é semelhante à do caso anterior. Contudo, um percentual maior de martensita induzida por compressão transforma-se em austenita.

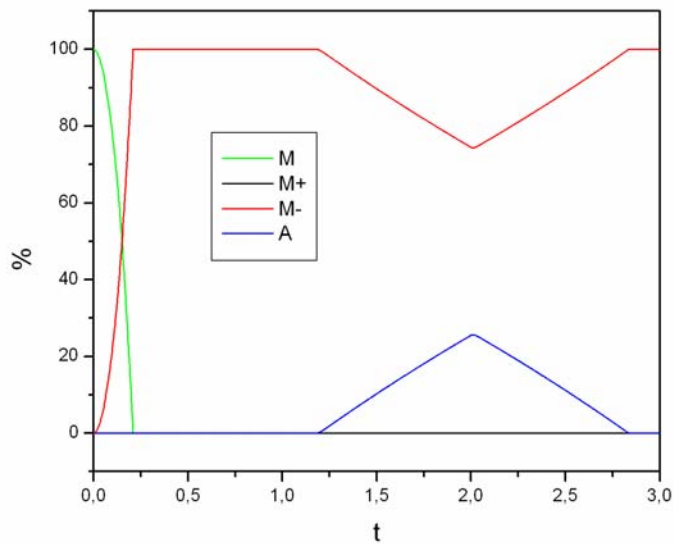


Figura 5.25: Evolução das transformações de fase na barra.

A Figura 5.26 mostra a evolução das transformações de fase quando o ensaio é repetido elevando-se a temperatura a 480 K.

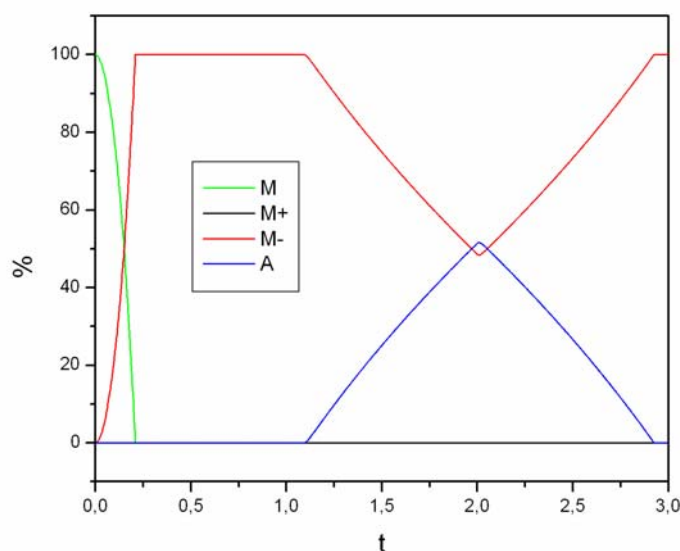


Figura 5.26: Evolução das transformações de fase na barra.

Observa-se que a evolução das transformações de fase, neste caso, ocorre de maneira análoga à dos casos anteriores. No entanto, a temperatura mais elevada provoca a transformação de um percentual mais alto de martensita induzida por compressão em austenita.

A Figura 5.27 exhibe a reação de apoio na extremidade da barra que inicialmente encontrava-se livre provocada pelo aumento da temperatura. Nota-se que um aumento na temperatura máxima aplicada à barra provoca um grande aumento na força de reação gerada pela restrição ao deslocamento da barra. Esse fenômeno é observado devido à presença de transformações de fases incompletas na barra, já que um valor máximo de força fornecida pela barra de SMA seria obtida ao final de uma completa transformação de fases. É possível perceber também que mesmo um aumento relativamente pequeno na temperatura da barra (50 K) é capaz de gerar uma força relativamente alta (28,6 kN), considerado-se as dimensões da barra.

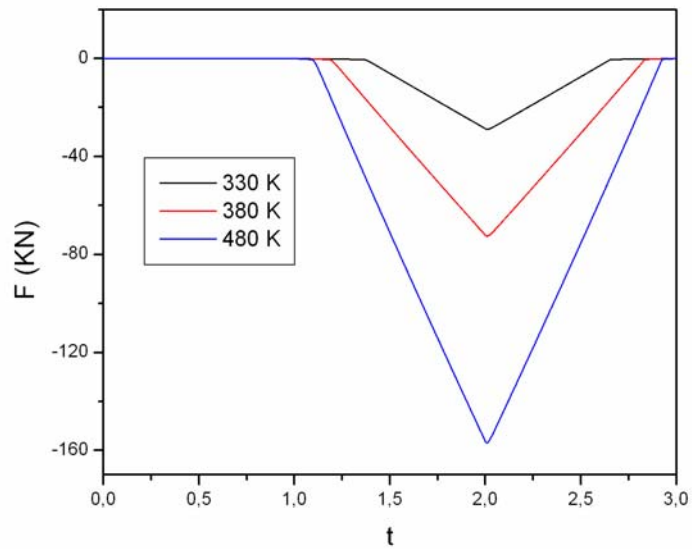


Figura 5.27: Reação de apoio provocada pelo aumento de temperatura.

São feitas mais três análises, elevando-se a temperatura da barra a 310 K, 320 K e 430 K. A Figura 5.28 apresenta a força produzida pela barra em relação à temperatura a ela aplicada. Nesta faixa de temperatura é possível considerar linear a relação entre a força de reação da barra e a temperatura a ela aplicada.

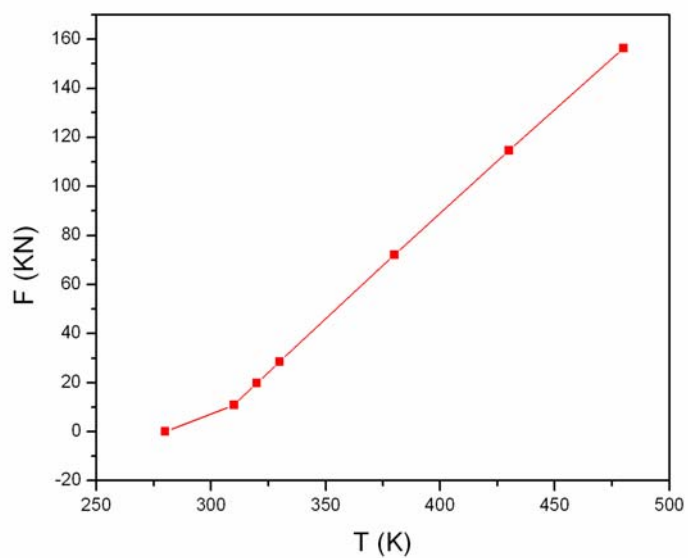


Figura 5.28: Força produzida pela barra em relação à temperatura.

Após o estudo das forças de restituição produzidas por barras de SMA, são simulados alguns atuadores, associando a barra analisada anteriormente a alguns elementos elásticos. Basicamente, pretende-se analisar diferentes características dos elementos, representadas por suas propriedades geométricas e físicas: E , o módulo de elasticidade do material, A é a área da seção reta da barra e L seu comprimento.

O modelo é gerado a partir de dois elementos: um elástico e outro de SMA. Inicialmente a montagem é submetida a um pré-carregamento axial a baixa temperatura, que produz uma deformação residual na barra de SMA, representada pelo elemento 1. Em seguida, o carregamento mecânico é removido, e a extremidade na qual a força foi aplicada tem seu deslocamento restringido. A temperatura do modelo então é elevada, e posteriormente reduzida para seu valor original. A Figura 5.29 mostra uma representação esquemática do modelo e do procedimento ao qual este é submetido.

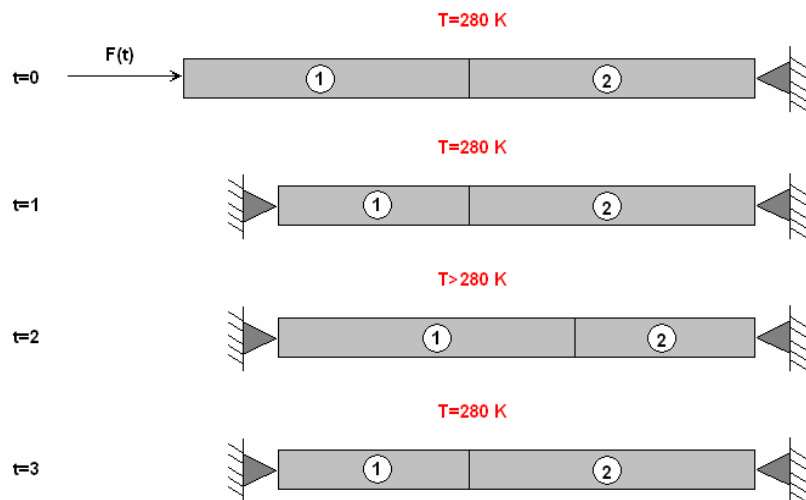


Figura 5.29: Representação esquemática da modelagem de um atuador com memória de forma.

A Figura 5.30 apresenta o histórico da pré-carga e o ciclo de temperatura aplicado ao modelo.

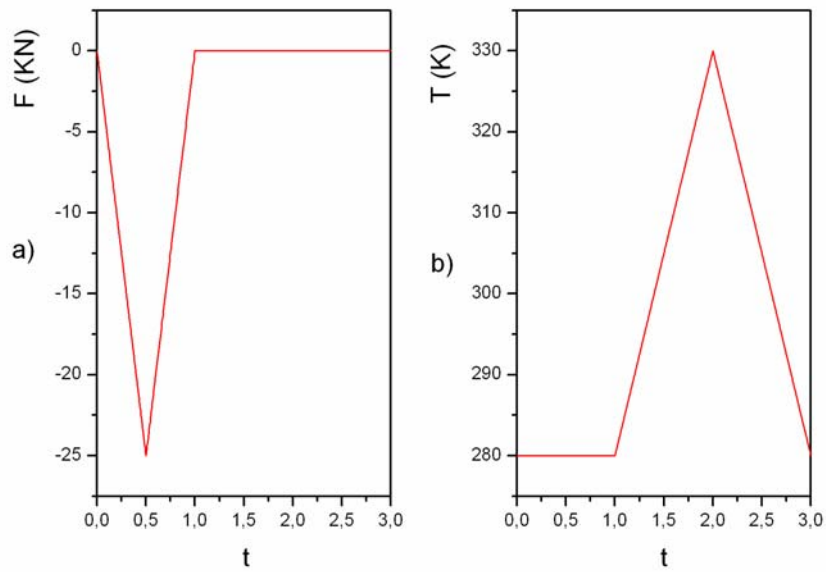


Figura 5.30: a) Pré-carregamento aplicado ao atuador. b) Ciclo térmico.

No primeiro atuador analisado, considera-se um elemento elástico com rigidez de 200 MN/m. O modelo é analisado a três diferentes temperaturas: 330 K, 380 K e 480 K. A Figura 5.31 apresenta uma comparação entre as forças de restituição produzidas pelo atuador nessas três temperaturas.

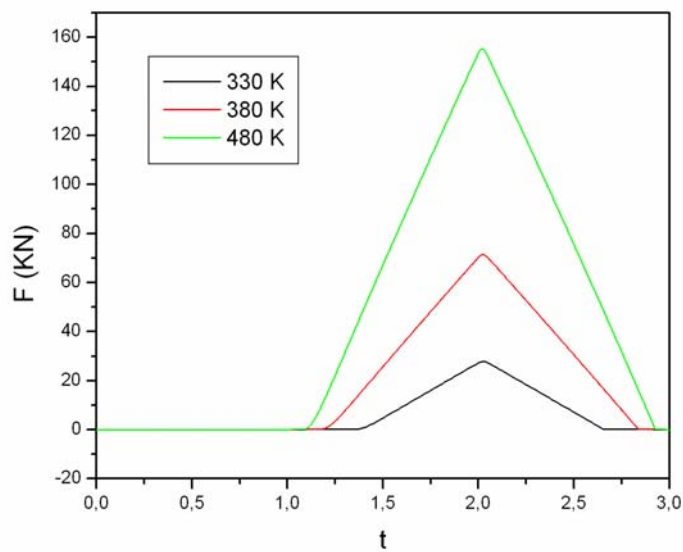


Figura 5.31: Força de restituição produzida pelo atuador para $K=200\text{MN/m}$.

A Figura 5.32 apresenta o deslocamento do ponto localizado na interface das duas barras ao longo do tempo, para os três valores de temperatura considerados.

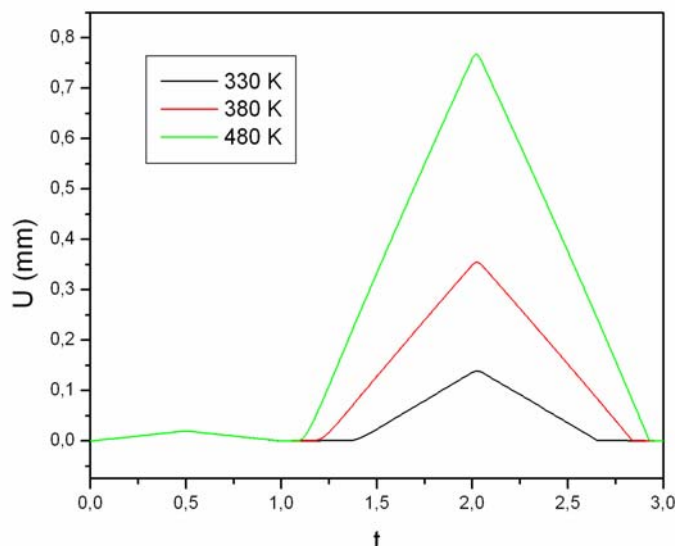


Figura 5.32: Deslocamento da interface, para $K=200\text{MN/m}$.

Observando as Figuras 5.31 e 5.32 verifica-se que um aumento na temperatura máxima aplicada ao atuador provoca um acréscimo expressivo na força de restituição produzida, provocando maiores deslocamentos da interface.

Em seguida é feita uma análise comparativa do desempenho do atuador a 480 K, variando-se a rigidez do elemento elástico. São comparados mais dois atuadores definidos por seus valores de rigidez: 100 MN/m e 66,7 MN/m.

A Figura 5.33 apresenta o deslocamento do ponto situado na interface das duas barras ao longo do tempo. Observe que a diminuição da rigidez provoca um aumento do valor máximo do deslocamento do ponto, como esperado. A Figura 5.34 mostra a força de restituição produzida pelo atuador. Verifica-se que a força é igual nos três casos, o que sugere que essa força depende apenas da temperatura aplicada ao atuador e das propriedades do elemento de SMA.

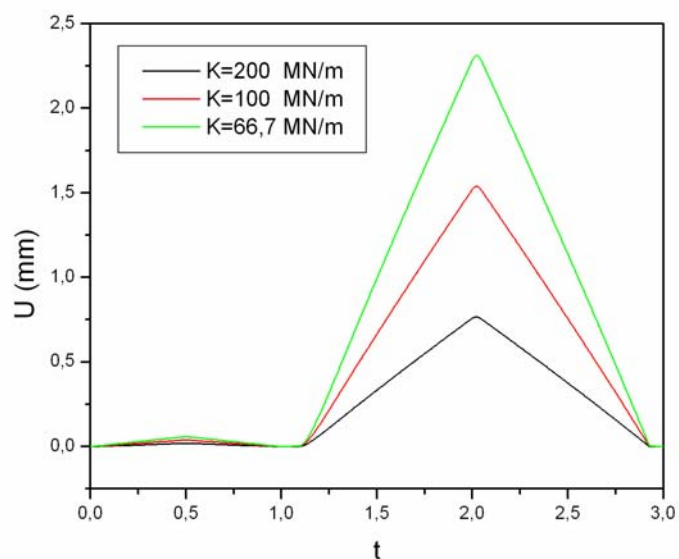


Figura 5.33: Deslocamento da interface, para T=480 K.

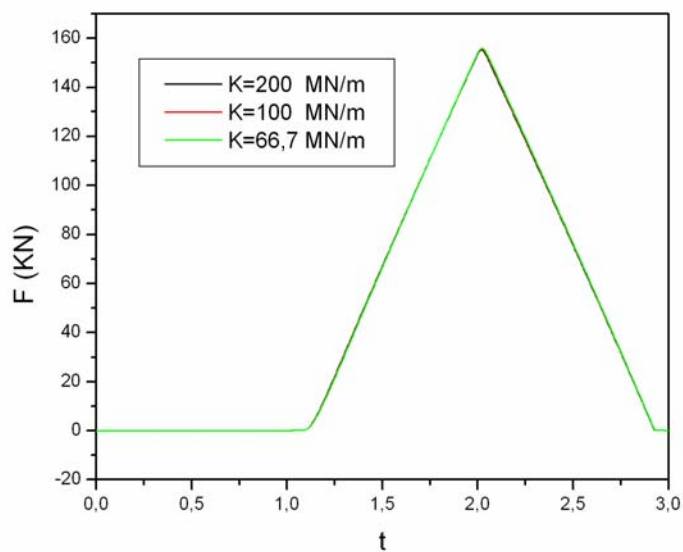


Figura 5.34: Força de restituição, para T=480 K.

Observando os resultados apresentados neste capítulo, verifica-se que é possível empregar o método dos elementos finitos para analisar diferentes tipos de estruturas inteligentes, construídas inteiramente em SMA ou utilizando materiais convencionais associados a SMA.

6. Conclusões

Este trabalho emprega o método dos elementos finitos na análise de treliças adaptativas com memória de forma submetidas a grandes deslocamentos. Para isso utiliza-se o modelo constitutivo proposto por PAIVA *et al.* (2005) que é incorporado ao programa comercial ABAQUS.

Inicialmente, desenvolvem-se análises visando verificar a capacidade do modelo de descrever as principais características termomecânicas das SMAs. Para isso, simulam-se situações de comportamento homogêneo que são comparadas a um ensaio de tração experimental realizado em diferentes temperaturas. Depois da verificação quantitativa, passa-se a desenvolver uma análise qualitativa de alguns tipos de respostas. Analisa-se o efeito de memória de forma, a pseudoelasticidade e a assimetria tração – compressão. Em seguida são analisadas diferentes barras submetidas a condições não-homogêneas de carregamento, geometria e temperatura, com o objetivo de observar qualitativamente seu comportamento. Posteriormente são analisadas treliças adaptativas de diferentes configurações sob diferentes ciclos de carregamento e temperatura e, finalmente, são modelados alguns atuadores compostos por elementos com memória de forma associados a elementos elásticos.

O método dos elementos finitos se mostrou capaz de reproduzir quantitativamente os resultados experimentais para um ensaio de tração realizado em uma barra de SMA a diferentes temperaturas. Além disso, a pseudoelasticidade, a memória de forma e a assimetria tração – compressão também foram representados de forma satisfatória.

O método também demonstrou sua capacidade de descrever o comportamento termomecânico de barras com condições não-homogêneas de carregamento, temperatura e geometria. Isto é particularmente importante do ponto de vista de

engenharia por permitir descrever a presença de falhas na fabricação e operação de componentes com memória de forma. Verifica-se que a redução na seção reta de barras com memória de forma provoca uma antecipação nas transformações de fase que nelas ocorre. A distribuição não-homogênea de temperatura gera a coexistência de diferentes microconstituintes ao longo de barras de SMA.

A análise de treliças adaptativas contemplou diferentes configurações, sob diferentes condições de carregamento, e comprovou a possibilidade da utilização do método dos elementos finitos para a simulação de uma grande variedade de aplicações, especialmente aquelas que envolvam não-linearidades geométricas. Verificou-se que aplicação de barras de SMA em treliças permite a construção de estruturas capazes de alterar significativamente sua rigidez. Pode-se concluir também que treliças construídas com SMAs possuem grande flexibilidade, e apesar de suportarem grandes deslocamentos, são capazes de recuperar as deformações com a aplicação de variações relativamente pequenas de temperatura.

O estudo do emprego de elementos com memória de forma associados a elementos elásticos como atuadores mostrou que é possível a obtenção de grandes forças de atuação mesmo para o caso de atuadores de pequenas dimensões. Verifica-se que, para a faixa de temperatura considerada, para as propriedades do material utilizadas, e para as geometrias analisadas, tais atuadores produzem forças com uma variação aproximadamente linear com a temperatura. As análises realizadas indicam ainda que a força máxima de atuação obtida para este tipo de dispositivo depende somente das propriedades da liga com memória de forma, da geometria do elemento de SMA e da variação de temperatura. Isso ocorre devido aos grandes valores de rigidez dos elementos elásticos considerados, se comparados à rigidez do elemento de SMA.

Desta forma, pode-se concluir que o método dos elementos finitos pode ser empregado na análise de treliças adaptativas com memória de forma de maneira

satisfatória. Esse fato permite que novas aplicações para as SMAs sejam analisadas e desenvolvidas através desse método.

A modelagem de componentes estruturais com memória de forma é um vasto campo com inúmeras possibilidades a serem exploradas. A inclusão de fenômenos ligados à plasticidade na modelagem de treliças adaptativas permitiria a previsão dos efeitos de deformações plásticas na integridade deste tipo de estrutura, e tornaria possível a modelagem e análise de treliças que explorem o efeito de memória de forma reversível. O estudo do comportamento dinâmico de barras de SMA poderia também produzir resultados relevantes para o desenvolvimento de novas aplicações.

A análise de vigas com memória de forma também seria interessante, já que o modelo constitutivo unidimensional empregado permite esse tipo de estudo. Para a modelagem de placas e componentes sólidos a incorporação de um modelo constitutivo tridimensional ao ABAQUS torna-se essencial.

A incorporação de fenômenos de transferência de calor por condução e convecção também seria relevante para a análise de estruturas e dispositivos de SMA.

7. Bibliografia

AURICCHIO, F., SACCO, E., 1999, "A Temperature – Dependent Beam for Shape Memory Alloys: Constitutive Modeling, Finite – Element Implementation and Numerical Simulations", **Computational Methods Applied in Mechanics and Engineering**, n. 174, pp. 171 – 190.

BAËTA-NEVES, A. P., SAVI, M. A., PACHECO, P. M. C. L., 2004, "On the Fremond's Constitutive Model for Shape Memory Alloys", **Mechanics Research Communications**, n. 6, v. 31, pp. 677-688.

BATHE, K. J., 1982, **Finite Element Procedures in Engineering Analysis**, New Jersey, Prentice-Hall.

DILIBAL, S., TABANLI, R. M., DIKICIOGLU, A., 2004, "Development of Shape Memory Actuated ITU Robot Hand and its Mine Clearance Compatibility", **Journal of Materials Processing Technology**, n. 155 – 156, pp. 1390 – 1394.

COLLET, M., FOLTÊTE, E., LEXCELLENT, C., 2001, "Analysis of the Behavior of a Shape Memory Alloy Beam Under Dynamical Loading", **European Journal of Mechanics A**, n. 20, pp. 615 – 630.

ERINGEN, A. C., 1967, **Mechanics of Continua**, New York, John Wiley & Sons.

FISCHER, F. D., REISNER, G., WERNER, E., *et al.*, "A New View on Transformation Induced Plasticity", **International Journal of Plasticity**, n. 7 – 8, v. 16, pp. 723 – 748.

GOMSHEI, M. M., TABANDEH, N., GHAZAVI, A., *et al.*, 2005, "Nonlinear Transient Response of a Thick Composite Beam With Shape Memory Alloy Layers", **Composites Part B**, n. 36, pp. 9 – 24.

HIBITT, KARLSON, SORENSEN, 2003, **ABAQUS Users and Theory Manual Version 6.4**.

HODGSON, D. E., BROWN, J. W, 2000, **Using Nitinol Alloys**, Shape Memory Applications INC.

HULL, P. V., CANFIELD, S. L., CARRINGTON, C., 2004, “A Radiant Energy – Powered Shape Memory Alloy Actuator”, **Mechatronics**, n. 14, pp. 757 – 775.

KOHL, M., KREVEK, B., JUST, E., 2002, “SMA Microgripper System”, **Sensors and Actuators A**, n. 97 – 98, pp. 646 – 652.

LA CAVA, C. A., SAVI, M. A., PACHECO, P. M., 2004, “A Non-linear Finite Element Method Applied to Shape Memory Bars”, **Smart Materials and Structures**, n. 13, pp. 1118 – 1130.

LAGOUDAS, D. C., RAVI-CHANDAR, K., SAHR, K., *et al.*, 2003, “Dynamic Loading of Polycrystalline Shape Memory Alloy Rods”, **Mechanics of Materials**, n. 35, pp. 689 – 716.

MACHADO, L. G., 2002, **Caos em Sistemas Dinâmicos com Múltiplos Graus de Liberdade e Memória de Forma**. Dissertação de M. Sc., Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

MILLER, D. A., LAGOUDAS, D. C., 2000, “Influence of Cold Work and Heat Treatment on the Shape Memory Effect and Plastic Strain Development of NiTi”, **Materials Science and Engineering A**, n. 1 – 2, v. 308, pp. 161 – 175.

PAIVA, A., 2004, **Modelagem do Comportamento Termomecânico das Ligas com Memória de Forma**, Tese de D. Sc., Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

PAIVA, A., SAVI, M. A., BRAGA, A. M. B. B, *et al.*, 2005, “A Constitutive Model for Shape Memory Alloys Considering Tensile – Compressive Asymmetry and Plasticity”, **International Journal of Solids and Structures**, n. 42, pp. 3439 – 3457.

REDDY, J. N., 1984, **An Introduction to the Finite Element Method**, New York, McGraw – Hill.

ROGERS, C. A., 1995, “Intelligent Materials”, **Scientific American**, pp. 122 – 127.

ROH, J., KIM, J., 2002, "Hybrid Smart Composite Plate Under Low Velocity Impact", **Composite Structures**, n. 56, pp. 175 – 182.

RYKLINA, E. P., KHMELEVSKAYA, I. Y., PROKOSHKIN, S. D., *et al.*, 2004, "The Nickel – Titanium Device with SME for the Emergency Interruption of Blood Flow", **Materials Science and Engineering A**, n. 378, pp. 519 – 522.

SAVI, M. A., *et al.*, 2002, "Phenomenological Modeling and Numerical Simulation of Shape Memory Alloys: a Thermo-plastic Phase Transformation Coupled Model", **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, n. 3, pp. 261 – 273.

TOBUSHI, H. *et al.*, 1991, "Deformation Behavior of Ni – Ti Shape Memory Alloy Subjected do Variable Stress and Temperature", **Continuum Mechanics Thermodynamics**, n. 3, pp. 79 – 93.

TOI, Y., LEE, J., TAYA, M., 2004, "Finite Element Analysis of Superelastic, Large Deformation Behavior of Shape Memory Alloy Helical Springs", **Computers and Structures**, n. 82, pp. 1685 – 1693.

TSAI, X., CHEN, L., 2002, "Dynamic Stability of Shape Memory Alloy Wire Reinforced Composite Beam", **Composite Structures**, n. 56, pp. 235 – 241.

VAN HUMBEECK, J., 1999, "Non-medical Applications of Shape Memory Alloys", **Materials Science and Engineering A**, n. 273 – 275, pp. 134 – 148.

WANG, X. M., WANG, Y. F., BARUJ, A., *et al.*, 2005, "On the Formation of Martensite in Front of Cracks in pseudoelastic Shape Memory Alloys", **Materials Science and Engineering A**, n. 394, pp. 393 – 398.

ZAK, A. J., CARTMELL, M. P., OSTACHOWICZ, W. M., 2003, "A Sensitivity Analysis of the Dynamic Performance of a Composite Plate With Shape Memory Alloy Wires", **Composite Structures**, n. 60, pp. 145 – 157.

Apêndice A

Listagem da subrotina UMAT utilizada para a introdução do modelo constitutivo de memória de forma no ABAQUS. Escrita em linguagem FORTRAN.

```
C *****
SUBROUTINE UMAT( STRESS , STATEV , DDSDDDE , SSE , SPD , SCD ,
1 RPL , DDSDDT , DRPLDE , DRPLDT , STRAN , DSTRAN ,
2 TIME , DTIME , TEMP , DTEMP , PREDEF , DPRED , MATERL , NDI , NSHR , NTENS ,
3 NSTATV , PROPS , NPROPS , COORDS , DROT , PNEWDT , CELENT ,
4 DFGRD0 , DFGRD1 , NOEL , NPT , KSLAY , KSPT , KSTEP , KINC )
C
C   INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
C
C   CHARACTER*80 MATERL
C   DIMENSION STRESS(NTENS) , STATEV(NSTATV) ,
1 DDSDDDE(NTENS , NTENS) , DDSDDT(NTENS) , DRPLDE(NTENS) ,
2 STRAN(NTENS) , DSTRAN(NTENS) , TIME(2) , PREDEF(1) , DPRED(1) ,
3 PROPS(NPROPS) , COORDS(3) , DROT(3,3) ,
4 DFGRD0(3,3) , DFGRD1(3,3)
C
C *****
C ***** OBSERVAÇÕES *****
C *****
C => ESCRITO POR EDUARDO BANDEIRA E PAULO CESAR CAMARA EM ABRIL DE 2004 DO
C ORIGINAL DE ALBERTO PAIVA et al.
C *****
C ***** PARAMETROS DE ENTRADA *****
C *****
C PROPS(1) - EA
C PROPS(2) - EM
C PROPS(3) - XKA
C PROPS(4) - XKM
C PROPS(5) - XHA
C PROPS(6) - XHM
C PROPS(7) - OMEGAA
C PROPS(8) - OMEGAM
C PROPS(9) - XL
C PROPS(10) - XLMC
C PROPS(11) - XLMT
C PROPS(12) - TA
C PROPS(13) - TM
C PROPS(14) - TF
C PROPS(15) - T0
C PROPS(16) - SIGESCAI
C PROPS(17) - SIGESCAF
C PROPS(18) - SIGESCM
C PROPS(19) - ETACT
C PROPS(20) - ETADT
C PROPS(21) - ETACC
C PROPS(22) - ETADC
C PROPS(23) - ETACA
```

C PROPS(24) - ETADA
 C PROPS(25) - ETACI
 C PROPS(26) - ETACK
 C PROPS(27) - DEFRT
 C PROPS(28) - DEFRC
 C PROPS(29) - ALFAC
 C PROPS(30) - ALFAT
 C

EA =PROPS(1)
 EM =PROPS(2)
 XKA =PROPS(3)
 XKM =PROPS(4)
 XHA =PROPS(5)
 XHM =PROPS(6)
 OMEGAA =PROPS(7)
 OMEGAM =PROPS(8)
 XL =PROPS(9)
 XLMC =PROPS(10)
 XLMT =PROPS(11)
 TA =PROPS(12)
 TM =PROPS(13)
 TF =PROPS(14)
 T0 =PROPS(15)
 SIGESCAI=PROPS(16)
 SIGESCAF=PROPS(17)
 SIGESCM =PROPS(18)
 ETACT =PROPS(19)
 ETADT =PROPS(20)
 ETACC =PROPS(21)
 ETADC =PROPS(22)
 ETACA =PROPS(23)
 ETADA =PROPS(24)
 ETACI =PROPS(25)
 ETACK =PROPS(26)
 DEFRT =PROPS(27)
 DEFRC =PROPS(28)
 ALFAC =PROPS(29)
 ALFAT =PROPS(30)
 TOL =PROPS(31)

C *****
 C ***** VARIAVEIS DE ESTADO *****
 C *****

DEFant =STATEV(1)
 DEFPTTEST =STATEV(2)
 BETA1 =STATEV(3)
 BETA2 =STATEV(4)
 BETA3 =STATEV(5)
 BETA1ant =STATEV(6)
 BETA2ant =STATEV(7)
 BETA3ant =STATEV(8)
 BETA1antant =STATEV(9)
 BETA2antant =STATEV(10)
 BETA1s =STATEV(11)
 BETA2s =STATEV(12)
 GAMA =STATEV(13)
 XMU =STATEV(14)
 DBG =STATEV(15)

T =TEMP

```

DEF          =DEFant+DSTRAN(1)
BETA4       =1-BETA1-BETA2-BETA3
DEFPant     =DEFPTTEST

```

```

DBG=DBG+DEFant-STRAN(1)

```

```

C *****
C ***** CONSTANTES DO MATERIAL *****
C *****

```

```

E=EM-BETA3*(EM-EA)
XK=XKM-BETA3*(XKM-XKA)
OMEGA=OMEGAM-BETA3*(OMEGAM-OMEGAA)
XH=1/((1/XHM)-BETA3*((1/XHM)-(1/XHA)))

```

```

SIGMA=E*(DEF-DEFPTTEST+ALFAHC*BETA2-ALFAHT*BETA1)
      +ALFAC*BETA2-ALFAT*BETA1-OMEGA*(T-T0)

```

```

TCT=TM*((XL+XLMT)*EM+ALFAT*OMEGAM*T0-ALFAT)/
      *((XL+XLMT)*EM+ALFAT*OMEGAM*TM)

```

```

TCC=TM*((XL+XLMC)*EM-ALFAC*OMEGAM*T0-ALFAC)/
      *((XL+XLMC)*EM-ALFAC*OMEGAM*TM)

```

```

ALFAHT=DEFRT-(ALFAT/EM)-(OMEGAM/EM)*(TCT-T0)

```

```

ALFAHC=-DEFRC-(ALFAC/EM)+(OMEGAM/EM)*(TCC-T0)

```

```

C *****
C ***** TENSOES DE ESCOAMENTO *****
C *****

```

```

IF (T.LE.TM) THEN
  SIGESC=SIGESCM
END IF

```

```

IF (T.GT.TM .AND. T.LE.TA) THEN
  SIGESC=SIGESCM+(T-TM)/((TA-TM)*(SIGESCAI-SIGESCM))
END IF

```

```

IF (T.GT.TA .AND. T.LE.TF) THEN
  SIGESC=SIGESCAI+(T-TA)/((TF-TA)*(SIGESCAF-SIGESCAI))
END IF

```

```

IF (T.GT.TF) THEN
  SIGESC=SIGESCAF
END IF

```

```

C *****
C ***** PROJECAO 1 *****
C *****

```

```

I=0

```

```

30

```

```

CONTINUE

```

```

I=I+1

```

```

IF (SIGMA.GE.0.D0 .AND. T.LT.TCT) THEN

```

```

XLM=( ( TCT-T ) * ( ALFAHT*OMEGAM*TM-XLMT ) + XL * ( TM-TCT ) ) / ( TM-T )
XLA=( 2*XL ) - XLM
END IF

```

```

IF ( SIGMA.GE.0.DO .AND. T.GE.TCT ) THEN
    XLM=XL
    XLA=XL
END IF

```

```

IF ( SIGMA.LT.0.DO .AND. T.LT.TCC ) THEN
XLM=( ( T-TCC ) * ( ALFAHC*OMEGAM*TM+XLMC ) + XL * ( TM-TCC ) ) / ( TM-T )
XLA=( 2*XL ) - XLM
END IF

```

```

IF ( SIGMA.LT.0.DO .AND. T.GE.TCC ) THEN
    XLM=XL
XLA=XL
END IF

```

```

IF ( ABS(DEF).GE.ABS(DEF-DSTRAN(1)) ) THEN
    ETAT=ETACT
    ETAC=ETACC
    ETAA=ETACA
ELSE
    ETAT=ETADT
    ETAC=ETADC
    ETAA=ETADA

```

```

END IF

```

```

C *****
C ***** RECALCULA CONSTANTES DO MATERIAL *****
C *****

```

```

E=EM-BETA3*(EM-EA)
XK=XKM-BETA3*(XKM-XKA)
OMEGA=OMEGAM-BETA3*(OMEGAM-OMEGAA)
XH=1/( (1/XHM)-BETA3*((1/XHM)-(1/XHA)))

```

```

C *****

```

```

C *****
C ***** CALCULO DOS BETAS *****
C *****

```

```

T1B1=ALFAT*(DEF-DEFPTTEST)+(T-TM)*((XLM+XLMT)/TM)
T2B1=-BETA1*(2*ALFAHT*ALFAT+E*(ALFAHT)**2)
T3B1=BETA2*(ALFAT*ALFAHC+ALFAHT*ALFAC+E*ALFAHT*ALFAHC)
T4B1=ALFAHT*(E*(DEF-DEFPTTEST)-OMEGA*(T-T0))
T5B1=-ETACI*GAMA*(XKM-BETA3*(XKM-XKA))
T6B1=-ETACK*XMU*((1/XHM)-BETA3*((1/XHM)-(1/XHA)))

```

```

BETA1TEST=BETA1ant+(T1B1+T2B1+T3B1+T4B1+T5B1+T6B1)
*/(ETAT/DTIME)

```

```

T1B2=-ALFAC*(DEF-DEFPTTEST)+(T-TM)*((XLM+XLMC)/TM)
T2B2=-BETA2*(2*ALFAHC*ALFAC+E*(ALFAHC)**2)
T3B2=BETA1*(ALFAC*ALFAHT+ALFAHC*ALFAT+E*ALFAHC*ALFAHT)
T4B2=-ALFAHC*(E*(DEF-DEFPTTEST)-OMEGA*(T-T0))

```

```

T5B2=-ETACI*GAMA*(XKM-BETA3*(XKM-XKA))
T6B2=-ETACK*XMU*((1/XHM)-BETA3*((1/XHM)-(1/XHA)))

BETA2TEST=BETA2ant+(T1B2+T2B2+T3B2+T4B2+T5B2+T6B2)
* / (ETAC/DTIME)

T1B3=-0.5D0*(EA-EM)*(DEF-DEFPTTEST+ALFAHC*BETA2
* -ALFAHT*BETA1)**2+(T-TM)*((XLA+XLM)/TM)
T3B3=(OMEGAA-OMEGAM)*(T-T0)*(DEF-DEFPTTEST+ALFAHC*BETA2
* -ALFAHT*BETA1)
T4B3=-0.5D0*(XKA-XKM)*(GAMA**2)-((1/(2*XHA))-(1/(2*XHM)))
* XMU**2
T5B3=ETACI*GAMA*XK+(ETACK*XMU)/XH

BETA3TEST=BETA3ant+(T1B3+T3B3+T4B3+T5B3)/(ETAA/DTIME)

BETA1=BETA1TEST
BETA2=BETA2TEST
BETA3=BETA3TEST
BETA4TEST=1-BETA1-BETA2-BETA3

40 IF ((BETA1+BETA2+BETA3-1).GT.TOL) THEN

IF (BETA3.EQ.0.D0) THEN

DB=(1-BETA1-BETA2)/2
BETA1=BETA1+DB
BETA2=BETA2+DB

ELSE IF (BETA2.EQ.0.D0) THEN

DB=(1-BETA1-BETA3)/2
BETA1=BETA1+DB
BETA3=BETA3+DB

ELSE IF (BETA1.EQ.0.D0) THEN

DB=(1-BETA2-BETA3)/2
BETA2=BETA2+DB
BETA3=BETA3+DB

ELSE

DB=(1-BETA1-BETA2-BETA3)/3
BETA1=BETA1+DB
BETA2=BETA2+DB
BETA3=BETA3+DB

END IF

END IF

IF (BETA1.LT.TOL) THEN
BETA1=0.D0

```



```

        END IF

        IF (BETA2.LT.TOL) THEN
            BETA2=0.D0
        END IF

        IF (BETA3.LT.TOL) THEN
            BETA3=0.D0
        END IF

        IF (ABS(BETA1-1).LT.TOL) THEN
            BETA1=1.D0
        END IF

        IF (ABS(BETA2-1).LT.TOL) THEN
            BETA2=1.D0
        END IF

        IF (ABS(BETA3-1).LT.TOL) THEN
            BETA3=1.D0
        END IF

*       IF (BETA1.LT.0.D0.OR.BETA2.LT.0.D0.OR.
        BETA3.LT.0.D0.OR.(BETA1+BETA2+BETA3-1).GT.TOL) THEN
        GOTO 40
        END IF
C       FIM 40

        IF (SIGMA.EQ.0.D0.AND.BETA1s.EQ.0.D0.AND.BETA2s.EQ.0.D0)THEN
            BETA1=0.D0
            BETA2=0.D0
        END IF

        BETA4=1-BETA1-BETA2-BETA3

        IF ((BETA1-BETA1TEST).GT.TOL.AND.(BETA2-BETA2TEST
*       ).GT.TOL.AND.(BETA3-BETA3TEST).GT.TOL.AND.(BETA4-BETA4
*       TEST).GT.TOL.AND.I.LT.1000) THEN

        GOTO 30

        END IF
C       FIM 30

C       *****
C       ***** RECALCULA CONSTANTES DO MATERIAL *****
C       *****

        E=EM-BETA3*(EM-EA)
        XK=XKM-BETA3*(XKM-XKA)
        OMEGA=OMEGAM-BETA3*(OMEGAM-OMEGAA)
        XH=1/((1/XHM)-BETA3*((1/XHM)-(1/XHA)))
C       *****

C       *****
C       ***** RETURN MAPPING *****
C       *****

```

```

SIGMA=E*(DEF-DEFPTEST+ALFAHC*BETA2-ALFAHT*BETA1)
*
+ALFAC*BETA2-ALFAT*BETA1-OMEGA*(T-T0)

      XKSI=SIGMA-XMU

XHTEST=ABS(XKSI)-SIGESC-(XK*GAMA)

IF (XHTEST.GT.0.D0) THEN

      XLAMBDA=XHTEST/(E+XK+XH)

      SIGMA=SIGMA-(XLAMBDA*E*XKSI)/(ABS(XKSI))

      DEFP=DEFPTEST+(XLAMBDA*XKSI)/(ABS(XKSI))

      XMU=XMU+(XLAMBDA*XH*XKSI)/(ABS(XKSI))
*
      +ETACK*(BETA1+BETA2-BETA3-BETA1ant-BETA2ant
*
      +BETA3ant)

      GAMA=GAMA+XLAMBDA+ETACI*(BETA1+BETA2-BETA3
*
      -BETA1ant-BETA2ant+BETA3ant)

END IF

ERRO=ABS(DEFP-DEFPTEST)
DEFPTEST=DEFP

      IF (ERRO.GT.TOL) THEN
      GOTO 30
      END IF
C *****

      IF (BETA1-BETA1ant.EQ.0.D0.AND.BETA1ant-BETA1antant.NE.0.D0)THEN
      BETA1s=BETA1ant
      END IF

      IF (BETA2-BETA2ant.EQ.0.D0.AND.BETA2ant-BETA2antant.NE.0) THEN
      BETA2s=BETA2ant
      END IF

C *****

C *****
C ***** CALCULO DO JACOBIANO *****
C *****
E=EM-BETA3ant*(EM-EA)
XK=XKM-BETA3ant*(XKM-XKA)

```

```

OMEGA=OMEGAM-BETA3ant*(OMEGAM-OMEGAA)
XH=1/((1/XHM)-BETA3ant*((1/XHM)-(1/XHA)))

```

```

DB1=BETA1-BETA1ant
DB2=BETA2-BETA2ant
DB3=BETA3-BETA3ant

```

```

EAM=EA-EM
OMEGAAM=OMEGAA-OMEGAM

```

```

DDB1DDE=(ALFAT+ALFAHT*E)*DTIME/ETAT
DDB2DDE=- (ALFAC+ALFAHC*E)*DTIME/ETAC
DDB3DDE=(-EAM*(DEFant+DSTRAN(1)-DEFPant+ALFAHC
*
*BETA2ant-ALFAHT*BETA1ant)+OMEGAAM*(T-T0))*DTIME/ETAA

DDSDDE(1,1)=DDB3DDE*EAM*(DEFant+DSTRAN(1)-DEFPant+
*
ALFAHC*(BETA2ant+DB2)-ALFAHT*(BETA1ant+DB1))+(EM+
*
(BETA3ant+DB3)*EAM)*(1+ALFAHC*DDB2DDE-ALFAHT*
*
DDB1DDE)+ALFAC*DDB2DDE-ALFAT*DDB1DDE-DDB3DDE*OMEGAAM*(T-T0)

```

```

DEFant=DEF
BETA1antant=BETA1ant
BETA2antant=BETA2ant
BETA3antant=BETA3ant
BETA1ant=BETA1
BETA2ant=BETA2
BETA3ant=BETA3

```

C *****

```

STATEV(1) =DEFant
STATEV(2) =DEFPTEST
STATEV(3) =BETA1
STATEV(4) =BETA2
STATEV(5) =BETA3
STATEV(6) =BETA1ant
STATEV(7) =BETA2ant
STATEV(8) =BETA3ant
STATEV(9) =BETA1antant
STATEV(10) =BETA2antant
STATEV(11) =BETA1s
STATEV(12) =BETA2s
STATEV(13) =GAMA
STATEV(14) =XMU
STATEV(15) =DBG

```

```

STRESS(1) =SIGMA

```

```

RETURN
END

```