



## ESCOAMENTO DE BIOCOMBUSTÍVEL COM CAVITAÇÃO EM DUTOS

Elias do Carmo Dias

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Helcio Rangel Barreto Orlande, D.Sc.

Rio de Janeiro  
Setembro de 2022

# ESCOAMENTO DE BIOCOMBUSTÍVEL COM CAVITAÇÃO EM DUTOS

Elias do Carmo Dias

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Examinada por:

---

Prof. Helcio Rangel Barreto Orlande, D.Sc.

---

Prof. Marcelo José Colaço, D.Sc.

---

Dr. Italo Marcio Madeira, D.Sc.

---

Prof. Rodrigo Otávio de Castro Guedes, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

SETEMBRO DE 2022

Dias, Elias do Carmo

Escoamento de Biocombustível com Cavitação em Dutos / Elias do Carmo Dias. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2022.

XI, 105 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Helcio Rangel Barreto Orlande

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Mecânica, 2022.

Referências Bibliográficas: p. 101-105.

1. Cavitação. 2. Biocombustíveis. 3. Métodos Numéricos. I. Orlande, Helcio Rangel Barreto. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Mecânica. III. Título.

## Agradecimentos

Agradeço a Deus pela coroa de vida eterna em glória no céu proporcionada a mim e a todo aquele que crê em seu filho Jesus Cristo. Pelo que Deus enviou seu filho para remissão dos nossos pecados, sendo nenhum homem digno ou merecedor. Sou grato também ao Senhor, pela força e condição na realização de todas as etapas deste trabalho.

Agradeço aos meus pais, Ubiracy Tadeu Soares Dias e Maristela do Carmo Dias por me ensinar o caminho de Deus, pela educação e pelo apoio em todos os momentos da minha vida.

Em memória a minha vó, Maria Valquiria Moreira do Carmo, que nos deixou em junho de 2022. Suas alegrias ficarão para sempre em nossos corações.

Agradeço a minha esposa, Maiély Marcia Alves Dias, pela paciência, pelo companheirismo, pelo apoio e pelo incentivo em todo processo da minha vida acadêmica.

Agradeço a minha irmã Ingrid; aos meus irmãos, Peterson, Emerson e Daniel; e a todos os demais membros da minha família que nunca deixaram de acreditar no sucesso da minha trajetória.

Agradeço ao professor Helcio Orlande, pela paciência, pela orientação e pelos conhecimentos transmitidos em toda elaboração deste projeto.

Agradeço ao professor, Marcelo Colaço e ao doutorando Raphael Carvalho pela assistência em alguns desafios surgidos durante este trabalho.

Agradeço a toda equipe do laboratório de Transmissão e Tecnologia do Calor (LTTC) pela amizade e pelo auxílio durante este trabalho.

Agradeço aos professores do Departamento de Engenharia Mecânica da UFRJ pelos ensinamentos passados durante esta etapa.

Agradeço ao apoio financeiro do Programa de Recursos Humanos da Agência Nacional de Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis – PRH-ANP o qual me possibilitou a elaboração deste trabalho.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## ESCOAMENTO DE BIOCOMBUSTÍVEL COM CAVITAÇÃO EM DUTOS

Elias do Carmo Dias

Setembro/2022

Orientador: Helcio Rangel Barreto Orlande

Programa: Engenharia Mecânica

O estudo do fenômeno da cavitação possui diversas aplicações práticas. Logo existe grande interesse neste tema devido à sua grande importância econômica. Combustíveis fósseis podem causar diversos problemas ao meio ambiente como poluição do ar e emissão de gases de efeito estufa contribuindo assim para o aquecimento global. Nesse sentido biocombustíveis surgem como uma alternativa viável para substituir parcialmente os combustíveis fósseis. O objetivo principal deste trabalho foi implementar um código computacional para simulações de escoamentos transientes com cavitação em dutos. Foi utilizado um modelo unidimensional com mistura homogênea e a solução numérica foi obtida pelo método dos volumes finitos. Para obter a solução numérica foi necessário resolver um sistema homogêneo de equações diferenciais parciais, para o qual foram comparados os esquemas, FLIC e WAF-TVD; e também um sistema de equações diferenciais ordinárias, em que foram analisados os métodos de Euler, Runge-Kutta e Bulirsch-Stoer. A solução foi verificada, a partir de resultados presentes na literatura e validada via experimentos realizados no Centro de Tecnologia em Dutos (CTDUT), para escoamentos com água. Após a verificação e validação, simulações foram realizadas com biodiesel como fluido transportado.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

## CAVITATING FLOWS OF BIOFUELS IN PIPELINES

Elias do Carmo Dias

September/2022

Advisor: Helcio Rangel Barreto Orlande

Department: Mechanical Engineering

Cavitation has several practical applications. Hence, there is a great interest in this subject due to its economic importance. Fossil fuels may cause several problems to the environment as air pollution and emission of greenhouse gases, which contribute with the global warming. Biofuels are a viable alternative to partially replace fossil fuels. This work aims at the implementation of a computer code for the simulation of transient flows with cavitation in ducts. The model used here was one-dimensional and involved a homogeneous mixture. The numerical solution was obtained with the finite volumes method, where it was necessary to solve; a homogeneous system of partial differential equations, when the FLIC and WAF-TVD schemes were compared; and a system of ordinary equations when the Euler, Runke-Kutta and Bulirsch-Stoer methods were analyzed. The solution of the model was verified with literature results and validated with experiments performed in the Technological Center of Ducts (CTDUT), using water. After verification and validation, simulations were performed with biodiesel as transported fluid.

# Sumário

Nomenclatura	ix
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Objetivos	3
1.3 Organização do trabalho	3
2 Revisão Bibliográfica	5
2.1 Cavitação	5
2.2 Biocombustíveis	11
2.3 Métodos numéricos	12
3 Problema Físico e Formulação Matemática	15
3.1 Equação da continuidade e equação da quantidade de movimento linear	15
3.2 Equação de transporte entre as fases	17
3.3 Forma vetorial e natureza do problema	20
3.4 Cálculo da celeridade da mistura	21
3.5 Relação constitutiva para a pressão	22
3.6 Condições de contorno e condição inicial	24
4 Métodos Numéricos	25
4.1 Fracionamento das equações não homogêneas	25
4.2 Discretização por volumes finitos	26
4.3 Esquemas monótonos	27
4.4. Esquemas TVD	28
4.5. Esquema FORCE	28
4.6. Esquema FLIC	29
4.7. Método WAF-TVD	30
4.8 Solução do sistema de equações diferenciais ordinárias	32
4.9 Volumes fictícios	39
4.10 Critério de estabilidade	40
4.11 Cálculo da pressão	41
5 Experimentos	42
6 Resultados e Discussões	46
6.1 Verificação	46
6.2 Validação	68

6.3 Simulações de escoamentos com biodiesel	91
7 Conclusões e Sugestões de Trabalho Futuros	99
8 Referências	101

# Nomenclatura

$a$	celeridade.
$\mathbf{A}$	matriz Jacobiãna do termo fonte.
$C$	constante empírica das equações (3.17) e (3.18).
$C_{cfl}$	coeficiente CFL (Courant-Friedrich-Lewy).
$D$	diâmetro.
$e$	espessura do duto.
$E$	módulo de Young.
$f$	fator de fricção de Darcy-Weisbach.
$\mathbf{F}$	vetor de fluxo.
$H$	função de variáveis de estado.
$\mathbf{J}$	matriz Jacobiana das variáveis de estado.
$K_l$	módulo de elasticidade do líquido.
$K_p$	coeficiente de perda localizada.
$L$	comprimento do duto.
$M$	massa molar do gás.
$p$	pressão
$r$	parâmetro de fluxo
$R$	taxa de mudança de fase.
$\mathbf{S}$	vetor termo fonte.
$t$	tempo
$T$	temperatura.

- $u$  velocidade na direção paralela ao escoamento.
- $U$  vetor das variáveis de estado.
- $x$  distância na direção do escoamento.
- $Z$  operador representando o sistema de equações diferenciais parciais.

### **Letras Gregas**

- $\alpha$  fração volumétrica de vazio.
- $\delta$  diferencial.
- $\Delta$  variação.
- $\theta$  ângulo entre a direção do escoamento e o plano horizontal de referência.
- $\lambda$  autovalor.
- $\nu$  volume específico.
- $\xi$  função utilizada nas equações (4.12) e (4.13).
- $\rho$  massa específica.
- $\sigma$  tensão superficial.
- $\phi$  função limitadora.
- $\tau$  tensão de cisalhamento

### **Subscritos**

- $0$  estado inicial.
- $B$  referente à bolha.
- $c$  condensação.
- $D$  direita

*e*      evaporação.  
*E*      esquerda.  
*i*      passo da solução no espaço.  
*l*      referente ao líquido.  
*mist*    referente à mistura.  
*r*      referência.  
*v*      referente ao vapor.  
*vl*     Van Leer.

### **Sobrescritos**

*AO*            alta ordem  
*BO*            baixa ordem.  
*FORCE*        force.  
*k*              número da onda do problema de Riemann.  
*LF*            Lax Friedrichs.  
*n*              passo da solução no tempo.  
*RI*            Richtmyer..

# 1 Introdução

## 1.1 Motivação

A compreensão de escoamentos transientes em dutos é de grande importância sob o ponto de vista da engenharia. Neste sentido, há um grande esforço no desenvolvimento de modelos que sejam capazes simular tal fenômeno. A criação de um modelo procura descrever fenômenos da natureza. Todavia, devido à complexidade de alguns casos há a necessidade de estabelecer hipóteses simplificadoras as quais sejam capazes de descrever satisfatoriamente um determinado problema físico. Quando o escoamento em uma tubulação sofre mudanças repentinas de velocidade é gerada uma onda de pressão que se propaga na velocidade do som. Tal fenômeno transiente é chamado de golpe de aríete e dentre suas principais causas podemos citar a parada de bombas, fechamento de válvulas e vazamentos. (JENSEN *et al.*, 2018).

Durante o transiente hidráulico, quando a pressão atinge a pressão de saturação do gás dissolvido ou a pressão de vapor o escoamento passa de monofásico (líquido) para bifásico (líquido-gás), a partir do aparecimento de bolhas. Este fenômeno é conhecido como cavitação (BERGANT *et al.*, 2006). Segundo BERGANT *et al.* (1999), há dois tipos de cavitação, a saber: cavitação de gás e a cavitação de vapor. A primeira envolve a liberação de gás quando a pressão está abaixo da pressão de saturação do gás dissolvido, mas não atinge a pressão de vapor. Já a segunda ocorre quando a pressão no escoamento atinge a pressão de vapor do líquido, ocorrendo assim a evaporação.

Uma das diferenças entre os dois tipos de cavitação é que, para a cavitação de gás a pressão pode cair além da pressão do gás dissolvido a partir da quantidade de gás liberado, que é limitada para este caso. Já na cavitação de vapor, uma vez que a pressão de vapor é atingida o vapor de líquido pode expandir sem que a pressão mude (FOX, 1977). Para a cavitação de vapor, dependendo da geometria e do gradiente de velocidade a cavidade de vapor pode se expandir preenchendo toda uma seção do duto o que é chamado de quebra de coluna (*column separation*) (CHAUDHRY 2014).

O surgimento e colapso de bolhas no líquido pode levar a ondas de pressão com maior amplitude que as ondas provenientes do golpe de aríete. Tal fenômeno é um problema de grande importância sob o ponto de vista da engenharia, visto que pode levar

a diversos fatores indesejáveis tais como: carregamento assimétrico, vibração, ruído e em muitos casos danos irreparáveis à tubulação (SUMAM et al., 2009). Em alguns casos, consequências mais extremas podem ocorrer, como no acidente na estação de Oigawa, Japão, onde houve a morte de três trabalhadores (BONIN, 1960). A fim de evitar os problemas anteriormente descritos, há uma grande motivação na criação e aplicação de modelos que descrevam a cavitação transiente e que sejam capazes de prever a intensidade dos picos de pressão durante o fenômeno.

Combustíveis fósseis podem causar diversos problemas ao meio ambiente como poluição do ar e emissão de gases de efeito estufa contribuindo assim para o aquecimento global. Em 2012 o consumo diário global de petróleo foi estimado em 89 milhões de barris, o que poderia levar ao seu esgotamento em cerca de 50 anos. (JEIHANIPOUR e BASHIRI, 2015). Nesse sentido biocombustíveis surgem como uma alternativa viável para substituir parcialmente os combustíveis fósseis (RODRIGUES e ACCARINI, 2007).

O biocombustível a ser utilizado no presente trabalho é o biodiesel. A comercialização de biodiesel no Brasil é regulada pela Agência Nacional de Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP), a qual incorpora o biodiesel como parte da matriz energética brasileira (BERWANGER et al., 2015). O biodiesel é um combustível renovável, biodegradável e ambientalmente correto, tendo sua composição formada por derivados de qualquer triglicerídeo, ésteres de ácidos graxos de cadeia longa e um álcool de baixo peso molecular (PARENTE, 2003).

Segundo ORSI (2021), em 2020 a produção de biodiesel no Brasil teve um grande crescimento para atender à crescente demanda interna, atingindo 6,4 bilhões de litros. De acordo com o relatório da ANP de 2021, as regiões Sul e Centro Oeste são as principais responsáveis pela produção de biodiesel no país. No contexto global, em 2021 o Brasil apareceu como um dos líderes na produção do biodiesel, ficando atrás apenas da Indonésia e dos Estados Unidos. A partir dos dados aqui apresentados é possível concluir que o biodiesel possui grande importância na cadeia de biocombustíveis do país. Sendo assim, é importante compreender as características de sua produção e também de seu escoamento. Logo o presente trabalho envolve a simulação computacional de escoamentos com biodiesel e procura entender o fenômeno da cavitação deste fluido.

## 1.2 Objetivos

O presente trabalho tem como objetivo implementar um modelo computacional para simulação de escoamentos transientes em dutos, com cavitação de vapor e utilizando água e biodiesel como fluido transportado. As simulações propõem não somente identificar a cavitação de vapor, mas também calcular pressão, vazão e os outros parâmetros ao longo do duto durante o fenômeno. O modelo matemático é construído a partir da equação de conservação de massa, equação da conservação de quantidade de movimento linear, equação de transporte entre as fases e uma equação constitutiva que liga a pressão às demais variáveis.

Para obter a solução do modelo matemático é feita uma discretização por volumes finitos e a solução é calculada em três etapas: solução de um sistema homogêneo de equações diferenciais parciais, integração numérica de um sistema de equações diferenciais ordinárias e solução de uma equação transcendental para o cálculo da pressão. Neste trabalho, diversos métodos de solução são comparados, a fim de obter o método de solução mais adequado para o problema em questão. Para o sistema de equações diferenciais parciais são estudados os métodos FLIC e WAF-TVD, já para a integração do sistema de equações diferenciais ordinárias são comparados os métodos de Euler, Runge-Kutta e Bulirsch-Stoer. No caso da equação transcendental, a mesma é resolvida pelo método de Newton-Raphson.

O programa computacional desenvolvido é verificado com dados disponíveis na literatura (SUMAM *et al.*, 2009) e validado com experimentos realizados no CTDUT (Centro de Tecnologia em Dutos), para o escoamento de água. Com o modelo validado, são feitas simulações comparando escoamentos transientes de água e biodiesel, com o objetivo de entender as principais diferenças no fenômeno nestes fluidos.

## 1.3 Organização do trabalho

No capítulo 2, apresenta-se a revisão bibliográfica sobre o fenômeno de cavitação, biodiesel e métodos numéricos que aqui são aplicados. No capítulo 3 são deduzidas as equações diferenciais do modelo matemático para cavitação de vapor. No capítulo 4, são apresentados de forma detalhada os métodos de solução que são estudados neste trabalho. No capítulo 5 é apresentado o método experimental e detalhamento do duto onde foram feitos os experimentos. No capítulo 6 é feita a verificação do código a partir de resultados

da literatura, a validação do modelo a partir de resultados experimentais e simulações computacionais para transientes em escoamentos de biodiesel. Finalmente no capítulo 7 são apresentadas as conclusões e as propostas de continuação deste trabalho.

## 2 Revisão Bibliográfica

### 2.1 Cavitação

WYLIE (1984), utilizou um modelo discreto para simular cavitação de gás em situações em que há grandes cavidades de gás formadas na tubulação. O modelo também é capaz de simular o fenômeno da separação de coluna durante escoamentos transientes, utilizando uma pequena quantidade de gás livre. O modelo discreto foi amplamente utilizado ao longo do século XX para modelagem de cavitação. Tal modelo considera que o gás está acumulado em seções isoladas e as cavidades de gás se expandem e se contraem de acordo com a lei dos gases perfeitos. Líquido puro é considerado entre as seções de gás. Segundo o autor, este modelo é viável desde que o volume de gás nas cavidades discretas seja razoavelmente menor que o volume de líquido puro entre as seções. No caso da cavitação de gás os resultados se mostraram efetivos para grandes volumes de gás a baixas pressões, já para o caso da cavitação de vapor bons resultados foram obtidos para pequenas frações de vazio.

SIMPSON (1986), propôs uma classificação para os modelos que descrevem cavitação. Segundo ele há quatro grandes grupos:

- Modelos com cavidades de vapor discreta: Nesse tipo de abordagem, o vapor fica preso em seções específicas e nunca distribuído. Entre as cavidades sempre é considerado líquido puro.
- Modelos com escoamento de água rasa: Esse grupo descreve a região de cavitação usando a teoria do escoamento de água rasa. A região do golpe de aríete é descrita pelo método das características.
- Cavitação de vapor ou Modelo de Bolhas: Nesse caso a velocidade e a fração de vazio são computados ao longo da tubulação. Há uma distinção entre as regiões com apenas golpe de aríete e as regiões com cavitação de vapor, que podem se estender por parte do duto.
- Modelo Combinado: Possui cavitação de vapor distribuído, mas também leva em conta a formação de cavidades discretas na tubulação.

SIMPSON (1986), analisou o fenômeno da cavitação para dutos inclinados aplicando o modelo combinado. O objetivo deste trabalho foi entender melhor a ocorrência de pequenos pulsos de pressão associados a cavitação. A partir da análise dos resultados foi possível concluir que o modelo descreve melhor situações em que a velocidade inicial é mais baixa. Também foi possível observar que a inclinação do duto é um fator importante na formação de cavidades e que o aumento da velocidade inicial leva a um aumento da largura e a uma diminuição da magnitude do pulso de pressão proveniente da cavitação. Uma análise espectral também foi realizada para estimativa da celeridade na tubulação na ausência de cavitação. Na presença de cavitação um método direto que calcula a celeridade a partir do colapso da cavidade foi proposto.

SIMPSON et al. (1991), investigaram a duração, forma e magnitude de pulsos de pressão utilizando o modelo discreto para um tubo hipoteticamente sem atrito. Foi considerado apenas vapor localizado em cavidades, nunca distribuído. Os autores mostraram que as características do pulso dependem das condições iniciais do regime permanente, sobretudo da velocidade inicial. Em alguns casos foi mostrado que a pressão máxima alcançada devido ao colapso da cavidade pode ser maior do que a pressão do golpe de aríete calculada pela equação de Joukowski.

No trabalho de BERGANT *et al* (1992), os autores propuseram um modelo mais geral, chamado de modelo de interface (GIVCM), capaz de descrever as interações entre o vapor distribuído, cavidades intermediárias e cavidades na fronteira. Também foi apresentada uma formulação alternativa para o tratamento de choques. O método das características foi usado como solução numérica. Os resultados do modelo de interface estão mais próximos do experimental em comparação com o modelo discreto.

BERGANT *et al* (1999), realizaram uma comparação entre o modelo de cavidade de vapor discreta (DVCM), o modelo de cavidade de gás discreta (DGCM) e o modelo generalizado para cavitação de vapor (GIVCM). Nesse trabalho foi também proposta uma nova forma para classificar os regimes de escoamento na presença de cavitação, sendo regimes de escoamento, com cavitação, ativos aqueles em que o pico de pressão excede a pressão calculada pela equação de Joukowski e regimes de escoamento, com cavitação, passivos aqueles em que a pressão não atinge a pressão prevista na equação de Joukowski, ou seja, a pressão máxima é a pressão do golpe de aríete.

SHU (2003), fez uma crítica aos modelos anteriores utilizados para cavitação e propôs um modelo mais completo de cavitação de vapor com equilíbrio homogêneo bifásico. No modelo proposto foi adicionado um termo de atrito dependente da frequência. Para solução numérica foi utilizado o método das características. Os resultados foram mais satisfatórios em casos em que não há cavitação severa.

NOVAK (2005), analisou a cavitação de gás a partir de experimentos. A autora verificou presença de cavitação de gás no experimento em situações em que os modelos teóricos não indicariam cavitação. Dentre as principais conclusões deste trabalho podemos citar: A suscetibilidade à cavitação é maior quando há uma maior concentração inicial de gás dissolvido, maiores temperaturas levam a bolhas maiores e diminuem a eficiência da bomba e o pH da água tem grande influência sobre a cavitação de gás.

SUMAM *et al* (2009), propuseram um modelo com escoamento homogêneo baseado na equação de conservação da massa, equação da quantidade de movimento linear, equação de transporte e uma equação constitutiva para simular cavitação de vapor distribuído. O método de solução utilizado foi o método de MacCormack. O modelo foi implementado para um duto reto com um transiente gerado pelo fechamento de uma válvula no final. As comparações com dados experimentais mostraram resultados satisfatórios para os primeiros pulsos de pressão provenientes da cavitação.

KERAMAT *et al* (2010), fizeram um estudo do golpe de aríete em tubulações viscoelásticas quando a pressão atinge o valor da pressão de vapor. Os autores buscaram compreender o comportamento da pressão e da vazão em um escoamento com cavitação em dutos com deformação. Um modelo capaz de simular cavitação em tubulações com deformação é apresentado. O modelo de cavidade de vapor discreta (DVCM) é utilizado para modelar os efeitos de evaporação e condensação enquanto para as deformações foi escolhido os elementos de Kelvin-Voigt. Os dois fenômenos são estudados separadamente e simultaneamente, utilizando resultados experimentais disponíveis na literatura. Os autores concluem que os efeitos de deformação levam a uma cavitação menos severa, atenuando os picos de pressão.

SADAFI *et al* (2012), utilizaram o modelo de interface, conhecido como GIVCM, para analisar numericamente a cavitação de vapor devido ao fechamento de uma válvula no final da tubulação. O método das características foi utilizado como método de solução. Os autores compararam os resultados com dados experimentais e verificaram que o

modelo GIVCM é consistente, levando a resultados mais próximos dos valores experimentais que o modelo DVCM.

SOARES *et al* (2012), utilizaram o modelo discreto para cavitação transiente em tubulação de polietileno. O método das características foi utilizado como método de solução. Os resultados mostraram que o modelo DGCM leva a valores mais satisfatórios que o modelo DVCM quando comparados com dados experimentais.

PEZZINGA *et al* (2014), propuseram um modelo 2D para a cavitação de vapor distribuído, baseado na equação de conservação da massa e equação da quantidade de movimento. A comparação entre o modelo 1D, o modelo 2D e os dados experimentais mostraram que o modelo em uma dimensão só é capaz de reproduzir as primeiras oscilações e que o modelo 2D descreve melhor a dissipação de energia.

SOARES *et al* (2015), estudaram a cavitação de vapor utilizando um modelo baseado nas equações de conservação em uma dimensão. Para obter a solução foi utilizado o método das características (MoC). Os autores realizaram uma comparação entre o modelo de cavidade de gás discreta (DGCM) e o modelo de cavidade de vapor discreta (DVCM) em uma tubulação quase reta feita de cobre. A solução utilizando o DGCM leva a melhores resultados quando comparado com dados experimentais.

No trabalho de ZHOU *et al.* (2017), foi desenvolvido um modelo 1D chamado FVM-DVCM (Modelo de Cavidade de Vapor Discreta - Método dos Volumes Finitos) com o objetivo de simular cavitação transiente. O modelo DVCM era originalmente resolvido pelo método das características conhecido assim como MOC-DVCM. O FVM-DVCM é baseado na formulação original do modelo DVCM e para a sua aplicação as seguintes hipóteses são consideradas: (i) as cavidades de vapor se concentram no centro do volume de controle; (ii) cada volume de controle é dividido em duas metades iguais (iii) para o caso em que há somente uma fase a vazão e a pressão são calculadas via volumes finitos (iv) quando a pressão em um volume de controle alcança valores abaixo da pressão de vapor é observado a formação de uma cavidade e a pressão em tal volume é tomada como sendo a pressão de vapor. Em tal modelo o volume das cavidades é calculado a partir da vazão nas duas metades do volume de controle. Para a formulação matemática são utilizadas as equações da continuidade e a equação de quantidade de movimento linear. A solução via volumes finitos é uma excelente alternativa ao método das características pois evita picos de pressão artificiais, porém capturar o crescimento e colapso das cavidades de vapor é um grande desafio neste tipo de abordagem.

JIANG *et al* (2018), estudou o escoamento transiente em uma tubulação com água com e sem cavitação. O objetivo do estudo foi comparar os resultados numéricos obtidos a partir do método das características (MOC) com os resultados via diferenças finitas (FDM). O modelo matemático foi construído a partir das equações de conservação de massa e conservação de momentum. Quando o escoamento atinge pressões abaixo da pressão de vapor uma equação para a dinâmica da cavidade de vapor é adicionada a fim de descrever o fenômeno da cavitação. Para a modelagem do atrito são comparadas duas abordagens: uma com uma perda de carga permanente e outra com uma perda de carga transiente dependente da frequência. Os resultados obtidos são comparados com resultados experimentais presentes na literatura onde os autores concluem que a solução via FDM é mais consistente com os dados experimentais e representa uma melhora na descrição da mudança de fase e magnitude dos picos de pressão em relação ao MOC.

No estudo de ZHOU *et al* (2018), os autores analisam transientes hidráulicos com cavitação de vapor utilizando um modelo chamado FVM-DGCM (Método dos Volumes Finitos – Modelo de Cavidade de Gás Discreta). O modelo DGCM era originalmente resolvido pelo MOC (Método das Características) o qual produzia picos de pressão irrealistas. O objetivo deste trabalho consistiu em comparar os resultados obtidos pelo FVM-DGCM com os resultados do MOC-DGCM e do FVM-DVCM (Método dos Volumes Finitos – Modelo de Cavidade de Vapor Discreta). As hipóteses para que o modelo possa ser aplicado são: (i) O gás é acumulado em cavidades no meio de cada segmento, onde um segmento é composto por dois volumes; (ii) para acomodar a cavidade de gás cada segmento é dividido em duas partes iguais; (iii) pressão e vazão em cada metade dos volumes são calculadas da mesma forma que para o golpe de aríete sem cavitação (iv) a variação do volume da cavidade de gás é governada pelas vazões nas fronteiras de cada volume. É realizado um estudo de como o número de Courant influencia as simulações tanto para FVM-DVCM quanto para FVM-DGCM. Os autores também mostram que os resultados através do FVM-DGCM possuem melhor concordância com os resultados experimentais se comparado com o MOC-DGCM.

LIU *et al* (2020), propuseram um novo parâmetro para caracterizar a ocorrência do fenômeno da cavitação. A ocorrência de cavitação é normalmente caracterizada pelo número de cavitação (CN) dado por

$$CN = \frac{P_r - P_v}{\frac{1}{2} \rho u^2} \quad (2.1)$$

onde  $p_r$  é a pressão de referência,  $p_v$  é a pressão de vapor e  $u$  é a velocidade do líquido. A ocorrência de cavitação é dada quando o valor de  $CN$  se aproxima da unidade. Os autores verificaram que em casos onde há um vazamento ou uma válvula aberta o número de cavitação não é aproximadamente 1 embora exista a ocorrência da cavitação. O estudo então propôs um novo número de cavitação baseado na amplitude da onda de pressão ao invés da velocidade. O novo parâmetro proposto para avaliar a ocorrência de cavitação foi verificado a partir de experimentos e um estudo de casos, onde ele mostrou-se eficaz para os casos onde o parâmetro clássico  $CN$  apresentava falhas.

PEZZINGA *et al* (2020), utilizaram o método das características para solucionar um modelo unidimensional e um modelo quasi-bi-dimensional. O estudo teve como objetivo entender choques associados com a condensação da mistura líquido-vapor de volta para fase líquida, estimar a dissipação de energia devido ao atrito transiente para os modelos (1D) e (2D) e comparar os resultados das simulações com dados experimentais e simulados presentes na literatura. Os autores utilizam a hipótese de mistura homogênea para construir um modelo baseado na equação de conservação de massa e conservação de momentum. O estudo concluiu que o método das características (MOC) pode ser usado para simular o fenômeno de cavitação incluindo choques associados a condensação da mistura líquido-vapor para fase líquida.

SUN *et al* (2020), simularam a cavitação transiente utilizando o modelo clássico DVCM (Modelo para cavitação de vapor discreta) combinado com um modelo de atrito quasi-bi-dimensional. A formulação matemática é construída a partir das equações de conservação de massa e conservação de quantidade de movimento. As hipóteses utilizadas são: (i) se a pressão atingir a pressão de vapor um grid computacional com pressão igual a pressão de vapor é adicionado; (ii) O tamanho da cavidade é dado pelas vazões nas posições adjacentes. A solução é obtida pelo método das características (MoC). Os resultados obtidos pelo modelo proposto são comparados com resultados do modelo (1D) de atrito, com resultados do modelo DVCM clássico e com resultados experimentais presentes na literatura. O modelo proposto possui maior concordância com os resultados experimentais.

LIU *et al* (2021), estudou o fenômeno da cavitação em uma tubulação com reabastecimento de óleo. Durante o reabastecimento quando a vazão é alta o suficiente a pressão cai bruscamente após passar por certas estruturas sólidas presentes na tubulação. Se a pressão atinge a pressão de saturação do óleo ocorre a cavitação. Segundo os autores

a presença de cavitação durante o abastecimento reduz a eficiência e pode gerar poluição ao meio ambiente. O problema foi estudado em uma tubulação reta com 400mm de comprimento e diâmetro de 50mm. Foi colocado no duto obstáculos cilíndricos com diâmetro de 30mm. As simulações foram feitas utilizando o software FLUENT para um escoamento em regime turbulento. Para incluir o processo de cavitação foi empregado o método VOF para o escoamento multifásico. Diversos parâmetros foram variados para entender o efeito de tais parâmetros na cavitação. Foi estudado o efeito da vazão, da estrutura do duto e do diâmetro da tubulação. Para cada uma das variações foi estudado o volume de cavitação. Foi observado que para maiores vazões a cavitação é mais severa nos obstáculos, já o aumento do diâmetro leva a uma cavitação mais fraca. As posições dos obstáculos bem como o arranjo dos mesmos também interferem no fenômeno.

## **2.2 Biocombustíveis**

CORDEIRO *et al* (2016), estudaram as propriedades do biodiesel bem como as tecnologias de produção e as matérias primas utilizadas. Os autores escreveram um breve histórico da introdução do biodiesel na matriz energética brasileira. Neste trabalho também foi dado uma explicação química detalhada sobre as definições principais de óleos e gorduras. Os autores analisaram as principais matérias primas utilizadas na produção do biodiesel no Brasil mostrando que o óleo de soja é, de forma disparada, a matéria prima mais utilizada. Este trabalho também conta com uma análise química detalhada dos processos de produção do combustível e apresenta as principais tecnologias utilizadas. Segundo os autores a cadeia de produção do biodiesel no Brasil está em expansão sendo necessário uma diversificação no leque de matérias primas para uma maior descentralização da produção permitindo assim a evolução do setor industrial para regiões mais carentes.

VARGAS *et al* (2017), apresentaram em seu trabalho motivações para o uso de recursos renováveis e estabeleceram as principais características do biodiesel. Os autores também fizeram um resumo dos processos de produção do combustível e mostraram as vantagens do mesmo. Neste trabalho foi apresentado os limites estabelecidos pela Agência Nacional de Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP) para as principais propriedades do biodiesel, tais valores têm por objetivo o controle de qualidade do combustível. Segundo VARGAS *et al* (2017) a importância no valor da massa específica do biodiesel se relaciona com a bomba injetora dos motores, que dosa a injeção do

combustível a partir do volume. Casos com grandes variações de massa específica podem aumentar a emissão de poluentes e também levar a perda potência. Os autores também indicaram a importância de manter dentro dos limites estabelecidos outras propriedades como, viscosidade cinemática, ponto de fulgor, teor de cinzas, índice de iodo, dentre outras.

RASHID *et al* (2020), analisaram o efeito da velocidade de entrada na estrutura de uma planta real para produção de biodiesel no caminho da esterificação para a transesterificação. O autor realizou simulações utilizando o software ANSYS e para o desenho 3D da planta foi utilizado o software SolidWorks. O principal objetivo da simulação foi obter a distribuição de pressão no fluido e a distribuição de tensão na estrutura a fim de avaliar os riscos. Os autores analisaram três velocidades: 0,01 m/s, 0,02 m/s e 0,03 m/s e os resultados mostraram uma maior tensão na estrutura para a maior velocidade.

ORSI (2021) realizou uma revisão bibliográfica detalhada sobre diversos assuntos ligados ao biodiesel como: Análise de suas propriedades, explicando a definição de cada uma delas; histórico do combustível, explicando seu surgimento e sua evolução; contexto atual do biodiesel no âmbito global, analisando os principais dados e; matérias-primas para a produção do biodiesel, explicando as principais fontes para a produção do biodiesel. A autora também fez um estudo detalhado nos processos para produção do biodiesel e apresentou uma proposta de substituição do metanol para o etanol na reação de esterificação mostrando as principais vantagens obtidas a partir desta mudança.

## 2.3 Métodos numéricos

QIU *et al* (2006), investigou o método RKDG (*Runge-Kutta discontinuous Galerkin*) baseado em diferentes fluxos numéricos para resolver leis de conservação hiperbólicas não lineares da forma dada na equação (2.2), com o objetivo de obter a melhor performance.

$$\begin{cases} u_t + \nabla \cdot f(u) = 0 \\ u(x, 0) = u_0(x) \end{cases} \quad (2.2)$$

Na maioria dos estudos presentes na literatura o método RKDG é resolvido a partir do fluxo numérico de Lax-Friedrichs (LF), devido a sua simplicidade, porém existem diversos fluxos baseados em soluções aproximadas para o problema de Riemann. Os

autores compararam oito fluxos numéricos diferentes, dentre eles: fluxo de Lax-Friedrichs, fluxo de Godunov, fluxo Engquist-Osher, fluxo HLL, fluxo HLLC, fluxo FLIC e fluxo MUSTA. Os autores compararam os fluxos para as equações de Euler em uma e duas dimensões e concluíram que o fluxo de Lax-Friedrichs leva ao menor tempo computacional dentre todos, todavia possui os maiores erros. Os fluxos de Godunov e Engquist-Osher apresentam um significativo aumento do custo computacional. Os fluxos HLL, HLLC e MUSTA são boas propostas quando analisado vários fatores ao mesmo tempo como custo computacional, erros numéricos e resolução das descontinuidades.

ZEIDAN (2016), simulou numericamente uma mistura bifásica gás-magma. O autor utiliza a equação de conservação de massa, equação de conservação de quantidade de movimento linear e uma equação de velocidade relativa entre as fases. As equações constituem um sistema conservativo hiperbólico não-linear. O autor utiliza o método FORCE e o método SLIC (*slope limiter center*) ao qual possui uma abordagem TVD (*total variation diminishing*). Os resultados, são validados a partir de dados da literatura, onde o método se mostra acurado e robusto.

CARVALHO (2018), realizou um estudo numérico do golpe de aríete a partir da equação de conservação da massa e equação da quantidade de movimento. O autor utilizou o esquema WAF-TVD como método de solução. O esquema WAF-TVD utiliza uma discretização feita por volumes finitos com fluxo médio ponderado e diminuição da variação total. Os resultados obtidos foram comparados com resultados presentes na literatura, mostrando boa concordância.

PHAM *et al* (2019), modelaram o fenômeno do deslizamento de terra a partir das equações de água rasa utilizando o sistema de coordenadas  $(b, s)$  que pode ser usado em rios e oceanos. Como método de solução foi utilizado a abordagem WAF-TVD (*Weighted Average Flux – Total Variation Diminishing*) onde a função limitadora escolhida foi a de Van Leer. A validação do modelo foi feita para um escoamento do tipo *dam-break* e um escoamento do tipo *debris*, ambos utilizando água como fluido. Feita a validação os autores aplicaram o modelo a casos de deslizamento de terra com diferentes inclinações.

OUFFA *et al* (2021), estenderam o conceito da formulação WAF (*Weighted Average Flux*) do escoamento monofásico para o escoamento bifásico compressível. Os autores aplicaram a formulação WAF-TVD para o modelo de fluxo à deriva (*drift-flux*). As equações que modelam o escoamento bifásico neste trabalho são as equações de

conservação de massa e conservação de momentum para o líquido e para o gás. O problema numérico é verificado como sendo hiperbólico. Na formulação WAF-TVD a função limitadora de fluxo é a função SUPERBEE. Para validação, o modelo é testado em casos padrões da literatura como onda de rarefação e ondas de choque. Os resultados são comparados com outras formulações para o fluxo como o fluxo FORCE e o SLIC-TVD.

HESSAROEYEH *et al* (2022), utilizou um modelo bidimensional baseado nas equações de água rasa para modelar escoamentos do tipo *dam-break*. A discretização é feita por volumes finitos com um método centrado. A abordagem utilizada pelos autores é do tipo explícita em que o fluxo é calculado utilizando a abordagem WAF-TVD (*Weighted Average Flux – Total Variation Diminishing*). Para resolver o problema de Riemann é utilizado o método HLLC para o fluxo intercelular. A verificação é feita comparando os resultados com soluções exatas onde é visto boa concordância. Após a verificação é realizado simulações para escoamentos do tipo *dam-break* com ângulos de desvio de 90° e 180°. A comparação com resultados experimentais mostra bons resultados.

### 3 Problema Físico e Formulação Matemática

Neste capítulo são apresentadas as equações governantes do modelo, bem como suas respectivas deduções. O problema físico proposto envolve escoamento unidimensional em um tubo de diâmetro  $D$ , com variações de altitude e possíveis perdas de carga localizadas devido a válvulas, curvas, etc. Água e biodiesel são utilizados como fluido de trabalho. O transiente hidráulico é gerado a partir de abertura e fechamento de válvulas no final do tubo. Durante o transiente hidráulico a cavitação pode ocorrer em determinados pontos do tubo, em especial aqueles com maior altitude.

SUMAM *et al.* (2009), estabeleceram as hipóteses abaixo para que o modelo possa ser aplicado:

- Escoamento unidimensional.
- As bolhas de vapor são pequenas, esféricas e estão uniformemente distribuídas sem formar cavidades
- A diferença de pressão ao longo da bolha, devido a tensão superficial pode ser desprezada.
- As bolhas de vapor e o líquido possuem a mesma velocidade, indicando a ausência de deslizamento entre as duas fases. Podemos assim considerar mistura homogênea.

#### 3.1 Equação da continuidade e equação da quantidade de movimento linear

Para uma mistura homogênea, as equações unidimensionais da continuidade e da quantidade de movimento linear, são dadas na forma conservativa por (WYLIE e STREETER, 1978):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(p + \rho u^2)}{\partial x} + \rho g \sin \theta + \frac{4\tau_0}{D} = 0 \quad (3.2)$$

onde  $\rho$ ,  $p$  e  $u$  são a massa específica, pressão absoluta e velocidade da mistura em qualquer ponto da tubulação, respectivamente;  $D$  é o diâmetro interno;  $x$  é a distância na direção do escoamento;  $t$  é o tempo e  $\tau_0$  é a tensão de cisalhamento na parede do duto.

A tensão de cisalhamento foi calculada em termos do fator de fricção de Darcy-Weisbach, sendo dada por (WYLIE e STREETER, 1978):

$$\tau_0 = \frac{\rho f |u| u}{8} \quad (3.3)$$

Substituindo (3.3) em (3.2), chega-se na seguinte equação para a conservação da quantidade de movimento linear

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(p + \rho u^2)}{\partial x} + \rho g \sin \theta + \frac{f \rho u |u|}{2D} = 0 \quad (3.4)$$

Segundo MICHAELIDES *et al* (2016) a perda de carga para escoamentos bifásicos consiste em três componentes principais: perda por elevação, perda por fricção e perda por aceleração. As perdas por elevação e fricção estão incluídas na equação (3.4). Para uma melhor descrição do fenômeno é necessário a inclusão da perda por aceleração que é proveniente da mudança de volume específico da mistura. A perda por aceleração para mistura homogênea é dada por (MICHAELIDES *et al*, 2016):

$$\left( \frac{dp}{dx} \right)_a = (\rho u)^2 \frac{dv}{dx} \quad (3.5)$$

onde  $v$  é o volume específico da mistura dado por

$$v = \frac{1}{\rho} \quad (3.6)$$

Ao incluir a perda por aceleração, dada pela equação (3.5), na equação de conservação da quantidade de movimento linear, temos que:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(p + \rho u^2)}{\partial x} + \rho g \sin \theta + \frac{f \rho u |u|}{2D} + (\rho u)^2 \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (3.7)$$

No duto utilizado para as simulações há a presença de diversas perdas localizadas que precisam ser contabilizadas, dentre elas curvas e joelhos. A modelagem matemática foi feita baseada no trabalho de (CARVALHO, 2020) onde cada perda localizada é modelada como um bloqueio na tubulação. Segundo (CARVALHO, 2020) o termo

adicionado à equação de conservação de movimento linear (3.7), devido à perda localizada é dado por

$$\sum_{l=1}^M \Delta P_l \delta(x-x_l) \quad (3.8)$$

onde  $\Delta P_l$  é a perda de pressão para a perda localizada,  $x_l$  é a posição da perda localizada,  $\delta(x-x_l)$  é a função delta de Dirac e  $M$  é o número de acidentes que causam a perda de carga localizada. Na equação (3.8) a perda de pressão pode ser calculada por (CARVALHO, 2020)

$$\Delta P_l = K_p \frac{\rho u^2}{2} \quad (3.9)$$

onde  $K_p$  é o coeficiente de perda de carga. Desta forma a equação (3.7) se torna

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(p + \rho u^2)}{\partial x} + \rho g \sin \theta + \frac{f \rho u |u|}{2D} + (\rho u)^2 \frac{\partial v}{\partial x} + K_p \frac{\rho u^2}{2} \delta(x-x_l) = 0 \quad (3.10)$$

### 3.2 Equação de transporte entre as fases

Na abordagem apresentada em (SINGHAL *et al.*, 2002) a massa específica do fluido é função da fração mássica de vapor, que é contabilizada resolvendo a equação de transporte acoplada com as equações da continuidade e da conservação da quantidade de movimento linear. A relação entre a massa específica  $\rho$  e a fração mássica de vapor  $f_v$  é dada por (SINGHAL *et al.*, 2002)

$$\frac{1}{\rho} = \frac{f_v}{\rho_v} + \frac{1-f_v}{\rho_l} \quad (3.11)$$

A fração volumétrica de vapor  $\alpha_v$  é calculada por (SINGHAL *et al.*, 2002)

$$\alpha_v \equiv f_v \frac{\rho}{\rho_v} \quad (3.12)$$

Desta forma, a equação de transporte que governa a fração mássica de vapor pode ser escrita como (SINGHAL *et al.*, 2002)

$$\frac{\partial(\rho f_v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u f_v)}{\partial x} = R_e - R_c \quad (3.13)$$

onde  $R_e$  denota a taxa de geração de vapor (cavitação) e  $R_c$  a taxa de colapso de vapor (condensação).

Em (SINGHAL *et al.*, 2002) são descritas também relações para  $R_e$  e  $R_c$ , onde o objetivo principal é representar de forma correta o crescimento e colapso da bolha. Não havendo velocidade de escorregamento entre as fases, a equação para a dinâmica de bolhas pode ser obtida da equação de Rayleigh-Plesset generalizada, que introduz este efeito no modelo de cavitação. Desconsiderando o termo viscoso, termo de tensão superficial e considerando que a pressão da bolha  $p_b$  é igual a pressão de saturação de vapor  $p_v$ , a equação de Rayleigh-Plesset pode ser escrita como (SINGHAL *et al.*, 2002)

$$r_B \frac{D^2 r_B}{Dt^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{Dr_B}{Dt} \right)^2 = \left( \frac{p_v - p}{\rho_l} \right) - \frac{4v_l}{r_B} - \frac{2\sigma}{\rho_l r_B} \quad (3.14)$$

onde  $r_B$  é o raio da bolha,  $v_l$  a viscosidade cinemática do líquido e  $\sigma$  a tensão superficial.

Para obter uma expressão para a taxa de mudança de fase  $R$ , que é igual a  $R_e - R_c$  em (3.13), escreve-se as seguintes equações de continuidade para a fase líquida e de gás, respectivamente:

$$\frac{\partial}{\partial t} [(1 - \alpha_v) \rho_l] + \frac{\partial}{\partial x} [(1 - \alpha_v) \rho_l u] = -R \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_v \rho_v) + \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_v \rho_v u) = R \quad (3.16)$$

Combinando as equações (3.15), (3.16) e (3.1) chega-se em uma equação que relaciona a massa específica da mistura e fração volumétrica de vapor, dada por

$$\frac{D\rho}{Dt} = -(\rho_l - \rho_v) \frac{D\alpha}{Dt} \quad (3.17)$$

A fração volumétrica de vapor pode ser relacionada com o número de bolhas  $n$  e com o raio da bolha  $r_B$  como

$$\alpha_v = n \frac{4}{3} \pi r_B^3 \quad (3.18)$$

Substituindo a equação (3.18) em (3.17), combinando as equações (3.14), (3.15) e (3.16), desconsiderando o termo de segunda ordem resultante desta combinação e

reescrevendo em função do raio da bolha, chega-se na seguinte expressão para a taxa de mudança de fase  $R$

$$R = \frac{3\alpha_v}{r_B} \frac{\rho_v \rho_l}{\rho} \left[ \frac{2}{3} \frac{p_v - p}{\rho_l} \right]^{1/2} \quad (3.19)$$

Através de simplificações e argumentos limitantes apresentados em (SINGHAL *et al.*, 2002), as expressões para a taxa de evaporação e condensação em termos da fração mássica de vapor podem ser escritas como

$$R_e = C_e \frac{\sqrt{k}}{\sigma} \rho_l \rho_v \left[ \frac{2}{3} \frac{p_v - p}{\rho_l} \right]^{1/2} (1 - f_v) \quad (3.20)$$

$$R_c = C_c \frac{\sqrt{k}}{\sigma} \rho_l \rho_l \left[ \frac{2}{3} \frac{p - p_v}{\rho_l} \right]^{1/2} f_v \quad (3.21)$$

onde  $k$  é a energia cinética turbulenta, dada por  $\sqrt{k} = 0,1(|u|)$ ;  $\rho_l$  é a massa específica do líquido instantânea;  $\rho_v$  é a massa específica instantânea do vapor;  $\sigma$  é a tensão superficial,  $C_e$  e  $C_c$  são constantes empíricas com valores recomendados de 0,02 e 0,01 (SINGHAL *et al.*, 2002), respectivamente e  $p_v$  é a pressão de vapor.

Em determinadas situações o valor de  $f_v$  pode ser extremamente pequeno o que resulta em instabilidades numéricas na solução. Para contornar esse problema as equações (3.13), (3.20) e (3.21) foram escritas em função da fração volumétrica de vapor  $\alpha_v$ , que é definida como a razão entre o volume de vapor e o volume da mistura.

Substituindo a equação (3.12) nas equações (3.13), (3.20) e (3.21) obtemos respectivamente as equações (3.22), (3.23) e (3.24) dadas por

$$\frac{\partial(\rho_v \alpha_v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_v \alpha_v u)}{\partial x} = R_e - R_c \quad (3.22)$$

$$R_e = C_e \frac{\sqrt{k}}{\sigma} \rho_l \rho_v \left[ \frac{2}{3} \frac{p_v - p}{\rho_l} \right]^{1/2} \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho} \alpha_v\right) \quad (3.23)$$

$$R_c = C_c \frac{\sqrt{k}}{\sigma} \rho_l \rho_l \left[ \frac{2}{3} \frac{p - p_v}{\rho_l} \right]^{1/2} \frac{\rho_v}{\rho} \alpha_v \quad (3.24)$$

### 3.3 Forma vetorial e natureza do problema

As equações (3.1), (3.10) e (3.13) podem ser escrita na forma vetorial como

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{U})}{\partial x} = \mathbf{S}(\mathbf{U}) \quad (3.25)$$

onde

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho_v \alpha_v \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} \rho u \\ p + \rho u^2 \\ \rho_v \alpha_v u \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

e o termo fonte é dado por

$$\mathbf{S}(\mathbf{U}) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{-f \rho |u| u}{2D} - \rho g \sin \theta - (\rho u)^2 \frac{\partial v}{\partial x} - K_p \frac{\rho u^2}{2} \delta(x - x_l) \\ R_e - R_c \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

Nas equações (3.26) a (3.28),  $\mathbf{U}$  é o vetor das variáveis de estado,  $\mathbf{F}$  é o vetor que representa o fluxo de  $\mathbf{U}$  e  $\mathbf{S}$  é o vetor que representa o termo fonte. Nota-se que  $\mathbf{F}$  e  $\mathbf{S}$  são funções do vetor de variáveis de estado, ou seja,  $\mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{U})$  e  $\mathbf{S} = \mathbf{S}(\mathbf{U})$ .

Segundo (OZISIK *et al.*, 2017), um sistema de equações diferenciais parciais pode ser classificado como elíptico, parabólico, hiperbólico ou misto. A fim de analisar a natureza do problema proposto, o sistema de equações (3.25) pode ser escrito na forma quasi-linear como (TORO, 2009)

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \left( \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}} \right) \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x} = \mathbf{S}(\mathbf{U}) \quad (3.29)$$

ou

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{J} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x} = \mathbf{S}(\mathbf{U}) \quad (3.30)$$

onde  $\mathbf{J}$  é a matriz Jacobiana do sistema, que é igual a

$$\mathbf{J} \equiv \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial U_1} & \frac{\partial F_1}{\partial U_2} & \frac{\partial F_1}{\partial U_3} \\ \frac{\partial F_2}{\partial U_1} & \frac{\partial F_2}{\partial U_2} & \frac{\partial F_2}{\partial U_3} \\ \frac{\partial F_3}{\partial U_1} & \frac{\partial F_3}{\partial U_2} & \frac{\partial F_3}{\partial U_3} \end{pmatrix} \quad (3.31)$$

Combinando as equações (3.26), (3.27) e (3.31) obtém-se

$$\mathbf{J} \equiv \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{U}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a_{mist}^2 - u^2 & 2u & 0 \\ \frac{-u\rho_v\alpha_v}{\rho} & \frac{\rho_v\alpha_v}{\rho} & u \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

onde  $a_{mist}$  é a celeridade da mistura que representa a velocidade da onda de pressão durante o golpe de aríete. Os autovalores da matriz Jacobiana dada em (3.32) são dados por  $\lambda_1 = u - a_{mist}$ ,  $\lambda_2 = u$  e  $\lambda_3 = u + a_{mist}$ . Nota-se que os autovalores são reais e distintos. Portanto, o sistema de equações (3.29) é hiperbólico (TORO, 2009; OZISIK *et al.*, 2017).

### 3.4 Cálculo da celeridade da mistura

Segundo FOX (1977) a celeridade da mistura é dependente do módulo de elasticidade efetivo da mistura, que reduz drasticamente com o aparecimento de bolhas. Transientes podem gerar diferentes pressões em diferentes partes da tubulação, o que pode levar a uma celeridade alta na ordem de  $10^3 m/s$  em um ponto e uma celeridade baixa, na ordem de  $10^1 m/s$  em outro ponto (FOX, 1977). Portanto o surgimento de bolhas de vapor no líquido pode levar a uma queda abrupta da celeridade. Neste sentido diversos modelos foram propostos para calcular a celeridade durante um transiente com cavitação de vapor. Neste trabalho foi utilizado a abordagem de FOX (1977).

Segundo FOX (1977), quando há cavitação de vapor a celeridade da mistura pode ser calculada pela equação

$$a_{mist} = \frac{1}{\sqrt{\rho_l(1-\alpha_v)\left(\frac{1}{k_l} + \frac{\alpha_v}{p_v} + \frac{D}{Ee}\right)}} \quad (3.33)$$

onde  $k_l$  é o módulo de elasticidade do líquido,  $E$  é o módulo de elasticidade do duto,  $e$  é a espessura do duto e  $p_v$  é a pressão de vapor. A figura 3.1 mostra o comportamento da celeridade (em m/s) em função da fração de vazio  $\alpha_v$  para a equação (3.33). Podemos perceber que para  $\alpha_v < 0,5$  a curva é uma função decrescente e que o valor mínimo para a celeridade é alcançado em  $\alpha_v = 0,5$ . Para  $\alpha_v > 0,5$  a celeridade é uma função crescente e tende a infinito em valores de  $\alpha_v$  próximos a unidade. Sendo assim FOX (1977) recomenda utilizar a equação (3.33) apenas para o intervalo  $0 \leq \alpha_v \leq 0,5$  e então utilizar o valor mínimo da curva ( $\alpha_v = 0,5$ ) para o intervalo  $0,5 < \alpha_v \leq 1$ .

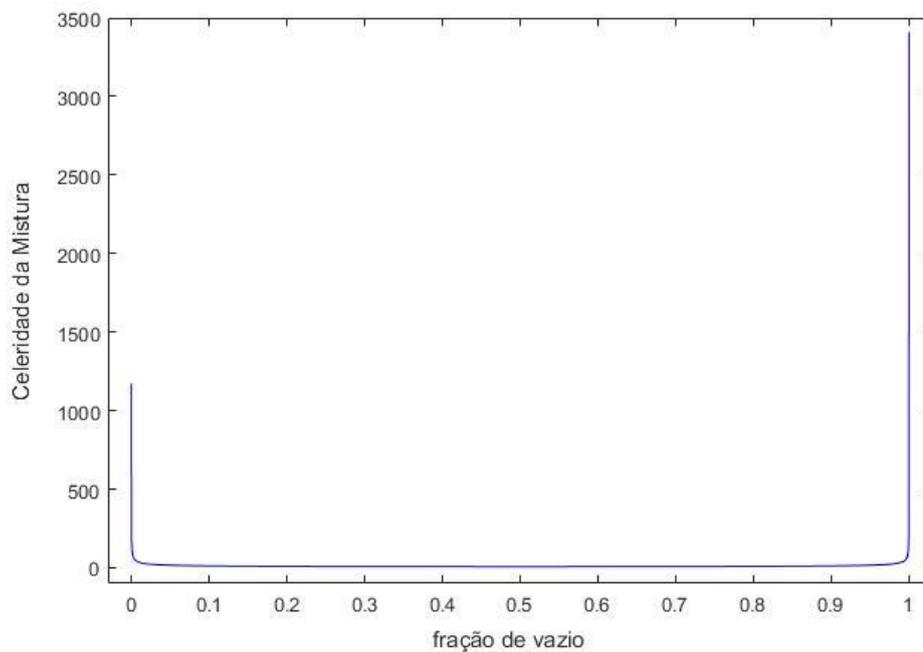


Figura 3.1 – Celeridade da mistura

### 3.5 Relação constitutiva para a pressão

A relação constitutiva para a massa específica da mistura é dada por (SUMAM *et al.*, 2009):

$$\rho = \rho_l(1 - \alpha_v) + \alpha_v \rho_v \quad (3.34)$$

Em (COUTIER-DELGOSHA *et al.*, 2005) a equação dos gases perfeitos é utilizada para determinar a massa específica de vapor durante o processo de cavitação e é escrita como:

$$\rho_v = \frac{Mp}{\bar{R}T} \quad (3.35)$$

onde  $\bar{R}$  é a constante universal dos gases,  $M$  é a massa molar do gás e  $T$  a temperatura absoluta.

Em (HADJ-TAIEB e LILI, 2000) é apresentada uma equação para a massa específica de líquido, dada por

$$\rho_l = \rho_{l0} e^{(p-p_0)/K_l} \quad (3.36)$$

onde  $p_0$  é a pressão inicial e  $K_l$  é o módulo de compressibilidade do líquido. Substituindo a equação (3.36) na equação (3.34) é obtido

$$\rho = \rho_{l0} e^{(p-p_0)/K_l} (1 - \alpha_v) + \rho_v \alpha_v \quad (3.37)$$

Utilizando a relação (3.35) temos que

$$\alpha_v = \frac{\rho_v \alpha_v \bar{R}T}{pM} \quad (3.38)$$

Substituindo a equação (3.38) em (3.37) e reorganizando os termos é obtido

$$\rho_{l0} e^{(p-p_0)/K_l} \left( 1 - \frac{\rho_v \alpha_v \bar{R}T}{pM} \right) + \rho_v \alpha_v - \rho = 0 \quad (3.39)$$

Como as variáveis do vetor de estado são dadas por

$$\begin{cases} U_1 = \rho \\ U_2 = \rho u \\ U_3 = \rho_v \alpha_v \end{cases} \quad (3.40)$$

a equação (3.39) pode ser escrita na forma

$$\rho_{l0} e^{(p-p_0)/K_l} \left( 1 - \frac{U_3 \bar{R}T}{pM} \right) + U_3 - U_1 = 0 \quad (3.41)$$

A equação (3.41) relaciona as variáveis do vetor de estado em (3.26) com a pressão do escoamento. É importante notar que se trata de uma equação transcendental

que necessita ser resolvida numericamente para obtenção da pressão em cada ponto da tubulação.

### **3.6 Condições de contorno e condição inicial**

Para que o problema proposto pela formulação matemática seja bem-posto é necessário impor condições de contorno na entrada e na saída, além das condições iniciais. Neste trabalho foram consideradas duas configurações: Problema 1 (P1) que impõe pressão na seção de entrada e vazão na seção de saída; e Problema 2 (P2), que impõe pressão na seção de entrada e na seção de saída. Para as variáveis que não foram impostas foram utilizadas condições de contorno numéricas a partir de uma extrapolação, o que será detalhado no capítulo 4.

A condição inicial é sempre dada por líquido puro onde a vazão é constante em todo o duto e a pressão é calculada a partir da perda de carga. Caso a pressão inicial atinja um valor menor que a pressão de vapor devido às variações de altitude esta é igualada à pressão de vapor. Para a fração de vazio é considerado um valor irrisório de  $10^{-15}$ , já que a mesma não pode ser considerada zero devido a problemas numéricos.

## 4 Métodos Numéricos

Neste capítulo são apresentados os métodos numéricos utilizados para resolver as equações deduzidas no Capítulo 3. A solução do problema compreende três etapas. A primeira etapa se trata de solucionar um sistema de equações diferenciais homogêneas. Nesta etapa dois métodos são comparados, FLIC e WAF-TVD (TORO, 2009). A segunda etapa consiste em solucionar um sistema de equação diferenciais ordinárias. Nesta etapa são comparados os métodos de Euler, Runge Kutta (quarta ordem) e Bulirsch Stoer (TORO, 2009; BULIRSCH e STOER, 1992). A terceira etapa é calcular outras variáveis do escoamento que dependem das variáveis do vetor de estado dado em (3.26). As variáveis celeridade, fator de atrito e fração de vazio podem ser calculadas de forma analítica, já a pressão é obtida de forma numérica a partir da solução da equação transcendental (3.41). Para resolver a equação (3.41) é utilizado o método de Newton-Raphson, que também será mostrado neste capítulo.

### 4.1 Fracionamento das equações não homogêneas

O Sistema (3.25) possui um termo fonte, o que pode tornar a solução numérica complicada. Para facilitar a solução é possível dividir o sistema em dois, sendo um homogêneo de equações diferenciais parciais (EDP) e um não homogêneo de equações diferenciais ordinárias (EDO) (TORO, 2009; OZISIK *et al.*, 2017).

Cada sistema possui uma condição inicial e o fracionamento é feito em cada passo de tempo da seguinte forma. Seja

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}^n \quad (4.1)$$

onde  $\mathbf{U}^n$  é o vetor das variáveis de estado no instante  $t^n = n\Delta t$ . O vetor  $\mathbf{U}^n$  evolui para  $\mathbf{U}^{n+1}$  quando o tempo passa de  $t^n$  para  $t^{n+1}$ , realizando assim um passo de tempo  $\Delta t = t^{n+1} - t^n$ .

Realizando o fracionamento de primeira ordem obtemos (TORO, 2009; OZISIK *et al.*, 2017)

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{U})}{\partial x} = 0 \\ \mathbf{U} = \mathbf{U}^n \end{array} \right\} \Rightarrow \bar{\mathbf{U}}^{n+1} \quad (4.2)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = \mathbf{S}(\mathbf{U}) \\ \mathbf{U} = \bar{\mathbf{U}}^{n+1} \end{array} \right\} \Rightarrow \mathbf{U}^{n+1} \quad (4.3)$$

onde a solução do Sistema homogêneo de equações diferenciais parciais (4.2) é a condição inicial do Sistema não-homogêneo de equações diferenciais ordinárias (4.3).

Uma forma alternativa para reescrever os Sistemas (4.2) e (4.3) é dada por

$$\mathbf{U}^{n+1} = \mathcal{S}^{(\Delta t)} \mathcal{Z}^{(\Delta t)} (\mathbf{U}^n) \quad (4.4)$$

onde  $\mathcal{Z}^{(\Delta t)}$  e  $\mathcal{S}^{(\Delta t)}$  são os operadores dos Sistemas (4.2) e (4.3), respectivamente.

## 4.2 Discretização por volumes finitos

Para obter a solução é feita uma discretização por volumes finitos no duto sendo assim  $U_i^n$  é uma média integral de  $U(x, t^n)$  no intervalo  $[x_{i-1/2}, x_{i+1/2}]$  no instante  $t = t^n$ , conforme representado na Figura 4.1.

A equação que representa esta média é dada abaixo.

$$U_i^n = \frac{1}{\Delta x} \int_{x_{i-1/2}}^{x_{i+1/2}} U(x, t^n) dx \quad (4.5)$$

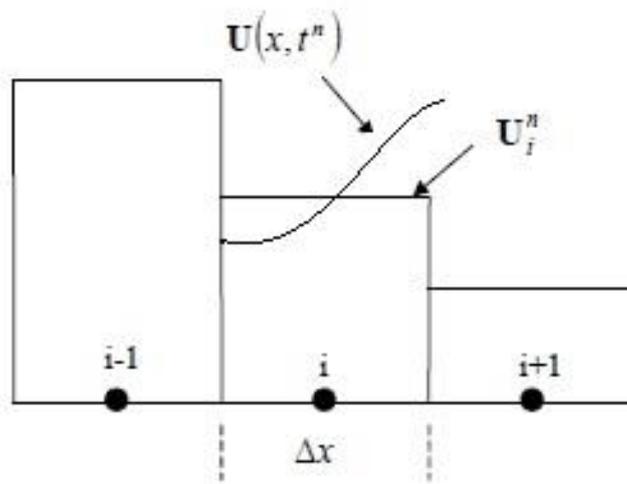


Figura 4.1. Discretização por volumes finitos

O Sistema homogêneo (4.2) pode ser integrado e resolvido, pelo esquema conservativo dado por

$$\mathbf{U}_i^{n+1} = \mathbf{U}_i^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{F}_{i-1/2}^n - \mathbf{F}_{i+1/2}^n) \quad (4.6)$$

onde  $\mathbf{F}_{i+1/2}^n$  é uma aproximação numérica para o fluxo  $\mathbf{F}$  calculado na fronteira  $i + 1/2$  (TORO, 2009).

Para o cálculo do fluxo na fronteira  $\mathbf{F}_{i+1/2}^n$ , três abordagens foram implementadas neste trabalho, a saber: FORCE, FLIC e WAF-TVD (TORO, 2009).

### 4.3 Esquemas monótonos

Segundo TORO (2009) um esquema do tipo

$$u_i^{n+1} = H(u_{i-k_L}^n, \dots, u_{i+k_R}^n) \quad (4.7)$$

com  $k_L$  e  $k_R$  dois números inteiros não negativos é monótono se

$$\frac{\partial H}{\partial u_j^n} \geq 0, \forall j \quad (4.8)$$

isto é,  $H$  é uma função não decrescente para cada um de seus argumentos.

TORO (2009) demonstrou que se um esquema da forma

$$u_i^{n+1} = u_i^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} (f_{i-1/2}^n - f_{i+1/2}^n) \quad (4.9)$$

é monótono então

$$\frac{\partial}{\partial u_{i+1}^n} f_{i+1/2}^n(u_i^n, u_{i+1}^n) \leq 0 \quad (4.10)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial u_{i-1}^n} f_{i-1/2}^n(u_{i-1}^n, u_i^n) \geq 0 \quad (4.11)$$

Esquemas monótonos possuem, em sua maioria, precisão de primeira ordem e são de uso limitado. Por outro lado, esquemas monótonos possuem a vantagem de não produzirem oscilações não físicas (TORO, 2009).

#### 4.4. Esquemas TVD

Segundo TORO (2009), os esquemas TVD são baseados na condição de que a variação total da solução numérica não aumenta com o tempo. A variação total pode ser definida para uma solução discreta da seguinte maneira (TORO, 2009):

$$TV(\xi^n) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \left| \xi_{i+1}^n - \xi_i^n \right| \quad (4.12)$$

onde  $\xi$  é uma função  $\xi = \xi(x)$ .

Dessa forma, um esquema TVD pode ser definido matematicamente como:

$$TV(\xi^{n+1}) \leq TV(\xi^n), \forall n \quad (4.13)$$

Os esquemas TVD são um dos maiores avanços no desenvolvimento de esquemas numéricos nos últimos 30 anos. Esta classe de métodos traz estabilidade a solução controlando as oscilações (TORO, 2009).

#### 4.5. Esquema FORCE

O fluxo FORCE é determinístico centrado, de primeira ordem e monótono para números de Courant que satisfaçam o critério de estabilidade (TORO, 2009; ZEIDAN, 2016). Sendo assim, podemos escrever:

$$\mathbf{F}_{i+1/2}^{FORCE} = \frac{1}{2} (\mathbf{F}_{i+1/2}^{LF} + \mathbf{F}_{i+1/2}^{RI}) \quad (4.14)$$

onde  $\mathbf{F}_{i+1/2}^{FORCE}$  é o fluxo "FORCE",  $\mathbf{F}_{i+1/2}^{LF}$  é o fluxo de Lax-Friedrichs e  $\mathbf{F}_{i+1/2}^{RI}$  é o fluxo de Richtmyer.

Os fluxos de Lax-Friedrichs e Richtmyer são dados respectivamente por

$$\mathbf{F}_{i+1/2}^{LF} = \frac{1}{2} [\mathbf{F}(\mathbf{U}_i^n) + \mathbf{F}(\mathbf{U}_{i+1}^n)] + \frac{1}{2} \frac{\Delta x}{\Delta t} [\mathbf{U}_i^n - \mathbf{U}_{i+1}^n] \quad (4.15)$$

e

$$\mathbf{F}_{i+1/2}^{RI} = \mathbf{F}(\mathbf{U}_{i+1/2}^{RI}) \quad (4.16)$$

onde

$$\mathbf{U}_{i+1/2}^{RI} = \frac{1}{2}(\mathbf{U}_i^n + \mathbf{U}_{i+1}^n) + \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} [\mathbf{F}(\mathbf{U}_i^n) - \mathbf{F}(\mathbf{U}_{i+1}^n)] \quad (4.17)$$

Utilizando as equações acima é possível obter os parâmetros necessários para o cálculo do fluxo FORCE (ZEIDAN, 2016). O esquema FORCE possui uma abordagem simples e possui a desvantagem de não ser do tipo TVD.

#### 4.6. Esquema FLIC

O esquema FLIC (*Flux Limited Centred Scheme*) combina um fluxo monótono de baixa ordem com um fluxo de alta ordem. O FLIC é um fluxo do tipo TVD o que traz mais estabilidade ao sistema. A relação para o cálculo do FLIC é dada por (TORO, 2009).

$$\mathbf{F}_{i+1/2} = \mathbf{F}_{i+1/2}^{BO} + \phi_{i+1/2} [\mathbf{F}_{i+1/2}^{AO} - \mathbf{F}_{i+1/2}^{BO}] \quad (4.19)$$

onde  $\mathbf{F}_{i+1/2}^{BO}$  é o fluxo de baixa ordem,  $\mathbf{F}_{i+1/2}^{AO}$  o fluxo de alta ordem e  $\phi_{i+1/2}$  é a função limitadora.

TORO (2009) estabelece que o fluxo de baixa ordem é dado pelo fluxo FORCE e o fluxo de alta ordem é dado pelo fluxo de Richtmyer, ou seja,  $\mathbf{F}_{i+1/2}^{BO} = \mathbf{F}_{i+1/2}^{FORCE}$  e  $\mathbf{F}_{i+1/2}^{AO} = \mathbf{F}_{i+1/2}^{RI}$ .

A função limitadora que apresentou melhores resultados para o FLIC é a função de VANLEER dada por (TORO, 2009)

$$\phi_{vl}(r) = \begin{cases} 0 & , r < 0. \\ \frac{2}{1+r} & , 0 \leq r \leq 1. \\ \phi_g + \frac{2(1-\phi_g)r}{1+r} & , r > 1. \end{cases} \quad (4.20)$$

onde  $\phi_g$  é dado por

$$\phi_g = \begin{cases} 0 & , r < 1 \\ (1 - C_{cfl}) / (1 + C_{cfl}), & r \geq 1 \end{cases} \quad (4.21)$$

e  $C_{cfl}$  é o coeficiente CFL (Courant-Friedrich-Lewy) com  $C_{cfl}$  no intervalo de ]0,1[

O parâmetro de escoamento  $r$  refere-se a onda da solução  $U_{i+1/2}$  do problema de Riemann, sendo  $r^E$  o valor a esquerda e  $r^D$  o valor dado a direita. Em TORO (2009) as expressões para  $r^E$  e  $r^D$  são dadas respectivamente por

$$r_{1+1/2}^E = \frac{\Delta q_{1-1/2}}{\Delta q_{1+1/2}} \quad (4.22)$$

$$r_{1+1/2}^D = \frac{\Delta q_{1+3/2}}{\Delta q_{1+1/2}} \quad (4.23)$$

onde  $q$  é uma das variáveis do vetor de estado. O valor final para  $\phi_{i+1/2}$  é o mínimo da função calculada para cada uma das variáveis do vetor de estado  $\mathbf{U}$  tanto para a esquerda como para a direita.

#### 4.7. Método WAF-TVD

WAF (Weighted Average Flux) que em português é chamado Fluxo Médio Ponderado é uma generalização dos esquemas upwind de primeira ordem de Lax-Wendroff e Gudonov para sistemas não lineares de leis conservativas. O esquema WAF é também uma generalização do método de Warming-Beam e tem suas origens no esquema de fluxo randômico, que tem precisão de segunda ordem no espaço e no tempo em termos estatísticos (TORO, 2009). A versão TVD do fluxo WAF em  $i + \frac{1}{2}$  é dada por (TORO, 2009):

$$\mathbf{F}_{i+1/2} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}_i + \mathbf{F}_{i+1}) - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \text{sign}(c_k) \phi_{i+1/2}^{(k)} \Delta \mathbf{F}_{i+1/2}^{(k)} \quad (4.24)$$

Onde  $N$  está diretamente ligado ao número de equações do Sistema de equações (4.24).

A fim de aplicar o método HLL, o qual será explicado mais a frente, foi utilizado  $N=2$  mesmo que o problema possua 3 equações. Tal simplificação se mostrou eficaz, não comprometendo a solução do problema. Na Equação (4.24)

$$\phi_{i+1/2}^{(k)} = \phi_{i+1/2}^{(k)} \left( r^{(k)} \right) \quad (4.25)$$

é a função limitadora e

$$\text{sign}(c^k) = \frac{c^k}{\|c^k\|} \quad (4.26)$$

é a função sinal. O parâmetro  $c^k$  representa o número de Courant par as ondas  $k=1$  e  $k=2$  de velocidade  $S_k$ , sendo dado por (TORO, 2009):

$$c^k = \frac{\Delta t S_k}{\Delta x} \quad (4.27)$$

onde

$$S_1 = S_E = \min\{\lambda_1^E, \lambda_1^D\} \quad (4.28)$$

$$S_2 = S_D = \max\{\lambda_2^E, \lambda_2^D\} \quad (4.29)$$

sendo  $\{\lambda_1^E, \lambda_1^D\}$  e  $\{\lambda_2^E, \lambda_2^D\}$  os autovalores  $\lambda_1 = u - a$  e  $\lambda_2 = u + a$  à esquerda e à direita respectivamente (TORO, 2009).

Na Equação (4.24)  $\Delta \mathbf{F}_{i+\frac{1}{2}}^{(k)}$  representa o fluxo através da onda  $k$  dado por

$$\Delta \mathbf{F}_{i+\frac{1}{2}}^{(k)} = \mathbf{F}_{i+\frac{1}{2}}^{(k+1)} - \mathbf{F}_{i+\frac{1}{2}}^{(k)} \quad (4.30)$$

sendo

$$\mathbf{F}_{i+\frac{1}{2}}^{(1)} = \mathbf{F}(\mathbf{U}^1) = \mathbf{F}(\mathbf{U}^E) \quad , \quad (4.31)$$

$$\mathbf{F}_{i+\frac{1}{2}}^{(2)} = \mathbf{F}^{hll} \quad (4.32)$$

e

$$\mathbf{F}_{i+\frac{1}{2}}^{(3)} = \mathbf{F}(\mathbf{U}^1) = \mathbf{F}(\mathbf{U}^D) \quad (4.33)$$

onde os sobrescritos E e D indicam os volumes à esquerda e à direita respectivamente (TORO, 2009). Para o cálculo de  $\mathbf{F}^{hll}$  é necessário resolver o problema de Riemann, onde pelo método aproximado de Godunov temos (TORO, 2009):

$$\mathbf{F}_{i+\frac{1}{2}}^{hll} = \begin{cases} \mathbf{F}_E & se \quad 0 \leq S_E \\ \frac{S_D \mathbf{F}_E - S_E \mathbf{F}_D + S_E S_D (\mathbf{U}_D - \mathbf{U}_E)}{S_D - S_E} & se \quad S_E \leq 0 \leq S_D \\ \mathbf{F}_D & se \quad 0 \geq S_D \end{cases} \quad (4.34)$$

A função limitadora que mostrou melhores resultados para o método WAF-TVD foi a função MINBEE dada por (TORO, 2009):

$$\phi_{i+\frac{1}{2}}^{(k)}(r^k, c^k) = \begin{cases} 1 & \text{se } r^k \leq 0 \\ 1 - (1 - |c^k|) r^k & \text{se } 0 \leq r^k \leq 1 \\ |c^k| & \text{se } r^k \geq 1 \end{cases} \quad (4.35)$$

onde o parâmetro de escoamento  $r^k$  refere-se a onda  $k$  na solução  $\mathbf{U}_{i+\frac{1}{2}}^{(k)}$  do problema de Riemann e é dado por (TORO, 2009):

$$r^k = \begin{cases} \frac{\Delta b_{i-\frac{1}{2}}^{(k)}}{\Delta b_{i+\frac{1}{2}}^{(k)}} & \text{se } c^k > 0 \\ \frac{\Delta b_{i+\frac{3}{2}}^{(k)}}{\Delta b_{i+\frac{1}{2}}^{(k)}} & \text{se } c^k < 0 \end{cases} \quad (4.36)$$

TORO (2009), recomenda a utilização de  $b$  como sendo a massa específica para as equações de Euler. Sendo assim, neste trabalho também foi utilizada a massa específica da mistura. Para a Equação (4.36)  $\Delta b_{i-\frac{1}{2}}^{(k)}$ ,  $\Delta b_{i+\frac{1}{2}}^{(k)}$  e  $\Delta b_{i+\frac{3}{2}}^{(k)}$  representam o salto de  $\rho$  através da onda  $k$  nas soluções  $\mathbf{U}_{i-\frac{1}{2}}$ ,  $\mathbf{U}_{i+\frac{1}{2}}$  e  $\mathbf{U}_{i+\frac{3}{2}}$  respectivamente.

#### 4.8 Solução do sistema de equações diferenciais ordinárias

Dado uma equação diferencial ordinária do tipo

$$\frac{d}{dt} \mathbf{U}(t) \equiv \mathbf{U}' = \mathbf{S}(t, \mathbf{U}(t)) \quad (4.37)$$

onde  $\mathbf{U} = \mathbf{U}(t)$  e  $\mathbf{S}(t, \mathbf{U}(t))$  são funções vetoriais de  $m$  variáveis dadas por

$$\mathbf{U} = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T \quad ; \quad \mathbf{S} = [s_1, s_2, \dots, s_m]^T \quad (4.38)$$

e a variável independente  $t$  o tempo. A matriz Jacobiana  $\mathbf{A}(\mathbf{U})$  é definida como (TORO, 2009).

$$\mathbf{A}(\mathbf{U}) = \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \mathbf{U}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial s_1}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial s_1}{\partial u_m} \\ \frac{\partial s_2}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial s_2}{\partial u_m} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial s_m}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial s_m}{\partial u_m} \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

Os autovalores  $\lambda_i$  de  $\mathbf{A}(\mathbf{U})$  são as soluções do polinômio característico dado por

$$|\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}| = \det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}) = 0 \quad (4.40)$$

onde  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade. O comportamento do sistema de equações diferenciais ordinárias é principalmente determinado pelo comportamento dos seus autovalores (TORO, 2009), em relação ao grau de rigidez (*stiffness*) do mesmo. O quão rígido é um sistema é determinado pelas características dos seus autovalores e pelo intervalo de tempo no qual a solução está sendo procurada (TORO, 2009).

Segundo TORO (2009) para um sistema não linear ser considerado rígido (*stiff*) ele deve atender duas condições dadas por:

$$Re(\lambda_j) < 0 \quad , \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (4.41)$$

e

$$\lambda_{\max} \equiv \max_j |Re(\lambda_j)| \gg \lambda_{\min} \equiv \min_j |Re(\lambda_j)| \quad (4.42)$$

onde  $Re(\lambda_j)$  é a parte real do número complexo  $\lambda_j$ . A razão de rigidez é definida como

$$R_{stiff} = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} \quad (4.43)$$

onde valores de 20 unidades para a razão de rigidez já são suficientes para causar problemas em métodos explícitos. Em aplicações reais  $R_{stiff}$  pode chegar a ordem de  $10^6$  (TORO, 2009).

Os métodos abaixo foram estudados neste trabalho para lidar com o alto grau de rigidez do sistema de equações diferenciais ordinárias quando ocorre cavitação no escoamento.

#### 4.8.1 Método de Euler explícito

O método de Euler explícito é um método com precisão de primeira ordem em que a solução da Equação (4.37) é dada por (TORO, 2009).

$$\mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}^n + \Delta t \mathbf{S}(t^n, \bar{\mathbf{U}}^{n+1}) \quad (4.44)$$

onde  $\Delta t = t^{n+1} - t^n$  é o passo de tempo e  $\mathbf{U}^n \approx \mathbf{U}(t^n)$ .

#### 4.8.2 Método de Runge-Kutta

O método de Runge-Kutta tem abordagem explícita e possui uma versão de segunda ordem e outra de quarta ordem (TORO, 2009). Os resultados que serão apresentados neste trabalho se tratam da formulação de quarta ordem, a qual é dada por TORO (2009):

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{K}_1 &= \Delta t \mathbf{S}(t^n, \mathbf{U}^n) \\ \mathbf{K}_2 &= \Delta t \mathbf{S}\left(t^n + \frac{1}{2} \Delta t, \mathbf{U}^n + \frac{1}{2} \mathbf{K}_1\right) \\ \mathbf{K}_3 &= \Delta t \mathbf{S}\left(t^n + \frac{1}{2} \Delta t, \mathbf{U}^n + \frac{1}{2} \mathbf{K}_2\right) \\ \mathbf{K}_4 &= \Delta t \mathbf{S}(t^n + \Delta t, \mathbf{U}^n + \mathbf{K}_3) \end{aligned} \right\} \quad (4.45)$$

onde a solução da Equação (4.37) é então obtida como (TORO, 2009):

$$\mathbf{U}^{n+1} = \mathbf{U}^n + \frac{1}{6} [\mathbf{K}_1 + 2\mathbf{K}_2 + 2\mathbf{K}_3 + \mathbf{K}_4] \quad (4.46)$$

#### 4.8.3 Método de Bulirsch-Stoer

O método de Bulirsch-Stoer é baseado no método do ponto médio modificado e na extrapolação de Richardson (RIBEIRO *et al.*, 2022). O método do ponto médio modificado consiste em avançar um vetor de variáveis dependentes  $y(t)$ , de um ponto  $t_1$  para  $t_1 + \Delta t$  através uma sequência de  $n$  passos intermediários. O método do ponto médio modificado é de segunda ordem com a vantagem de exigir, para  $n$  grande, apenas uma avaliação da primeira derivada a cada passo. A extrapolação de Richardson usa a ideia de extrapolar um resultado calculado para o valor que que teria sido obtido com um passo menor (RIBEIRO *et al.*, 2022).

O método de Bulirsch-Stoer diminui o intervalo de tempo  $\Delta t$  em  $n$  passos intermediários. A cada tentativa uma estimativa de erro é feita a partir de uma

extrapolação polinomial. Caso a estimativa não seja satisfatória o número de passos intermediários é aumentado seguindo a sequência (RIBEIRO *et al.*, 2022; BULIRSCH e STOER, 1992).

$$n = 2, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, \dots, \left[ n_j = 2n_{j-2} \right] \quad (4.47)$$

onde um número máximo de passos é estipulado no método. Para casos onde uma precisão desejada não é obtida diminui-se então o valor de  $\Delta t$ . O controle de erros é reforçado a partir do monitoramento da consistência interna e adaptação do tamanho do passo para corresponder a um limite prescrito do erro truncamento local. O controle de erros é baseado em um algoritmo genético apresentado em (RIBEIRO *et al.*, 2022; BULIRSCH e STOER, 1992).

Neste trabalho, enquanto o método de Euler foi implementado manualmente, a implementação do método de Runge-Kutta de quarta ordem e do método de Bulirsch Stoer foi feita a partir da biblioteca Odeint. A Odeint é uma biblioteca, feita para C++, que fornece técnicas modernas e rápidas para problemas com valor inicial em equações diferenciais ordinárias (AHNERT e MULANSKY, 2011). Os métodos disponíveis pela biblioteca estão listados na Figura 4.2. Dentre os métodos listados apenas o ‘*Implicit Euler*’ e o ‘*Rosenbrock 4*’ são implícitos. Apesar dos métodos implícitos serem mais indicados para problemas do tipo rígido neste trabalho optou-se pela utilização apenas de métodos explícitos visto que estes apresentaram bons resultados com um tempo computacional reduzido em comparação aos métodos implícitos da biblioteca, conforme ficará mais claro adiante.

## Supported methods

**Method**  
 Euler  
 Runge-Kutta 4  
 Runge-Kutta Cash-Karp  
 Runge-Kutta Fehlberg  
 Runge-Kutta Dormand-Prince

Runge-Kutta controller  
 Runge-Kutta dense output

Symplectic Euler  
 Symplectic RKN

Rosenbrock 4  
 Implicit Euler

Adams-Bashforth-Moulton  
 Bulirsch-Stoer

Figura 4.2. Métodos Odeint (Adaptado de AHNERT e MULANSKY, 2011).

### 4.8.4 Matriz Jacobiana do termo fonte do modelo com cavitação

Para entender o comportamento do sistema de equações diferenciais ordinárias (4.3) é necessário calcular os autovalores da matriz Jacobiana do termo fonte dado na Equação (3.28). Como o primeiro termo do vetor é igual a zero, não é necessário integrar a primeira componente, sendo necessário apenas a integração da segunda e terceira componentes. Reescrevendo o sistema de equações ordinárias do modelo com apenas as duas coordenadas diferentes de zero no termo fonte temos que

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho_v \alpha_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-f \rho |u| u}{2D} - \rho g \sin \theta - (\rho u)^2 \frac{\partial v}{\partial x} \\ R_e - R_c \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

onde as condições iniciais para este sistema são dadas pela solução do sistema homogêneo dado em (4.2). Nesta análise não foi considerado o termo das perdas localizadas pois estas estarão presentes em poucos volumes do duto, logo não afetam a maior parte do comprimento do duto em questão. Eliminando a massa específica  $\rho$  da primeira equação obtém-se

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} u \\ \rho_v \alpha_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-f |u| u}{2D} - g \sin \theta - \rho u^2 \frac{\partial v}{\partial x} \\ R_e - R_c \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

Tomando

$$\begin{cases} U_1 = u \\ U_2 = \rho_v \alpha_v \\ S_1 = \frac{-f|u|u}{2D} - g \sin \theta - \rho u^2 \frac{\partial v}{\partial x} \\ S_2 = R_e - R_c \end{cases} \quad (4.52)$$

podemos calcular a matriz Jacobiana do sistema

$$\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \mathbf{U}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial S_1}{\partial U_1} & \frac{\partial S_1}{\partial U_2} \\ \frac{\partial S_2}{\partial U_1} & \frac{\partial S_2}{\partial U_2} \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

Reescrevendo  $S_1$  em função de  $U_1$  e  $U_2$

$$S_1 = \frac{-f|U_1|U_1}{2D} - g \sin \theta - \rho U_1^2 \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4.54)$$

aproximando  $f = cte$  tem-se que as componentes da primeira linha da matriz Jacobiana são

$$\frac{\partial S_1}{\partial U_1} = \frac{-fU_1}{D} - 2\rho U_1 \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4.55)$$

e

$$\frac{\partial S_1}{\partial U_2} = 0 \quad (4.56)$$

Para escrever  $S_2$  em função de  $U_1$  e  $U_2$  é necessário separar  $S_2$  em dois casos distintos. No caso de evaporação  $S_2 = R_e$  e  $R_c = 0$ , já no caso de condensação  $S_2 = -R_c$  e  $R_e = 0$ . Para o caso de evaporação podemos utilizar a Equação (3.20) para escrever  $S_2$  em função de  $U_1$  e  $U_2$  obtendo

$$R_e = \frac{0,1C_e\rho_l^{1/2}}{\sigma RT} \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2} \left[ p(p_v - p)^{1/2} \left(1 - \frac{U_2}{\rho}\right) U_1 \right] \quad (4.57)$$

Aproximando a massa específica do líquido como uma constante, reorganizando os termos e tomando  $L_1$  como

$$L_1 = \frac{0,1C_e \rho_l^{1/2}}{\sigma RT} \left( \frac{2}{3} \right)^{1/2} \quad (4.58)$$

a Equação (4.57) pode ser dada por

$$R_e = L_1 \left[ \left( p^2 p_v - p^3 \right)^{1/2} U_1 - \left( p^2 p_v - p^3 \right)^{1/2} \frac{U_1 U_2}{\rho} \right] \quad (4.59)$$

Utilizando a equação que relaciona a pressão  $p$  com as variáveis do vetor de estado dada por

$$\rho_{l0} e^{(p-p_0)/K_l} \left( 1 - \frac{RT \rho_v \alpha_v}{P} \right) + \rho_v \alpha_v - \rho = 0 \quad (4.60)$$

Utilizando as relações dadas em (4.52) a Equação (4.60) se torna

$$\rho_{l0} e^{(p-p_0)/K_l} \left( 1 - \frac{RT U_2}{P} \right) + U_2 - \rho = 0 \quad (4.61)$$

Como a pressão  $p$  depende de  $U_2$ , mas não de  $U_1$  temos que as coordenadas da segunda linha da matriz Jacobiana são dadas por

$$\frac{\partial S_2}{\partial U_1} = L_1 \left[ \left( p^2 p_v - p^3 \right)^{1/2} \left( 1 - \frac{U_2}{\rho} \right) \right] \quad (4.62)$$

$$\frac{\partial S_2}{\partial U_2} = L_1 U_1 [G_1 - G_2 - G_3] \quad (4.63)$$

com  $G_1$ ,  $G_2$  e  $G_3$  dados por

$$G_1 = \frac{1}{2} \left( p^2 p_v - p^3 \right)^{-1/2} \left( 2 p p_v - 3 p^2 \right) \frac{\partial p}{\partial U_2} \quad (4.64)$$

,

$$G_2 = \left( p^2 p_v - p^3 \right)^{1/2} \frac{1}{\rho} \quad (4.65)$$

e

$$G_3 = \frac{1}{2} \left( p^2 p_v - p^3 \right)^{-1/2} \left( 2 p p_v - 3 p^2 \right) \frac{\partial p}{\partial U_2} \frac{U_2}{\rho} \quad (4.66)$$

Para o caso em que há condensação temos que  $S_2 = -R_c$  e  $R_e = 0$ . Nesse caso podemos escrever  $R_c$  em função de  $U_1$  e  $U_2$  combinando as Equações (3.21) e (4.52) obtendo

$$R_c = \frac{0,1C_c\rho_l^{3/2}}{\sigma\rho} \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2} U_1 U_2 (p - p_v)^{1/2} \quad (4.67)$$

Aproximando a massa específica do líquido como uma constante, reorganizando os termos e tomando  $L_2$  como

$$L_2 = \frac{0,1C_c\rho_l^{3/2}}{\sigma\rho} \left(\frac{2}{3}\right)^{1/2} \quad (4.68)$$

a Equação (4.67) pode ser dada por

$$R_c = L_2 U_1 U_2 (p - p_v)^{1/2} \quad (4.69)$$

Como a pressão  $p$  depende de  $U_2$ , mas não de  $U_1$  temos que os componentes da segunda linha da matriz Jacobiana, nesse caso, são dados por

$$\frac{\partial S_2}{\partial U_1} = -L_2 (p - p_v)^{1/2} U_2 \quad (4.70)$$

$$\frac{\partial S_2}{\partial U_2} = -L_2 U_1 \left( \frac{1}{2} (p - p_v)^{-1/2} \frac{\partial p}{\partial U_2} U_2 + (p - p_v)^{1/2} \right) \quad (4.71)$$

## 4.9 Volumes fictícios

Em esquemas explícitos de volumes finitos, para calcular o valor da solução em uma célula, em um determinado instante de tempo, é necessário conhecer a solução na mesma célula e nas células vizinhas no instante de tempo anterior. Para que seja possível o cálculo do fluxo nas fronteiras é necessário impor condições de contorno numéricas. A configuração das células nas fronteiras pode ser verificada na Figura 4.3. De acordo com LANEY (1998) são criados dois volumes fictícios em cada fronteira e a extrapolação é feita de acordo com as equações abaixo:

$$U_0^n = U_1^n \quad (4.72)$$

$$U_{-1}^n = U_2^n \quad (4.73)$$

$$U_{M+1}^n = U_M^n \quad (4.74)$$

$$U_{M+2}^n = U_{M-1}^n \quad (4.75)$$

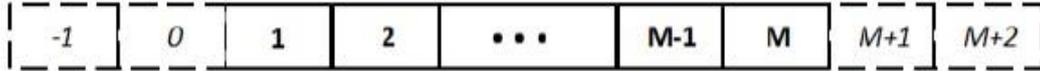


Figura 4.3. Volumes finitos e fictícios (LUCUMI, 2015)

#### 4.10 Critério de estabilidade

Para o cálculo do incremento  $\Delta t$  foi utilizado a fórmula baseada no seguinte critério TORO (2009):

$$\Delta t = C_{cfl} \frac{\Delta x}{S_{\max}^{(n)}} \quad (4.76)$$

onde  $C_{cfl}$  é o coeficiente CFL (Courant-Friedrichs-Lewy) com  $C_{cfl}$  no intervalo de  $]0,1]$ ,  $\Delta x$  é o comprimento das células e  $S_{\max}^{(n)}$  é a velocidade de propagação da onda mais rápida no instante de tempo  $n$  dada por (TORO, 2009):

$$S_{\max}^{(n)} = \max |u_i^n| + a_i^n \quad (4.77)$$

onde  $i$  é a posição do volume finito,  $u_i^n$  é a velocidade do escoamento e  $a_i^n$  é a celeridade local.

## 4.11 Cálculo da pressão

Para calcular a pressão é necessário resolver a equação (3.41) dada por

$$f(p) = \rho_{l0} e^{(p-p_0)/K_l} \left( 1 - \frac{U_3 \bar{RT}}{pM} \right) + U_3 - U_1 = 0 \quad (4.78)$$

onde  $U_1$  e  $U_3$  são dados em (3.40). A equação (4.78) é transcendental, não podendo ser resolvida analiticamente. Como a equação (4.78) é diferenciável em  $p$  a solução para encontrar a pressão pode ser obtida através do método Newton-Raphson, na forma (HILDEBRAND, 1974).

$$p_i^{q+1} = p_i^q - \frac{f(p_i^q)}{f'(p_i^q)} \quad (4.79)$$

onde  $q$  é o número da iteração,  $f(p_i^q)$  é o valor da função após a iteração de número  $q$  e  $f'(p_i^q)$  é o valor da derivada de  $f(p_i^q)$  na respectiva iteração. O calcula da derivada leva a equação (4.80) para  $f'(p_i^q)$ .

$$f'(p) = \rho_{l0} e^{(p-p_0)/K_l} \frac{1}{K_l} \left( 1 - \frac{U_3 \bar{RT}}{pM} \right) + \left( \frac{U_3 \bar{RT}}{p^2 M} \right) \rho_{l0} e^{(p-p_0)/K_l} \quad (4.80)$$

## 5 Experimentos

Neste capítulo são detalhados os experimentos realizados no Centro de Tecnologia em Dutos (CTDUT) localizado em Duque de Caxias, RJ, para a validação do modelo a partir de resultados experimentais. O duto possui sensores de pressão, vazão, massa específica e temperatura. Logo após a bomba, no início do duto há um sensor de pressão e um sensor de vazão que se encontram praticamente na mesma posição. O mesmo cenário ocorre na saída, próximo a descarga no tanque. Como a ideia das simulações foi utilizar os dados dos sensores para as condições de contorno, foi considerado o comprimento do duto apenas entre os sensores de entrada e os sensores de saída, sendo ignorado, na simulação, o trecho entre a bomba e o sensor de pressão na entrada e o trecho entre os sensores na saída e o tanque de descarga. Os experimentos foram realizados com água.

O duto é feito inteiramente de aço e no trecho entre os sensores possui um diâmetro interno constante de 12 polegadas. A tabela 5.1 apresenta os principais parâmetros do duto. O duto parte de um trecho praticamente reto localizado dentro do centro de operações do CTDUT, onde estão localizados os sensores e as válvulas que podem ser operadas. Neste trecho inicial há a presença de diversas curvas e outros acidentes que geram perdas localizadas. Após cerca de 150 metros o duto é enterrado e sofre grandes variações de altitude chegando em seu trecho de maior altitude chamado de *Shelter* na posição de 1211 metros. No *Shelter* o duto possui 6 curvas onde faz uma volta total de 180°, saindo do *Shelter* na posição de 1253 metros ao longo do duto. Após a saída do *Shelter* o duto retorna enterrado ao centro de operação, onde há mais perdas localizadas e também os sensores na saída. A figura 5.1 apresenta a geometria da tubulação entre os sensores mostrando o perfil de altitudes ao longo do duto bem como alguns pontos principais.

Tabela 5.1. Parâmetros do CTDUT

Parâmetro	Valor	Unidade
Comprimento entre sensores (L)	2433,7	m
Diâmetro interno (D)	12	pol
Espessura (e)	6,35	mm
Rugosidade	4,863e-3	mm
Módulo de elasticidade do duto	2,0e+11	Pa

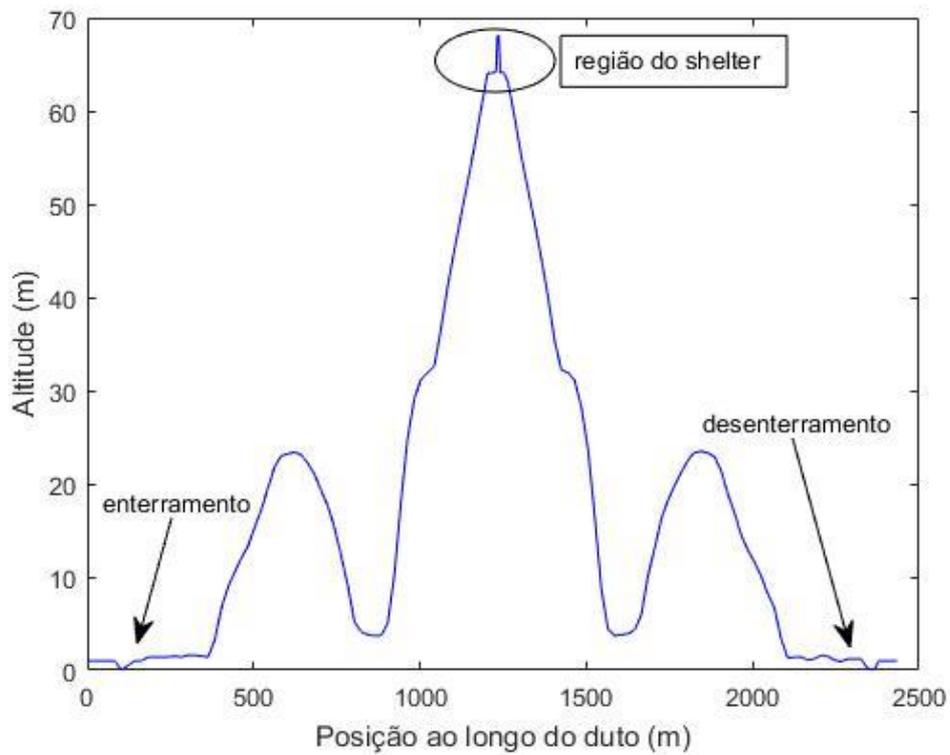


Figura 5.1. Geometria CTDUT

Além dos sensores que foram utilizados como início e fim do duto para a simulação o duto também conta com dois sensores de pressão intermediários denominados PIT04 e PIT11. A tabela 5.2 mostra a posição dos sensores e seus respectivos nomes e a tabela 5.3 apresenta a posição das perdas localizadas. A tabela também mostra o coeficiente de perda localizada  $K_p$  apresentado na equação (3.9). Para os acidentes no início e no fim do duto os valores de  $K_p$  são baseados no trabalho de BAPTISTA e LARA (2014). Já para as 6 curvas localizadas no *Shelter* o valor do coeficiente de perda localizada foi obtido a partir de uma análise para a perda de carga total da tubulação em experimentos com líquido puro.

Tabela 5.2. Sensores do CTDUT

Nome	Posição (m)	Tipo
PIT20	0	Sensor de pressão
FIT20	0	Sensor de vazão
PIT04	43	Sensor de pressão
PIT11	2387	Sensor de pressão
FIT30	2433,711	Sensor de vazão
PIT30	2433,711	Sensor de pressão

Tabela 5.3. Perdas localizadas do CTDUT

Tipo de acidente	Posição (m)	$K_p$
Curva longa de 90°	7,3	0,4
Curva longa de 90°	12,5	0,4
Tê de saída de lado	13,2	1,3
Curva longa de 90°	14,2	0,4
Tê de saída de lado	15,6	1,3
Tê de saída de lado	16,3	1,3
Tê de saída de lado	40,1	1,3
Tê de passagem direta	40,8	0,6
Tê de passagem direta	41,8	0,6
Curva longa de 90°	46,2	0,4
Curva longa no shelter	1222,86	0,936
Curva longa no shelter	1229,58	0,936
Curva longa no shelter	1232,31	0,936
Curva longa no shelter	1237,30	0,936
Curva longa no shelter	1240,85	0,936
Curva longa no shelter	1244,32	0,936
Tê de passagem direta	2389,5	0,6
Tê de passagem direta	2393,9	0,6
Tê de saída de lado	2408,9	1,3
Tê de saída de lado	2409,5	1,3
Curva curta de 90°	2414,8	0,9
Curva curta de 90°	2427,5	0,9

O duto é operado a partir da bomba e das válvulas que se encontram fora da região entre o PIT20 e PIT30 a qual foi aqui detalhada. A partir da operação feita pelos técnicos do CTDUT pôde ser estabelecido escoamentos em regime permanente e também puderam ser gerados transientes os quais levam ao fenômeno da cavitação. Toda operação dos experimentos que serão mostrados no capítulo 6 foi feita integralmente pelos técnicos funcionários do CTDUT cabendo ao autor desta dissertação apenas o acompanhamento dos mesmos no local.

## 6 Resultados e Discussões

No presente capítulo são apresentados os resultados para o modelo matemático detalhado no capítulo 3, obtidos a partir dos métodos de solução mostrados no capítulo 4. A primeira etapa é a verificação do código na qual os resultados são comparados com os resultados apresentados em (SUMAM *et al.*, 2009). Nesta etapa são comparados o esquema FLIC e o método WAF-TVD para solução do sistema homogêneo de equações diferenciais. O esquema FORCE não apresentou resultados satisfatórios como os demais pois não possui a abordagem TVD. A segunda parte da verificação consiste em comparar os métodos de integração para o sistema de equações diferenciais ordinárias. Esta comparação é feita para o duto do CTDUT que foi detalhado no capítulo 5.

Após a etapa de verificação e escolha do método mais indicado são feitas as validações a partir dos testes experimentais realizados no CTDUT. Tal validação é feita tanto para casos em que há cavitação de vapor como para casos em que há escoamento de líquido puro. Com o código validado são apresentados então comparações entre simulações com água e biodiesel a fim de entender as principais diferenças da cavitação de vapor na presença destes dois fluidos. Os códigos foram escritos na linguagem de programação C++ e foram rodados em um computador com processador Intel(R) Core(TM) i7-3770 CPU @ 3.40GHz e 8GB de memória RAM.

### 6.1 Verificação

#### 6.1.1 Duto Reto

Para realizar a verificação do código em um duto reto, foi feita a comparação com os resultados de (SUMAM *et al.*, 2009). SUMAM *et al.* (2009) utilizaram um modelo matemático semelhante ao utilizado neste trabalho, porém com uma formulação em função da fração mássica ao invés da fração volumétrica. A equação de conservação de massa para a mistura homogênea e a equação de transporte entre as fases são as mesmas que as Equações (3.1) e (3.13) mostradas no capítulo 3. Para a equação de conservação da quantidade de movimento linear SUMAM *et al.* (2009) não incluíram as perdas por aceleração as quais foram incluídas neste trabalho. Para obter a equação transcendental que liga a pressão as demais variáveis do vetor de estado SUMAM *et al.* (2009) fizeram uso da lei de expansão politrópica para as bolhas de vapor, ao invés de utilizar a Equação (3.12), que relaciona fração mássica com a fração volumétrica, a qual foi utilizada neste

trabalho.

Como método de solução SUMAM *et al.* (2009) utilizaram o esquema MacCormack o qual tem uma formulação simples mas apresenta muitas oscilações por ser de segunda ordem. Já o presente trabalho obtém a solução em duas etapas nesta comparação, na primeira etapa utiliza os métodos FLIC e WAF-TVD para o sistema de equações diferenciais parciais, e na segunda etapa o método de Euler para o sistema de equações diferenciais ordinárias.

SUMAM *et al.* (2009) apresentaram simulações para experimentos feitos em uma tubulação reta de ferro galvanizado com 32,5 metros de comprimento. Água é utilizada como fluido de trabalho. Uma válvula no final do duto é fechada a partir do tempo zero e leva 0,02 segundo para completar seu fechamento, gerando assim o fenômeno do golpe de aríete. As simulações foram feitas durante 0,5 segundo. Devido a onda de pressão gerada, a pressão cai, atingindo a pressão de vapor do líquido e dando origem a cavitação. A Tabela 6.1 apresenta os parâmetros do duto e do líquido bem como as condições para qual os experimentos foram realizados. Três experimentos; denominados A, B e C; foram realizados utilizando os dados da Tabela 6.1. A vazão volumétrica inicial foi variada entre os experimentos seguindo a Tabela 6.2.

Tabela 6.1. Parâmetros do fluido, duto e experimento

	Parâmetro	Valor	Unidade
Duto	Comprimento do duto (L)	32,5	m
	Diâmetro externo (D)	60,16	mm
	Espessura (e)	3,7	mm
	Rugosidade	0,3	mm
	Módulo de elasticidade do duto	2,114e+11	Pa
	Parâmetro de Ancoragem	14,26	adimensional
	Fluido	Massa específica do líquido	1000
Módulo de bulk ( $k_l$ )		2,149e+9	Pa
Viscosidade cinemática		0,001	m <sup>2</sup> / s
Tensão superficial ( $\sigma$ )		0,07197	N/m
Pressão de vapor ( $p_v$ )		4820	Pa
Constante de evaporação ( $C_e$ )		0,02	adimensional
Constante de condensação ( $C_c$ )		1	adimensional
Experimento	Temperatura $T$	32	°C
	Pressão manométrica a montante	1,67	Bar
	Tempo de fechamento da válvula	0,02	s

Tabela 6.2. Vazão volumétrica dos experimentos

Experimento	Vazão volumétrica inicial (m <sup>3</sup> / s)
A	0,000562
B	0,00072
C	0,00075

Para realizar a simulação neste trabalho foi considerado a seguinte condição inicial: a vazão em todo duto é dada pela vazão volumétrica inicial; a celeridade inicial é dada pela celeridade do líquido; a fração volumétrica de vapor inicial é dada por  $1e-15$  (fração volumétrica zero pode gerar problemas numéricos logo optou-se por um valor muito pequeno); e a pressão inicial ao longo do duto é dada pela perda carga calculada pela Equação 6.1.

$$p = 0,267 - f \rho \frac{\Delta L}{2D} u_0^2 \quad (6.1)$$

onde  $u_0$  é a velocidade inicial e  $\Delta L$  é a distância entre o início da tubulação e uma posição específica. O fator de fricção inicial é o valor utilizado por SUMAM *et al.* (2009) e é dado por 0,03. Como condições de contorno foram utilizadas a pressão na entrada e a vazão na saída, abordagem do problema 1 descrita no capítulo 3. A válvula foi fechada linearmente, sendo assim a vazão na saída durante o fechamento é dada pela porcentagem de abertura da válvula vezes a vazão inicial.

As Figuras 6.1 e 6.2 mostram a convergência de malha para a pressão na posição da válvula, no experimento A, utilizando o método FLIC e o Método WAF-TVD respectivamente. Em ambos os casos foi utilizado 0,1 para o número de Courant e o método de Euler para a integração das equações homogêneas. É possível notar que tanto para o método FLIC quanto para o método WAF-TVD uma malha de 600 volumes foi suficiente para alcançar uma convergência satisfatória. A tabela 6.3 apresenta uma comparação entre o tempo de simulação para o FLIC e para o método WAF-TVD onde vemos que o método FLIC é um pouco mais rápido.

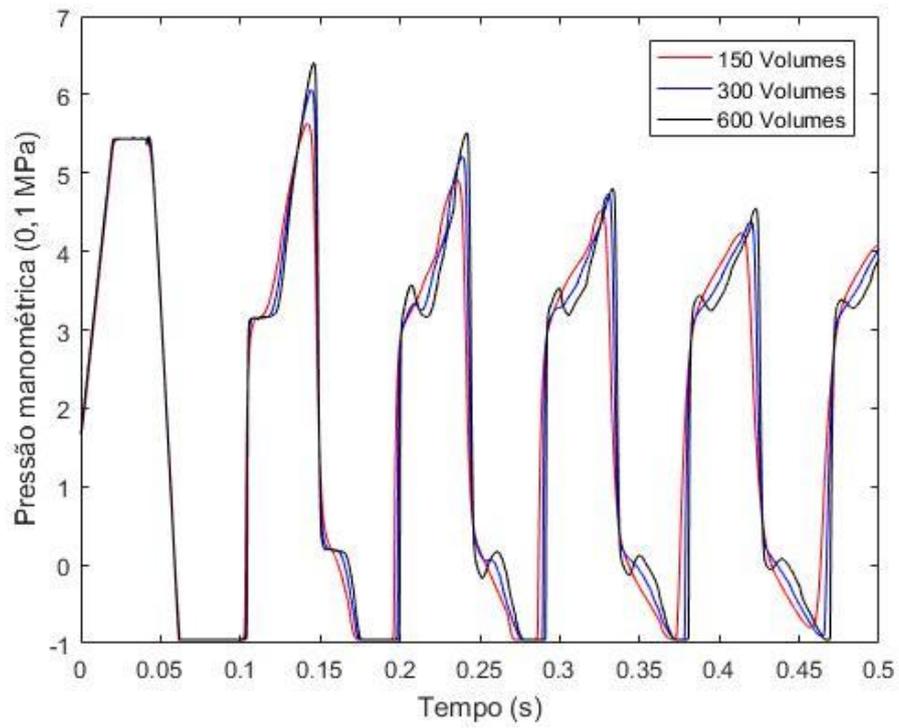


Figura 6.1. Convergência de malha método FLIC

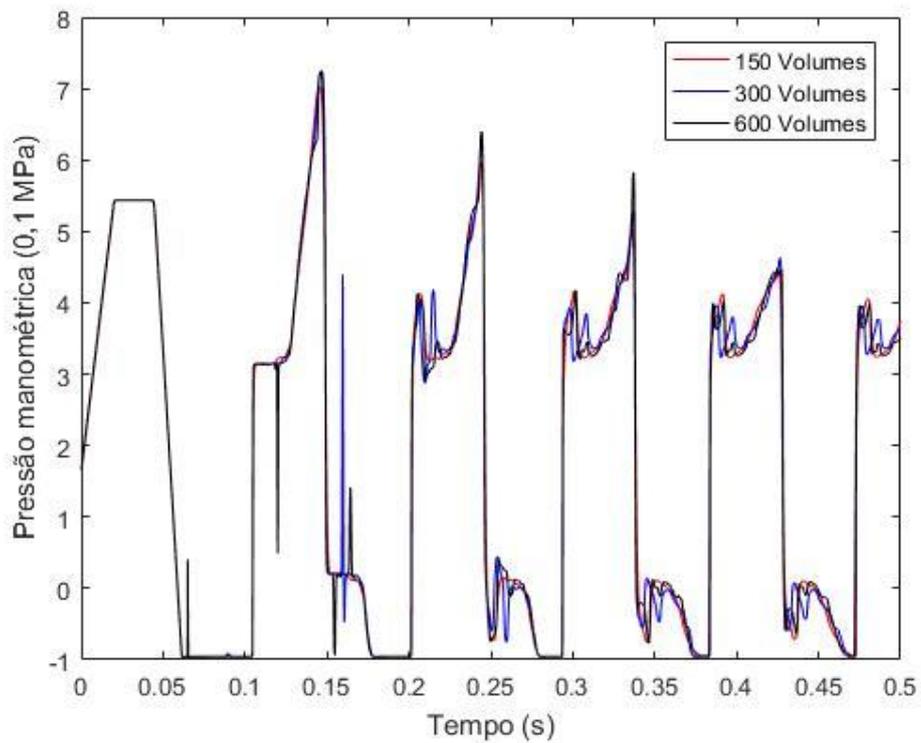


Figura 6.2. Convergência de malha método WAF-TVD

Tabela 6.3. Comparação do tempo de simulação

Malha	FLIC	WAF – TVD
150 Volumes	10s	13s
300 Volumes	22s	27s
600 Volumes	61s	74s

A Figura 6.3 mostra a comparação entre os dois métodos para uma malha com 600 volumes. Podemos verificar que o método WAF-TVD apresenta alguns saltos pontuais que estão ligados a instabilidades numéricas na integração do sistema de equações diferenciais ordinárias pelo método de Euler. O método FLIC por sua vez se mantém estável durante todo o tempo. Outra diferença é que o método WAF-TVD prevê picos de cavitação mais acentuados que o método FLIC.

A figura 6.4 mostra os resultados obtidos por SUMAM *et al.* (2009) para o experimento A. SUMAM *et al.* (2009) apresentaram os resultados experimentais e também os resultados obtidos pelo método de MacCormack. Observando a figura 6.3 e 6.4 vemos que o comportamento da pressão na saída é semelhante ao resultado experimental em todos os métodos, o primeiro pico que ocorre em torno de 0,03 segundos acontece devido ao golpe de aríete que gera uma onda de pressão. Em seguida a pressão sofre uma queda alcançando a pressão de vapor do líquido e conseqüentemente ocorre a evaporação em torno de 0,06 segundo. Em 0,1 segundo as bolhas geradas na evaporação começam a colapsar devido ao aumento de pressão e então a pressão sofre uma ascensão abrupta, o que chamamos de primeiro pico de cavitação. O ciclo de surgimento e colapso das bolhas continua, porém, a pressão vai sendo amortecida devido ao atrito.

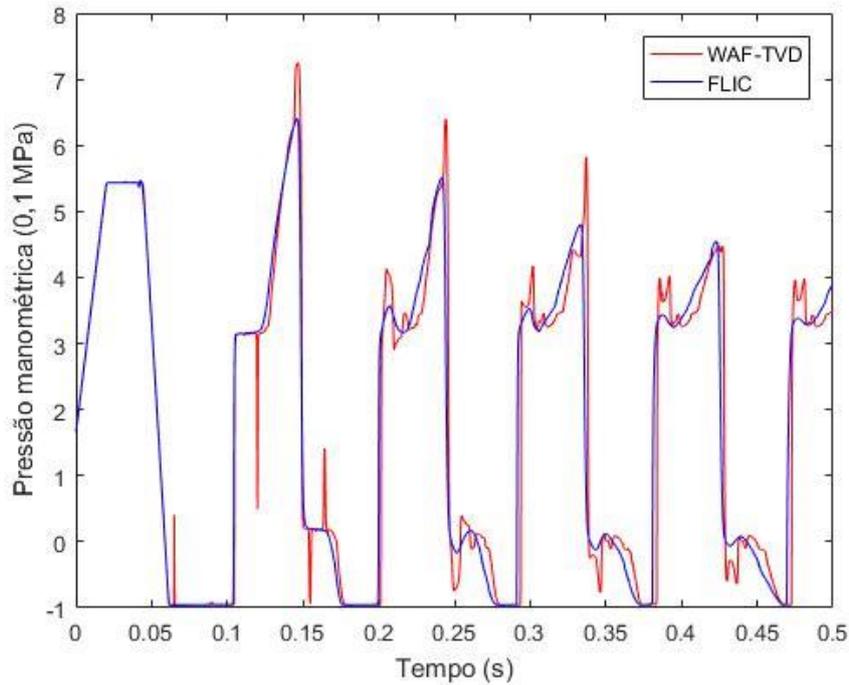


Figura 6.3. Comparação FLIC e WAF-TVD. Experimento A

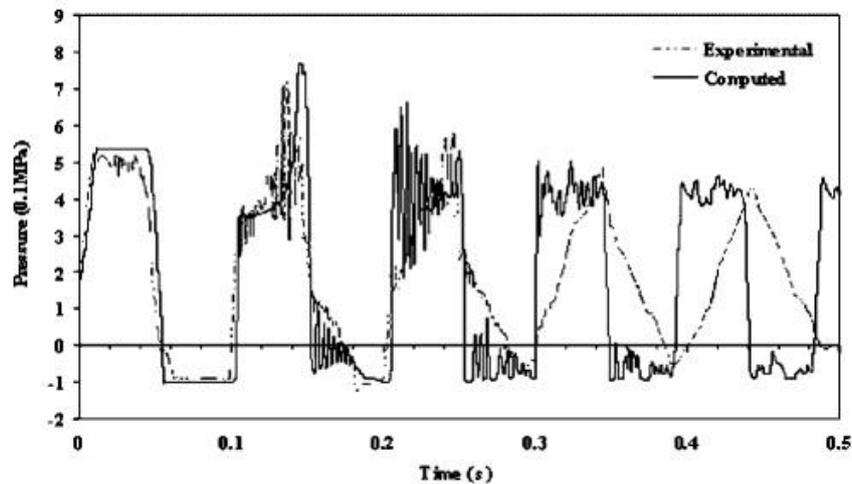


Figura 6.4. Resultados experimentais - experimento A (SUMAM *et al.*, 2009).

O máximo da pressão observado nos picos de cavitação é diferente para o método FLIC e WAF-TVD. A tabela 6.4 apresenta o valor da pressão máxima para os picos de cavitação para os diversos resultados, onde para o método de MacCormack e para os dados experimentais os valores foram retirados, de forma visual, do gráfico apresentado por SUMAM *et al* (2009) e podem conter imprecisões. A tabela 6.4 também contém erros em relação ao experimental, onde percebemos que o método WAF-TVD conseguiu

prever com exatidão o primeiro pico de cavitação, já o FLIC conseguiu prever com exatidão o terceiro pico de cavitação. Todos os métodos conseguiram resultados satisfatórios para os valores máximos de pressão. Porém o método FLIC se mostrou muito superior com relação às oscilações mostrando uma maior estabilidade. A figura 6.5 apresenta em escala logarítmica a fração de vazio calculada na posição da saída por ambos os métodos implementados, onde verifica-se que os dois métodos preveem um valor na mesma ordem de grandeza. Porém, neste gráfico verificamos novamente que o FLIC controla melhor as oscilações mostrando maior estabilidade.

Tabela 6.4. Picos de pressão experimento A

		1° Pico de cavitação	2° Pico de cavitação	3° Pico de cavitação
Experimental	Pressão manométrica (bar)	7,2	6,6	4,8
	Erro relativo em relação ao experimental	0%	0%	0%
MacCormarck	Pressão manométrica (bar)	7,7	6,6	4,9
	Erro relativo em relação ao experimental	7%	0%	2%
WAF-TVD	Pressão manométrica (bar)	7,2	6,4	5,8
	Erro relativo em relação ao experimental	0%	3%	21%
FLIC	Pressão manométrica (bar)	6,6	5,5	4,8
	Erro relativo em relação ao experimental	8%	16%	0%

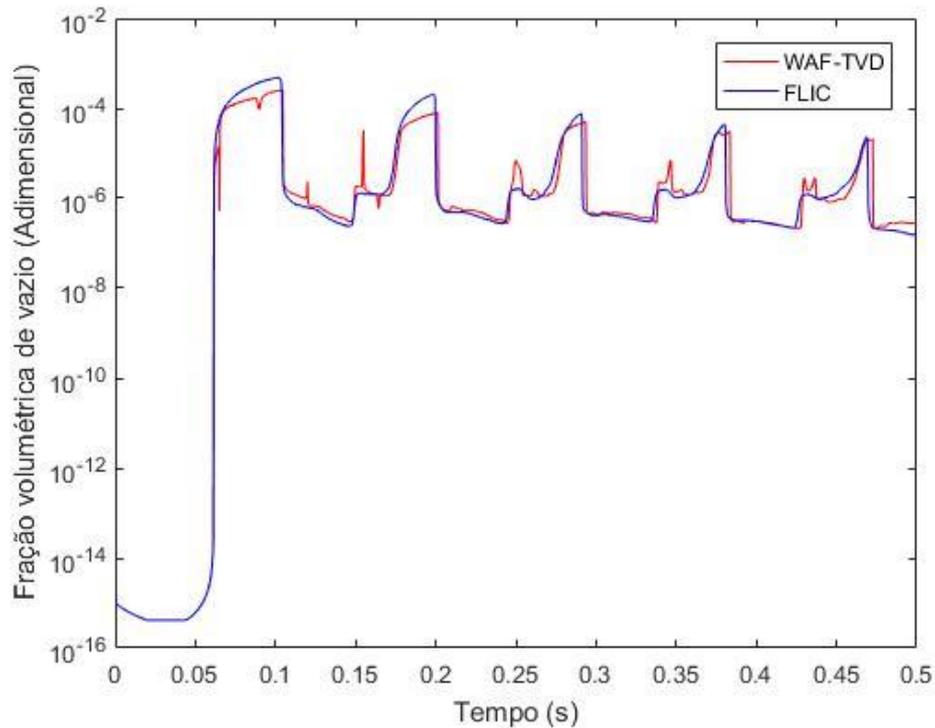


Figura 6.5. Comparação da fração de vazão. Experimento A

Os experimentos B e C também foram simulados para serem comparados com os resultados de SUMAM *et al.* (2009). A única diferença entre os experimentos é a vazão inicial (ver tabela 6.2). A figura 6.6 mostra a pressão na saída para o experimento B calculada pelo método FLIC e WAF-TVD, já a figura 6.7 mostra os resultados apresentados por SUMAM *et al.* (2009). Para o experimento B vemos que as simulações estão em acordo com o comportamento do resultado experimental. Devido à dificuldade de uma visualização adequada para os resultados experimentais, não foi possível produzir uma tabela como a do experimento A. Porém, verifica-se uma boa concordância entre os resultados experimentais e calculados. Novamente o método FLIC se mostrou mais estável, já o método WAF-TVD possui diversas oscilações assim como uma dificuldade de lidar com o amortecimento já que o valor da pressão no terceiro pico de cavitação é maior que o valor no segundo pico de cavitação.

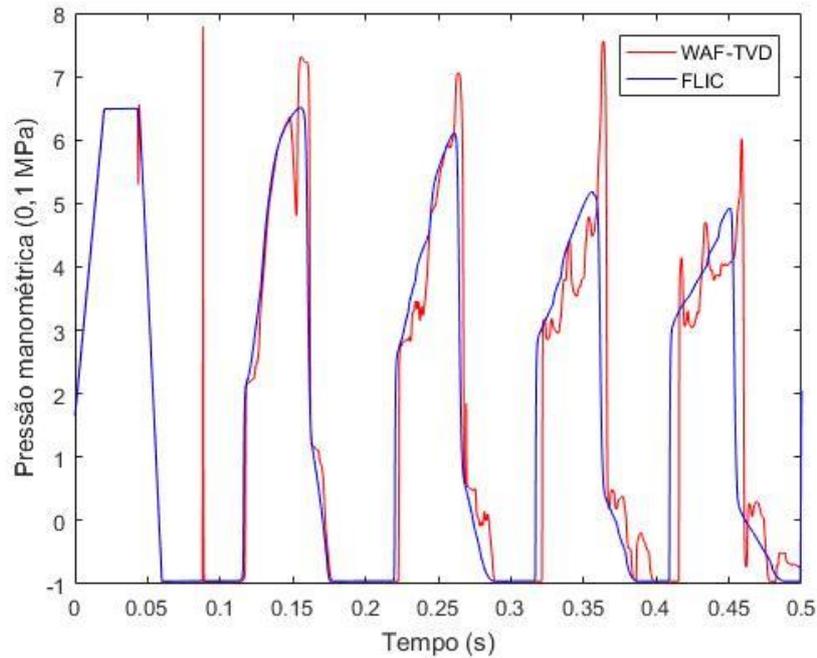


Figura 6.6. Comparação FLIC e WAF-TVD. Experimento B

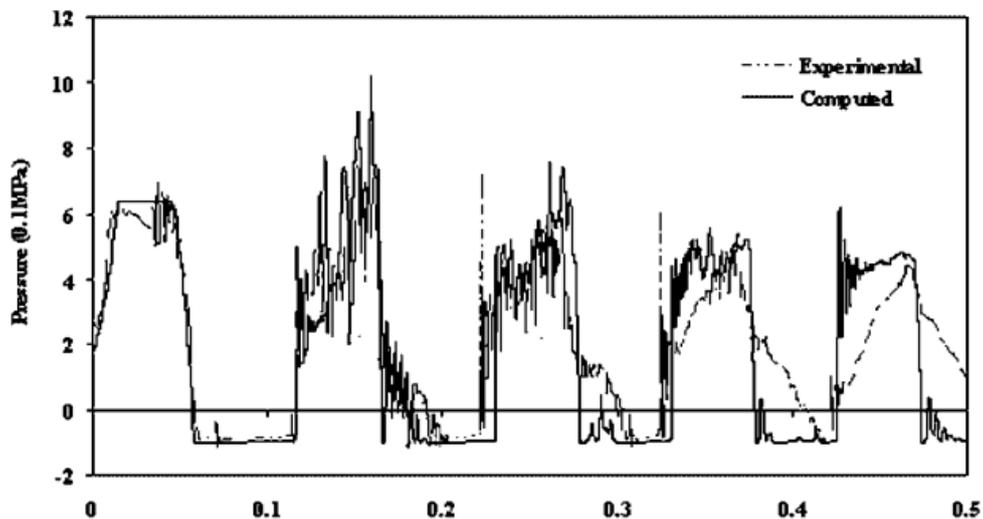


Figura 6.7. Resultados experimentais para o experimento B (Adaptado de SUMAM *et al.*, 2009).

As figuras 6.8 e 6.9 mostram resultados simulados e experimentais do experimento C, onde verificamos o mesmo comportamento dos demais experimentos acima. A figura 6.10 apresenta a fração de vazio calculada pelo método FLIC para os três

experimentos, onde nota-se que tal variável aumenta para vazões maiores. Podemos concluir a partir dos resultados, mostrados nas figuras 6.3 a 6.9, que ambos os métodos conseguem simular satisfatoriamente o fenômeno, porém o método FLIC é mais rápido e mais estável. Logo optou-se pelo método FLIC para as simulações feitas no CTDUT visto que se trata de um duto mais complexo com variações de altitude e perdas de carga localizadas.

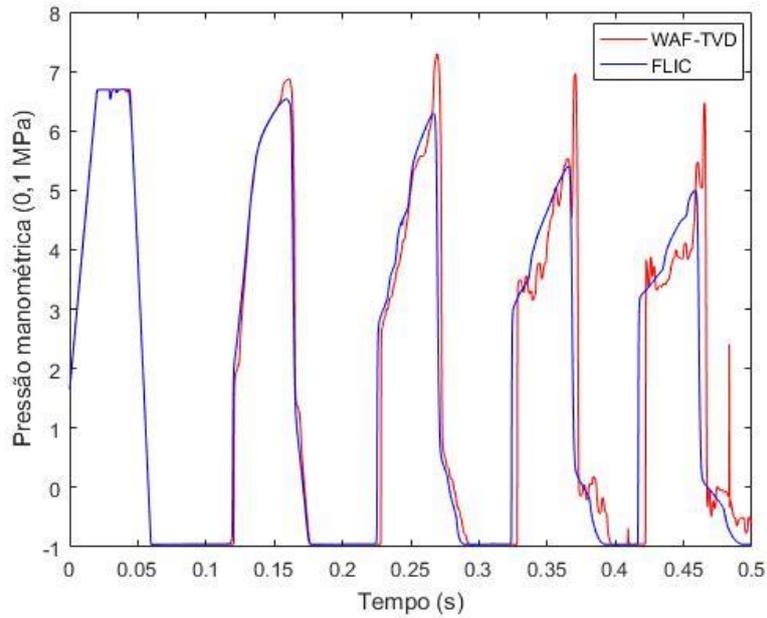


Figura 6.8. Comparação FLIC e WAF-TVD. Experimento C

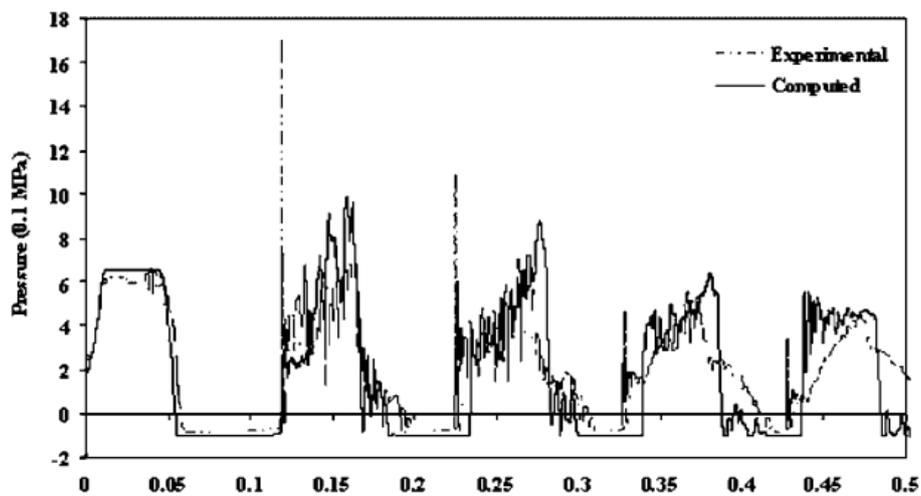


Figura 6.9. Resultados experimentais para o experimento C (Adaptado de SUMAM *et al.*, 2009).

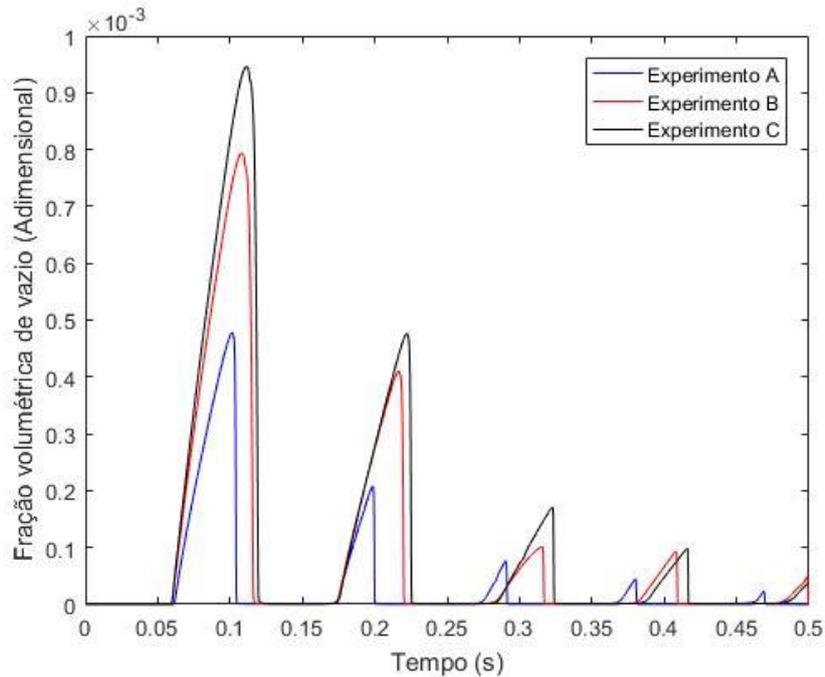


Figura 6.10. Fração de vazio método FLIC

### 6.1.2 CTDUT

O duto do CTDUT, que foi detalhado no capítulo 5, possui uma geometria complexa com variações de altitudes e diversas perdas de carga localizadas. Sendo assim para todas as simulações abaixo optou-se por utilizar o método FLIC para o sistema de equações diferenciais homogêneas, visto que tal método possui melhor estabilidade e diminui o tempo de simulação. Para a integração do sistema de equações ordinárias foi utilizado o método de Euler na seção anterior, já que tal método apresentou bons resultados para o duto reto examinado por SUMAM *et al.* (2009). No entanto, para o CTDUT o método de Euler apresentou oscilações em casos simples de regime permanente. Sendo, assim foi necessário a implementação de outros métodos mais sofisticados como o método de Runge-Kutta e o método de Bulirsch-Stoer apresentados no capítulo 4.

Para realizar a comparação entre os 3 métodos de integração para o sistema de equações ordinárias (4.3) foi utilizada uma simulação que teve como condição de contorno uma pressão absoluta de  $7,74 \text{kgf/cm}^2$  na entrada e uma pressão absoluta de  $5,50 \text{kgf/cm}^2$  na saída. Tais pressões levam a um regime permanente em que há cavitação na região mais alta da tubulação. Logo, o problema pode ser estudado na presença dos

termos fontes  $R_e$  e  $R_c$  dados nas equações (3.20) e (3.21). A vazão utilizada para a condição inicial é dada por  $535m^3/h$ . A condição inicial para a pressão é gerada pela equação de perda de carga dada por

$$p = p_e - f \frac{\Delta L}{D} \rho \frac{u_0^2}{2} - \rho g \sin \theta \quad (6.2)$$

onde  $u_0$  é a velocidade inicial do escoamento calculada a partir da vazão inicial,  $f$  o fator de fricção,  $\rho$  a massa específica do líquido,  $D$  o diâmetro,  $p_e$  a pressão na entrada e  $\Delta L$  é a distância entre o início da tubulação e uma posição específica. Caso a pressão dada pela equação (6.2) atinja pressões menores que a pressão de vapor nos pontos de maior altitude, a pressão é igualada a pressão de vapor neste ponto. A figura 6.11 mostra o perfil inicial para essas condições.

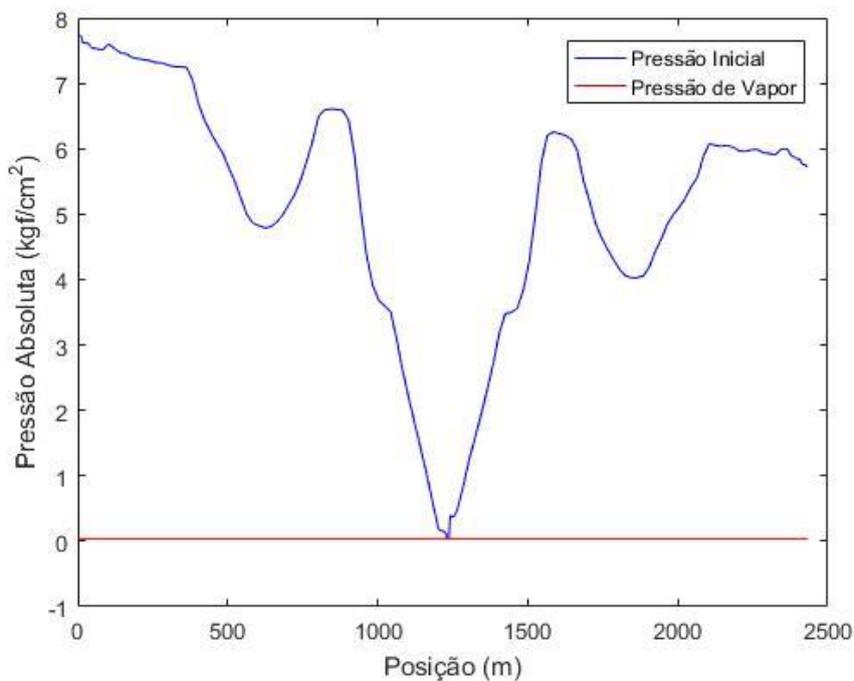


Figura 6.11 – Perfil inicial de pressão

A partir deste perfil inicial a simulação decorre por 200 segundos com a pressão fixa na entrada e na saída (problema do tipo 2). Como as condições de contorno são constantes para pressão é esperado que a vazão calculada seja constante conforme a simulação se aproxime de um regime permanente. Antes de realizar a comparação é importante fazer a convergência de malha para os três métodos com o objetivo de escolher

uma malha adequada. Neste caso utilizou-se a vazão na entrada no tempo para esta comparação. A figura 6.12 mostra os resultados utilizando o método de Euler para 1000, 2000 e 4000 volumes onde percebemos que não há grandes diferenças no resultado. O método de Euler não aceita uma malha de 500 volumes apenas, devido a instabilidades numéricas. A figura 6.13 mostra os resultados utilizando o método de Runge-Kutta para 500, 1000 e 2000 volumes e a figura 6.14 apresenta os resultados utilizando o método de Bulirsch-Stoer para as malhas com 500, 1000 e 2000 volumes. Analisando estas figuras pode-se concluir que o valor da vazão não muda com a malha, porém a malha interfere no grau de oscilação da solução. Optou-se neste caso por utilizar uma malha de 2000 volumes para todos os métodos a fim de compará-los.

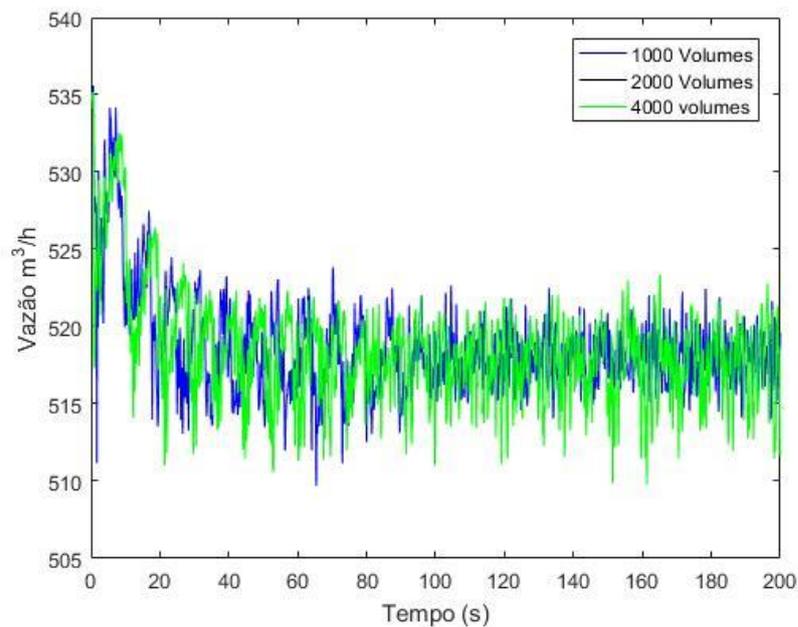


Figura 6.12 – Vazão entrada método de Euler – Convergência de malha

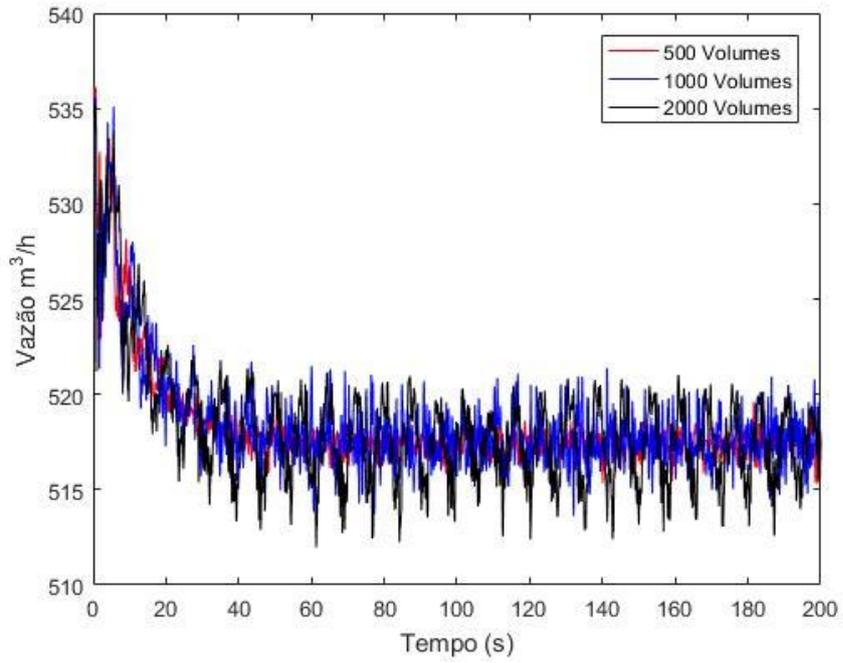


Figura 6.13 – Vazão entrada método de Runge Kutta – Convergência de malha

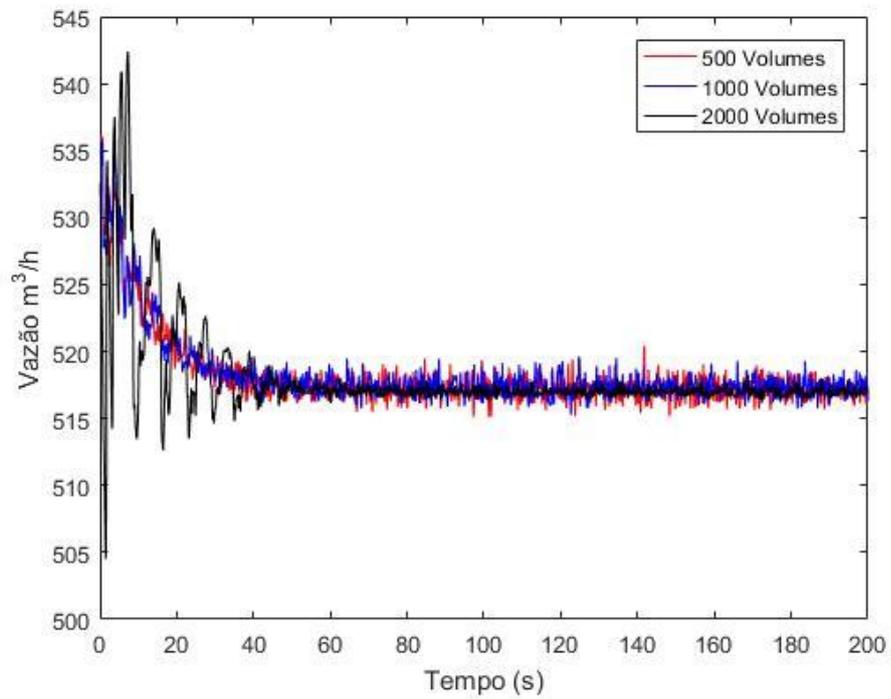


Figura 6.13 – Vazão entrada método de Bulirsch-Stoer – Convergência de malha

As figuras 6.14 e 6.15 mostram o comportamento da vazão na entrada e na saída utilizando os três métodos de integração para o sistema de equações diferenciais ordinárias. Em todos os três casos foram utilizados 2000 volumes e 0,05 para o número de Courant. Este valor pequeno foi escolhido pois para o método de Euler não foi possível utilizar um valor maior. Após o início da simulação a vazão demora cerca de 40 segundos físicos para se ajustar em torno de um valor constante. Tal fenômeno ocorre para os três métodos de solução. Pode-se notar que as maiores oscilações acontecem para o método de Euler chegando a cerca de  $10 \text{ m}^3/h$ . Para o método de Runge Kutta as oscilações diminuem, porém não de forma significativa. O melhor resultado ocorre para o método de Burlisch Stoer, que nesse caso apresenta uma vazão quase constante com oscilações menores que  $1 \text{ m}^3/h$ .

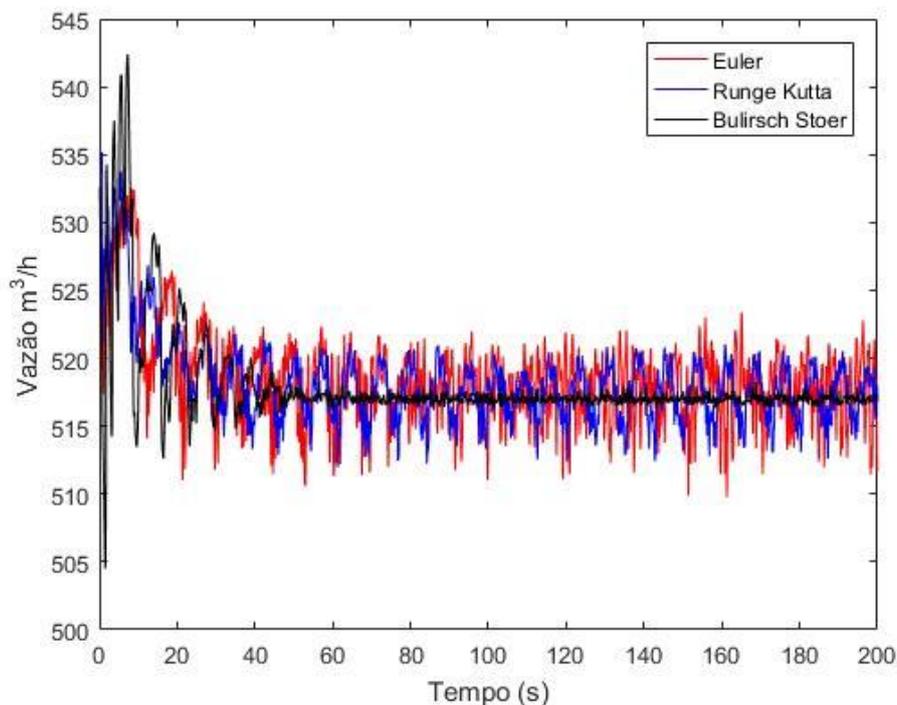


Figura 6.14 – Vazão entrada – Comparação dos métodos de integração

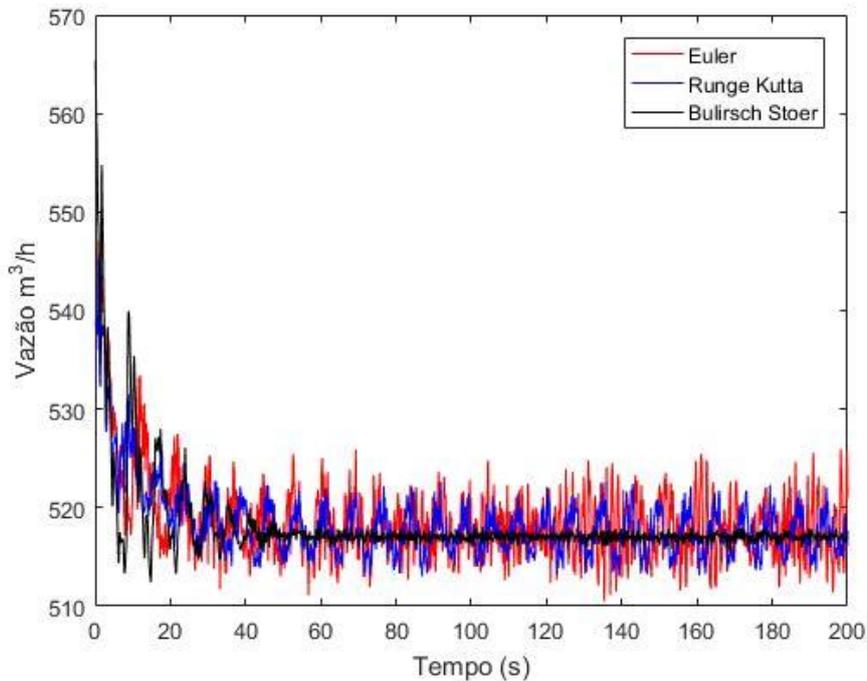


Figura 6.15 – Vazão saída – Comparação dos métodos de integração

O método de Bulirsch aceita um valor maior para o número de Courant pois ele é capaz de eliminar de forma mais efetiva as oscilações provenientes da integração do termo fonte. As figuras 6.16 e 6.17 apresentam a vazão na entrada e na saída respectivamente para diversos números de Courant utilizando o método Bulirsch Stoer. Pode-se notar que para um Courant maior aumentam muito as oscilações nos instantes iniciais em que a condição inicial está se ajustando. Porém para o regime permanente os valores das oscilações não apresentam grandes variações. A figura 6.18 mostra uma ampliação da vazão na entrada para um trecho de regime permanente onde é possível verificar melhor tal comportamento. Para um número de Courant maior que 0,2 a simulação apresenta erros numéricos durante o ajuste da condição inicial.

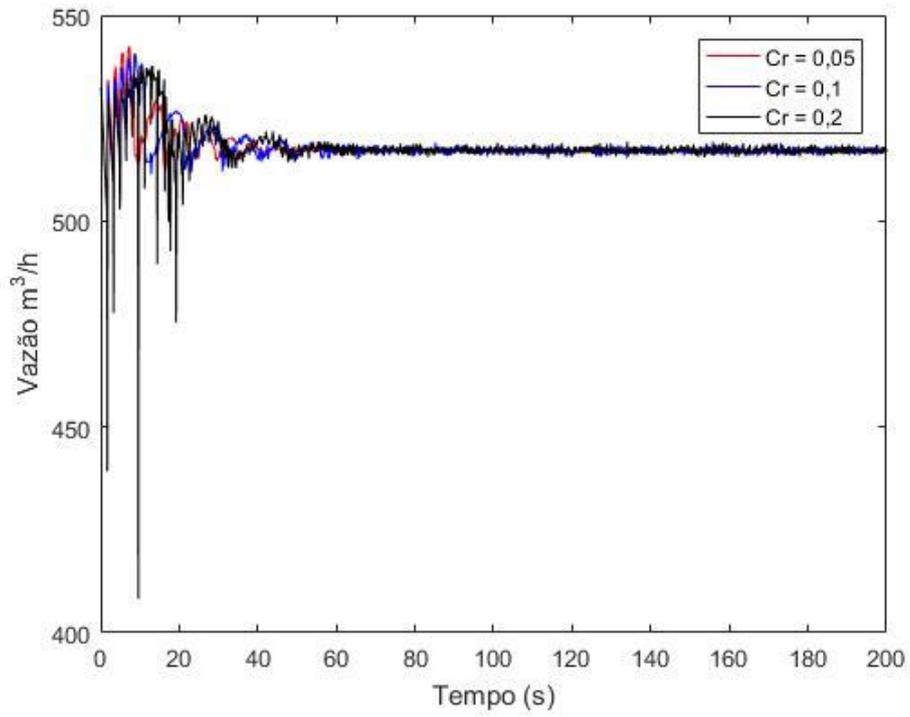


Figura 6.16 – Vazão entrada – método de Bulirsch-Stoer

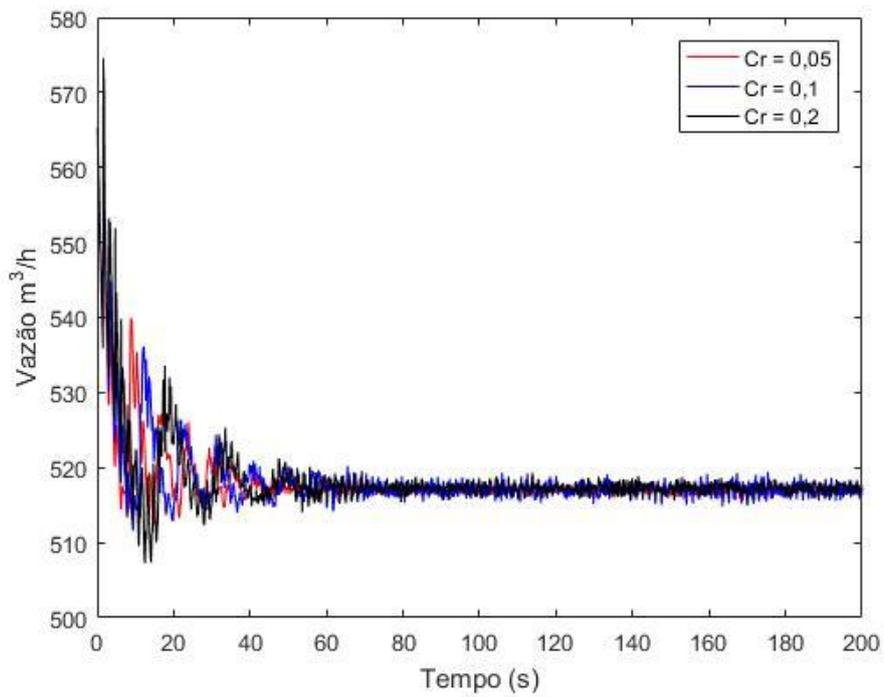


Figura 6.17 – Vazão saída – método de Bulirsch-Stoer

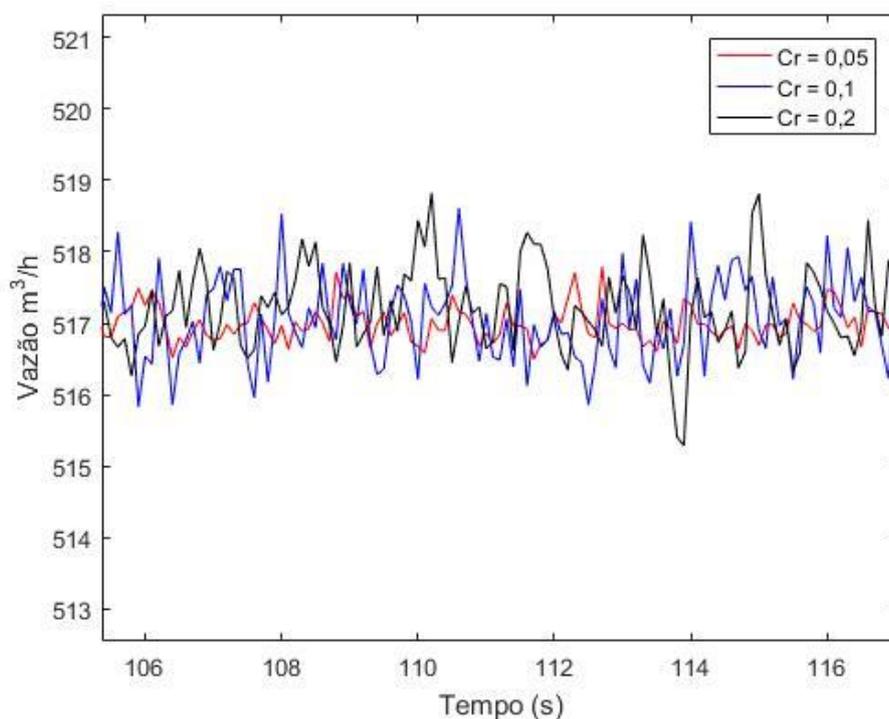


Figura 6.18 – Vazão entrada – método de Bulirsch-Stoer (Ampliação)

A tabela 6.5 apresenta a comparação do tempo computacional das simulações e o desvio padrão das vazões na entrada e na saída. As simulações foram feitas em um computador Intel® Core™ i7-3770 CPU @ 3.40 GHz e 8GB de memória RAM. O desvio padrão foi calculado para o intervalo de 100 a 200 segundos, período em que a simulação já se encontra em regime permanente. Podemos observar que o método de Euler é o mais rápido (para o mesmo número de Courant), porém tal método apresenta grandes oscilações, mesmo com um Courant de 0,05. O desvio padrão do método de Euler é cerca de 9 vezes maior que o desvio padrão obtido com o método de Bulirsch Stoer, para o mesmo número de Courant. Devido a estabilidade, o método de Bulirsch Stoer permite a utilização de um número de Courant maior diminuindo assim consideravelmente o tempo computacional da simulação. O método de Runge-Kutta apresenta um menor desvio padrão se comparado ao método de Euler, porém é inferior ao método Bulirsch Stoer, tanto com relação as oscilações como em relação à velocidade.

Tabela 6.5 Comparação do tempo de simulação e desvio padrão

Método de integração	Número de Courant	Tempo de Simulação (minutos)	Desvio padrão do regime permanente $m^3 / h$	Posição
Euler	0,05	103	2,39	Entrada
			2,88	Saída
Runge-Kutta	0,05	265	1,86	Entrada
			1,97	Saída
Bulirsch-Stoer	0,05	220	0,28	Entrada
			0,38	Saída
	0,1	115	0,59	Entrada
			0,76	Saída
	0,2	55	0,63	Entrada
			0,84	Saída

O estudo realizado sobre os métodos de integração leva à conclusão que o método mais indicado a ser utilizado é o método de Bulirsch-Stoer, pois é o mais estável e possui um menor tempo computacional, permitindo a utilização de um número de Courant mais alto.

Para esta simulação também foram analisados os autovalores da matriz Jacobiana do termo fonte, dada na equação (4.53). O cálculo das componentes da matriz Jacobiana é dado pelas equações (4.55), (4.56), (4.62), (4.63), (4.70) e (4.71). A ideia da análise foi analisar o grau de rigidez do problema. Para que um problema seja considerado rígido ele deve atender as condições apresentadas nas equações (4.41) e (4.42) dadas por TORO (2009). As figuras 6.19 e 6.20 mostram os autovalores da matriz Jacobina, na posição mais alta do duto (*Shelter*) ao longo do tempo para a simulação anterior, utilizando o método de Bulirsch-Stoer com Courant de 0,1. Os autovalores são negativos durante toda a simulação o que satisfaz a primeira condição para um sistema rígido (TORO, 2009). A figura 6.21 apresenta a razão de rigidez calculada pela equação (4.43) ao longo do tempo onde percebemos que a mesma tem seu valor mínimo de  $10^3$  e valor máximo de aproximadamente  $10^8$ , realmente caracterizando assim um problema rígido. Segundo TORO (2009) uma razão entre os autovalores com valor 20 já é suficiente para

caracterizar um problema rígido. O presente problema possui uma razão extremamente alta entre os autovalores, o que explica as oscilações observadas nas soluções, sobretudo nos métodos de integração mais simples como o de Euler. Tal estudo mostrou que o método de Burlisch-Stoer implementado através da biblioteca Odeint foi capaz de produzir resultados satisfatórios, mesmo se tratando de um método explícito. A partir das análises feitas nesta seção optou-se por utilizar o método de Burlisch-Stoer com um Courant de 0,1 nas próximas seções as quais conferem a validação do modelo.

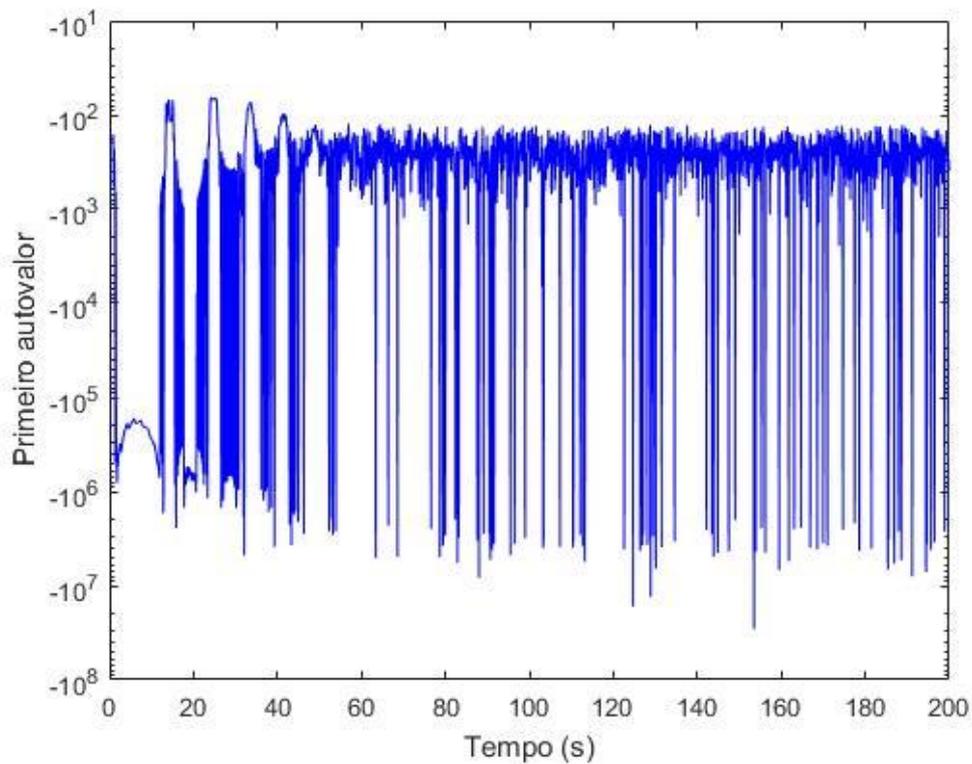


Figura 6.19 – Primeiro autovalor da matriz Jacobiana

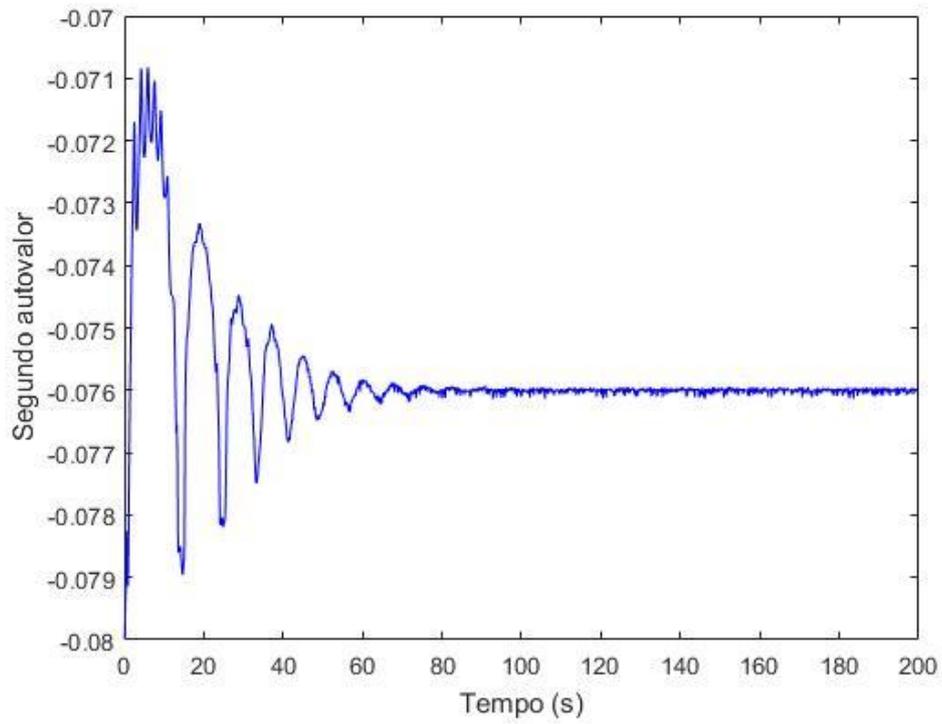


Figura 6.20 – Segundo autovalor da matriz Jacobiana

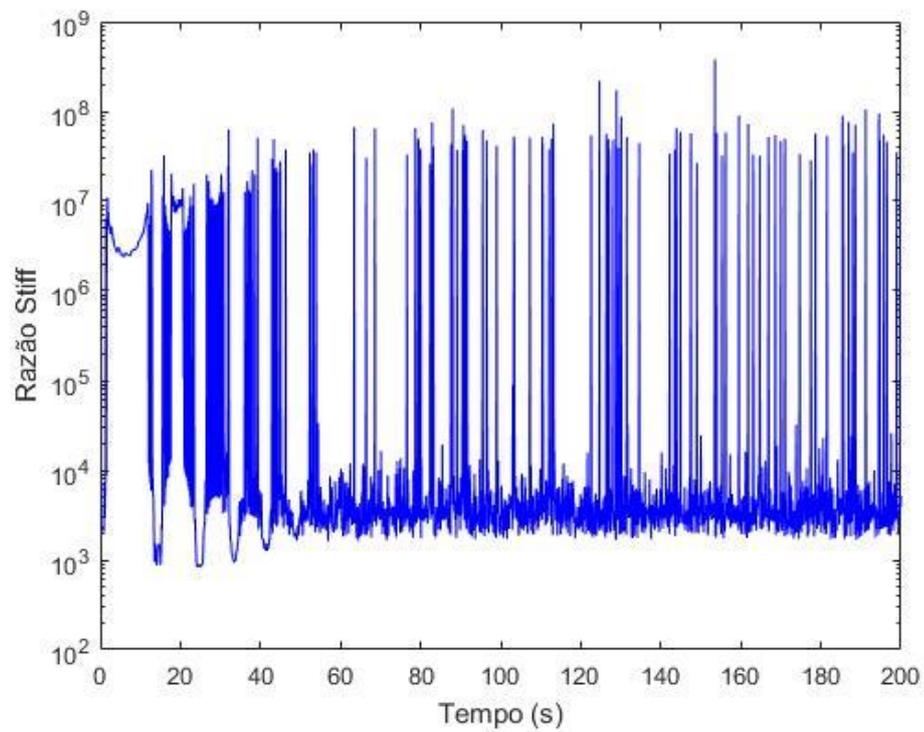


Figura 6.21 – Razão entre os autovalores

## 6.2 Validação

Nesta seção são apresentadas a validação do método a partir de 4 experimentos, dois deles com líquido puro e dois em que há a cavitação. Os experimentos foram feitos no CTDUT, onde no caso dos testes com apenas líquido foi utilizado um trecho em regime permanente. Já para os testes com cavitação o foram analisados regimes transientes.

### 6.2.1 Escoamento sem cavitação

Dois testes foram analisados onde há somente escoamento de líquido, o teste 20 e o teste 45A. O teste 20 foi realizado no dia 09/05/2022 de 11:57 à 12:01 totalizando assim 240 segundos. Neste caso foram utilizadas como condições de contorno as pressões na entrada e na saída, enquanto os dados de vazões na entrada e saída foram utilizados para a validação. Água foi utilizada como fluido de trabalho e mesmas propriedades usadas nas simulações podem ser encontradas na tabela 6.1, com a única diferença que para a massa específica do líquido foi utilizado o valor de  $1018 \text{ kg/m}^3$  observado no sensor de massa específica, do CTDUT. Os parâmetros do duto bem como sua geometria foram apresentados no capítulo 5.

A figura 6.22 apresenta as pressões experimentais que foram lidas e usadas como condição de contorno na entrada e saída. A frequência de aquisição foi de 10 Hertz. Verifica-se que, como se trata de um período em regime permanente, as pressões permanecem praticamente constantes, apenas com pequenas oscilações, que em parte, estão associadas às incertezas de medição nos sensores.

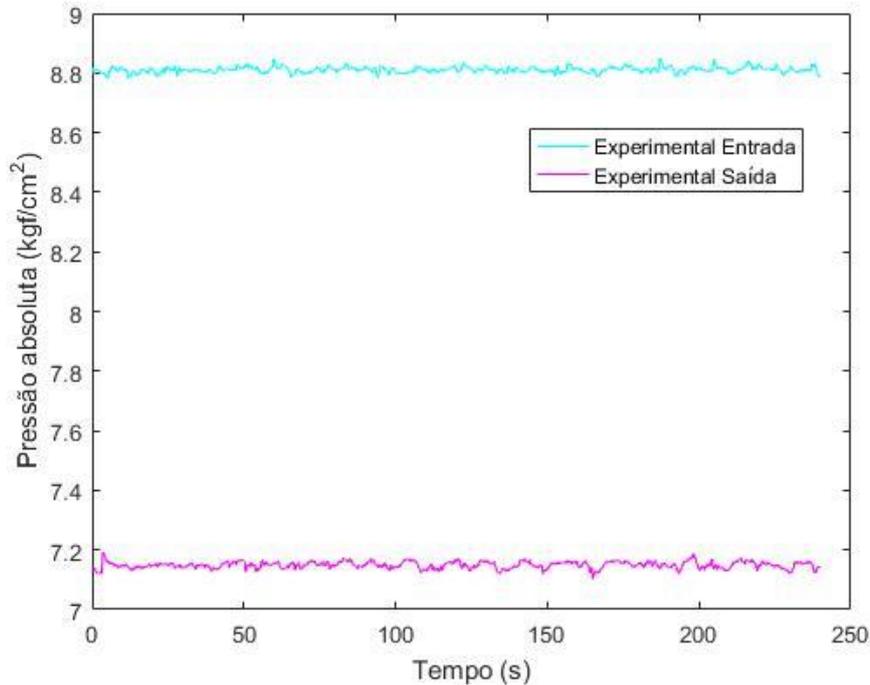


Figura 6.22 – Pressão experimentais (teste 20)

A figura 6.23 apresenta as vazões calculadas e experimentais. As vazões calculadas pelo FLIC são as mesmas na entrada e saída como esperado para um teste com líquido puro. Porém as vazões experimentais possuem uma defasagem de cerca de  $15m^3/h$  devido a um pequeno erro de calibração nos sensores durante o experimento. É possível notar que o FLIC apresenta excelentes resultados pois há uma ótima concordância entre a vazão calculada e a vazão experimental da entrada. A figura 6.24 mostra a comparação entre as vazões utilizando uma medida a cada 5 segundos. A intenção é mostrar as barras de erro para os dados experimentais. O desvio padrão dos sensores de vazão no CTDUT é de  $1,25m^3/h$  sendo assim, o erro foi calculado como sendo 2,576 vezes o desvio padrão o que indica um nível de confiança de 99% para uma distribuição normal. A partir do gráfico nota-se que as vazões calculadas estão dentro do erro de medição para entrada. Logo os valores calculados estão em concordância com os dados experimentais, validando assim o método numérico de solução.

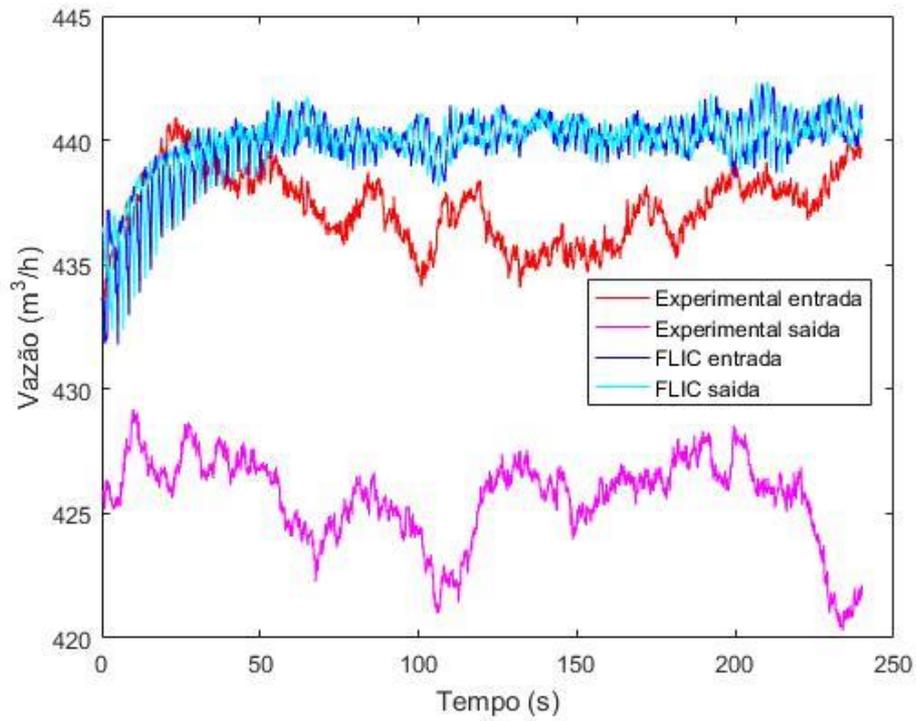


Figura 6.23 – Comparação entre as vazões (teste 20)

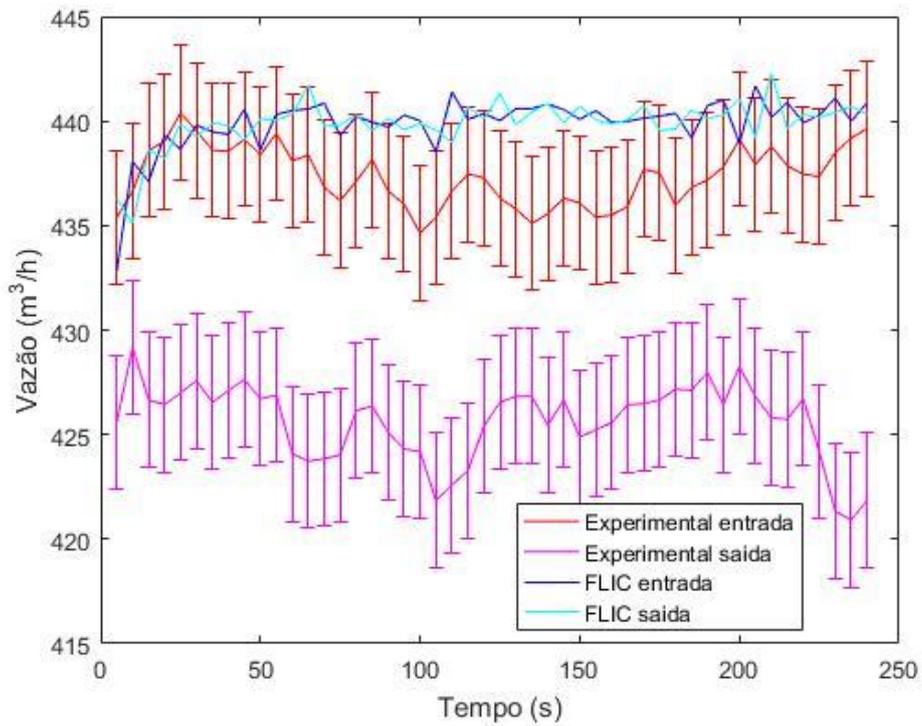


Figura 6.24 – Vazões com barras de erro (teste 20)

O teste 45A foi realizado no dia 10/05/2022 de 14:50 à 14:55 totalizando assim 300 segundos. Neste caso foram utilizadas como condições de contorno as pressões na entrada e na saída. Os dados de vazão na entrada e saída foram utilizados para a validação. A figura 6.25 apresenta as pressões experimentais que foram lidas e usadas como condição de contorno na entrada e saída. A frequência de aquisição foi de 10 Hertz. Verifica-se que como se trata de um período em regime permanente as pressões permanecem praticamente constantes, apenas com pequenas oscilações, que em parte, estão associadas às incertezas de medição nos sensores.

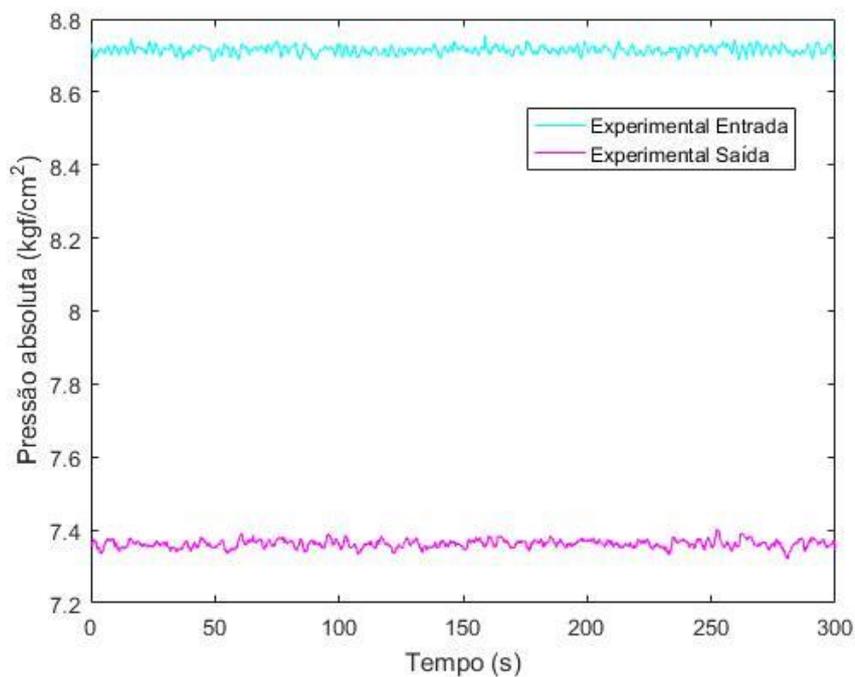


Figura 6.25 – Pressão experimentais (teste 45A)

A figura 6.26 apresenta as vazões calculadas e experimentais. As vazões calculadas pelo FLIC são as mesmas na entrada e saída como esperado. Porém as vazões experimentais possuem uma defasagem de cerca de  $13m^3/h$  devido a um pequeno erro de calibração no sensores durante o experimento. É possível notar que o FLIC apresenta excelentes resultados pois há uma ótima concordância entre a vazão calculada e a vazão experimental da entrada. A figura 6.27 mostra a comparação entre as vazões utilizando uma medida a cada 5 segundos, onde nota-se que as vazões calculadas estão dentro do erro de medição para as medidas na entrada, validando assim o método numérico de solução.

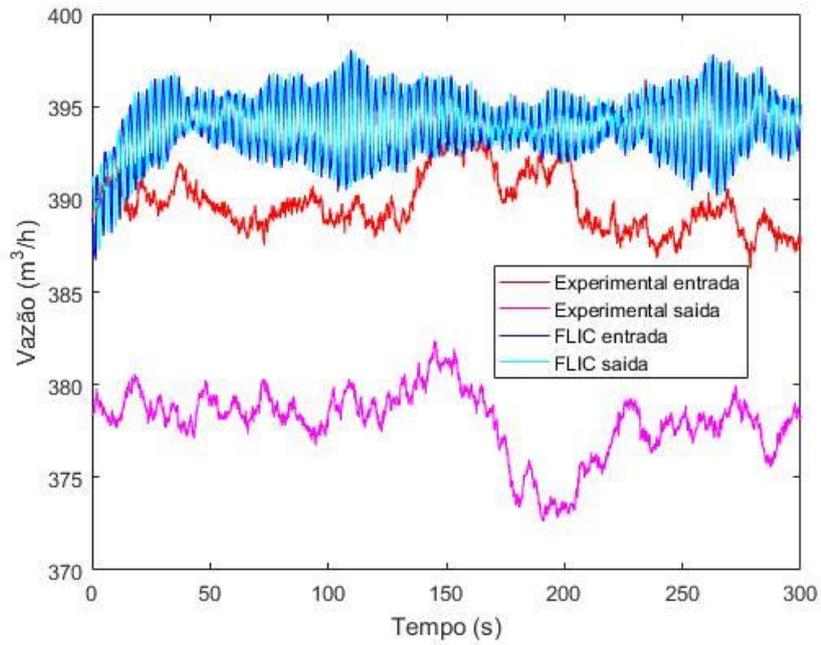


Figura 6.26 – Comparação entre as vazões (teste 45A)

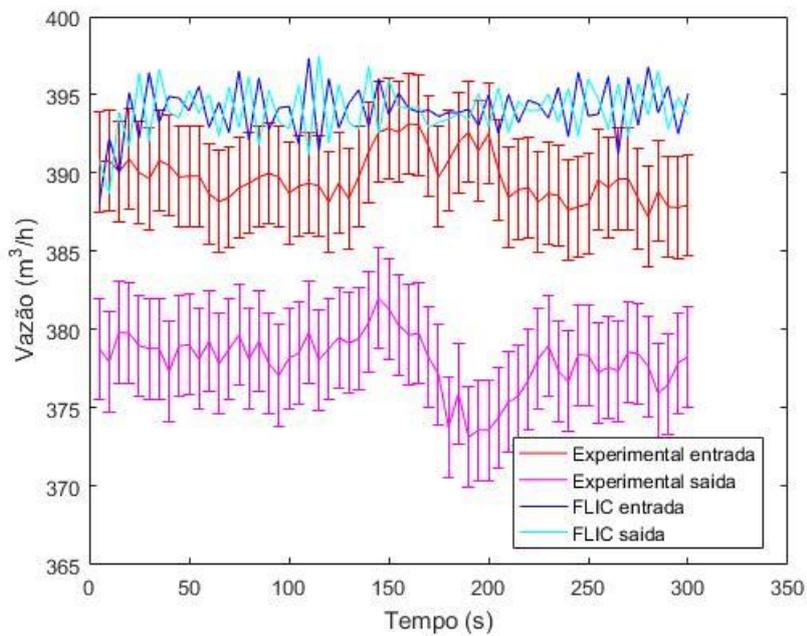


Figura 6.27 – Vazões com barras de erro (teste 45A)

### 6.2.2 Escoamento com cavitação

Nesta seção são estudados dois casos experimentais onde há cavitação de vapor, o teste 1e e o teste 1f. Os testes foram feitos no duto do CTDUT e o fluido de trabalho água. As propriedades usadas nas simulações podem ser verificadas na tabela 6.1, com a única diferença que para massa específica do líquido foi utilizado o valor de  $1018 \text{ kg} / \text{m}^3$  observado no sensor de massa específica. Nas simulações foram utilizadas como condições de contorno as pressões na entrada e na saída. No estudo da cavitação de vapor, além das vazões que podem ser comparadas com dados experimentais na entrada e na saída, é importante estudar os outros parâmetros do escoamento, como fração de vazio, celeridade e massa específica.

O teste 1e ocorreu no dia 05/05/2022 de 09:45 às 10:18. Neste teste houve um transiente gerado a partir de uma abertura de válvula na saída. A intenção do transiente é gerar o fenômeno da cavitação de vapor na região de maior altitude do duto. Além das vazões na entrada e saída foram utilizadas também na validação as pressões nos sensores intermediários Pit04 e Pit11. O desvio padrão dos sensores de pressão no CTDUT é de  $460 \text{ Pa}$ . A simulação foi feita para os 1300 segundos iniciais (21 minutos e 40 segundos), já que após deste período há um regime permanente já estabelecido no fim do teste.

A gravação do teste já inicia durante o transiente gerado pela abertura de uma válvula localizada no final do duto, após o sensor de pressão PIT30. A figura 6.28 mostra as pressões experimentais para os 1300 segundos estudados e a figura 6.29 mostra as vazões experimentais obtidas nos sensores no mesmo período considerado. Podemos perceber que a vazão na saída está aumentando devido ao transiente de abertura de válvula no fim do duto. Em cerca de 300 segundos a válvula termina o fechamento parcial estabelecendo um pequeno regime permanente até 570 segundos. Em 570 segundos a válvula é fechada parcialmente diminuindo bruscamente a vazão e estabelecendo o regime permanente final, com vazões iguais na entrada e na saída.

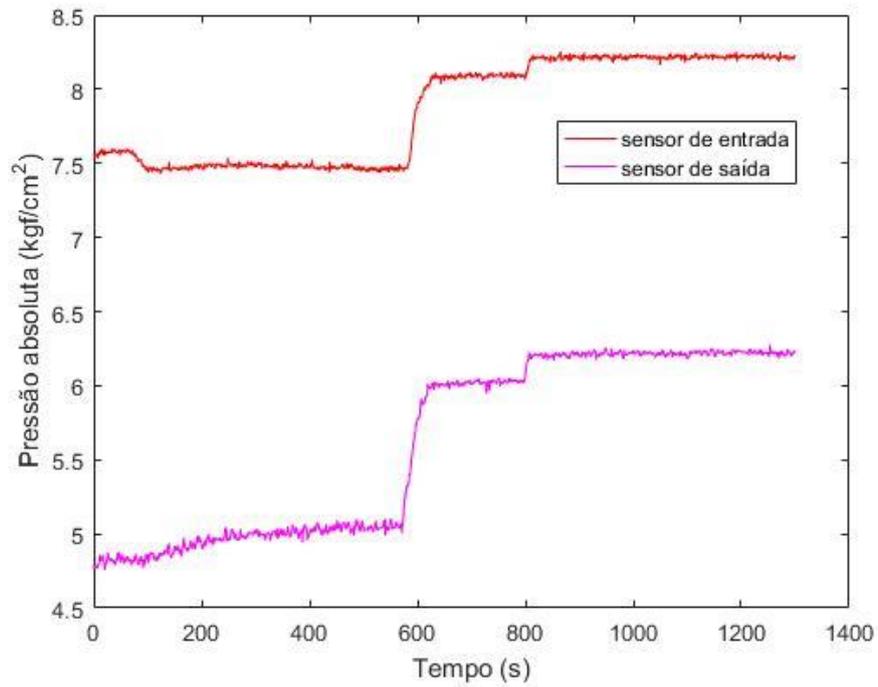


Figura 6.28 – Pressões experimentais (teste 1e)

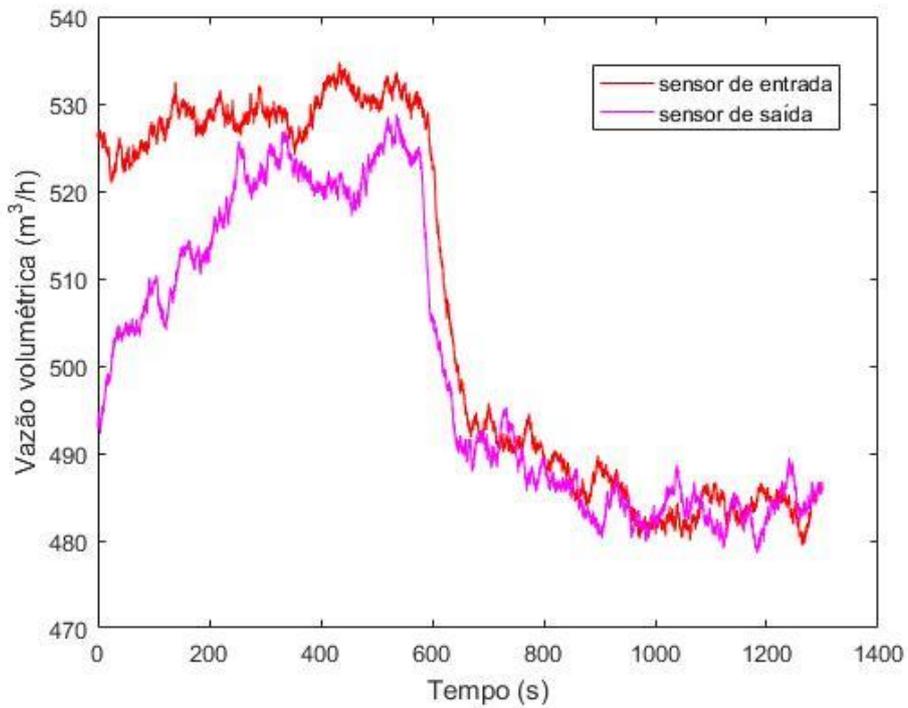


Figura 6.29 – Vazões experimentais (teste 1e)

A figura 6.30 mostra as vazões experimentais com o erro de medição dos sensores e as vazões calculadas para entrada e saída. Como a simulação inicia durante um transiente as vazões iniciais calculadas ficam em desacordo com as vazões experimentais, porém conforme a válvula vai sendo aberta as vazões vão se aproximando até que em cerca de 400 segundos as vazões calculadas possuem valores próximos ao valor da vazão experimental na entrada, ficando dentro da incerteza de medição. Em 570 segundos a válvula é fechada parcialmente gerando um aumento brusco nas pressões experimentais utilizadas no contorno o qual pode ser visto na figura 6.28. Devido a variação brusca nas condições de contorno as vazões calculadas oscilam de forma acentuada tanto na entrada e na saída, o que pode ser verificado na figura 6.30. Após o fechamento parcial da válvula é estabelecido um regime permanente final onde a vazão calculada fica de acordo com as vazões experimentais estando dentro da incerteza de medição, mostrando a eficiência do modelo.

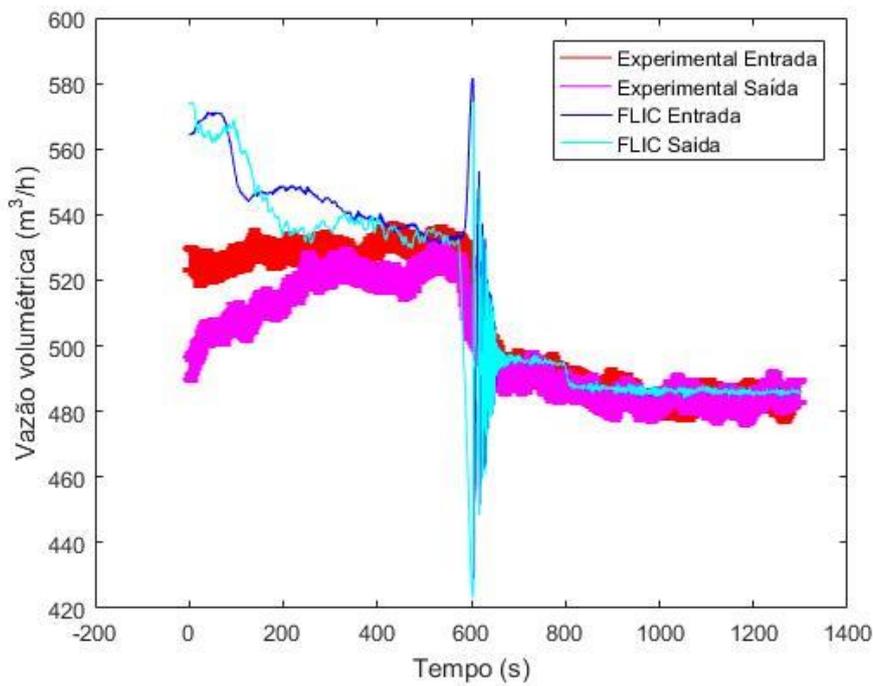


Figura 6.30 – Comparação entre as vazões (teste 1e)

O duto possui dois sensores intermediários de pressão denominados Pit04 e Pit11 localizados respectivamente em 43,1 metros e 2387,4 metros conforme mostrado no capítulo 5. As medidas experimentais destes sensores foram comparadas com as pressões calculadas nestas posições e os resultados são apresentados na figura 6.31 onde as

pressões experimentais são mostradas juntamente com o erro de medição e é possível verificar que os resultados calculados estão de acordo com os dados experimentais. A partir da comparação entre as vazões apresentadas na figura 6.30 e da comparação entre as pressões intermediárias mostradas na figura 6.31 podemos concluir que o método FLIC é capaz de simular satisfatoriamente transientes com cavitação de vapor e os valores calculados se encontram dentro da incerteza de medição dos dados experimentais, validando assim o modelo.

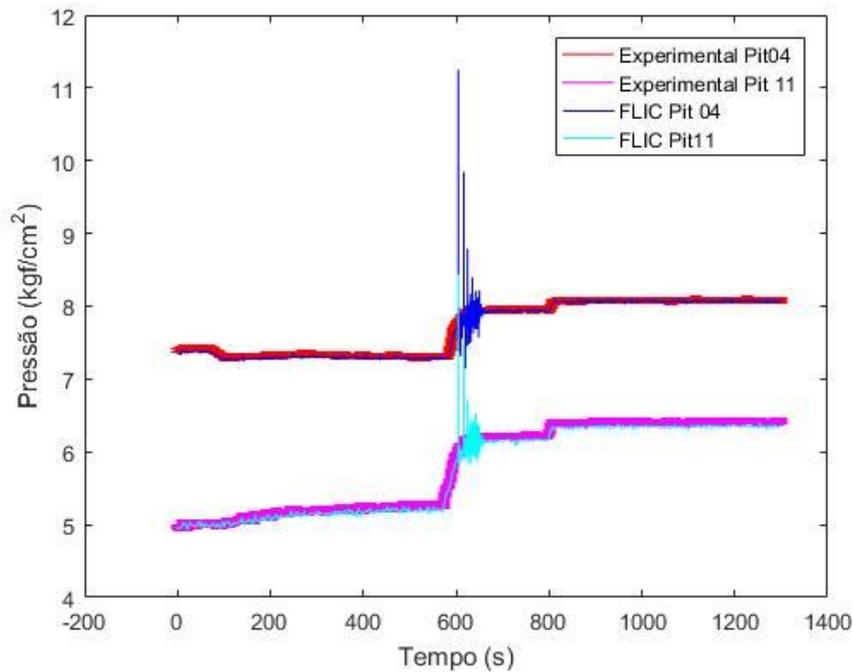


Figura 6.31 – Pressões nos sensores intermediários (teste 1e)

O modelo apresentado permite o cálculo de outras variáveis do escoamento como fração volumétrica de vazio, massa específica da mistura e celeridade. Durante o transiente o ponto do duto de maior altitude (*shelter*), localizado na posição longitudinal de 1232,5 metros, é o ponto com maior tendência de cavitação. Com a intenção de entender melhor a ocorrência de cavitação foi feita uma análise de diversas variáveis do escoamento na posição do *shelter* ao longo da simulação. A figura 6.32 mostra a pressão e a vazão nas posições de entrada e saída juntamente com a fração de vazio e a massa específica na posição do *shelter*. Os parâmetros foram multiplicados por potências de 10, com o propósito de ficarem na mesma ordem de grandeza. Nesta figura podemos verificar que a fração de vazio atinge seu maior valor durante a abertura da válvula em cerca de 150 segundos de simulação, ponto em que a massa específica da mistura atinge seu valor

mínimo. Após o fechamento parcial da válvula em 570 segundos a fração de vazio vai a praticamente zero mostrando assim que a cavitação é bem mais acentuada durante o transiente.

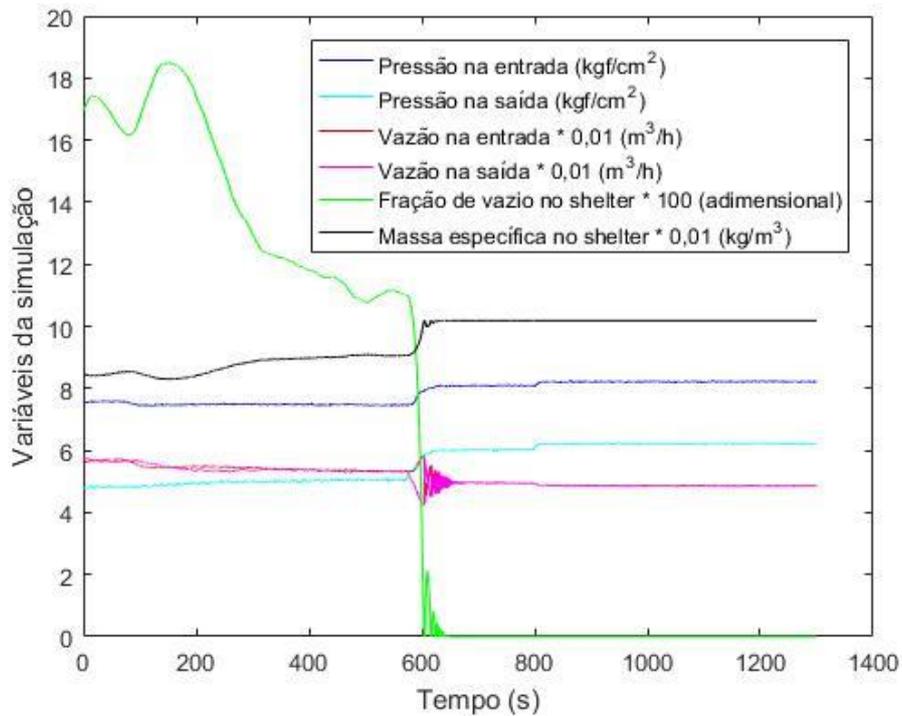


Figura 6.32 – Variáveis do escoamento (teste 1e)

A figura 6.33 mostra a fração volumétrica de vazio calculada em três posições ao longo do tempo. Podemos verificar que esta variável atinge o valor máximo de quase 0,2 no *shelter* mostrando uma cavitação de vapor muito acentuada. No regime permanente final a fração de vazio no *shelter* se mantém na ordem de  $10^{-7}$  o que indica uma quantidade de vapor irrisória. Na entrada e na saída do duto, as frações de vazio se mantêm muito pequenas durante todo o período considerado, o que indica que não há cavitação nestas posições.

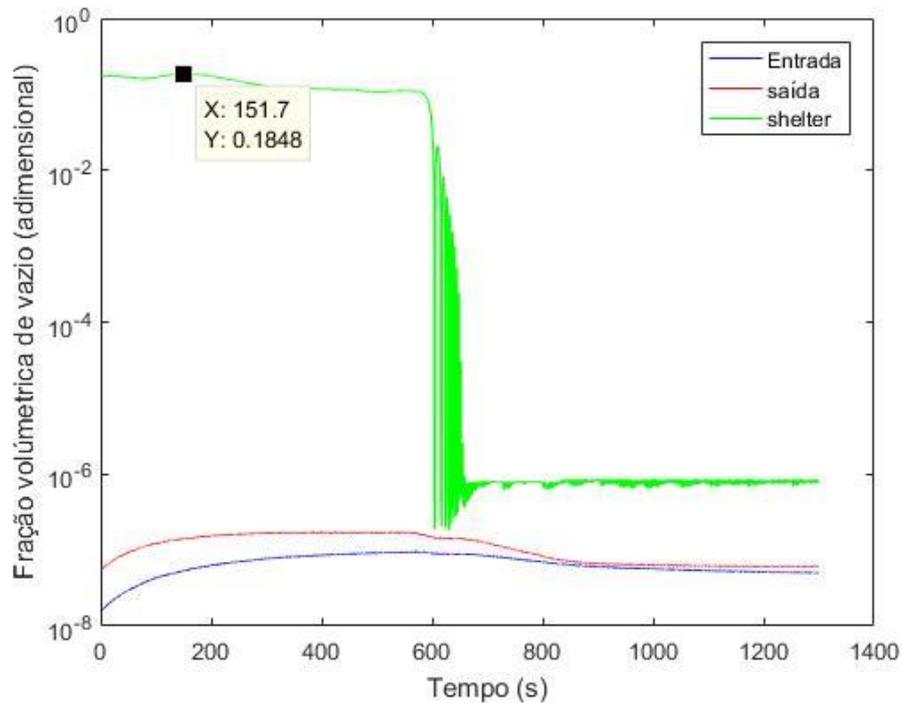


Figura 6.33 – Fração de vazio ao longo do tempo (teste 1e)

As figuras 6.34 e 6.35 mostram respectivamente a massa específica e a celeridade nas posições do *shelter*, entrada e saída. Podemos verificar que na entrada e na saída do duto, tanto a massa específica como a celeridade são correspondentes aos valores de líquido puro. Por outro lado, no *shelter* devido ao transiente a massa específica da mistura chega a um valor mínimo de  $830 \text{ kg/m}^3$ , enquanto a celeridade fica em seu valor mínimo de  $5,7 \text{ m/s}$  durante quase todo o transiente.

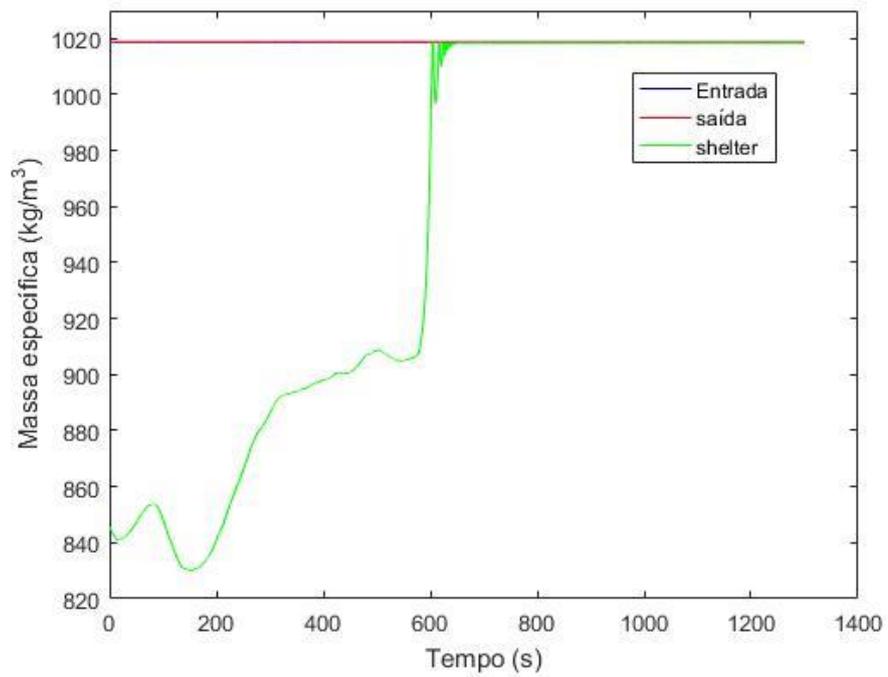


Figura 6.34 – Massa específica ao longo do tempo (teste 1e)

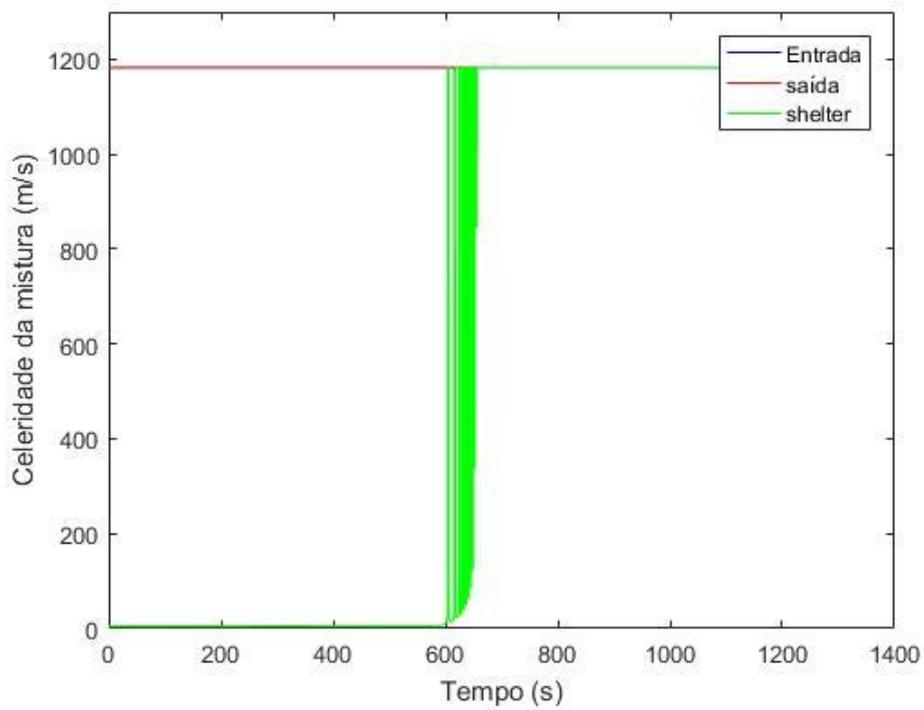


Figura 6.35 – Celeridade ao longo do tempo (teste 1e)

Para um maior aprofundamento no estudo deste teste foram analisadas as variáveis do escoamento ao longo de todo o duto para três momentos críticos da simulação: 0 segundos (momento inicial), 152 segundos (momento mais acentuado da cavitação) e 1000 segundos (regime permanente final). A figura 6.36 apresenta a pressão ao longo do duto para os três instantes juntamente com a pressão de vapor. Verifica-se que tanto no início da simulação bem como em 152 segundos há uma cavitação acentuada com a pressão no duto atingindo a pressão de vapor por um trecho de cerca de 130 metros. Para o regime permanente final em 1000 segundos a pressão não atinge a pressão de vapor no líquido.

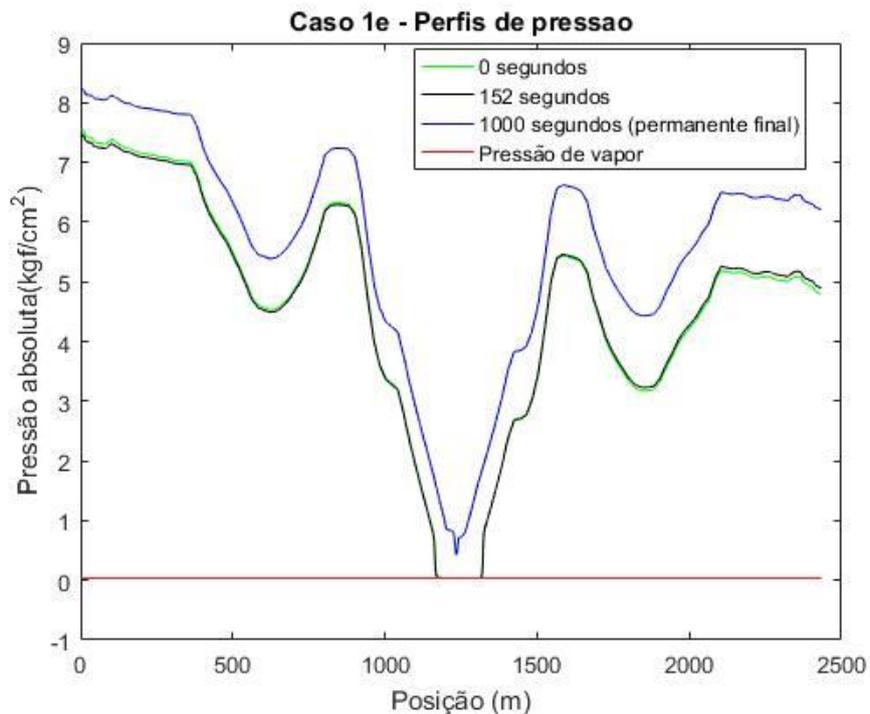


Figura 6.36 – Pressão ao longo do duto (teste 1e)

A figura 6.37 mostra em escala logarítmica a fração de vazio ao longo do duto nos três instantes considerados. Podemos observar um grande aumento desta variável na mesma região em que a pressão atinge a pressão de vapor na figura 6.36. As figuras 6.38 e 6.39 mostram a massa específica e a celeridade da mistura respectivamente. Percebe-se que ambas as variáveis apresentam uma queda no valor, na mesma região em que a fração volumétrica de vazio aumenta. As figuras 6.36 a 6.39 mostram que as simulações estão levando as variáveis a um comportamento físico esperado de um escoamento com cavitação de vapor.

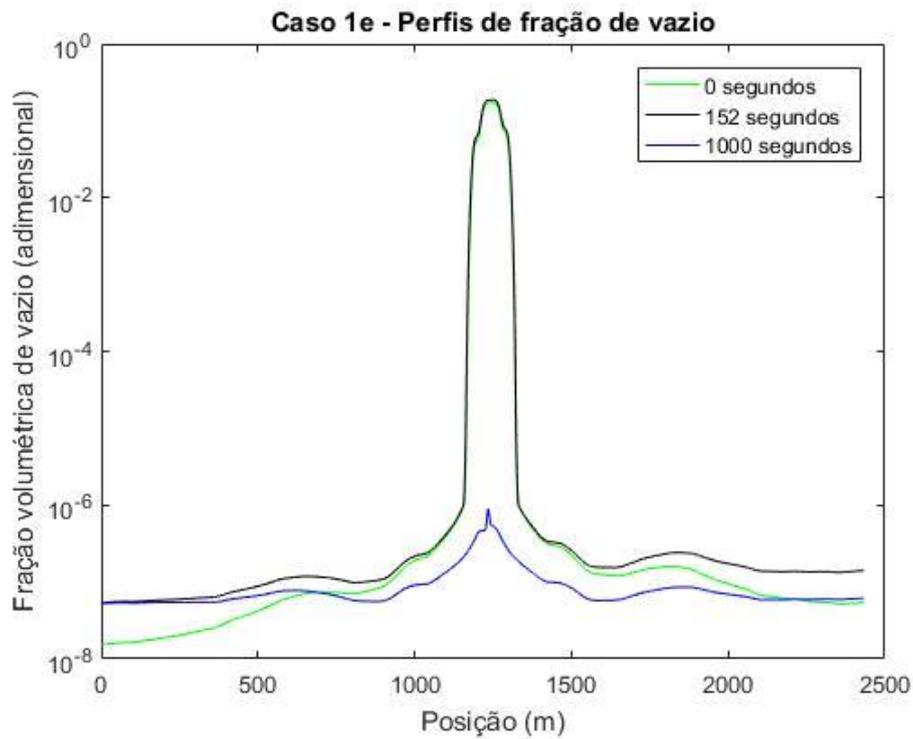


Figura 6.37 – Fração de vazio ao longo do duto (teste 1e)

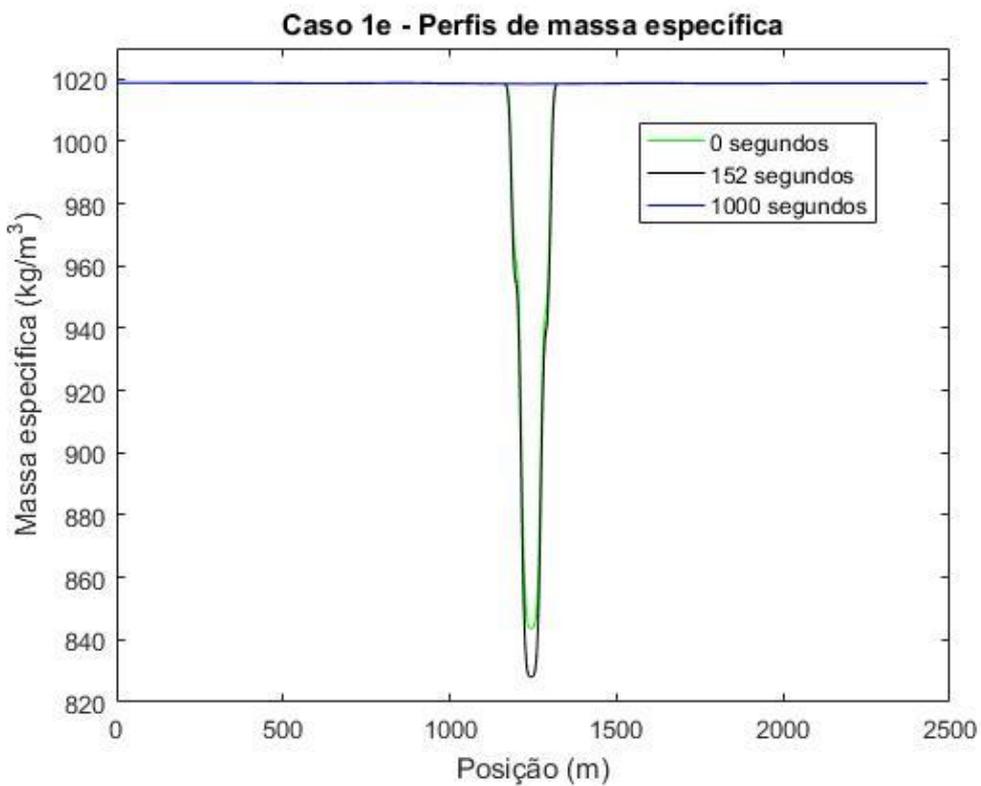


Figura 6.38 – Massa específica ao longo do duto (teste 1e)

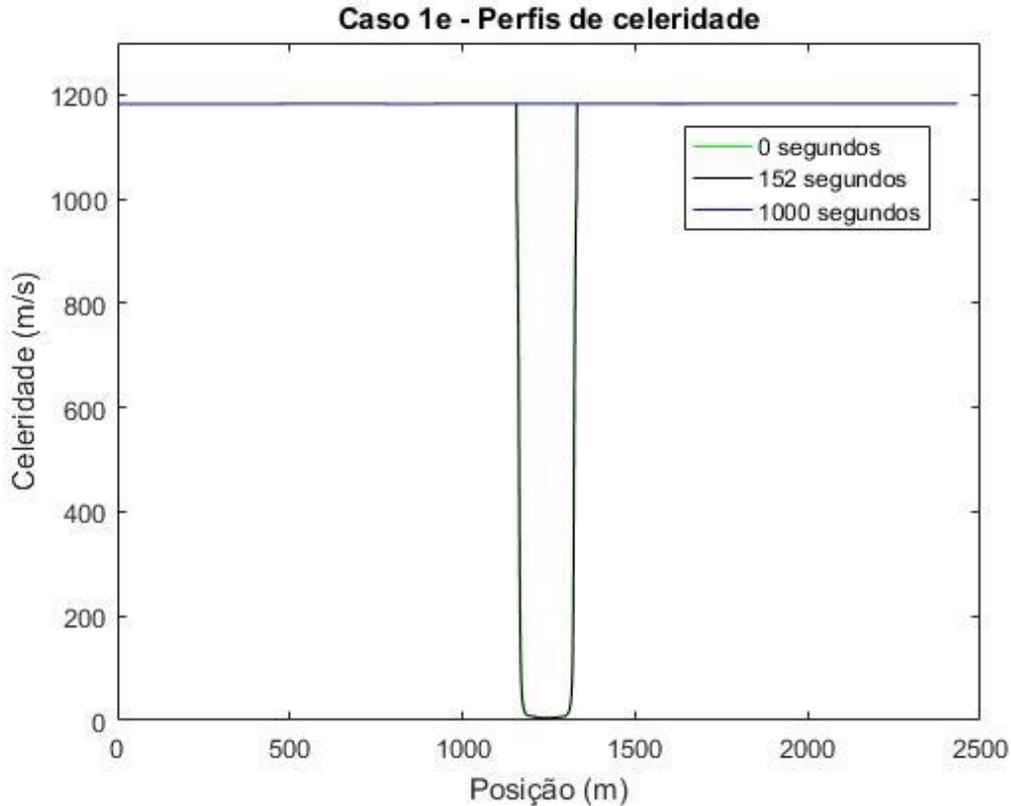


Figura 6.39 – Celeridade ao longo do duto (teste 1e)

O teste 1f ocorreu no dia 06/05/2022 de 09:23 à 10:34. Neste teste houve um transiente gerado a partir de uma abertura de válvula na saída. Assim como no teste 1e devido ao transiente ocorre a cavitação de vapor na região de maior altitude. A simulação foi feita para 1400 segundos (23 minutos e 20 segundos), partindo de um regime permanente que se iniciou às 09:26.

Diferentemente do teste 1e, no teste 1f a simulação parte de um regime permanente com líquido puro. A figura 6.40 mostra a pressão experimental nos 1400 segundos estudados e a figura 6.41 mostra as vazões nos sensores de entrada e saída no mesmo período considerado. A partir da análise dos gráficos percebe-se que o instante inicial se trata de um regime permanente e que durante a simulação há a presença de dois transientes. O primeiro transiente começa em 276 segundos, quando a válvula no final da tubulação é aberta e logo após é fechada parcialmente em torno de 360 segundos de simulação levando a um segundo regime permanente que ocorre entre 380 e 470 segundos. Durante este segundo regime permanente optou-se por realizar um novo transiente a fim de levar a um regime permanente final com uma maior vazão. A segunda abertura de válvula começa em torno de 470 segundos e termina em torno de 570

segundos. Por fim, em torno de 700 segundos a válvula sofre um fechamento parcial culminando em um regime permanente final. Durante todo o teste é possível notar que há uma discrepância entre a vazão experimental de entrada e de saída, o que está ligado a um pequeno erro de calibração nos sensores durante o experimento.

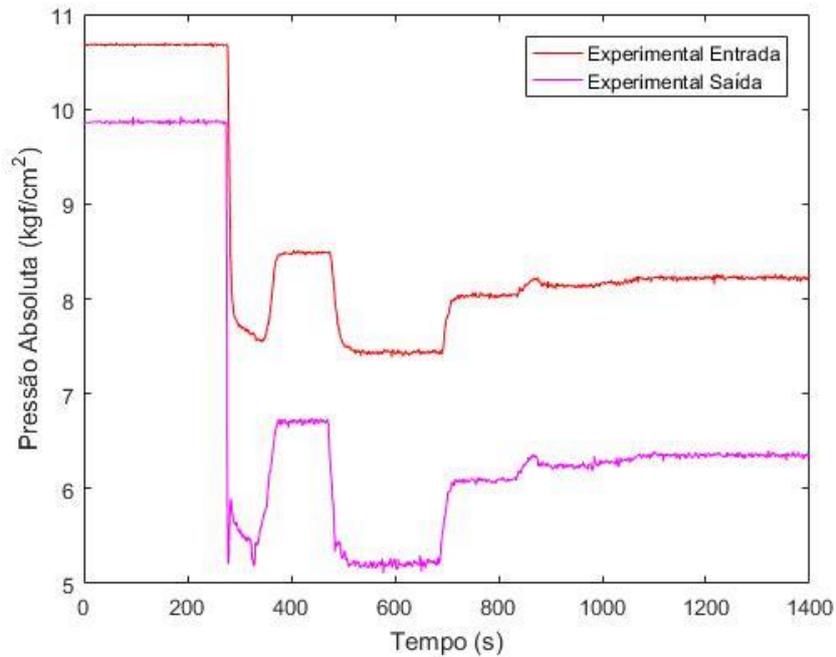


Figura 6.40 – Pressões experimentais (teste 1f)

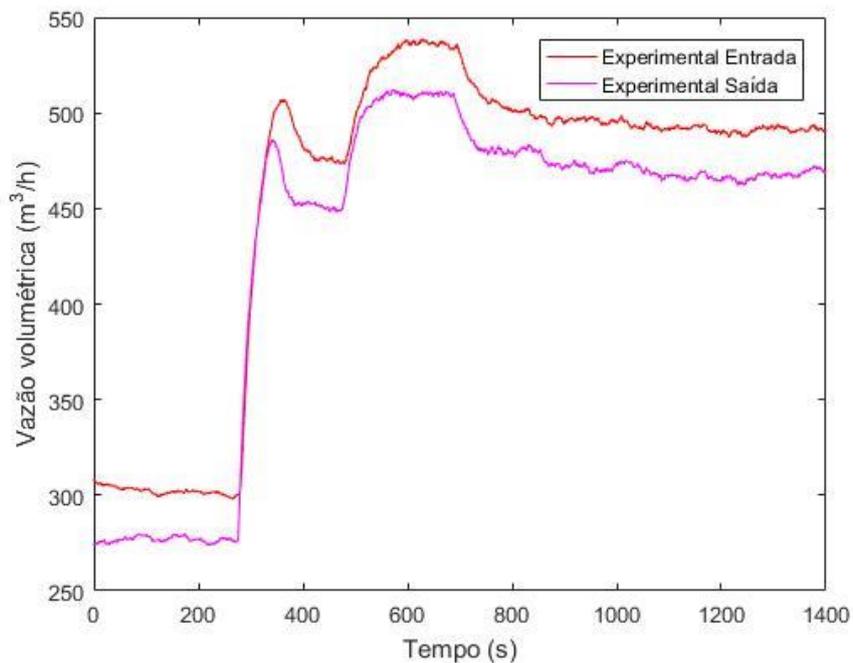


Figura 6.41 – Vazões experimentais (teste 1f)

Como foram utilizadas as pressões experimentais na entrada e saída como condição de contorno nas simulações, as vazões calculadas foram comparadas com os dados experimentais a fim de validar o modelo. A figura 6.42 mostra a comparação entre as vazões experimentais (com barras de erro) e as vazões calculadas na entrada e saída em que vemos que há uma boa concordância, onde as vazões calculadas estão dentro das incertezas de medição dos dados experimentais. A simulação também foi capaz de acompanhar a vazão experimental durante os transientes de abertura e fechamento parcial de válvula. As oscilações observadas nas vazões calculadas em torno de 700 segundos são decorrentes do aumento de pressão repentino devido ao fechamento parcial da válvula no final do duto.

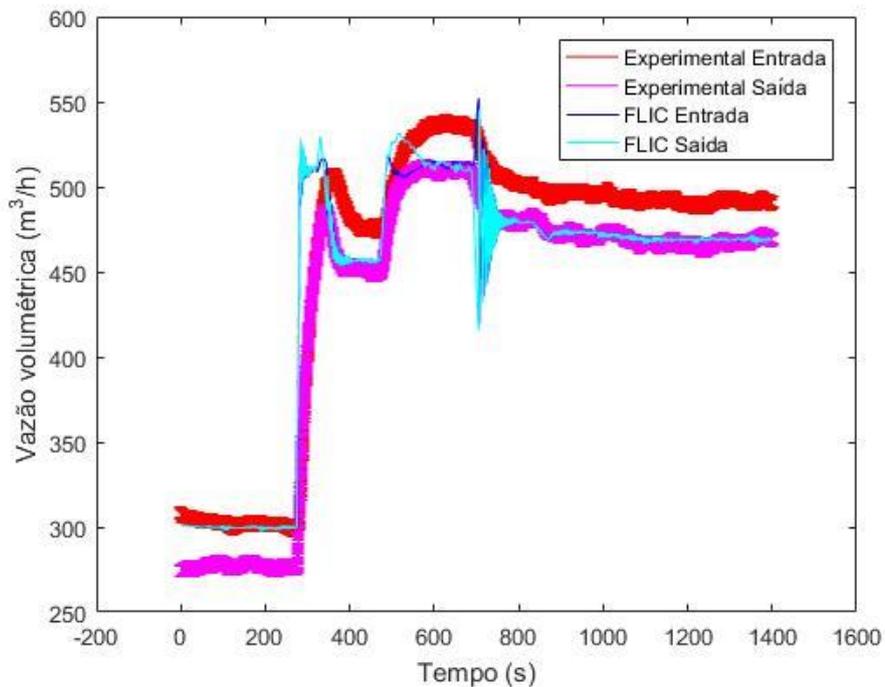


Figura 6.42 – Comparação entre as vazões (teste 1f)

Para efeito de validação do modelo as medidas de pressão dos sensores Pit04 e Pit11 também foram utilizadas como parâmetro de comparação. A figura 6.43 apresenta as pressões experimentais (com barras de erro) e as pressões calculadas para os sensores citados onde percebe-se que o método FLIC apresenta excelentes resultados

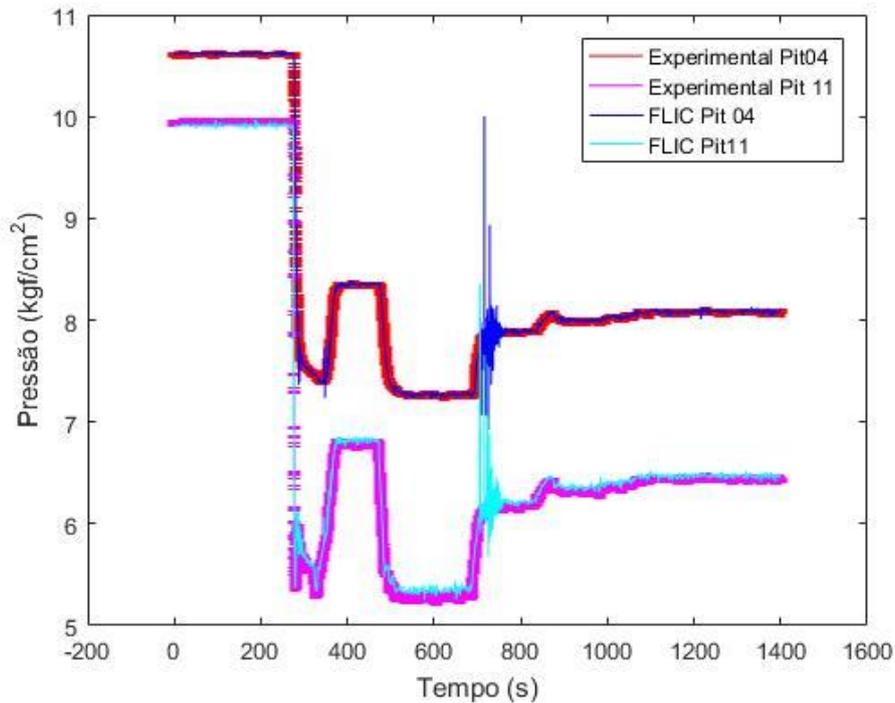


Figura 6.43 – Pressões nos sensores intermediários (teste 1f)

Durante o transiente o ponto do duto com maior altitude (*shelter*) é o local com maior incidência de cavitação. Com o propósito de estudar o teste 1f em mais detalhes foram analisadas outras variáveis do escoamento ao longo do período de simulação. A figura 6.44 apresenta as pressões e as vazões nas posições de entrada e saída juntamente com a fração de vazio e a massa específica na posição do *shelter*. Os parâmetros foram multiplicados por potencias de 10 com o propósito de ficarem na mesma ordem de grandeza facilitando a visualização. Nesta figura podemos verificar que para o regime permanente inicial a fração de vazio é praticamente zero e a massa específica é a massa específica do líquido, caracterizando assim escoamento sem cavitação. Em torno de 280 segundos ocorre o primeiro transiente e a fração de vazio tem um leve aumento, já no segundo transiente que começa em torno de 480 segundos a fração de vazio aumenta consideravelmente, mostrando assim cavitação mais acentuada. O regime permanente final também apresenta uma fração de vazio próxima de zero.

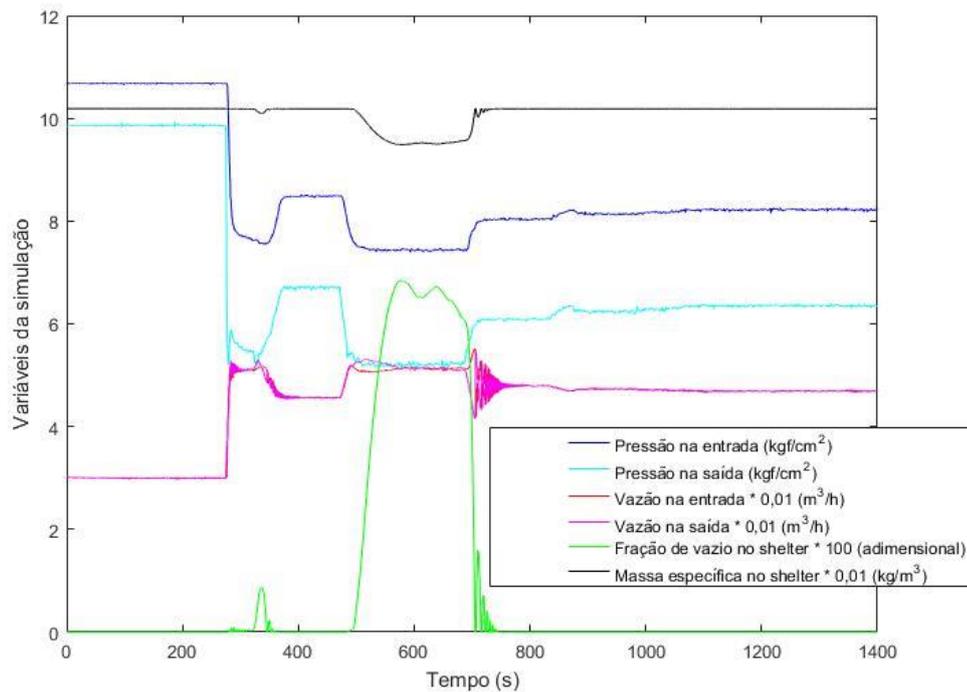


Figura 6.44 – Variáveis do escoamento (teste 1f)

A figura 6.45 mostra a fração volumétrica de vazio calculada em três posições ao longo do tempo. Podemos verificar que durante o regime permanente inicial a fração de vazio está na ordem de  $10^{-15}$ , que se trata do valor inicial utilizado na simulação. A fração de vazio tem dois aumentos consideráveis alcançando seu valor máximo de 0,06 em torno de 600 segundos. Para o regime permanente final a fração de vazio se mantém na ordem de  $10^{-7}$ , mostrando uma quantidade de vapor irrisória. O valor máximo da fração de vazio no experimento 1e foi de aproximadamente 0,18 enquanto no teste 1f foi cerca de 0,06, o que mostra que a quantidade de vapor do experimento 1e foi maior. Na entrada e saída as frações de vazio se mantêm muito pequenas durante todo o período considerado, o que indica que não há cavitação nestas posições.

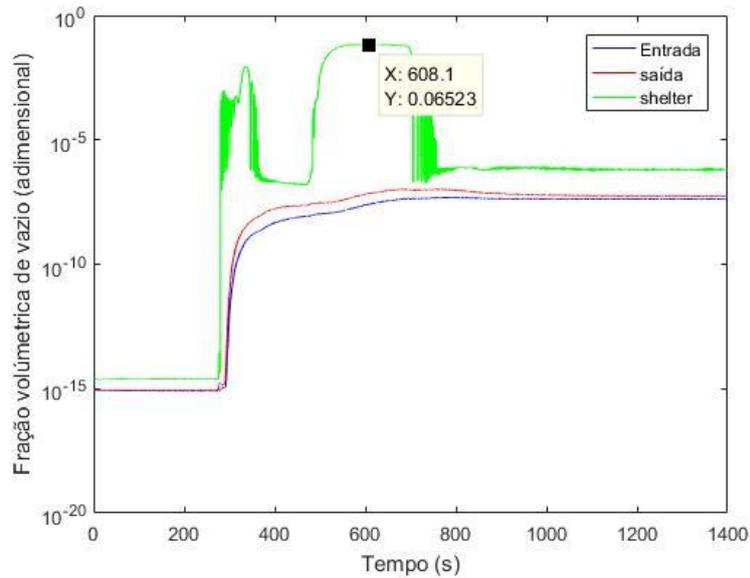


Figura 6.45 – Fração de vazio ao longo do tempo (teste 1f)

As figuras 6.46 e 6.47 mostram a massa específica e a celeridade nas posições do *shelter*, entrada e saída. Podemos verificar que na entrada e saída tanto a massa específica como a celeridade são correspondentes ao valor de líquido puro, porém no *shelter* devido aos transientes a massa específica da mistura chega a um valor mínimo de  $947 \text{ kg/m}^3$  enquanto a celeridade fica em seu valor mínimo de  $7,6 \text{ m/s}$  durante praticamente todo o transiente.

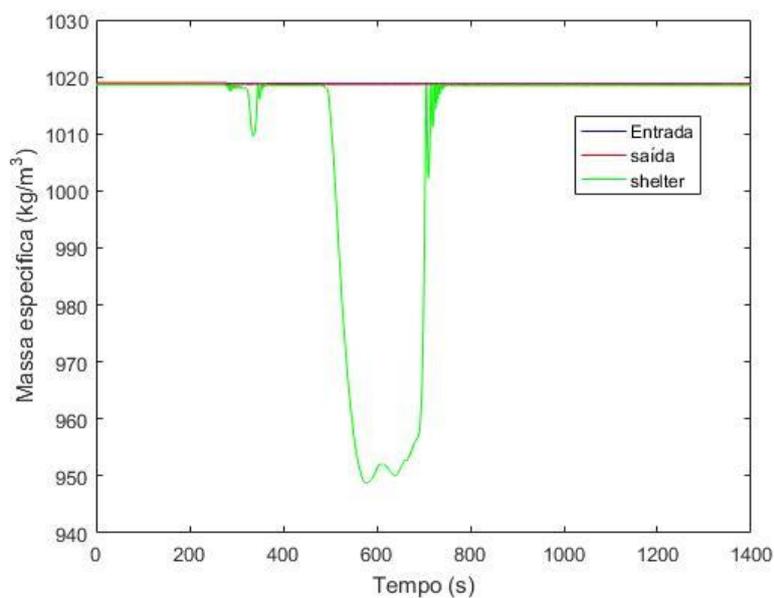


Figura 6.46 – Massa específica ao longo do tempo (teste 1f)

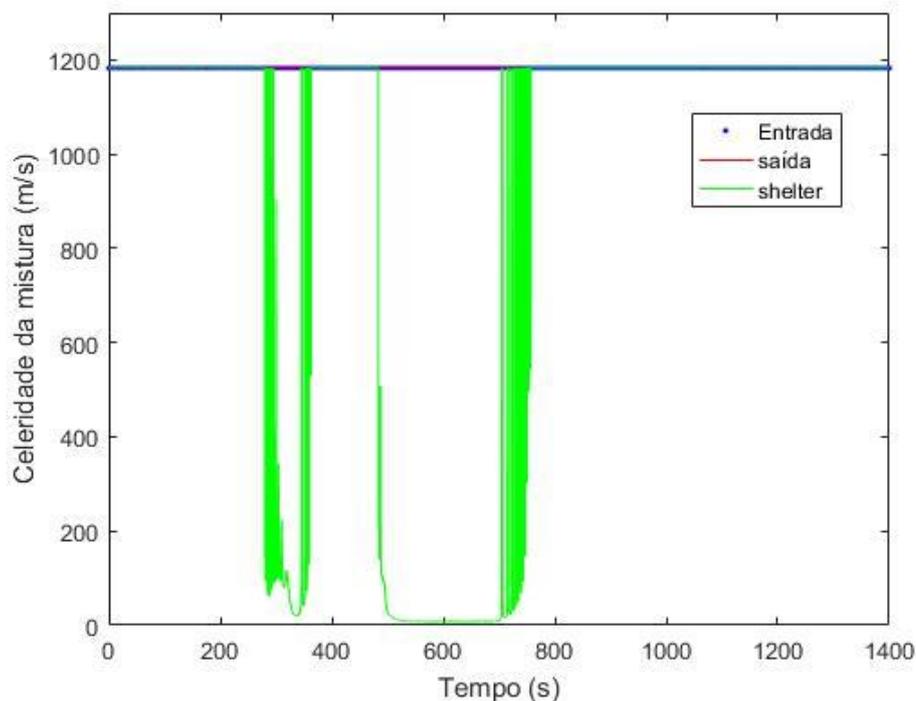


Figura 6.47 – Celeridade ao longo do tempo (teste 1f)

Para um maior aprofundamento no estudo deste teste foram analisadas as variáveis do escoamento ao longo de todo o duto para quatro momentos críticos da simulação: 0 segundos (momento inicial), 340 segundos (ponto máximo do primeiro transiente), 570 segundos (segundo transiente e momento de máxima fração de vazio) e 1200 segundos (regime permanente final). A figura 6.48 apresenta a pressão ao longo do duto para os quatro instantes juntamente com a pressão de vapor. Verifica-se que nos instantes de transiente há cavitação com a pressão atingindo a pressão de vapor. Para o instante de 340 segundos a cavitação ocorre por cerca de 70 metros enquanto em 570 segundos o vapor está presente em 105 metros de tubulação. Para o instante inicial e para o permanente final a pressão não atinge a pressão de vapor.

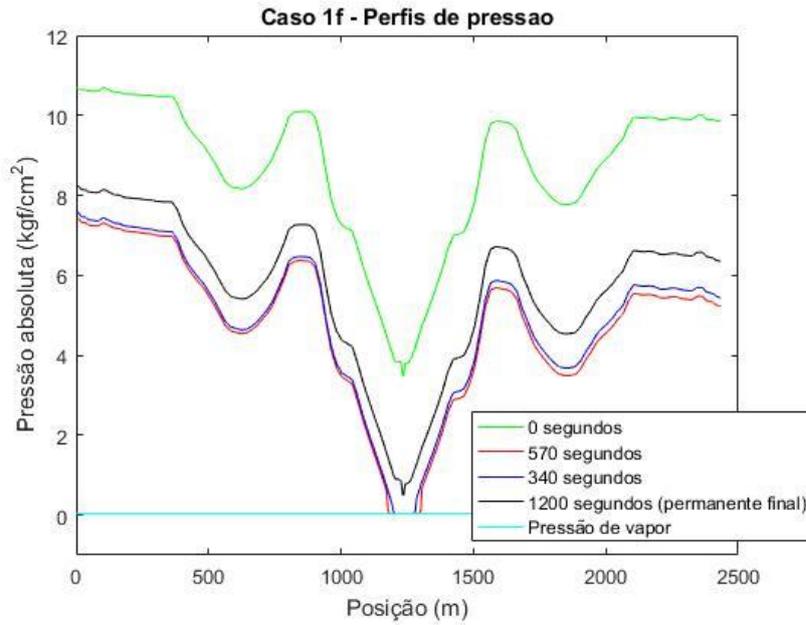


Figura 6.48 – Pressão ao longo do duto (teste 1f)

A figura 6.49 mostra em escala logarítmica a fração de vazio ao longo do duto nos quatro instantes considerados. Podemos observar um aumento substancial desta variável na mesma região em que a pressão atinge a pressão de vapor na figura 6.48. As figuras 6.50 e 6.51 mostram a massa específica e a celeridade da mistura respectivamente. Percebe-se que ambas as variáveis apresentam uma queda no valor na mesma região em que a fração volumétrica de vazio aumenta.

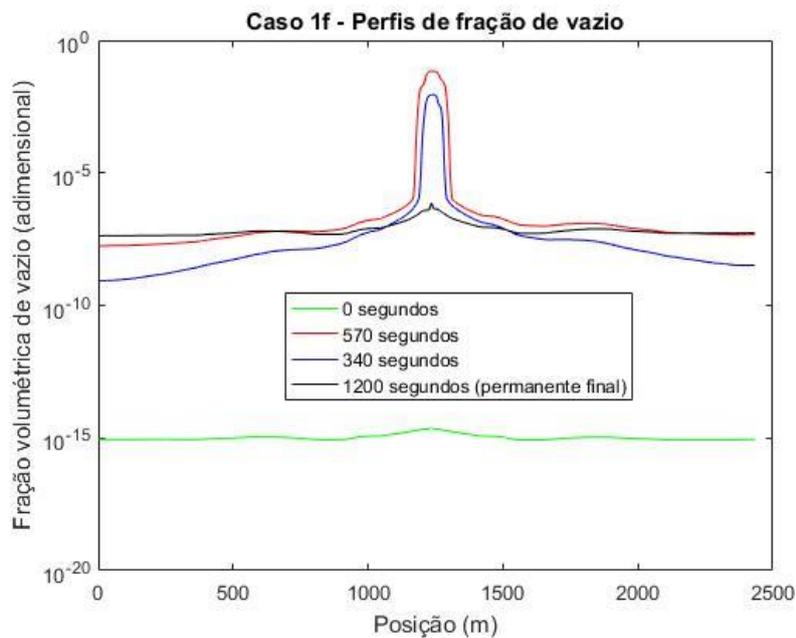


Figura 6.49 – Fração de vazio ao longo do duto

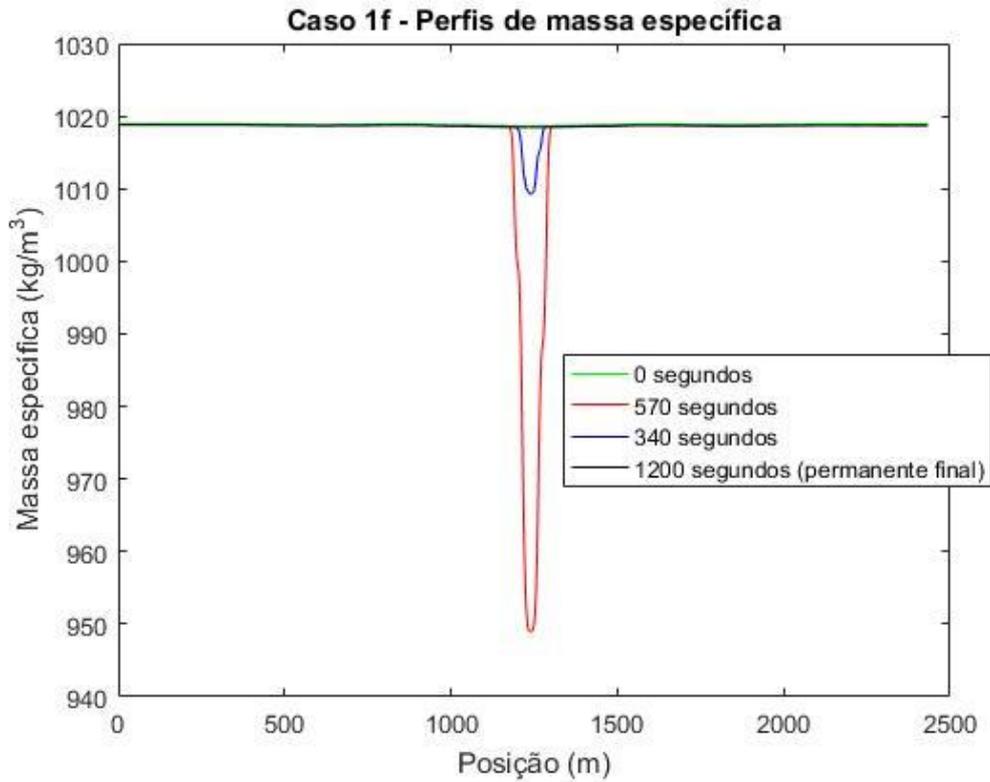


Figura 6.50 – Massa específica ao longo do duto

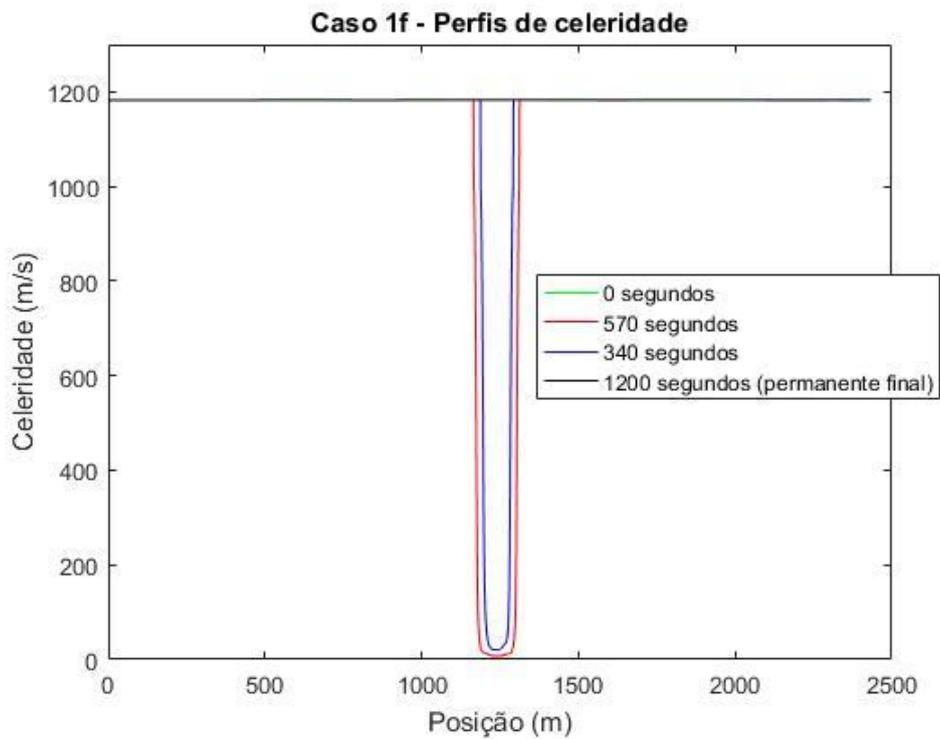


Figura 6.51 – Celeridade ao longo do duto

A partir das comparações com os dados experimentais mostradas para os testes 1e e 1f foi possível perceber que o modelo apresentado representa satisfatoriamente escoamentos transientes com cavitação de vapor, estando assim validado. O modelo apresentado permite também o cálculo de diversas variáveis do escoamento durante o fenômeno da cavitação, sendo assim possui grande utilidade na indústria para simular os mais variados casos em que há escoamento transiente com cavitação de vapor.

### 6.3 Simulações de escoamentos com biodiesel

Nesta seção são apresentados os resultados de simulações utilizando biodiesel, a fim de comparar a ocorrência e comportamento da cavitação na presença de água e do biodiesel e entender as principais diferenças que a mudança do fluido pode causar no fenômeno. As simulações foram feitas para o duto do CTDUT, detalhado no capítulo 5. As propriedades do biodiesel foram obtidas a partir de dados da literatura. Os valores utilizados para a massa específica e a viscosidade cinemática para o biodiesel são dadas respectivamente por  $875 \text{ kg / m}^3$  e  $6 \text{ mm}^2\text{s}^{-1}$  (VARGAS *et al.*, 2017). O módulo de compressibilidade aproximado para o biodiesel foi o calculado a partir do trabalho de ROCHA (2019) e é dado por  $1,044 \text{ GPa}$ . A tensão superficial foi obtida a partir da análise de PRADO e MORITA (2015) com o valor de  $31 \text{ mN / m}$ . A pressão de vapor do líquido que escoar possui um papel muito importante nas simulações pois define o valor para qual ocorrerá a formação de bolhas de vapor. O valor da pressão de vapor para o biodiesel é encontrado no trabalho de PULIDO *et al* (2019) e é dado por  $668 \text{ Pa}$ . As constantes empíricas  $C_e$  e  $C_c$  relacionadas respectivamente à evaporação e condensação não são encontradas para o biodiesel na literatura. Sendo assim, neste trabalho foram utilizados os mesmos valores sugeridos para água em SINGHAL *et al* (2002) dados por  $C_e = 0,02$  e  $C_c = 0,01$ . A tabela 6.6 apresenta as propriedades utilizadas nas simulações dos fluidos água e biodiesel.

Tabela 6.6. Propriedades da água e do biodiesel.

Propriedade	Água	Biodiesel	Unidade de medida
Massa específica	1000	875	$kg / m^3$
Viscosidade cinemática	0,984	6	$mm^2 s^{-1}$
Módulo de Bulk	2,149	1,044	$GPa$
Tensão superficial	71,97	31	$mN / m$
Pressão de vapor	2333	668	$Pa$
Constante de evaporação	0,02	0,02	adimensional
Constante de condensação	0,01	0,01	adimensional

Utilizando os dados da tabela 6.6 foram realizadas simulações de 70 segundos físicos. Para os 50 segundos iniciais foram utilizadas como condições de contorno pressões fixas na entrada e na saída, para estabelecer um regime permanente. Após 50 segundos uma válvula na posição de saída foi fechada linearmente, ocasionando o fenômeno do golpe de aríete. Para simular o fechamento da válvula foi utilizado como condições de contorno a pressão na entrada e a vazão na saída. Durante o fechamento, a vazão na saída é calculada como a vazão do regime permanente vezes a porcentagem da válvula ainda aberta. Após o fechamento completo a vazão na saída é zero. As pressões escolhidas para estabelecer o regime permanente são baseadas no teste 20 da seção 6.2.1, ou seja,  $8,8 \text{ kgf} / \text{cm}^2$  na entrada e  $7,15 \text{ kgf} / \text{cm}^2$  na saída. A temperatura utilizada durante a simulação foi de  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ , que corresponde ao valor aproximado em que foram obtidas as propriedades da tabela 6.6. Tais condições levam a um regime permanente com líquido puro. Sendo assim a cavitação acontece exclusivamente devido a fechamento da válvula.

A condição inicial para a pressão é obtida a partir da equação 6.2 com uma velocidade inicial calculada a partir de uma vazão próxima a do teste 20 dada por  $435 \text{ m}^3 / \text{h}$ . Esta mesma vazão é considerada como vazão inicial em todo o duto. A figura 6.52 mostra o comportamento da vazão na saída para os dois fluidos durante os 50 segundos de estabelecimento do regime permanente onde é possível notar que a vazão para o biodiesel é menor devido a maior perda de carga causada pela alta viscosidade do combustível. A tabela 6.7 apresenta o número de Reynolds e o fator de atrito no regime

permanente para os dois fluidos onde notamos que o escoamento é turbulento em ambos os casos e o fator de atrito é maior para o biodiesel.

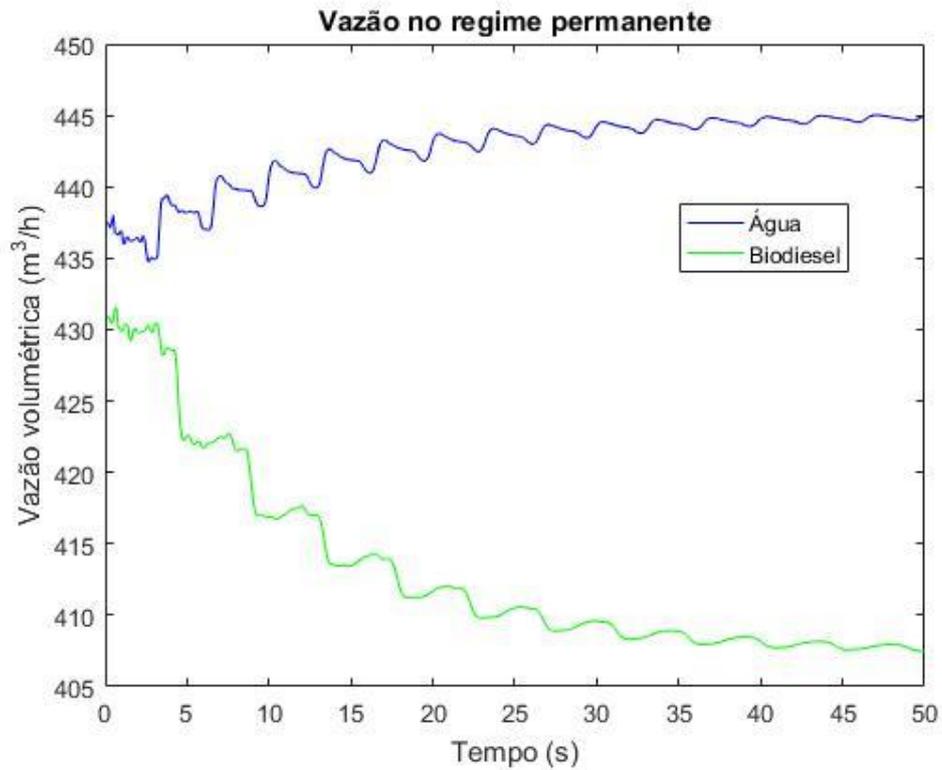


Figura 6.52 – Vazões regime permanente

Tabela 6.7. Propriedades do escoamento em regime permanente.

	Água	Biodiesel
Número de Reynolds	513.182	77.244
Fator de atrito	0,0131876	0,0188748

Após os 50 segundos necessários para estabelecer o regime permanente uma válvula na saída é fechada. O tempo de fechamento é variado com o objetivo de analisar várias intensidades para o golpe de aríete, visto que um fechamento mais rápido leva a um transiente mais acentuado. As análises são feitas na posição de saída já que nesta

posição a cavitação ocorre de forma mais acentuada para este caso. As figuras 6.53 e 6.54 apresentam a pressão e a fração volumétrica na saída para um fechamento de 1 segundo, onde é observado que para ambos fluidos o primeiro pico de pressão, devido ao golpe de aríete, é maior que os picos de pressão posteriores que decorrem devido a cavitação. A pressão devido ao golpe de aríete alcança quase  $33 \text{ kgf/cm}^2$  para água o que é cerca de 4 vezes a pressão de bombeamento na entrada no regime permanente mostrando a importância de evitar transientes rápidos já que os mesmo podem causar danos a tubulação e acidentes. Durante os 20 segundos analisados é possível notar que a pressão é maior para água tanto no período do golpe de aríete quanto no período da cavitação. A figura 6.54 mostra que neste caso a fração de vazio para água alcança maiores valores que para o biodiesel.

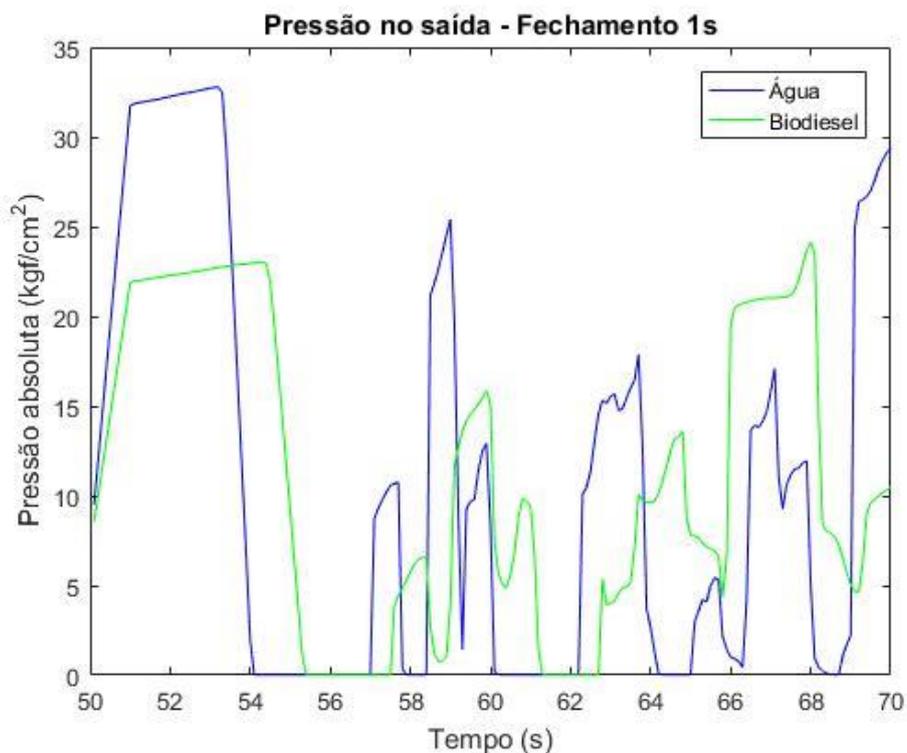


Figura 6.53 – Pressão na saída para fechamento em 1 segundo

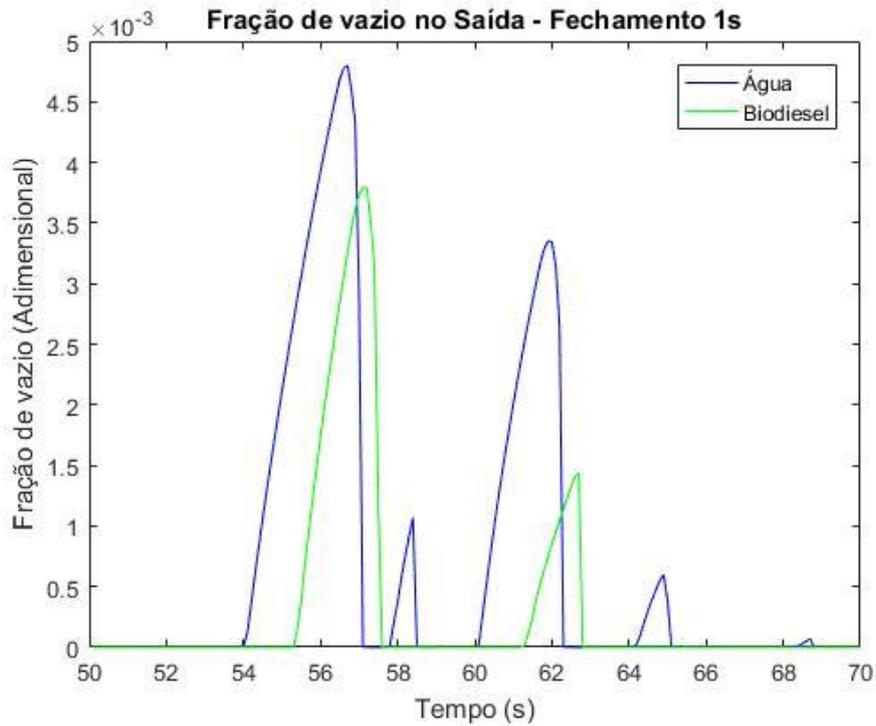


Figura 6.54 – Fração de vazio na saída para fechamento em 1 segundo

A figura 6.55 apresenta a pressão na saída para um fechamento de 3 segundos. Neste caso também é observado que o fenômeno transiente leva a pressões maiores para a água do que para biodiesel durante todo o período analisado. Na figura 6.56 é mostrada a fração de vazio na saída onde vemos que mesmo com as pressões maiores para a água durante o fenômeno transiente a fração de vazio para o biodiesel é maior que para a água o que pode ser explicado pela menor tensão superficial do biodiesel. Os termos  $R_e$  e  $R_c$  são inversamente proporcionais a tensão superficial conforme observado nas equações (3.20) e (3.21). Logo os fenômenos de evaporação e condensação podem ocorrer mais rapidamente, mesmo com menores variações de pressão.

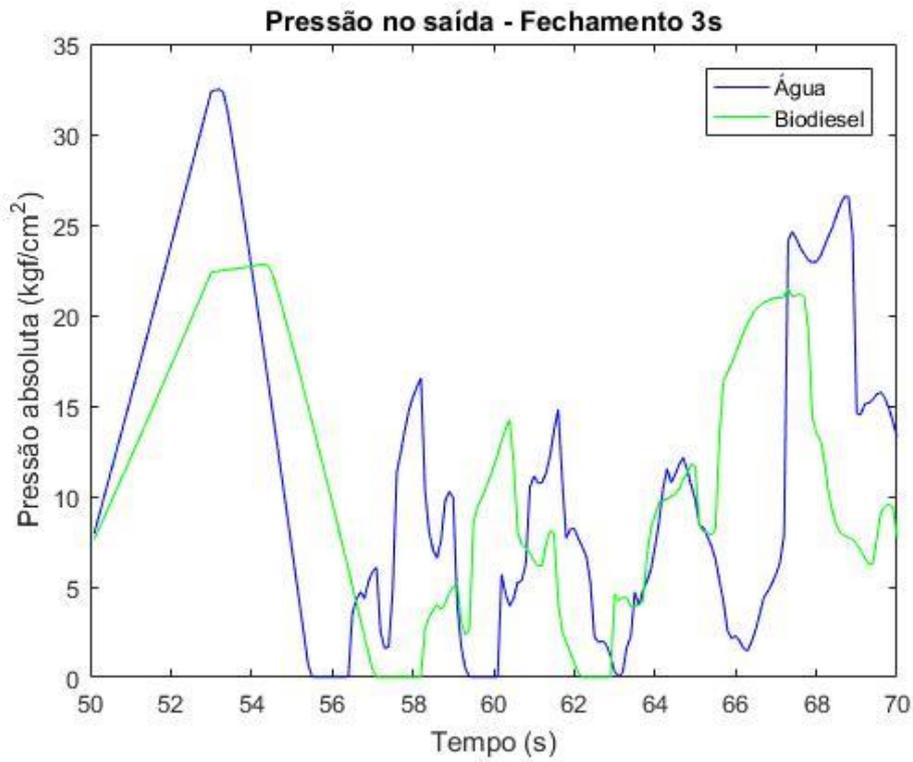


Figura 6.55 – Pressão na saída para fechamento em 3 segundos

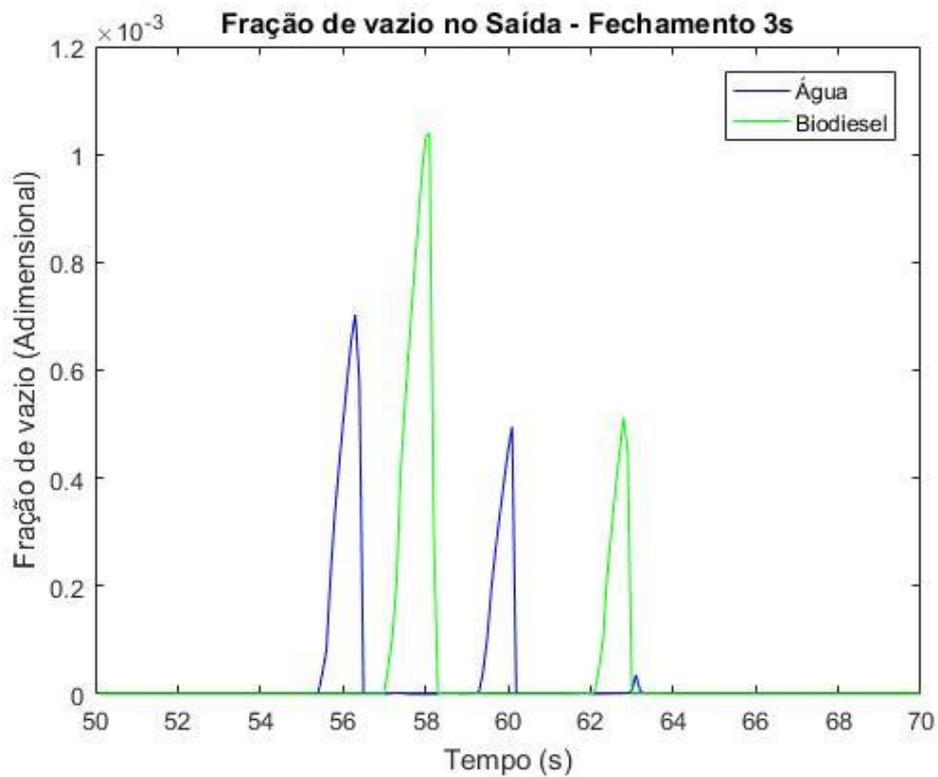


Figura 6.56 – Fração de vazio na saída para fechamento em 3 segundos

Uma terceira simulação foi feita aumentando o tempo de fechamento para 5 segundos. Neste caso foi observado que há uma evaporação pontual para o biodiesel, mas não para a água. As figuras 6.57 e 6.58 mostram que a pressão da água na saída não atinge a pressão de vapor e a fração de vazio na saída permanece próxima de zero após o fechamento da válvula. Já para o biodiesel ocorre uma cavitação pontual em torno de 59 segundos o que pode ser verificado no gráfico de pressão bem como no gráfico da fração de vazio. Mesmo ocorrendo a cavitação para o biodiesel, as pressões observadas durante o transiente são menores que as pressões da simulação com água. Tal comportamento foi observado em todas as simulações.

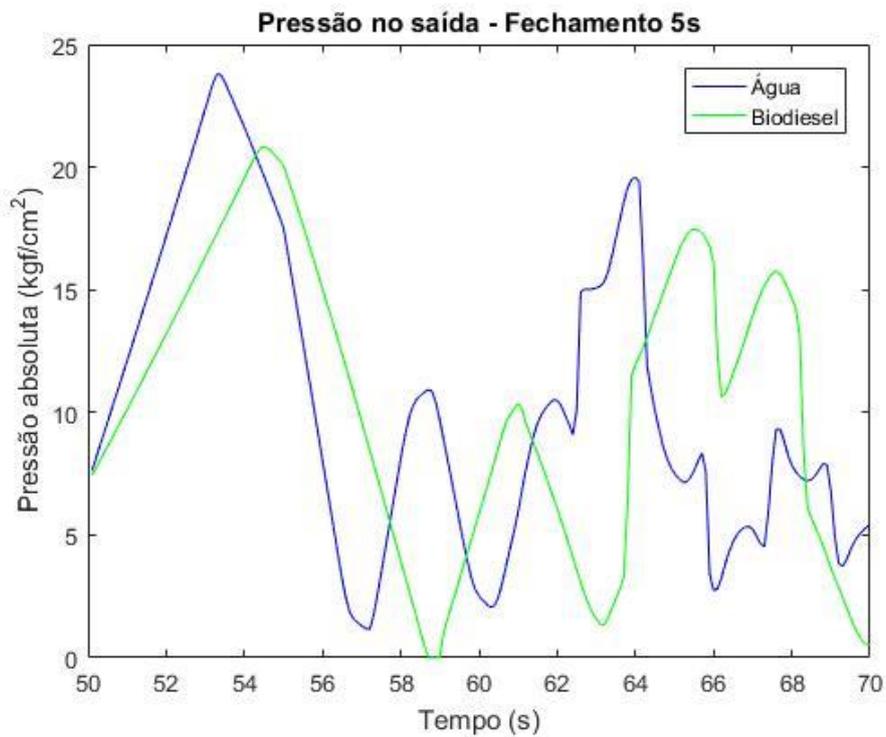


Figura 6.57 – Pressão na saída para fechamento em 5 segundos

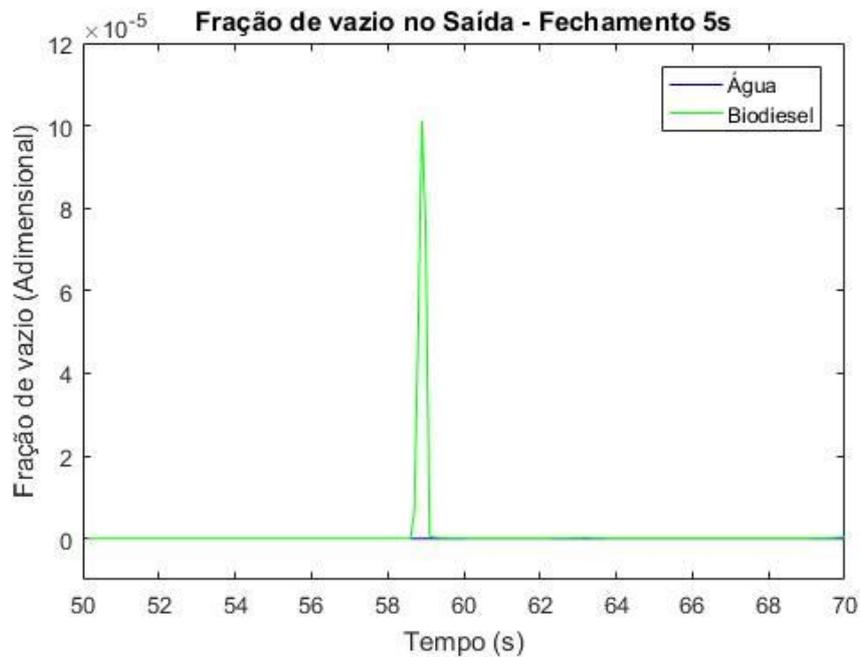


Figura 6.58 – Fração de vazio na saída para fechamento em 5 segundos

Outra análise que pode ser feita a partir das simulações desta seção é que a onda de pressão do transiente é mais rápida para a água que para o biodiesel o que pode ser verificado em todos os gráficos de pressão na saída. A celeridade calculada para líquido puro nas simulações utilizando a equação mostrada no Capítulo 3 fica em  $1194 \text{ m/s}$  para a água e  $973 \text{ m/s}$  para o biodiesel. Durante o transiente ocasionado pelo fechamento da válvula a celeridade da água alcança um valor mínimo de  $6 \text{ m/s}$  enquanto para o biodiesel o mínimo fica em torno de  $4 \text{ m/s}$ .

A partir das simulações mostradas nesta seção foi possível concluir que durante o regime permanente a perda de carga foi maior para o biodiesel devido a sua alta viscosidade quando comparada com a da água. Já para os transientes hidráulicos a partir do golpe de aríete, os resultados mostraram um comportamento semelhante para água e biodiesel. Porém, as pressões observadas durante o transiente são menores no caso do biodiesel devido as suas propriedades. Mesmo com pressões mais baixas em alguns casos a fração volumétrica de vazio para o biodiesel pode ultrapassar a fração volumétrica de vazio para água. Outra conclusão a partir dos resultados é que a onda de pressão que se propaga no duto é mais rápida nos transientes com água do que nos transientes com biodiesel.

## 7 Conclusões e Sugestões de Trabalho Futuros

O presente trabalho aprimorou o modelo matemático apresentado por SUMAM *et al* (2009), para escoamentos transientes com cavitação de vapor, o qual tem como principais hipóteses um escoamento unidimensional com mistura homogênea. As equações para o modelo são as equações de balanços de massa, quantidade de movimento linear, fração volumétrica de vapor e uma equação constitutiva que relaciona a pressão as demais variáveis. Na modelagem matemática também foi necessário o cálculo da celeridade da mistura, para a qual foi utilizado o modelo de FOX (1977).

Para obter a solução do problema foi feita uma discretização por volumes finitos. Como o sistema proposto possui um termo fonte, foi feito o fracionamento das equações não homogêneas obtendo um sistema homogêneo de equações diferenciais parciais e um sistema de equações diferenciais ordinárias. Para o sistema de equações diferenciais parciais foram estudados os métodos TVD FLIC (*Flux Limited Centred Scheme*) e WAF-TVD (*Weighted Average Flux – Total Variation Diminishing*). No caso do sistema de equações ordinárias foram estudados os métodos de Euler, Runge-Kutta e Bulirsch-Stoer. Para resolver a equação transcendental que calcula a pressão foi utilizado o método de Newton-Raphson.

Para implementação do modelo foi construído um código em C++. A verificação do código foi feita a partir de resultados presentes na literatura onde um transiente é gerado por um fechamento de válvula na saída em um duto reto com escoamento de água. Nesta etapa foram comparados os métodos FLIC e WAF-TVD, onde os dois métodos mostraram bons resultados. Porém o método FLIC foi computacionalmente mais rápido e mais estável. Os resultados do presente trabalho mostraram ótima concordância com os resultados da simulação de SUMAM *et al* (2009) e o resultados experimentais apresentados em seu trabalho. Na verificação foi utilizado o método de Euler para a integração do sistema de equações diferenciais ordinárias, notou-se estabilidade na solução devido à simplicidade do duto em questão.

Os resultados da primeira etapa de verificação levaram a escolha do método FLIC para o sistema de equações diferenciais parciais. Para comparar os métodos de integração foi realizado uma simulação para o duto do CTDUT, o qual foi detalhado no Capítulo 5. A simulação analisou um regime permanente com evaporação no ponto de maior altitude.

Foi mostrado que para esse caso, o sistema de equações diferenciais ordinárias era rígido (*stiff*), de acordo com as condições dadas por TORO (2009). Para o problema rígido foram comparados vários métodos de integração, onde o método de Bulirsch-Stoer mostrou melhores resultados que o método de Euler e o método de Runge-Kutta. O método de Bulirsch-Stoer conseguiu minimizar as oscilações provenientes da integração numérica do problema rígido. Para a implementação do método Bulirsch-Stoer foi utilizada a biblioteca Odeint.

A partir das análises mencionadas foi escolhido o método FLIC para o sistema homogêneo de equações diferenciais parciais e o método de Bulirsch-Stoer para a integração do sistema de equações diferenciais ordinárias. Utilizando os métodos anteriormente citados foi feita a validação do modelo para experimentos realizados no CTDUT com escoamento de água tanto para casos com e sem cavitação. As comparações mostraram que o modelo aqui apresentado é capaz de simular satisfatoriamente escoamentos de líquido puro e escoamentos transientes com cavitação de vapor.

Após a validação do modelo foram feitas simulações para um escoamento transiente com fechamento de válvula no CTDUT, para água e biodiesel. Primeiramente foi estabelecido um regime permanente e então o tempo de fechamento da válvula foi variado em 1, 3 e 5 segundos. Os resultados mostraram que para o golpe de aríete e a subsequente cavitação, causados pelo fechamento de válvula, os valores de pressão são mais altos para água do que para o biodiesel em todos os casos. Porém, para o caso de fechamento em 3 segundos a fração volumétrica de vazio calculada chegou a um valor máximo maior para o biodiesel do que para água.

Como proposta de continuação do trabalho espera-se estimar os valores das constantes empíricas  $C_\varepsilon$  e  $C_c$  a partir dos dados experimentais utilizando técnicas de problemas inversos. Os valores utilizados para as constantes neste trabalho foram sugeridos na literatura, sendo assim é de grande valia o cálculo de tais constantes a partir de medidas experimentais, sobretudo para fluidos que não são comuns como o biodiesel.

## 8 Referências

- Al-Hababbeh, O. M., Al-Saqqa, M., Safi, M. & Khater, T. A., 2016. Review of magnetohydrodynamic pump applications. *Alexandria Engineering Journal*.
- BAPTISTA, M., LARA, M., 2014, *Fundamentos de Engenharia Hidráulica*. 3 ed, Belo Horizonte, Editora UFMG.
- BULIRSCH, R., STOER, J., 1992, *Introduction to Numerical Analysis*, 2 ed. New York, Springer.
- BERGANT, A., SIMPSON, A. R., 1992, Interface Model for Transient Cavitating Flow in Pipelines, In Bettess, R. and Watts, J. (eds), *Unsteady Flow and Fluid Transients*, pp 333- 342, Rotterdam, The Netherlands, A. A. Balkema.
- BERGANT, A., SIMPSON, A. R., 1999, Pipeline Column Separation Flow Regimes, *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 125 (8), pp. 835-848.
- BERGANT, A., SIMPSON, A. R., TIJSSELING, A. S., 2006, Water Hammer With Column Separation: A Historical Review, *Journal of Fluids and Structures*, v. 22 (2), pp. 135-171.
- BERWANGER, C. C., VASCONCELLOS, N. J. S., PEIXOTO, S. C., SWAROWSKY, A., SALAZAR, R. F. S., 2015, Controle de qualidade do biodiesel B100 oriundo do processamento de óleo degomado de soja, *Ciência e Natura*, v. 37 (4), n. 4, pp 740-746.
- BONIN, C.C., 1960, Water Hammer Damage to Oigawa Power Station, *Journal of Engineering for Power*, v. 82, pp. 111-119.
- CARVALHO, R. C., 2018, *Estudo Numérico do Problema do Golpe de Ariete em Tubulações*. Projeto Final de Graduação, DEM/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- CARVALHO, R. C., 2020, *Problemas Inversos em escoamentos Transientes de Líquidos em Tubulações*. Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- CHAUDHRY, M. H., 2014, *Applied Hydraulic Transients*. 3 ed. New York, Springer.
- CORDEIRO, C. S., WYPYCH, F., KRIEGER, N., NAKAGAKI, S., MUNIZ-WYPYCH, A. S., CÉSAS-OLIVEIRA. M. A. F., KOTHE, V., RAMOS, L. P., 2016, "Biodiesel: Matérias-Primas, Tecnologias de Produção e Propriedades Combustíveis", *Revista Virtual Química*, v. 9, n. 1, pp. 317-369.

COUTIER-DELGOSHA, O., FORTES-PATELLA, R., REBOUD, J. L., HAKIMI, N., HIRSCH, C., 2005, "Stability of Preconditioned Navier-Stokes Equations Associated with a Cavitation Model", *Computers and Fluid*, v. 34, pp. 319-349.

FOX, J. A., 1977, *Hydraulic Analysis of Unsteady Flow in Pipe Networks*. 1 ed. London, MacMillan Press.

HADJ-TAIEB, E., LILI, T., 2000, "Validation of Hyperbolic Model for Water Hammer in Deformable Pipes", *Journal of Fluids Engineering*, v. 122, n. 1 (Mar), pp. 57-64.

HESSAROEYEH, M. G., NAMIN, M. M., KERMANI, E. F., 2022, "2-D Dam-Break Flow Modeling Based on Weighted Average Flux Method", *Iranian Journal of Science and Technology*, v. 46, pp. 1515-1525.

HILDEBRAND, F. B., 1974, *Introduction to Numerical Analysis*. 2 ed. New York.

JEIHANIPOU, A., BASHIRI, R., 2015, Perspective of Biofuels from wastes, *Biofuel and Biorefinery Technologies*, Springer, v. 1, n. 2, pp. 37-83.

JENSEN, R. K., LARSEN, J. K., LASSEN, K. L., MANDO, M., ANDREASEN, A., 2018, Implementation and Validation of a Free Open Source 1D Water Hammer Code, *Journal of Fluids*, pp. 3-64.

LANEY, C. B., 1998, *Computational Gas dynamics*, Cambridge, Cambridge University Press.

JIANG, D., REN, C., ZHAO, T., CAO, W., 2018, "Pressure Transient Model of Water-Hydraulic Pipelines with Cavitation", *Applied Sciences*, v. 8, pp. 388.

KERAMAT, A., TIJSSELING, A. S., AHMADI, A., 2010, "Investigation of Transient Cavitating Flow in Viscoelastic Pipes", *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, v. 12 n. 1, 012081.

LIU, C., LI X., AHMADI, A., LI, A., CUI, Z., CHEN, L., LI, Y., 2020, "Cavitation Onset Caused by a Dynamic Pressure Wave in Liquid Pipelines", *Ultrasonics - Sonochemistry*, v. 68.

LIU, N., SHAO W., YANG Y., YIN, H., HE, Q., 2021, "A Numerical Study of Oil Cavitation in Refuling Pipe", *Journal of Physics: Conference Series*.

LUCUMI, M. A. R., 2015, *Comparação dos Algoritmos de Filtros de Partículas SIR e ASIR na Detecção de Fechamento de Válvulas em Gasodutos*. Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

MICHAELIDES. E. E., CROWE T. C., SCHWARZKOPF, D. JOHN., 2016, *Multiphase Flow Handbook*, 2 ed., CRC Press.

MULANSKY, M., AHNERT, K., 2011, "Odeint – Solving Ordinary differential equations in C++", *AIP Conf. Numerical Analysis Applied Mathematics*, v. 1389, pp. 1586-1589.

NOVAK, J. A., 2005, *Cavitation and Bubble Formation in Water Distribution Systems*, Thesis, Faculty of the Virginia at Blacksburg, Virginia, USA.

ORSI, H. M., 2021, *Tecnologias de Produção de Biodiesel: Uma Revisão*. Projeto Final de Graduação, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, Brasil.

OUFFA, S., ZEIDAN, D., SEBA, D., 2021, "The WAF scheme for isentropic drift-flux of compressible two-phase flows", *Computers and Fluids*.

OZISIK, N., ORLANDE, H. R. B., COLAÇO, M. J., COTTA, R. M., 2017, *Finite Difference Methods in Heat Transfer*. 2 ed., CRC Press.

PARENTE, E. J. S., 2003, *Uma Aventura Tecnológica Num País Engraçado*, *Unigráfica: Fortaleza*.

PEZZINGA, G., CANIZZARO, D., 2014, "Analysis of Transient Vaporous Cavitation in Pipes by a Distributed 2D Model", *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 140, n. 6.

PEZZINGA, G., SANTORO C. V., 2020, "Shock-Capturing Characteristics Models for Transient Vaporous Cavitation in Pipe Flow", *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 146 n. 11.

PHAM, A. K., LEE, A., VU, V. N., 2019, "Numerical Simulation of Subaerial and Submarine Landslides Using the Finite Volume Method in the Shallow Water Equations with (b, s) Coordinate", *Journal of Korean Society of coastal and Ocean Engineers*, v. 31, n. 4, pp. 229-239.

PRADO, M. V. B., MORITA, D. M., 2013, "Influência do Biodiesel de Origem Vegetal na Tensão Superficial e Interfacial do Diesel", *III Congresso Internacional de Meio Subterrâneo*.

PULIDO, J. L., MORENO, W. S. F., TAPIA, M. J. A., DELGADO, A. D. G., CONCHA, V. O. C., NUNHEZ, J. R., 2019, "Estudo termoquímico assistido por computador para a produção de biodiesel", *Revista Ion*, v. 32, n.2, pp 2145-2153.

QUI, J., KHOO, B. C., SHU, C. W., 2006, "A Numerical Study for the Performance of the Runge-Kutta Discontinuous Galerkin Method Based on Different Numerical Fluxes", *Journal of Computational Physics*, v. 212, pp. 540-565.

RASHID, R. A., HUSSIN, R., SALLEH, Z. M., RASHID N. A., 2020, "Simulation on the Effect of Fluid Velocity on the Flow and Structure Performance of the Pipeline in UTHM Biodiesel Pilot Plant", *Progress in Engineering Application and Technology*, v. 1, n. 1, pp. 438-447.

RIBEIRO, M. A. A., MARTINS, J. H., FERREIRA, W. R., 2022, "Eficiência dos Métodos de Runge-Kutta de Quarta Ordem, Dormand-Prince e Bulirsch-Stoer na Solução de Problemas de Valor Inicial", *Brazilian Journal of Development*, v. 124, pp. 617-624.

ROCHA, A. S., 2019, *Previsão das Propriedades Termodinâmicas do Biodiesel e Diesel Comum, Suas Blendas e Efeitos de Aditivos Via Teoria do Funcional da Densidade e Ensemble Canônico*. Tese de Doutorado, ITEC/UFPa, Belém, PA, Brasil.

RODRIGUES, R. A., ACCARINI, J. H., 2007, Biocombustíveis no Brasil: Realidades e perspectivas. *Brasília: Arte Impressora Gráfica LTDA*, pp. 158-181.

SINGHAL, A. K., ATHAVALE, M. M., LI, H., JIANG, Y., 2002, "Mathematical Basis and Validation of Full Cavitation Model", *Journal of Fluids Engineering*, v. 124, pp. 617-624.

SADAFI, M., RIASI, A., NOURBAKHS, S. A., 2012, "Cavitating Flow During Water Hammer Using a Generalized Interface Vaporous Cavitation Model", *Journal of Fluids and Structures*, v. 34, pp. 190-201.

SHU, J. J., 2003, "Modelling Vaporous Cavitation on Fluid Transients", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, v. 80 n. 3, pp. 187-195.

SIMPSON, A. R., 1986, *Large Water Hammer Pressures Due to Column Separation in Sloping Pipes*. Ph.D. Thesis, University of Michigan at Ann Arbor, Michigan, USA.

SIMPSON, A. R., WYLIE, E. B., 1991, Large Water Hammer Pressures for Column Separation in Pipelines, *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 117, n. 10, pp. 1310-1316.

- SOARES, A. K., COVAS, D. I. C., CARRIÇO, N. J. G., 2012, "Transient Vaporous Cavitation in Viscoelastic Pipes", *Journal of Hydraulic Research*, v. 50 n. 2, pp. 228-235.
- SOARES, A. K., MARTINS, N., COVAS, D. I. C., 2015, "Investigation of Transient Vaporous Cavitation: Experimental and Numerical Analyses", *Procedia Engineering* 119, pp. 235-242.
- SUMAM, K. S., THAMPI, S. G., SAJIKUMAR, N., 2009, "An Alternative Approach for Modeling of Transient Vaporous Cavitation", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, v. 63, pp. 564-583.
- SUN, Q., WU, Y., XU, Y., CHEN, L., JANG, T. U., 2020, "Coupling Quasi-Two-Dimensional Friction Model and Discrete Vapor Cavity Model for Simulation of Transient Cavitating Flows in Pipeline Systems", *Mathematical Problems in Engineering*.
- TORO, E. F., 2009, *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*. 3 ed. Berlin, Springer.
- VARGAS, B. S., LISSNER, L. A., METH, S., 2017, "Características Físico-Químicas do Biodiesel Conforme Especificações da Agência Nacional de Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis", *Revista da Mostra de Trabalhos de Conclusão de Curso*, v. 1, n.1, pp. 2595-3605.
- WYLIE, E. B., STREETER, V. L., 1978, *Fluid Transients*. 2 ed. United States of America, McGraw-Hill.
- WYLIE, E. B., 1984, "Simulation of Vaporous and Gaseous Cavitation", *Journal of Fluids Engineering*, v. 106 pp. 307-311.
- ZEIDAN, D., 2016, "Assessment of Mixture Two Phase Flow Equations for Volcanic Flows Using Godunov Type Methods", *Applied Mathematics and Computation*, v. 272, pp. 707-719.
- ZHOU L., HUAN, H., BERGANT, A., TIJSSELING A, S., LIU, D., GUO, S., 2018, "Godunov Type Solutions with Discrete Gas Cavity Model for Transient Cavitating Pipe" Flow, *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 144 n. 5, pp 1-9.
- ZHOU, L., WANG, H., LIU, D., MA, J., WANG, P., XIA, L., 2017, "A Second Order Finite Volume Method for Pipe Flow with Water Column Separation", *Journal of Hydroenvironment Research*, v. 17, pp. 47-55.