



CONTRIBUIÇÃO AO CONTROLE DE TRACÇÃO APLICADO A VEÍCULOS TERRESTRES EM SOLOS DEFORMÁVEIS

Marcio dos Santos Gomes

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Orientador: Max Suell Dutra

Rio de Janeiro
Março de 2017

CONTRIBUIÇÃO AO CONTROLE DE TRAÇÃO APLICADO A VEÍCULOS
TERRESTRES EM SOLOS DEFORMÁVEIS

Marcio dos Santos Gomes

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE)
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Examinada por:

Prof. Max Suell Dutra, Dr.-Ing.

Prof. Fernando Pereira Duda, D.Sc.

Prof. Willy Alvarenga Lacerda, Ph.D.

Prof. Josefino Cabral Melo Lima, D.Sc.

Prof. Marco Antonio Meggiolaro, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

MARÇO DE 2017

Gomes, Marcio dos Santos

Contribuição ao controle de tração aplicado a veículos terrestres em solos deformáveis/Marcio dos Santos Gomes.
– Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2017.

XXVII, 191 p.: il.; 29, 7cm.

Orientador: Max Suell Dutra

Tese (doutorado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Mecânica, 2017.

Referências Bibliográficas: p. 154 – 162.

1. Controle de tração. 2. Dinâmica veicular. 3. Solos deformáveis. I. Dutra, Max Suell. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Mecânica. III. Título.

*À minha amada família,
Daniela e Leonardo,
pela compreensão incondicional,
e aos meus pais,
Joselita (in memoriam) e
Napoléão,
pelo exemplo de vida.*

Agradecimentos

A Deus por guardar a todos que amo durante essa jornada.

Ao meu orientador e amigo, Max Suell Dutra, pela confiança em mim depositada, pelo equilíbrio e serenidade sempre presentes na condução do trabalho.

Aos companheiros do Laboratório de Robótica da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), em especial aos amigos Wallace, Daniel, Cesar, Luciano, Edwin, Cristiano, Fabrício e tantos outros com quem tive o prazer de conviver e compartilhar conhecimentos e experiências.

Ao Programa de Engenharia Mecânica pelo acolhimento e pela excelência com que desempenham as atividades acadêmicas.

Aos companheiros do IME pelo apoio técnico e administrativo.

Aos militares do Centro Tecnológico do Exército, em especial ao amigo Maj Inacio, pelo apoio técnico, à Chefia da Coordenadoria de Pesquisa e Desenvolvimento, Coronel Marcelo e Coronel Roseira, e à Chefia do CTEx, na pessoa do senhor General Prado, pela compreensão e apoio nos momentos de ausência em prol desta pesquisa. Ao Exército Brasileiro, a quem devo minha formação profissional e rendo minha homenagem por continuar possibilitando esta natureza de oportunidade aos seus quadros.

A todos aqueles que contribuíram e contribuirão para o desenvolvimento e avanço desta pesquisa.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

CONTRIBUIÇÃO AO CONTROLE DE TRAÇÃO APLICADO A VEÍCULOS TERRESTRES EM SOLOS DEFORMÁVEIS

Marcio dos Santos Gomes

Março/2017

Orientador: Max Suell Dutra

Programa: Engenharia Mecânica

O tráfego por terrenos não estruturados, em especial os solos deformáveis, é tarefa desafiadora para os sistemas veiculares e seus operadores. Os principais desafios estão frequentemente associados à possibilidade de imobilização do veículo, bem como à baixa eficiência na transformação da potência disponível a partir do motor em ganho de energia do veículo.

O modelo de interação pneu-solo é um elemento fundamental para compreensão da mobilidade por terrenos deformáveis. Assim, inicialmente, é detalhado o modelo semi-empírico baseado em comportamento quase-estático da roda, adotado nesta tese. A fim de tratar o fenômeno do afundamento da roda no solo, é aplicado um coeficiente de correção e, por meio de simulações computacionais, é verificado que os resultados obtidos são equivalentes àqueles que empregam o expoente de deformação do solo dependente do deslizamento longitudinal.

O veículo é modelado como um sistema composto por 9 corpos rígidos com 16 graus de liberdade. As equações de movimento são obtidas pelo método de Newton-Euler aplicando-se o Princípio de Jourdain. O modelo dinâmico resultante é distinto dos usualmente utilizados para representar *rovers* e veículos. As simulações conduzidas em terreno plano permitem observar seu comportamento em regime transiente, os efeitos devidos à suspensão e estabilidade lateral.

Por fim, implementa-se um controlador de tração independente nas rodas, tratando o sistema completo como não linear e subatuado. A estratégia adotada é baseada no modelo, controlando o deslizamento longitudinal por meio da velocidade angular das rodas. As condições de terreno não estruturado e plano, empregadas na análise do modelo dinâmico, são simuladas verificando-se melhorias de desempenho do veículo, em especial as relacionadas aos índices de eficiência e partida do repouso.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

CONTRIBUTION ON TRACTION CONTROL APPLIED TO GROUND VEHICLES ON DEFORMABLE SOILS

Marcio dos Santos Gomes

March/2017

Advisor: Max Suell Dutra

Department: Mechanical Engineering

Traverse unstructured terrain, especially deformable soils, is a challenging task for vehicle systems and their operators. The main challenges are often associated with the possibility of vehicle immobilization as well as the low efficiency in transforming the power available from the engine into the vehicle's energy gain. The expansion of land vehicles as unmanned systems, for space exploration and military purposes, make scientific advances on off-road mobility even more important.

The tire-soil interaction model is fundamental on understanding mobility over deformable terrain. Therefore, semi-empirical model, based on quasi-static wheel behaviour and adopted in this thesis, is described. In order to treat the phenomenon of wheel slip-sinkage, it is applied a correction coefficient and, by means of computational simulations, it is verified that the obtained results are equivalent to those that employ sinkage exponent dependent on the longitudinal slip.

Vehicle is modeled as a system composed by 9 rigid bodies with 16 degrees of freedom. The equations of motion are obtained by Newton-Euler's method applying Jourdain's Principle. Resulting dynamic model is distinct from those representing rovers and vehicles. The conducted simulations allow to observe its transient behavior, some effects due to suspension and limit of lateral stability.

Finally, it is implemented an independent traction controller at wheels, treating the whole system as non-linear and underactuated. The strategy adopted is model-based, controlling longitudinal slip by means of wheels' angular velocity. Unstructured and flat terrain conditions, applied to analyze the dynamic model, are simulated verifying vehicle performance improvement especially that related to efficiency and starting from rest.

Sumário

Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xxii
Lista de Símbolos	xxiii
Lista de Abreviaturas	xxvi
1 Introdução	1
1.1 Contextualização	4
1.1.1 Veículos Inteligentes	7
1.1.2 Veículos Terrestres Não Tripulados	8
1.1.3 Robótica Móvel e a Interação com o Terreno	9
1.2 Definição do Problema e Motivação	10
1.3 Proposta	12
1.4 Objetivos e Contribuições	13
1.5 Revisão Bibliográfica	14
1.6 Organização da Tese	23
2 Modelo de Pneu Fora de Estrada	24
2.1 Introdução	24
2.2 Fundamentos	25
2.2.1 Terminologia de Referência	26
2.2.2 Abordagens sobre a Mecânica da Interação Pneu-Solo	28
2.3 Roda Rígida ou Flexível	36
2.4 Deslizamento e deslocamento por cisalhamento	41
2.5 Tensões e Esforços Longitudinais	42
2.5.1 Distribuição de Tensão Normal	42
2.5.2 Distribuição de Tensão de Cisalhamento	45
2.5.3 Forças e Momentos de Interação	46
2.6 Forças Laterais	48
2.7 Deslizamento Combinado	50

2.8	Efeito de Deslizamento-Afundamento	51
2.9	Resultados e Comentários	52
2.9.1	Solo Arenoso	53
2.9.2	Solo Argiloso	56
3	Modelo Dinâmico	60
3.1	Introdução	60
3.2	Fundamentos da Dinâmica Veicular	60
3.2.1	Aspectos da Modelagem	62
3.2.2	Cinemática	65
3.2.3	Equações de Movimento do Corpo Rígido	69
3.3	Modelo de Veículo 4x4	71
3.3.1	Força de Suspensão	74
3.3.2	Força Gravitacional	75
3.3.3	Força Aerodinâmica	76
3.3.4	Torques de Propulsão e Frenagem	77
3.3.5	Força de Interação com o Terreno	79
3.4	Cenários de Simulação	81
3.5	Simulações e Resultados	83
3.5.1	Ensaio de Aceleração em Trajetória Retilínea	84
3.5.2	Ensaio de Trajetória Circular	92
4	Controle de Tração	102
4.1	Histórico	102
4.2	Princípio de funcionamento	103
4.3	Controle Não Linear	105
4.3.1	Sistema Não Linear	105
4.3.2	Sistemas Subatuados	107
4.3.3	Linearização Parcial por Realimentação	108
4.4	Projeto do Controlador	110
4.4.1	Aplicação da Linearização Parcial por Realimentação	110
4.4.2	Sinal de Referência e Determinação de Ganhos	112
4.5	Simulações e Análise dos Resultados	114
4.5.1	Ensaio de Aceleração em Trajetória Retilínea - Controle de Frenagem	115
4.5.2	Ensaio de Trajetória Circular	131
5	Conclusões e Trabalhos Futuros	150
5.1	Conclusões	150
5.2	Trabalhos Futuros	152

Referências Bibliográficas	154
A Parâmetros de Simulação	163
A.1 Parâmetros Dimensionais do Veículo	163
A.2 Parâmetros de Inércia do Veículo	166
A.3 Características dos Componentes do Veículo	167
A.4 Parâmetros dos Solos	169
A.5 Parâmetros Diversos	169
B Código de Obtenção das Equações de Movimento do Veículo em MATLAB®	170

Lista de Figuras

1.1	Auto-retrato do robô explorador (<i>rover</i>) <i>Curiosity</i> no local de escavação em Marte denominado <i>Big Sky</i> . [Fonte: NASA ¹]	1
1.2	Exemplos de robôs com locomoção por pernas: Big Dog (a) e RHex (b). [Fonte: Boston Dynamics ²]	2
1.3	Exemplos de sistemas de tração combinando rodas e lagartas produzidos pela TrackNGo (a) [Fonte:TrackNGo ³] e MattTracks (b) [Fonte:MattTracks ⁴].	2
1.4	Exemplo de robôs com locomoção por rodas reconfiguráveis [Fonte:National Instruments ⁵].	3
1.5	Funcionamento do sistema de permanência na faixa desenvolvido pela Mercedes-Benz [Fonte: [1]].	6
1.6	Veículo “ <i>Stanley</i> ” vencedor do <i>DARPA Grand Challenge</i> (2005) no Museu Nacional da História Americana [Fonte: Smithsonian Museum ⁶].	7
1.7	Comboio de veículos militares tripulado (<i>manned</i>) e não tripulados (<i>unmanned</i>) [Fonte: Oshkosh Defense ⁷].	7
1.8	Imagem do usuário número 1 do Waymo <i>self-driving car</i> e os principais elementos do sistema de visão/percepção dos veículos desenvolvidos pela Waymo [Fonte: Waymo ⁸].	8
1.9	Exemplos de aplicações dos VTNT.	8
1.10	Réplicas dos robôs exploradores (<i>rovers</i>) da NASA enviados para o planeta Marte [Fonte: NASA ⁹].	9
1.11	Hipóteses de interação pneu-solo [Fonte: [2]].	10
1.12	Robô Ambiental Híbrido (RAH) desenvolvido para a Petrobras [Fonte: [3]].	16
1.13	Sensores, atuadores e eletrônica do <i>rover</i> SOLERO [Fonte: [4]]: a) servo mecanismo de direção, b) junta de articulação passiva, c) rodas com motor acoplado, d) sistema de visão omnidirecional, e) módulo de visão estereoscópica, f) laptop.	20
2.1	Hipóteses de interação roda-superfície de BEKKER [2].	26
2.2	Referenciais e orientações segundo norma SAE J670e.	27

2.3	Terramecânica como campo de estudo.	28
2.4	Aspecto de um penetrômetro de cone [Fonte: [5]].	30
2.5	Simulação do efeito de multi-passagem em terreno arenoso deformável [Fonte: [6]].	35
2.6	Pressão crítica p_{gr} para pneu 33x12.5R15 sobre diversos terrenos em condições de carregamento de $W = 625 \times g$ [N], $1,2W$ e $1,5W$	38
2.7	Penetração do pneu no solo e Distribuição de tensão normal à região de contato vs Posição angular para pneu 33x12.5R15 sobre terreno tipo areia e barro nas condições de carregamento de $W = 625 \times g$ [N], $1,2W$ e $1,5W$	38
2.8	Variáveis do modelo de roda rígida.	40
2.9	Diagrama de corpo livre de uma roda com tração sobre solo deformável.	43
2.10	Distribuição de tensão normal na região de contato pneu-solo ($s_d = 0,05$ e $W^R = 6131$ N) em diferentes solos.	44
2.11	Distribuição de tensões atuando no pneu calculada para terreno (a) argiloso e (b) arenoso na condição de 5% de deslizamento.	46
2.12	Representação das variáveis consideradas no cálculo da força de parede (<i>bulldozing</i>).	49
2.13	Comportamento da Força Longitudinal em solo arenoso vs Deslizamento Longitudinal variando o carregamento vertical (W) na roda: (a) não considerando o efeito de <i>slip-sinkage</i> e (b) considerando este efeito segundo Lyasko.	54
2.14	Comportamento da Força Longitudinal em solo arenoso vs Deslizamento Longitudinal variando o ângulo de deslizamento lateral (α) na roda: (a) não considerando o efeito de <i>slip-sinkage</i> e (b) considerando este efeito segundo Lyasko.	54
2.15	Comportamento do Torque de Reação do solo (Arenoso) vs Deslizamento Longitudinal variando (a) Carregamento vertical na roda e (b) Ângulo de deslizamento (α)	55
2.16	Comportamento da Força Lateral em solo arenoso vs Ângulo de Deslizamento (α) variando (a) Carregamento vertical na roda e (b) Deslizamento longitudinal (s_d)	55
2.17	Deslizamento Combinado (Solo Argiloso).	56
2.18	Comportamento da Força Longitudinal em solo argiloso vs Deslizamento Longitudinal variando o carregamento vertical (W) na roda: (a) não considerando o efeito de <i>slip-sinkage</i> e (b) considerando este efeito segundo Lyasko.	56

2.19	Comportamento da Força Longitudinal em solo argiloso vs Deslizamento Longitudinal variando o ângulo de deslizamento (α): (a) não considerando o efeito de <i>slip-sinkage</i> e (b) considerando este efeito segundo Lyasko.	57
2.20	Comportamento do Torque de Reação do solo (Argiloso) vs Deslizamento Longitudinal variando (a) Carregamento na roda e (b) Ângulo de deslizamento (α)	57
2.21	Comportamento da Força Lateral em solo argiloso vs Ângulo de Deslizamento (α) variando (a) Carregamento vertical na roda e (b) Deslizamento longitudinal (s_d)	58
2.22	Deslizamento Combinado (Solo Argiloso).	58
3.1	O sistema operador-veículo-terreno (Adaptado de Wong [7]).	61
3.2	Corpos e referenciais adotados para a modelagem do veículo.	63
3.3	Dimensões principais, orientações e ângulos de deslizamento.	63
3.4	Representação topológica do veículo modelado.	64
3.5	Componentes dos vetores de velocidade linear e angular do veículo.	67
3.6	VLEGA Chivunk em diversas condições de operação [Fonte: CTEEx].	72
3.7	Representação do sistema equivalente ao veículo de referência.	73
3.8	Ângulos de direção para configuração do tipo Ackermann.	74
3.9	Representação de 1/4 de suspensão para a condição de roda rígida.	75
3.10	Componentes e transmissão de torque em um veículo 4x4, onde são identificados: (A) motor e embreagem, (B) caixa de transmissão, (C) caixa de transferência, (D) diferencial traseiro, (E) diferencial dianteiro, (F) árvore de transmissão traseira, (G) árvore de transmissão dianteira, (1)(2) rodas dianteiras e (3)(4) rodas traseiras.	77
3.11	Curvas de potência e torque aproximadas para o motor MWM 4.07TCA [8].	78
3.12	Detalhamento da cinemática do conjunto munhão-roda.	80
3.13	Diagrama de corpo livre do conjunto munhão-roda.	80
3.14	Perfis de evolução do torque do motor considerando troca de marchas (a) e marchas invariantes (b).	82
3.15	Perfil de esterçamento de referência e das rodas dianteiras (a) em função do tempo e (b) em função do esterçamento de referência.	83
3.16	Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 1).	84
3.17	Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 1).	84

3.18	Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 1).	85
3.19	Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 2).	85
3.20	Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 2).	85
3.21	Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 2).	86
3.22	Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 3).	86
3.23	Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 3).	87
3.24	Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 3).	87
3.25	Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 1).	89
3.26	Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 1).	89
3.27	Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 1).	89
3.28	Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 2).	90
3.29	Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 2).	90
3.30	Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 2).	90
3.31	Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 3).	91
3.32	Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 3).	91
3.33	Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 3).	91

3.34	Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 1).	93
3.35	Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 1).	93
3.36	Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 1).	94
3.37	Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 2).	94
3.38	Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 2).	95
3.39	Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 2).	95
3.40	Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 3).	96
3.41	Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 3).	96
3.42	Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 3).	97
3.43	Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 1).	98
3.44	Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 1).	98
3.45	Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 1).	99
3.46	Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 2).	99
3.47	Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 2).	99
3.48	Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 2).	100
3.49	Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 3).	100
3.50	Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 3).	100

3.51	Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 3).	101
4.1	Layout de um sistema integrado de freios ABS e de controle de tração destacando os seguintes componentes: (1) Unidade hidráulica, (2) Bloco de válvulas do controle de tração, (3) Controlador eletrônico do ABS e TCS, (4) Sensores do ABS, (5) Controlador eletrônico do acelerador, (6) Sensor do pedal do acelerador, (7) Atuador do acelerador, (8) Lâmpada de alerta do ABS, (9) Lâmpada de alerta do TCS e (10) Lâmpada indicadora de funcionamento do TCS [Fonte: [9]].	104
4.2	Conceito de controlador de tração para veículos 4x4 [Fonte: [10]]. . .	105
4.3	Esquema de Controle Adotado.	112
4.4	Ganho de velocidade de guinada em função da velocidade [Fonte: [11]].	115
4.5	Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).	115
4.6	Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle). .	116
4.7	Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).	116
4.8	Gráficos de deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).	116
4.9	Gráficos de torques aplicados nas rodas dianteiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).	117
4.10	Gráficos de torques aplicados nas rodas traseiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle). . . .	117
4.11	Gráficos de eficiência trativa das rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).	117
4.12	Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).	118
4.13	Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle). .	118
4.14	Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).	118
4.15	Gráficos de deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).	119

4.16	Gráficos de torques aplicados nas rodas dianteiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).	119
4.17	Gráficos de torques aplicados nas rodas traseiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).	119
4.18	Gráficos de eficiência trativa das rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).	120
4.19	Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).	120
4.20	Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).	120
4.21	Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).	121
4.22	Gráficos de deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).	121
4.23	Gráficos de torques aplicados nas rodas dianteiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).	121
4.24	Gráficos de torques aplicados nas rodas traseiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).	122
4.25	Gráficos de eficiência trativa das rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).	122
4.26	Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).	123
4.27	Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).	123
4.28	Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).	124
4.29	Gráficos de deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).	124
4.30	Gráficos de torques aplicados nas rodas dianteiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).	124
4.31	Gráficos de torques aplicados nas rodas traseiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).	125
4.32	Gráficos de eficiência trativa das rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).	125
4.33	Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).	125

4.34	Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).	126
4.35	Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).	126
4.36	Gráficos de deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).	126
4.37	Gráficos de torques aplicados nas rodas dianteiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).	127
4.38	Gráficos de torques aplicados nas rodas traseiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).	127
4.39	Gráficos de eficiência trativa das rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).	127
4.40	Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).	128
4.41	Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).	128
4.42	Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).	128
4.43	Gráficos de deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).	129
4.44	Gráficos de torques aplicados nas rodas dianteiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).	129
4.45	Gráficos de torques aplicados nas rodas traseiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).	129
4.46	Gráficos de eficiência trativa das rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).	130
4.47	Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).	131
4.48	Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).	132
4.49	Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).	132
4.50	Gráficos de deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).	132
4.51	Gráficos de torques aplicados nas rodas dianteiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).	133

4.52	Gráficos de torques aplicados nas rodas traseiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).	133
4.53	Gráficos de eficiência trativa das rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).	133
4.54	Tendência ao esterçamento do veículo (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).	134
4.55	Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).	134
4.56	Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).	135
4.57	Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).	135
4.58	Gráficos de deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).	135
4.59	Gráficos de torques aplicados nas rodas dianteiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).	136
4.60	Gráficos de torques aplicados nas rodas traseiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).	136
4.61	Gráficos de eficiência trativa das rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).	136
4.62	Tendência ao esterçamento do veículo (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).	137
4.63	Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).	137
4.64	Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).	138
4.65	Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).	138
4.66	Gráficos de deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).	138
4.67	Gráficos de torques aplicados nas rodas dianteiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).	139
4.68	Gráficos de torques aplicados nas rodas traseiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).	139
4.69	Gráficos de eficiência trativa das rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).	139

4.70	Tendência ao esterçamento do veículo (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).	140
4.71	Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).	141
4.72	Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).	141
4.73	Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).	141
4.74	Gráficos de deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).	142
4.75	Gráficos de torques aplicados nas rodas dianteiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).	142
4.76	Gráficos de torques aplicados nas rodas traseiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).	142
4.77	Gráficos de eficiência trativa das rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).	143
4.78	Tendência ao esterçamento do veículo (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).	143
4.79	Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).	143
4.80	Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).	144
4.81	Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).	144
4.82	Gráficos de deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).	144
4.83	Gráficos de torques aplicados nas rodas dianteiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).	145
4.84	Gráficos de torques aplicados nas rodas traseiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).	145
4.85	Gráficos de eficiência trativa das rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).	145
4.86	Tendência ao esterçamento do veículo (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).	146
4.87	Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).	146

4.88	Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle). . . .	146
4.89	Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).	147
4.90	Gráficos de deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle). .	147
4.91	Gráficos de torques aplicados nas rodas dianteiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle). . .	147
4.92	Gráficos de torques aplicados nas rodas traseiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).	148
4.93	Gráficos de eficiência trativa das rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).	148
4.94	Tendência ao esterçamento do veículo (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).	148
A.1	Dimensões principais [Fonte: CTEEx].	163
A.2	Localização dos pontos de interesse na massa suspensa.	164

Lista de Tabelas

3.1	Condições de Simulação do Modelo Dinâmico do Veículo	83
3.2	Ângulos de Esterçamento para as Condições de Simulação do Modelo Dinâmico do Veículo	93
4.1	Parâmetros de desempenho do controlador	113
A.1	Dimensões principais	164
A.2	Localização dos pontos de interesse	165
A.3	Parâmetros de Inércia	166
A.4	Características do motor e transmissão	167
A.5	Características da suspensão, direção e trem de rolamento	168
A.6	Parâmetros característicos dos solos [5]	169
A.7	Parâmetros característicos dos solos [12, 13]	169
A.8	Parâmetros e coeficientes diversos [11]	169

Lista de Símbolos

A_s	Área da roda inserida no terreno medida no plano longitudinal da roda, p. 40
K, K_x, K_y	Módulo de deformação por cisalhamento na direção do movimento, p. 34, 45, 48
K_1, K_2, K_3	Constantes empíricas para a equação de tensão de cisalhamento de Bekker, p. 33
K_p, K_d	Matrizes de ganhos proporcionais e derivativos, p. 109
K_{ss}	Coefficiente de correção de Lyasko, p. 51
N_c, N_s, N_{cs}	Parâmetros característicos do terreno estabelecidos nos modelos desenvolvidos pela WES para um pneu., p. 31
N_{sey}	Parâmetro característico do terreno proposto em [59] a partir daqueles desenvolvidos pela WES para um pneu., p. 31
α, α^C	Ângulo de deslizamento da roda, p. 27, 40, 42
γ_s	Densidade do solo [kg/m^3], p. 34
μ	Coefficiente de atrito entre o pneu e o piso., p. 18
ω	Velocidade angular da roda, p. 27
ϕ	Ângulo de atrito interno do solo, p. 34
σ_n	Tensão normal à placa de penetração ou à região de contato com o solo, p. 33
σ_p	Tensão atuando na área lateral da roda em contato com o terreno, devido ao efeito de parede (<i>bulldozing</i>), p. 40
τ	Tensão de cisalhamento, p. 33

τ_x	Tensão de cisalhamento atuando na direção longitudinal da roda, p. 40, 45
τ_{yep}, τ_y	Tensão de cisalhamento atuando na direção lateral da roda, p. 40, 48
F_p	Força de propulsão na roda., p. 47
F_t	Força de tração resultante na roda., p. 47
F_z	Força normal de reação do terreno., p. 46
F_{ybd}	Força lateral resultante do efeito de parede., p. 50
F_{yep}	Força lateral resultante das tensões de cisalhamento., p. 48
R_c	Força de resistência à compactação., p. 47
T_y^R	Torque de resistência oferecido pelo terreno., p. 47
W	Carregamento vertical aplicado à roda., p. 46
θ	Ângulo que um ponto na região de contato e o centro da roda formam em relação ao eixo vertical inercial, p. 40
θ_e	Ângulo de entrada, definido como o ângulo com centro na roda e medido a partir da vertical do ponto inicial da região de contato com o terreno, p. 40
θ_r	Ângulo de saída, definido como o ângulo com centro na roda e medido a partir da vertical do ponto final da região de contato com o terreno, p. 40
b	Largura da placa de penetração ou do pneu, p. 33, 40
c	Coesão do solo, p. 34
j	Deslocamento por cisalhamento na interface solo-placa, p. 34
\dot{j}_x, \dot{j}_y	Deslocamento por cisalhamento longitudinal ou lateral na interface pneu-solo, p. 41, 42
k'_c	Parâmetro da equação de Bekker-Reece dependente da coesão, p. 34
k'_ϕ	Parâmetro da equação de Bekker-Reece dependente do ângulo de atrito interno, p. 34

k_c	Parâmetro da equação de Bekker dependente da coesão, p. 33
k_ϕ	Parâmetro da equação de Bekker dependente do ângulo de atrito interno, p. 33
n	Índice de deformação do solo, p. 33
r_d	Raio dinâmico da roda., p. 27
r_u	Raio não deformado da roda, p. 40
s, s_d	Deslizamento longitudinal, p. 27
v_x	Velocidade longitudinal do centro da roda, p. 40
v_y	Velocidade lateral do centro da roda, p. 40
z	Profundidade da deformação do solo ou afundamento da roda no solo, p. 33, 43

Lista de Abreviaturas

AS ² TM	<i>AESCO Soft Soil Tire Model</i> , p. 35
CRREL	<i>U.S. Army's Cold Regions Research and Engineering Laboratory</i> , p. 32
CTEx	Centro Tecnológico do Exército, p. v
DARPA	<i>Defense Advanced Research Projects Agency</i> , p. 7
GmbH	<i>Gesellschaft mit beschränkter Haftung</i> , p. 102
HSSTM	<i>Hybrid Soft Soil Tire Model</i> , p. 36
IME	Instituto Militar de Engenharia, p. v
IM	Índice de Mobilidade., p. 30
MED	Método de elementos discretos., p. 31
MEF	Método de elementos finitos., p. 31
NWVPM	<i>Nepean Wheeled Vehicle Performance Model</i> , p. 35
OMS	Organização Mundial da Saúde, p. 3
OTAN	Organização do Tratado do Atlântico Norte, p. 31
PIB	Produto Interno Bruto, p. 4
RAH	Robô Híbrido Ambiental, p. 16
SCM	<i>Soil Contact Model</i> , p. 36
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro, p. v
VCI	<i>Vehicle Cone Index</i> , p. 30
VDANL	<i>Vehicle Dynamic Analysis - Non-Linear</i> , p. 36
VTNT	Veículo Terrestre Não Tripulado, p. 9

WES	<i>Waterways Experiment Station</i> , p. 30
ABS	<i>Anti-lock Brake System</i> , p. 5
ASR	<i>Antriebs-Schlupf-Regelung</i> , p. 5
ESP	<i>Electronic Stability Program</i> , p. 5
HIL	<i>Hardware-In-the-Loop</i> , p. 18
IED	<i>improvised explosive devices</i> , p. 7
NASA	<i>National Aeronautics and Space Administration</i> , p. 9
TCS	<i>Traction Control System</i> , p. 5
UGV	<i>Unmanned Ground Vehicle</i> , p. 9

Capítulo 1

Introdução

Ao longo da história os veículos terrestres nas suas mais diversas configurações foram, e são, profundos modificadores do modo de vida dos homens. A influência no desenvolvimento urbanístico das cidades e o impacto nos sistemas logísticos são alguns aspectos marcantes desta importância global. Além disso, a História Contemporânea está impregnada de exemplos da relevância dos veículos terrestres quer em ações militares, como os veículos blindados na II Guerra Mundial, quer contribuindo para o avanço da exploração espacial, exemplificada pelos robôs exploradores enviados para o planeta Marte (Figura 1.1).

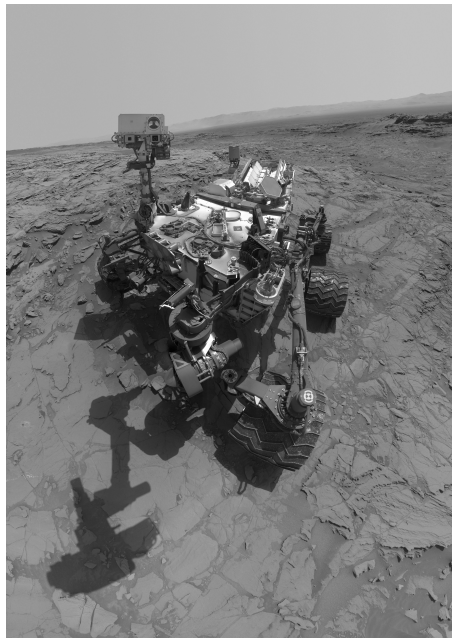


Figura 1.1: Auto-retrato do robô explorador (*rover*) *Curiosity* no local de escavação em Marte denominado *Big Sky*. [Fonte: NASA¹]

Nestes últimos campos de aplicação, o estágio de desenvolvimento tecnológico

¹Disponível em <<https://www.nasa.gov/image-feature/jpl/pia19920/curiosity-self-portrait-at-big-sky-drilling-site>>, Acessado em 06/12/2015.

destes veículos é fator decisivo para o sucesso das missões, geralmente associadas a disputas geopolíticas e econômicas entre nações, o que determina o nível de importância dos projetos e o vulto dos investimentos alocados.

Os veículos terrestres são definidos como aqueles meios de transporte suportados pelo terreno [7], podendo ser classificados como guiados (Ex.: trem) ou não guiados (Ex.: automóveis), de acordo com a natureza da restrição com que podem se deslocar sobre o terreno. A forma como se locomovem, no passado restrita a rodas ou lagartas, vem evoluindo para soluções que contemplam a locomoção por pernas e até mesmo a combinação destas tecnologias (Figuras 1.2 e 1.3) e seus aperfeiçoamentos (Figura 1.4).



(a)



(b)

Figura 1.2: Exemplos de robôs com locomoção por pernas: Big Dog (a) e RHex (b). [Fonte: Boston Dynamics²]



(a)



(b)

Figura 1.3: Exemplos de sistemas de tração combinando rodas e lagartas produzidos pela TrackNGo (a) [Fonte:TrackNGo³] e MattTracks (b) [Fonte:MattTracks⁴].

²Disponível em <<http://www.bostondynamics.com>>, Acessado em 13/06/2015.

³Disponível em <<http://trucktracks.com/en/>>, Acessado em 13/06/2015.

⁴Disponível em <<http://www.mattracks.com>>, Acessado em 13/06/2015.

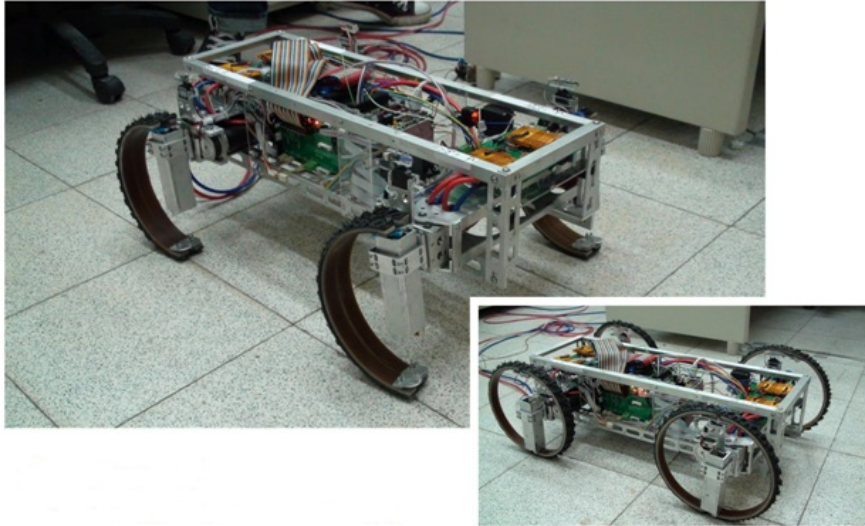


Figura 1.4: Exemplo de robôs com locomoção por rodas reconfiguráveis [Fonte:National Instruments⁵].

Os veículos terrestres podem ainda ser dotados de sistema de propulsão por motores a combustão interna do ciclo Otto ou Diesel, motores elétricos ou sistemas híbridos, entre outros. Os veículos sobre rodas dotados de motor a combustão interna, considerados os variados campos de aplicação, constituem ampla maioria entre os veículos terrestres existentes no mundo.

Tratando apenas de veículos automotores, principal aplicação dos veículos terrestres, no ano de 2013 foram produzidos no Brasil, entre automóveis, comerciais leves, caminhões e ônibus, 3.712.380 novos veículos e 3.767.370 foram licenciados (incluídos os importados) [14]. Em relatório publicado pela Organização Mundial da Saúde [15], em 2013 os números indicavam um total de 64.817.974 veículos registrados até 2010 no Brasil, o que significa, para uma população brasileira de 194.946.488 registrada à mesma época, aproximadamente 1 veículo licenciado para cada 3 habitantes. Estes números indicam a relevância dos veículos automotores para a economia nacional e, mais amplamente, sua importância na sociedade moderna.

No desempenho de tarefas rotineiras, como a operação de um veículo, o ser humano emprega percepções de tempo, distância, velocidade, forma e de outros atributos de objetos físicos. A partir destas percepções cria modelos mentais do equipamento ou sistema que está operando. Como exemplo, um homem pode dirigir um automóvel em um terreno fora de estrada usando percepções do ambiente físico, em vez de informações exatas sobre localização e tamanho dos obstáculos e irregularidades. O motorista ajusta seus comandos (aceleração, freio e direção do veículo) baseado no julgamento subjetivo das condições do terreno e no modelo

⁵Disponível em <<http://sine.ni.com/cs/app/doc/p/id/cs-13364>>, Acessado em 08/06/2015.

mental criado.

Entretanto, a capacidade humana de processamento destas percepções é limitada e por vezes compartilhada, quando o operador desempenha outras tarefas além da simples condução do veículo. Além disso, uma tarefa não incorporada como rotineira exige o funcionamento de estruturas do cérebro diferentes e que resultam em maiores tempos de processamento e tomada de decisão.

Os acidentes rodoviários são a prova mais relevante desta limitada capacidade de processamento e dos efeitos indesejados da intensa utilização dos veículos automotores pelo homem. O relatório da Organização Mundial da Saúde [15] cita ainda que em 2013 no Brasil foram registrados 37.594 óbitos por acidentes de trânsito, sendo as perdas relacionadas da ordem de 1,2% do Produto Interno Bruto (PIB) a cada ano.

Assim, o desenvolvimento dos sistemas automotivos, além de ser motivado por aspectos de segurança, como os mencionados, também está apoiado nas questões de desempenho e eficiência energética.

Elevados níveis de eficiência são uma busca permanente da humanidade e que vem ampliando as fronteiras da tecnologia e do conhecimento. Observando a evolução dos sistemas de propulsão, nota-se que motores de dimensões cada vez menores e com menor consumo de combustível produzem hoje potência equivalente à de motores de maior cilindrada, fabricados no passado.

Contudo, a potência disponibilizada pelo sistema de propulsão, que chega às rodas por meio do sistema de transmissão, resultando na força de tração do veículo, está limitada pelas condições de interação entre a roda ou pneu e a superfície sobre a qual está trafegando.

A partir desta restrição, os pneus se desenvolveram no sentido de garantir melhores condições de aderência e menor resistência ao rolamento, permitindo melhor dirigibilidade, estabilidade, conforto e menor consumo de combustível. Porém, o desenvolvimento dos compostos e estruturas dos pneus não foi o único vetor do desenvolvimento da eficiência do sistema de tração.

As próximas seções apresentam um breve histórico do desenvolvimento dos sistemas automotivos até os sistemas atuais e perspectivas para os veículos inteligentes e não tripulados. Também são abordadas as motivações, contribuições e objetivos da presente pesquisa, além de um panorama sobre o estado da arte do problema tratado, finalizando com a organização detalhada deste trabalho.

1.1 Contextualização

A evolução dos sistemas automotivos, até a década de 70, baseou-se fortemente, no desenvolvimento de sistemas mecânicos e novos materiais. Na área do controle

de tração, até este período, novos diferenciais com deslizamento controlado e novas configurações de construção de pneus a partir de diferentes compostos, foram as principais contribuições.

O sistema de controle de tração (*Traction Control System - TCS*), como é conhecido hoje, foi apresentado pioneiramente em 1987 pela Robert Bosch em conjunto com a Mercedes-Benz, recebendo a denominação de Sistema de Regulagem Anti-deslizamento (*Antriebs-Schlupf-Regelung - ASR*). Este desenvolvimento baseou-se nos conhecimentos obtidos a partir do sistema anti-bloqueio (*Anti Blockier System*) ou *Anti-lock Brake System (ABS)*, apresentado em 1978 [9].

Do ponto de vista tecnológico, o sistema de controle de tração previne o deslizamento das rodas pela redução no torque final em cada roda tratora. Nos veículos automotores, o controle das rodas é realizado a partir do controle do torque de frenagem e do torque do motor. Além da tarefa de garantir o controle de estabilidade e de direção durante a aceleração, o sistema melhora a tração regulando o deslizamento longitudinal ótimo nas rodas [10].

O sistema de controle de tração funciona baseado em muitos componentes do sistema ABS e, juntos, formam a base dos sistemas de controle de estabilidade ou ESP (*Electronic Stability Program*). O ESP mantém a estabilidade direcional por meio do monitoramento da atitude do veículo em relação aos estímulos do motorista e pela atuação nos sistemas mencionados para corrigir as diferenças, evitando assim situações de derrapagem e capotamento do veículo.

Desta forma, o sistema ABS, o controle de tração e o ESP foram desenvolvidos para garantir a cada dia níveis mais elevados de segurança aos motoristas. Ainda com este intuito e, considerando as restrições legais relacionadas aos veículos totalmente autônomos em cenários reais, uma série de sistemas de assistência ao motorista vem sendo desenvolvidos pela indústria automotiva [16, 17]:

- Sistemas anticolisão – detectam a aproximação em relação ao veículo à frente, acionando alertas e efetuando a frenagem em assistência ao motorista;
- Sistemas de controle de velocidade adaptativos – sistemas de piloto automático aprimorados que permitem o seguimento de um veículo por outro automaticamente a uma distância segura;
- Sistemas de alerta de saída de faixa – avisam quando o motorista começa a deixar uma faixa de rolamento;
- Sistemas de permanência na faixa (Figura 1.5) – automaticamente atuam na direção para que o veículo retorne à faixa de rolamento;
- Sistemas de aprimoramento da visão / visão noturna – ampliam o campo visual

do motorista e possibilitam melhor visibilidade em condições meteorológicas adversas;

- Sistema de estacionamento assistido – realiza a manobra de estacionamento do veículo no espaço mensurado a partir de sensores de curta distância e informações de odometria;
- Sistemas de monitoramento das condições do motorista – detectam e alertam quanto à sonolência do motorista, bem como à presença de obstáculos e pedestres na via; e
- Sistemas de gravação de acidentes e de notificação automática de colisão e danos – registram e informam automaticamente a equipes de emergência sobre a ocorrência de um sinistro.

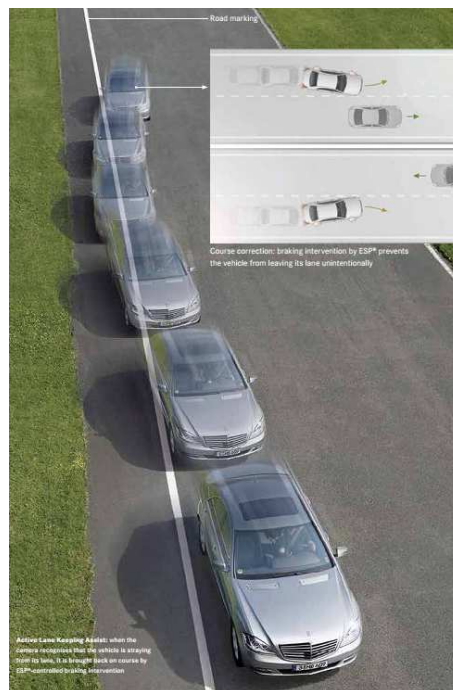


Figura 1.5: Funcionamento do sistema de permanência na faixa desenvolvido pela Mercedes-Benz [Fonte: [1]].

Determinados sistemas de assistência ao motorista são, hoje, obrigatórios em algumas partes do mundo, como forma de mitigar as consequências dos acidentes automobilísticos. Os sistemas de assistência mais modernos são vistos, hoje em dia, não apenas como itens de conforto ou conveniência, mas como alternativas para prover maior fluidez ao tráfego urbano. O sucesso no desenvolvimento e integração dos diversos sistemas de assistência em veículos comerciais possibilitou e motivou o desenvolvimento dos chamados veículos inteligentes.

1.1.1 Veículos Inteligentes

Os veículos inteligentes são definidos por plataformas automotivas comerciais aprimoradas com os sistemas de assistência ao motorista, que permitam desde a automação de tarefas básicas de condução do veículo até a possibilidade da navegação autônoma. O seu emprego foi precursoramente identificado na área militar nos anos 1980 [17], ganhando novo impulso nos anos 2000 a partir dos desafios *Grand Challenge* e *Urban Challenge* do DARPA (*Defense Advanced Research Projects Agency*) (Figura 1.6).



Figura 1.6: Veículo “Stanley” vencedor do *DARPA Grand Challenge* (2005) no Museu Nacional da História Americana [Fonte: Smithsonian Museum⁶].

Os recentes conflitos militares, em especial aqueles conduzidos no Oriente Médio, vem motivando forte investimento com o intuito de minimizar as perdas humanas decorrentes de danos causados por dispositivos explosivos improvisados (*improvised explosive devices - IED*). Assim, a utilização dos veículos inteligentes, especialmente em tarefas de apoio logístico, vem se intensificando (Figura 1.7).



Figura 1.7: Comboio de veículos militares tripulado (*manned*) e não tripulados (*unmanned*) [Fonte: Oshkosh Defense⁷].

Segundo alguns fabricantes, no horizonte de duas décadas estes veículos estarão comercialmente disponíveis para o uso civil. Os avanços alcançados por projetos como o Waymo[®] – antigo Google[®] *Self-Driving Car* (Figura 1.8), Volvo[®] S60

⁶Disponível em <<http://smithsonianscience.org/2009/11/robo-car-enters-smithsonian-collection>>, Acessado em 15/05/2015.

⁷Disponível em <<http://oshkoshdefense.com/components/terramax>>, Acessado em 15/05/2015.

Drive Me, Audi® RS7 *Piloted driving* e o Mercedes-Benz® *Intelligent drive* indicam a validade desta perspectiva.

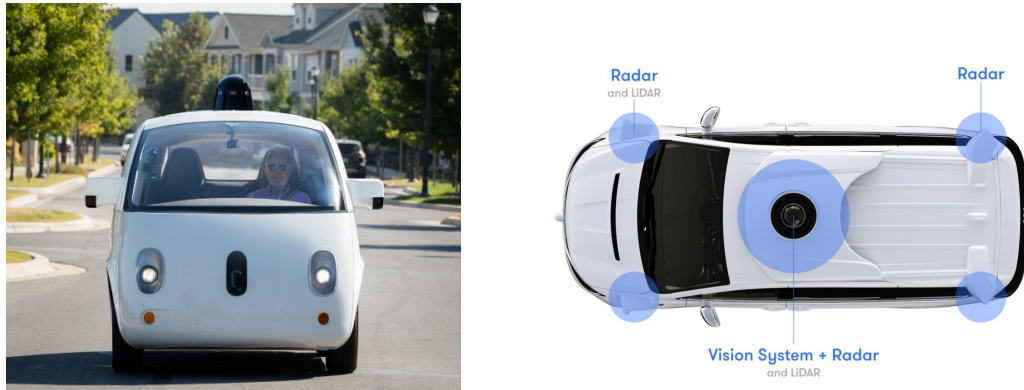


Figura 1.8: Imagem do usuário número 1 do Waymo *self-driving car* e os principais elementos do sistema de visão/percepção dos veículos desenvolvidos pela Waymo [Fonte: Waymo⁸].

1.1.2 Veículos Terrestres Não Tripulados

Voltando à análise mais ampla dos veículos terrestres, é notável a expansão do emprego e desenvolvimento dos veículos remotamente operados nos últimos anos. Estes avanços estão fortemente apoiados no declínio do custo dos microcontroladores e sensores, bem como na difusão dos conhecimentos de mecatrônica. Os chamados veículos terrestres não tripulados (VTNT) ou *unmanned ground vehicles* (UGVs) abrigam uma variedade de veículos desenvolvidos para diversas aplicações, em especial as que oferecem risco ao operador humano, e com variáveis níveis de autonomia. Em relação ao emprego, estes veículos são utilizados em desarme de bombas, inspeção de dutos, reconhecimento, vigilância, transporte de carga, exploração planetária, entre outros (Figura 1.9).



(a) Guardium MK I G-NIUS Unmanned Ground System [Fonte: Gnius⁹].



(b) Northrop Grumman Andros [Fonte: Northrop Grumman¹⁰].

Figura 1.9: Exemplos de aplicações dos VTNT.

⁸Disponível em <<https://waymo.com>>, Acessado em 11/01/2017.

As áreas de defesa e exploração espacial são precursoras no desenvolvimento, sendo a última a que merece maior atenção da comunidade científica. Este fato é devido, principalmente, aos financiamentos governamentais (NASA – *National Aeronautics and Space Administration*) voltados para exploração do planeta Marte. Iniciativas como o recente desafio promovido pela Fundação Xprize de enviar um veículo terrestre para exploração da Lua, também contribuíram para este desenvolvimento. Esta vertente da pesquisa na robótica móvel deu origem aos robôs exploradores (*rovers*), sendo os mais conhecidos aqueles que foram enviados para Marte: Sojourner, Spirit, Opportunity e Curiosity (Figura 1.10).



Figura 1.10: Réplicas dos robôs exploradores (*rovers*) da NASA enviados para o planeta Marte [Fonte: NASA¹¹].

1.1.3 Robótica Móvel e a Interação com o Terreno

No contexto amplo da robótica móvel, os avanços alcançados no desenvolvimento das tecnologias de assistência ao motorista também encontram aplicação. O auxílio ao operador, que não dispõe das informações e percepções que um motorista embarcado possui, a melhoria do desempenho do veículo e, por vezes, a prevenção da imobilização pelas condições do terreno são algumas das aplicações mais diretas.

Esta perspectiva dos veículos inteligentes e dos VTNT permite a análise de ambos como sistemas mecatrônicos, inseridos no campo da robótica móvel. Dessa forma, como todo sistema mecatrônico, são caracterizados pela integração de um subsistema básico (essencialmente mecânico) e de subsistemas de atuação, sensoriamento (percepção) e processamento. As diferentes aplicações para as quais são projetados

⁹Disponível em <<http://www.g-nius.co.il/unmanned-ground-systems/guardium-ugv.html>>, Acessado em 10/05/2015.

¹⁰Disponível em <<http://www.northropgrummaninternational.com/capabilities/andros>>, Acessado em 10/05/2015.

¹¹Disponível em <<http://mars.nasa.gov/mer/gallery/press/>>, Acessado em 06/06/2015.

determinam a complexidade tecnológica e o dimensionamento de cada um destes subsistemas.

Alguns fatores que influenciam o desempenho e a segurança de uma plataforma robótica móvel são a força de tração e força de frenagem nas rodas, o que motivou o desenvolvimento do sistema ABS e de controle de tração, como visto anteriormente. Estes esforços são determinados pela mecânica da interação das rodas com o terreno.

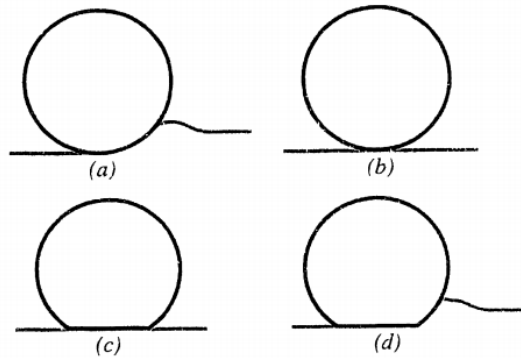


Figura 1.11: Hipóteses de interação pneu-solo [Fonte: [2]].

Segundo BEKKER [2], existem quatro hipóteses para a modelagem da interação dos veículos sobre rodas com o terreno:

- (a) Interação roda rígida - piso deformável;
- (b) Interação roda rígida - piso rígido;
- (c) Interação roda flexível - piso rígido; e
- (d) Interação roda flexível - piso deformável.

A interação com solos deformáveis é de fundamental importância na análise do comportamento dinâmico de veículos, no estudo de trafegabilidade e mobilidade, bem como na previsão das características do terreno (compactação) pela passagem do veículo, temas estes de interesse da Terramecânica (Seção 2.2.2).

Neste contexto, busca-se estudar a influência do controle de tração sobre o desempenho de veículos sobre rodas em terrenos fora de estrada.

1.2 Definição do Problema e Motivação

Os veículos fora de estrada, como os militares, quer tripulados ou não, são projetados para trafegar preferencialmente em terrenos irregulares, não estruturados e, por vezes, denominados difíceis (*rough terrain*). Este fato faz com que fenômenos característicos da interação com este tipo de terreno ganhem importância e sejam interesse de estudos. Terrenos difíceis são aqui definidos como aqueles com

características naturais que podem causar a imobilização ou perda de estabilidade do veículo [18]. Portanto, os solos deformáveis abordados na presente pesquisa, se constituem um subconjunto da denominação geral de terrenos difíceis, que incluem ainda solos pedregosos e desagregados.

Os solos deformáveis têm comportamento distinto dos pisos rígidos usualmente considerados na modelagem de veículos automóveis. Distinta também é sua influência sobre a perda de tração, perda de estabilidade, possibilidade de imobilização e consumo energético.

O fato da maioria dos veículos terrestres comercializados no mundo trafegarem sobre vias pavimentadas (pisos estruturados) faz com que grande parte dos recursos para pesquisa sejam direcionados para a expansão do conhecimento desta área. Com relação à interação com terrenos deformáveis, os esforços de pesquisa, principalmente após a Segunda Grande Guerra, basearam-se no desenvolvimento de veículos militares e de exploração espacial (veículo lunar). Aplicações agrícolas, na construção civil e na mineração, em menor proporção, também influenciaram o avanço desta área. Assim, a primeira motivação da presente pesquisa vem do fato da modelagem da interação pneu-solo fora de estrada ser um campo ainda pouco explorado, se comparada com as aplicações voltadas para vias pavimentadas (*on road*).

Como todos os veículos terrestres, aqueles que trafegam por solos deformáveis, além de terem seu comportamento fortemente influenciado pela interação pneu-solo, são afetados por fenômenos peculiares deste tipo de solo, como força de parede, deslizamento-afundamento, multi-passagem etc. Estes efeitos alteram as condições de estabilidade do veículo e inserem desvios em relação a rotas ou trajetórias desejadas, nos casos de sistemas de seguimento e acompanhamento.

A pesquisa sobre tração baseada na mecânica da interação fora de estrada é motivada por oferecer uma possibilidade de estimar e controlar os estados do veículo a fim de evitar, de maneira geral, capotamentos, atolamentos ou mesmo minimizar o consumo de energia.

A expansão do emprego de veículos dotados de sistemas eletrônicos, quer assistindo ao motorista, quer garantindo algum nível de autonomia, se apresenta como mais um aspecto motivador. A aplicação do controle de tração possibilita, ao mesmo tempo, maior segurança ao motorista e ocupantes complementando a capacidade de processamento do operador humano, bem como, melhor eficiência energética, devido às limitações da capacidade de armazenamento de energia dos robôs móveis.

Os veículos inteligentes e alguns VTNT utilizam plataformas veiculares comerciais, dotadas na sua maioria de motores a combustão, o que motiva outro aspecto da presente pesquisa, relacionado à modelagem matemática de um

veículo militar real. O emprego de plataformas comerciais segue ainda uma tendência no aproveitamento de recursos existentes (veículos com motor a combustão interna), até a plena substituição por plataformas tecnologicamente mais modernas (plataformas com propulsão elétrica). É comum tratar as soluções resultantes deste aproveitamento como soluções de transição.

1.3 Proposta

O propósito da presente tese é desenvolver métodos que melhorem o desempenho de veículos leves com tração nas quatro rodas (4x4) e que operam em terrenos fora de estrada, quer como plataformas tripuladas quer como plataforma móvel de veículo não-tripulado.

Frente aos desafios enfrentados pelo tráfego em terrenos fora de estrada, mais especificamente em solos deformáveis, a pesquisa pretende abordar o controle de tração como um meio para aprimorar o desempenho e eficiência do sistema veicular.

Para tanto, pretende-se desenvolver um modelo dinâmico do veículo com 16 graus de liberdade, que considere os efeitos de suspensão independente e tração integral. Dessa forma é possível avaliar, por exemplo, as condições de estabilidade do mesmo e prever a eventual perda de dirigibilidade.

Por meio de um modelo de interação com o terreno baseado em um método semi-empírico, adiciona-se ao modelo geral informações mais próximas da realidade sobre a mecânica da interação com solos deformáveis. O modelo semi-empírico adotado contempla tanto o comportamento de roda rígida quanto o de roda flexível interagindo com o terreno deformável. Entretanto, o escopo desta pesquisa está limitado aos casos em que a deformação do solo é bastante superior à deflexão do pneu, o que caracteriza o comportamento de roda rígida.

O modelo dinâmico completo do veículo é formado a partir da integração entre o modelo da plataforma veicular e da interação pneu-solo, descritos anteriormente.

Os sistemas de controle de tração, aplicados a veículos que trafegam em pisos rígidos, buscam manter o deslizamento das rodas dentro de uma margem de operação, garantindo níveis sub-ótimos de tração. Entretanto, tal ação não resulta em um sistema de tração eficiente em terrenos deformáveis, devido às diferenças de comportamento da força de tração máxima em função do deslizamento longitudinal, geradas pelo tráfego das rodas em terrenos deformáveis.

Assim, com base no modelo dinâmico desenvolvido, é apresentada uma estratégia de controle de tração que busca limitar o deslizamento longitudinal das rodas a um valor de referência buscando aprimorar o desempenho do veículo e sua eficiência trativa. Gerando, dessa forma, torques de controle que resultem na condição cinemática desejada para cada roda, produzindo esforços mais próximos dos valores

de máximo.

1.4 Objetivos e Contribuições

Esta pesquisa tem por objetivo contribuir para a ampliação dos conhecimentos na área da dinâmica e controle veicular voltado para aplicações fora de estrada. Este objetivo central é alcançado:

- pelo desenvolvimento do modelo dinâmico de um veículo fora de estrada (*off-road*) de referência, dotado de suspensão independente e tração nas quatro rodas;
- pelo estudo da dinâmica do modelo completo, composto pelos modelos do veículo e de interação pneu-solo, baseado em conhecimentos de Terramecânica;
- pela proposta de abordagem de controle de tração baseada no modelo;
- pela análise do desempenho do modelo com o controle de tração proposto.

Para tanto, a pesquisa de tese contempla as seguintes etapas:

- Revisão bibliográfica sobre dinâmica veicular e controle de tração fora de estrada;
- Modelagem dinâmica do veículo de referência;
- Modelagem da interação pneu-solo;
- Controle de tração baseado no modelo; e
- Simulações e análise de resultados.

O cumprimento dos objetivos anteriormente listados permite estabelecer, como principal contribuição desta pesquisa, a proposta de uma estratégia de controle de tração baseada no modelo dinâmico de um veículo 4x4, que considera a modelagem semi-empírica para a interação pneu-solo. Esta abordagem é encontrada com mais frequência nos sistemas voltados para *rovers*, enquanto que a abordagem de controle para veículos leves mais comum é aquela baseada no deslizamento reativo.

As abordagens para controle de tração fora de estrada apresentam limitações como considerar modelos quase-estáticos de veículos, sem suspensão, bidimensionais ou, quando tridimensionais, desacoplados (dinâmica longitudinal e dinâmica lateral representadas por dois modelos que interagem). Dessa forma, a aplicação da abordagem proposta a um modelo dinâmico completo de um veículo fora de estrada e a análise do seu comportamento também podem ser caracterizadas como contribuições.

1.5 Revisão Bibliográfica

Conforme anteriormente mencionado (Seção 1.1), o sistema de controle de tração teve sua origem na década de 1980, com base no desenvolvimento do sistema ABS pela Robert Bosch em conjunto com a Mercedes-Benz. Desde então, muitos outros sistemas de assistência ao motorista, voltados para a melhoria da segurança e eficiência veicular, foram desenvolvidos. Naturalmente, a pesquisa sobre o controle de tração vem se desenvolvendo levando em conta suas diferentes aplicações: veículos automóveis e veículos terrestres não tripulados.

A pesquisa voltada para a aplicação em veículos automóveis tem se concentrado em modelos dinâmicos que consideram a interação das rodas com pisos rígidos (pisos estruturados). Este tipo de interação tem modelos bastante detalhados e, até mesmo, padronizados para simulação computacional. Nas interações com terrenos fora de estrada, a abordagem de controle é essencialmente reativa para veículos automóveis [10], baseada no monitoramento dos níveis de deslizamento das rodas.

Em relação aos veículos não-tripulados (remotamente operados, semi-autônomos e autônomos), a maioria dos trabalhos baseia-se em deslocamentos a baixas velocidades e, assim, desprezam muitos dos efeitos dinâmicos associados à aceleração lateral e longitudinal, como estabilidade e transferência de carga. Para estes sistemas, os maiores interesses são a precisão na navegação e a prevenção da condição de imobilidade. Por estes motivos, busca-se uma abordagem preditiva, usando observadores e estimativa de parâmetros para inferir sobre o torque a ser aplicado nas rodas.

Na bibliografia relacionada à pesquisa sobre controle de tração, é possível identificar diferentes abordagens. Em [19], LAMON classifica as abordagens de controle de tração para robôs sobre rodas em terrenos acidentados em reativas e preditivas. As abordagens reativas se baseiam na adaptação da velocidade das rodas a partir da ocorrência do deslizamento, enquanto as estratégias preditivas se valem de informações sobre o comportamento do veículo para evitar que o deslizamento ocorra. Esta última caracteriza a maioria dos trabalhos recentes sobre controle de tração para robôs móveis, incluídos os próprios trabalhos de LAMON [4, 20].

As referências que tratam da tecnologia aplicada de sistemas automotivos apresentam apenas estratégias reativas, especialmente em função do menor custo deste tipo de solução. Por se valerem de uma diversidade maior de sinais de sensores, modelos matemáticos e algoritmos de controle mais complexos, as estratégias preditivas estão diretamente associadas a um custo mais elevado de implementação. Assim, estratégias reativas são empregadas com mais frequência em veículos automóveis, enquanto que as abordagens preditivas são mais comuns em robôs exploradores.

A medida do deslizamento longitudinal (s_d) nas rodas serviu de referência para o desenvolvimento dos primeiros algoritmos de controle de tração e ainda é a essência de funcionamento da maioria dos sistemas comerciais automotivos. Em linhas gerais, o deslizamento ocorre quando o torque disponível na roda, produzido pelo motor, é diferente (maior ou menor) daquele que o terreno oferece como resistência resultante da interação. Por esta ação, a velocidade angular da roda atinge valores diferentes da relação v/r_u , caracterizando o deslizamento ($s_d > 0$) ou derrapagem ($s_d < 0$).

Inicialmente, imaginava-se que a melhor condição de tração seria resultado de um menor deslizamento longitudinal. Posteriormente, a partir de dados empíricos, verificou-se o comportamento da relação entre a força de tração e o coeficiente de deslizamento. Estes resultados permitiram identificar a condição de deslizamento crítico, onde ocorre a máxima força de tração. Esta condição é válida para a interação com pisos rígidos e, fundamentado neste conceito, algumas estratégias foram desenvolvidas.

Em [21], os autores apresentam um conceito de controle de tração que buscava manter o deslizamento das rodas abaixo do limite crítico (S_{cr}). Esta estratégia era perseguida, independente do terreno sobre o qual o veículo trafegasse. Isto é possível devido ao comportamento monotônico do coeficiente de atrito em função do deslizamento. Assim, garantir o gradiente positivo do coeficiente é suficiente para assegurar sua pertinência ao intervalo de interesse. O esquema proposto não é implementado experimentalmente, mas uma análise indica dificuldades para implementar sensores e captar sinais de velocidade longitudinal, especialmente em terrenos acidentados.

Uma estratégia de controle baseada no deslizamento (*slip-based*) é simulada e implementada em [22]. O trabalho aborda a modelagem da interação com o terreno baseada na Terramecânica e, a partir desta, obtém experimentalmente o fator de carregamento-tração (*load-traction factor*), também conhecido como coeficiente de força de tração, relacionado ao deslizamento nas rodas. Este valor permite obter a máxima força de tração correspondente a um nível de deslizamento para uma condição de carga normal na roda. O modelo dinâmico é validado e utilizado como estimador do deslizamento nas rodas. O controle é implementado para um deslizamento de referência baixo ($s_d = 0,1$) e comparado com experimentos sem controle de tração. O algoritmo proposto mostra-se eficaz ao evitar que o robô fique imobilizado pela condição do contato com o terreno.

No trabalho discutido em [23], é desenvolvido um controle de tração com o objetivo de evitar deslizamentos excessivos no Robô Ambiental Híbrido (RAH). O controle desenvolvido busca ainda otimizar o consumo de energia, garantir a estabilidade dinâmica e evitar a saturação dos motores. O trabalho, aplicado a um veículo não tripulado anfíbio, é desenvolvido a partir de um modelo dinâmico bi-

dimensional (longitudinal) com e sem suspensão. A premissa assumida é que no modelo de contato roda-terreno, ambos são considerados rígidos e, assim, o modelo de atrito é simplificado. A partir destas considerações, o controle é desenvolvido com base na velocidade de referência e, alternativamente, oferecendo a possibilidade de minimizar o consumo de energia quando mais de uma solução possível para o torque nas rodas é obtida. Os resultados apresentados pelo simulador desenvolvido são comparados a um controlador PI de velocidade. Os torques de controle da proposta são mais suaves e mais eficientes, pois aproximam-se mais dos limites de torque máximo do que o controlador PI. Simulações adicionais, também com resultados positivos são apresentadas [3, 24], onde terrenos com elevado grau de inclinação são transpostos, mesmo quando a normal em um dos eixos se aproxima de zero (perda de contato).

Uma técnica de controle de estabilidade em *pitch* (capotagem) baseada na distribuição de torque nas rodas é apresentada em [25]. O trabalho emprega o Robô Ambiental Híbrido (RAH) (Figura 1.12), desenvolvido para a Petrobras, como referência para as simulações e baseia-se em um modelo dinâmico de veículo longitudinal com a interação com o terreno representada por roda e terreno rígidos. Os resultados do controle são satisfatórios, apesar do modelo simplificado de atrito com o terreno. A estratégia de controle de estabilidade adotada pode ser extrapolada para um modelo tridimensional.



Figura 1.12: Robô Ambiental Híbrido (RAH) desenvolvido para a Petrobras [Fonte: [3]].

Em [26] é abordado o desenvolvimento de um simulador de um modelo tridimensional de *rover* em terrenos acidentados. O simulador representa o terreno por meio de grade regular retangular, baseado nestas informações e nos parâmetros geométricos do veículo, é capaz de identificar os pontos de contato das rodas com o terreno. As forças nas rodas resultantes da interação com o terreno são derivadas a partir da “Fórmula Mágica” de PACEJKA [27], aplicadas nos pontos determinados

anteriormente. O controle de tração é baseado no trabalho desenvolvido em [23] e, apesar do modelo ser tridimensional e definir sua direção como diferencial, as simulações realizadas não apresentam os efeitos deste controle na dinâmica lateral. Dessa forma, os resultados das simulações ficam limitados a um modelo longitudinal de veículo. Adicionalmente, a formulação apresentada para a interação roda-terreno representa apenas o caso roda rígida e terreno não-deformável.

A pesquisa na área de controle de tração voltada para veículos automotores comerciais continua avançando. Trabalhos recentes [28, 29] apresentam propostas de sistemas de controle de tração adaptativos. Em [28], os autores propõem um sistema de controle que busca permanentemente o coeficiente de deslizamento ótimo, garantindo assim o máximo esforço de tração nas rodas. Esta estratégia é simulada e seus resultados são comparados com sistemas de controle de tração configurados para apenas um tipo de terreno (curva coeficiente de atrito x coeficiente de deslizamento única) e com sistemas sem controle de tração. As simulações mostram o desempenho superior do sistema adaptativo, especialmente no caso em que ocorre transição entre superfícies diferentes e o controle proposto rapidamente se ajusta ao novo limite de tração (coeficiente de atrito) do terreno.

Em [30] é apresentada uma abordagem antropomimética para o controle de tração de alta performance. A abordagem baseia-se na identificação dos estados com maior correlação com as informações utilizadas pelo ser humano para obter a condição ótima de aceleração. Para tanto são realizados experimentos em simulador para mensurar este comportamento e replicá-lo como parte do algoritmo de controle. O controle é implementado para $1/4$ de veículo, considerando o modelo desenvolvido por Pacejka [27] para representar a interação com o terreno. A abordagem baseada no gradiente é apresentada como proposta de solução para determinação da posição ótima do acelerador, considerando o custo como uma função quadrática da aceleração longitudinal. O controle proposto apresenta desempenho superior ao controle PI de velocidade e vantagens como a adaptabilidade a diferentes condições de terreno e a utilização apenas do sinal de aceleração longitudinal para realizar o ajuste do torque na roda.

Os mesmos autores apresentam em [29] uma aplicação da abordagem adaptativa para o controle de tração simultâneo e coordenado das forças longitudinais e laterais. Neste trabalho o modelo dinâmico do veículo é do tipo bicicleta (*single track*) planar, descrito em [16]. Novamente a abordagem baseada no gradiente é empregada para otimização da posição do acelerador, visando maximizar as acelerações longitudinal e lateral. Esta maximização é obtida pela adaptação indireta, em que se busca uma solução para todas as forças de tração ao mesmo tempo, e pela adaptação direta, onde é possível selecionar especificamente a força nos pneus a ser maximizada. Os algoritmos propostos provam, por simulação, ser capazes de maximizar a aceleração

do veículo completo ou seletivamente de cada pneu, se adequando a variadas condições de emprego.

O emprego da lógica fuzzy é estratégia amplamente utilizada no controle de sistemas automotivos [31–37]. No trabalho desenvolvido em [32], os autores apresentam uma estratégia combinada de controle PID com lógica fuzzy visando, principalmente, um melhor desempenho do sistema de controle de tração nas regiões de transição entre elevado e baixo coeficiente de atrito. Esta melhoria de desempenho é obtida por meio da diminuição no tempo de adaptação do sistema nas regiões de transição citadas. De maneira geral, os torques atuantes nas rodas são resultado de três componentes de torque, dentre as quais um torque resultante do controle PID e um resultante do controle fuzzy. Quando o veículo trafega em regiões de coeficiente de atrito constante, apenas o controle PID atua com base no erro de deslizamento das rodas em relação ao deslizamento de referência. Quando ocorre mudança nas condições de atrito da pista, o controle fuzzy atua tendo como entradas o erro de torque e o somatório das velocidades de deslizamento nas rodas. Foram realizadas simulações em uma plataforma *hardware-in-the-loop* (HIL) e em um veículo de teste. Tanto os resultados das simulações quanto os testes experimentais de transição de μ elevado para μ baixo, e vice-versa, mostram que o controle PID com lógica fuzzy consegue ajustar, mais rapidamente do que o PID simples, o torque do motor às novas condições do terreno.

As estratégias baseadas no deslizamento ótimo abordam apenas a hipótese de interação entre roda flexível e piso rígido, apresentando baixa performance em terrenos deformáveis. Para hipóteses de interação entre roda rígida ou flexível com pisos deformáveis, alguns trabalhos foram desenvolvidos. A maioria destes é voltada para aplicação em veículos de exploração espacial, sendo poucos os aplicados a automóveis.

A pesquisa de tese desenvolvida em [38] apresenta a análise cinemática e dinâmica de um robô móvel para exploração planetária. Os resultados das simulações levaram ao desenvolvimento de um controle de tração baseado em lógica fuzzy para melhorar o desempenho do veículo (tração e mobilidade). As regras do controlador fuzzy são elaboradas a partir da análise dinâmica do robô em condições de operação comumente encontradas. O controle desenvolvido atua modificando a velocidade de rotação de cada roda de acordo com o torque de controle comandado. Experimentos foram conduzidos para validar o modelo e comparar os resultados entre o controle de tração proposto e um controlador PI de velocidade angular. Apesar dos resultados serem quase equivalentes, o desempenho do controlador fuzzy é superior ao do controlador PI.

Em [18, 39, 40] é tratado o problema do planejamento de rotas e controle de veículos de exploração planetária, especificamente para exploração de Marte. O

trabalho enfatiza a importância da modelagem da interação roda-terreno e, baseado nesse modelo, parâmetros são estimados. Para os veículos exploradores, a interação roda-terreno considerada é roda rígida e terreno deformável, dadas as características do solo de Marte e da ausência de pneumáticos nesta categoria de veículos. A estimativa de parâmetros do terreno baseia-se na simplificação de equações, que levam em conta a baixa velocidade de deslocamento do robô. Por outro lado, a estimativa dos ângulos de contato das rodas é feita com base nas equações da cinemática e no uso de filtro de Kalman estendido para realizar a fusão dos sinais dos sensores. O controle de tração desenvolvido, e apresentado em detalhe em [41], é baseado na otimização das equações de distribuição de força nas rodas. Estas equações consideram funções de proporção entre a máxima força de tração para uma determinada força normal na roda, o que fisicamente equivale a diminuir o torque de tração da roda mais próxima da condição de falha da interação com o terreno (deslizamento). Critério adicional de otimização de energia consumida pelos motores é incorporado ao controle de tração. As simulações realizadas mostraram melhor desempenho do controle de tração proposto, frente a um controle de velocidade simples. Da mesma forma, os resultados experimentais realizados com uma plataforma de testes mostraram um aumento de 82% de torque de tração nas rodas, comparado com o controle de velocidade individual nas rodas, o que representa uma expressiva melhoria de mobilidade da plataforma. Entretanto, o fato do controle estar fortemente baseado no modelo dinâmico do veículo, faz com que seja necessário avaliar a possibilidade de aplicação do mesmo método a veículos leves com esterçamento e suspensão, considerando ainda que a mecânica pneu-solo também é modificada.

Os trabalhos desenvolvidos por LAMON e SIEGWART [4, 20] são direcionados para o acompanhamento de trajetória e seguimento de rota por um robô móvel, inicialmente denominado “*Shrimp*” (camarão) e posteriormente SOLERO (Figura 1.13). O primeiro apresenta método de controle de tração visando limitar o deslizamento nas rodas e, com isso, melhorar a capacidade do robô em transpor obstáculos em regime quase-estático. A estratégia de controle tem semelhança com a apresentada por IAGNEMMA em sua tese [18]. A diferença está no modelo de interação com o terreno considerado no modelo dinâmico, na rotina de otimização e no fato de não utilizar estimativa de parâmetros do terreno para atualizar o modelo. Em contra-partida, busca minimizar uma função composta pela razão entre as forças de tração e as normais nas rodas, de forma a maximizar as forças de tração. Os resultados experimentais mostraram que 80% dos torques computados correspondiam a um coeficiente de atrito menor que 0.6, indicando uma referência para a minimização da função objetivo. Em [4] é apresentada uma evolução da estratégia de controle anterior. O modelo experimental conta com sensores nas

rodas que permite, não estimar, mas sim obter os ângulos de contato das rodas com o terreno. O controle de torque nas rodas é simulado para diferentes perfis de terreno, apresentando níveis de deslizamento inferiores ao controle de velocidade quando transpondo terrenos mais acidentados. O estudo aposta no sensoriamento da plataforma (rodas) para evitar a modelagem complexa da interação com o terreno e suas incertezas e, apesar dos elevados custos associados, indica que este sensoriamento deve fornecer valiosas informações sobre os ângulos de contato e melhorar a capacidade tratora do veículo.

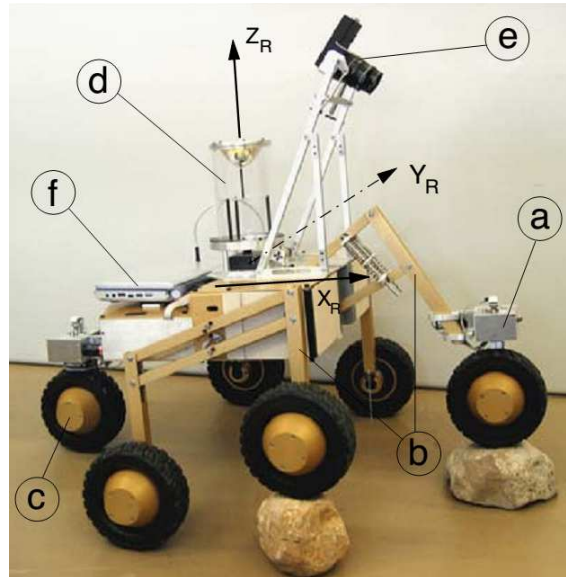


Figura 1.13: Sensores, atuadores e eletrônica do *rover* SOLERO [Fonte: [4]]: a) servo mecanismo de direção, b) junta de articulação passiva, c) rodas com motor acoplado, d) sistema de visão omnidirecional, e) módulo de visão estereoscópica, f) laptop.

Uma análise do desempenho de veículos 4x4 em diversos terrenos com controle de tração é apresentada em [42]. O trabalho resultou de uma iniciativa do Exército Norte-americano em conjunto com empresas e universidades. Para atingir os objetivos, foi selecionado um caminhão Dodge 4x4 previamente dotado de ABS. Foi desenvolvido um controlador fuzzy a fim de garantir a inserção da experiência e conhecimento dos operadores no sistema. O controlador fuzzy recebe como entradas: posição do acelerador, deslizamento das rodas e velocidade longitudinal, e respondendo com torque de frenagem nas rodas e posição de marcha na caixa de mudanças como saídas. O ajuste das regras fuzzy foi realizado por meio de simulações e experimentos em diversos campos de prova. Os resultados mostram um ganho de desempenho, especialmente quando o coeficiente de atrito entre lado direito e lado esquerdo diferem, mas mostrou também que a frequência de funcionamento dos freios ABS é inferior à necessária para garantir a manutenção do coeficiente de deslizamento das rodas dentro dos limites estabelecidos ($< 0, 2$). Não foi apresentado

nenhum tratamento específico para o terreno deformável e a modelagem da interação pneu-solo não foi considerada.

O trabalho publicado em [35] apresenta um controlador baseado na lógica fuzzy para a tração de um carro de golf, com o objetivo de melhorar a eficiência energética do sistema. Esta meta foi estabelecido em virtude das limitações de autonomia impostas pela bateria à este tipo de veículo. O trabalho modela o veículo no plano e considera suas equações de movimento como não lineares. A interação com o terreno é definida como pneu flexível ou roda rígida em função da pressão de enchimento dos pneus. O controlador apresenta desempenho superior, comparado à outra abordagem fuzzy referenciada, com sinais de controle definidos a partir da umidade do solo, deslizamento do veículo e potência disponível nas baterias.

Estratégias adaptativas e com estimativa de parâmetros também são utilizadas no desenvolvimento de técnicas para o controle de tração. Os trabalhos de IVANOV [33, 34] apresentam métodos baseados em lógica fuzzy para estimativa de parâmetros em terrenos fora de estrada, deixando a indicação sobre a possibilidade de utilização destas estimativas no controle de tração. Outras abordagens para identificação do terreno incluem as que utilizam o comportamento dinâmico do veículo e sinais de sensores como em [18, 43] e as que empregam processamento de imagem, reconhecimento de padrões, fusão de dados, conforme mostra [36]. O artigo publicado em [44] apresenta uma revisão sobre os diversos métodos de análise de trafegabilidade dos terrenos voltados para aplicações em veículos não tripulados.

Alguns estudos merecem destaque pela relação que guardam com o tema em estudo. Trabalhos como o de TANAKA e ISODA [45], que apresentou as primeiras ideias do que hoje é conhecido como sistema de controle de estabilidade, e de ASSIS [46] mostram a importância do controle de tração, como tecnologia de base para outros sistemas. Em [45], no artigo intitulado “*Traction Control System*”, trata-se a influência do controle de tração no controle de estabilidade, então denominado controle de percurso (*trace control*). O controle apresentado considerava não somente as forças longitudinais, mas a resultante das forças de tração (incluindo as forças laterais) para controlar a tração. A partir do cálculo da aceleração lateral, com base em sinais de sensores, o controlador determinava o raio de curvatura ideal e assim era estabelecido um limite para o torque de tração, evitando que o veículo saísse da trajetória.

O trabalho desenvolvido em [46] não trata diretamente o problema do controle de tração, mas a abordagem apresentada sobre o controle de estabilidade. A eventual perda de contato do veículo com o terreno, representa um esforço adicional no âmbito da modelagem da robótica móvel. Além disso, a modelagem dinâmica apresentada baseia-se no mesmo modelo desenvolvido em [26], cuja interação roda-terreno é rígida para ambos.

Em sua tese [47], CHAN desenvolve um modelo simplificado de pneu para simulação dinâmica veicular, representando a interação com terrenos pavimentados ou fora de estrada. A intenção é reproduzir com maior precisão o comportamento de pneus fora de estrada submetidos a manobras e esforços de tração e frenagem. O modelo de Chan baseia-se nos métodos semi-empíricos, que mesclam modelos analíticos a resultados empíricos. No que diz respeito ao modelo de interação fora de estrada, os resultados das simulações representam satisfatoriamente os dados experimentais coletados por diversos pesquisadores ao longo dos anos. Assim o modelo desenvolvido alcança o objetivo de fornecer os esforços de interação do pneu com o terreno, para as diversas condições de flexibilidade e rigidez do pneu e do terreno.

SENATORE [48] apresenta uma pesquisa sobre a previsão da mobilidade, manobrabilidade e eficiência trativa para veículos fora de estrada sobre rodas. O estudo baseia-se no modelo de interação do pneu com o terreno de Chan (2008) modificado para simular um veículo 4x4 com 11 graus de liberdade. O trabalho concentra-se mais fortemente no aspecto da eficiência energética baseada na distribuição de torque e utilização de modelos mais representativos do veículo. A análise realizada considera diferentes configurações de tração, modelos de pneus e valores de pressão interna para inferir sobre a influência de tais parâmetros. A tese não tem por objetivo desenvolver um controle de tração, mas implementa um controle PI simples com velocidade de referência para realizar as simulações e análises dinâmicas.

O trabalho apresentado por SHARAF [49] traz a análise das características de dirigibilidade de um veículo 4x4 operando em terreno fora de estrada. O veículo é modelado com 14 graus de liberdade e as características do sistema de transmissão são levadas em conta. Os resultados mostram que as características de dirigibilidade, especialmente em elevadas velocidades, são muito influenciadas pelas propriedades do terreno. O trabalho não detalha a interação pneu-solo, pois faz uso do modelo comercial AS²TM da AESCO [50].

Baseado no modelo de interação para pneu fora de estrada desenvolvido em [47] e modificado pelo fator de correção desenvolvido em [51], a presente pesquisa busca, conforme descrito anteriormente, desenvolver um modelo dinâmico representativo de um veículo *off-road* de referência que trafega por solos considerados deformáveis. A partir deste modelo, é proposto um controle de tração visando a melhoria de desempenho geral, com especial atenção à eficiência trativa e condição de imobilização.

1.6 Organização da Tese

Com o objetivo de facilitar a compreensão, o texto da presente Tese apresenta, inicialmente em cada capítulo, os fundamentos teóricos necessários à compreensão dos assuntos abordados. Dessa forma, após este capítulo introdutório, a revisão dos modelos de interação entre roda/pneu com terrenos deformáveis é apresentada no Capítulo 2. Ainda no Capítulo 2 é proposta a abordagem utilizada para modelar esta interação.

A obtenção e a descrição do modelo dinâmico do veículo de referência são apresentadas no Capítulo 3. Conforme mencionado, de forma introdutória, aspectos da dinâmica veicular são tratados previamente ao detalhamento do modelo dinâmico. Simulações para diversas condições de operação são, ainda, realizadas para avaliar o comportamento do modelo.

O Capítulo 4 introduz a revisão teórica sobre o controle de tração, apresentando em seguida o projeto do controlador aplicado. Ao final do capítulo, são apresentadas as simulações e análise dos resultados obtidos.

Por fim, são apresentadas no Capítulo 5 as conclusões e as propostas de trabalhos futuros.

Capítulo 2

Modelo de Pneu Fora de Estrada

O presente capítulo trata da mecânica da interação entre o pneu e o solo. Após uma breve introdução, os fundamentos relacionados ao tema são apresentados. As normas de referência, sobre a terminologia básica utilizada nos estudos sobre pneus, são abordadas. Os principais métodos de modelagem da mecânica de interação pneu-solo são descritos, mencionando a caracterização do solo e o modelo matemático de pneu. Após os conceitos fundamentais, o modelo de interação adotado é descrito, com o intuito de obter os esforços a serem aplicados ao modelo dinâmico do veículo (Capítulo 3).

2.1 Introdução

A questão da interação pneu-solo pode parecer anacrônica ao primeiro olhar, especialmente numa época de grandes inovações e avanços tecnológicos de temas como exploração espacial, nanotecnologia, robótica e microeletrônica. No entanto, este ainda é um problema complexo, ao menos do ponto de vista analítico. A caracterização da interação pneu-solo é influenciada por um grande número de fatores de projeto e operacionais, bem como pelas propriedades do terreno [7].

A modelagem da interação pneu-solo é de extrema relevância no contexto da modelagem dinâmica de um veículo fora de estrada, na medida em que determina os principais esforços aos quais o modelo está submetido. Esta interação, naturalmente, depende da descrição do pneu e do terreno.

As características construtivas e de materiais dos pneus, os tornam elementos complexos de serem descritos, cujo comportamento é ainda fortemente influenciado pelas observações empíricas. Sem um modelo confiável de pneu, a resposta das simulações do comportamento dinâmico de um veículo será bastante diferente da real.

Para emprego em pisos estruturados ou pisos pavimentados (*on-road*), a modelagem matemática de pneus é extensamente abordada em diversas referências

[52, 53], sendo PACEJKA [27] o autor da principal delas. Porém, tratando-se de terrenos acidentados ou pisos não estruturados (*off-road*) os métodos de modelagem seguem diferentes abordagens desde as puramente empíricas às analíticas.

Na tentativa de representar o comportamento de um pneu em terreno fora de estrada, a utilização de adaptações dos modelos desenvolvidos para pisos rígidos é bastante comum. Entretanto, esta abordagem é uma aproximação simples, uma vez que não considera efeitos peculiares de forte influência como: deslizamento-afundamento (*slip-sinkage*), multi-passagem (compactação), efeitos de parede (*bulldozing effects*) etc.

Os modelos de interação semi-empíricos, dentre eles o desenvolvido por CHAN [47], cujos fundamentos teóricos são adotados nesta tese, baseiam-se em resultados teóricos e experimentais obtidos nas últimas décadas por diversos pesquisadores no campo da Terramecânica. Este trabalho se concentra na análise dos esforços (torques e forças) limites associados às condições cinemáticas da roda ou pneu. O estudo conclui positivamente quanto ao uso deste modelo, para determinação dos esforços de interação do veículo com o terreno e melhor compreensão do acoplamento pneu-solo.

2.2 Fundamentos

Conforme mencionado no capítulo introdutório, considerando as propriedades mecânicas tanto da superfície quanto da roda, são 4 as hipóteses de interação enunciadas por BEKKER [2] (Figura 2.1):

- a. roda rígida em superfície rígida;
- b. roda elástica em superfície rígida;
- c. roda rígida em superfície elástica ou plástica; e
- d. roda elástica em superfície elástica ou plástica.

As hipóteses *c* e *d* são abordadas no contexto desta pesquisa, pois são aquelas que caracterizam a interação de um veículo sobre rodas trafegando sobre solos deformáveis.

Os principais objetivos no estudo da interação entre roda e terreno são:

1. formular métodos realísticos para prever o desempenho de uma roda/pneu em relação aos seus parâmetros de projeto e às condições do terreno; e
2. estabelecer procedimentos confiáveis para prever as alterações nas condições do terreno, causadas pela passagem do material rodante (roda, rolo compactador entre outros).

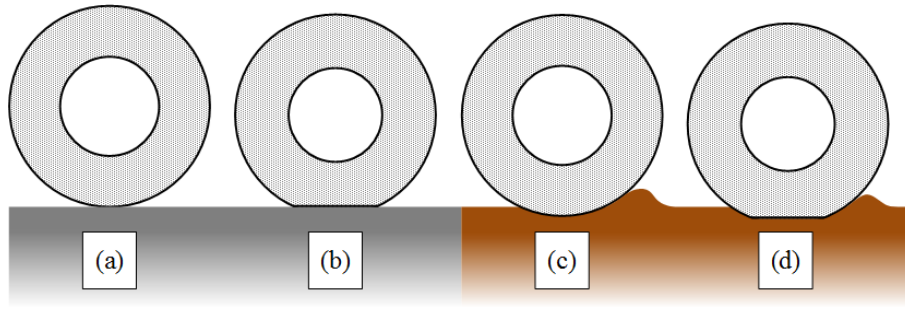


Figura 2.1: Hipóteses de interação roda-superfície de BEKKER [2].

O primeiro dos objetivos interessa principalmente aos projetos de veículos sobre rodas e aos seus usuários. O segundo é afeto, por exemplo, à avaliação da compactação do solo causada por veículos e implementos agrícolas, bem como a construção de estradas na avaliação da eficiência dos rolos compactadores.

Porém, antes de apresentar os principais métodos de modelagem da interação pneu-solo, é necessário introduzir conceitos e terminologias que serão empregados e mencionados durante todo o presente trabalho.

2.2.1 Terminologia de Referência

As normas SAE J670e [54] e ISO 8855 formam as bases das terminologias utilizadas em publicações técnicas e científicas sobre dinâmica veicular, incluídos os termos relacionados a pneus.

Estas normas tratam não apenas da padronização de nomenclaturas e apresentação de definições, mas também do posicionamento e orientação dos sistemas de coordenadas. A definição dos referenciais influencia a descrição dos modelos matemáticos e, neste ponto, reside a principal diferença entre as referências SAE e ISO.

Os modelos discutidos na presente tese, seja neste capítulo seja naquele dedicado à descrição do modelo dinâmico do veículo (Capítulo 3), se baseiam nas terminologias e referenciais definidos pela SAE J670e. O posicionamento e orientação do sistema de coordenadas para um pneu são apresentados na Figura 2.2.

De acordo com a Figura 2.2, a origem do referencial é posicionada no centro da região de contato do pneu com o piso, com sentido positivo do eixo vertical para baixo. Para a modelagem da interação descrita neste capítulo, o sistema de coordenadas do pneu tem sua origem posicionada no centro da roda no plano médio lateral, sendo sua orientação a mesma estabelecida pela referência SAE.

Em complemento ao estabelecimento dos referenciais, é importante apresentar alguns termos de referência associados à descrição cinemática e dinâmica.

O primeiro deles é a definição de raio dinâmico (r_d), tratado como a distância do centro da área de contato ao centro da roda, medido no plano da roda em rolamento.

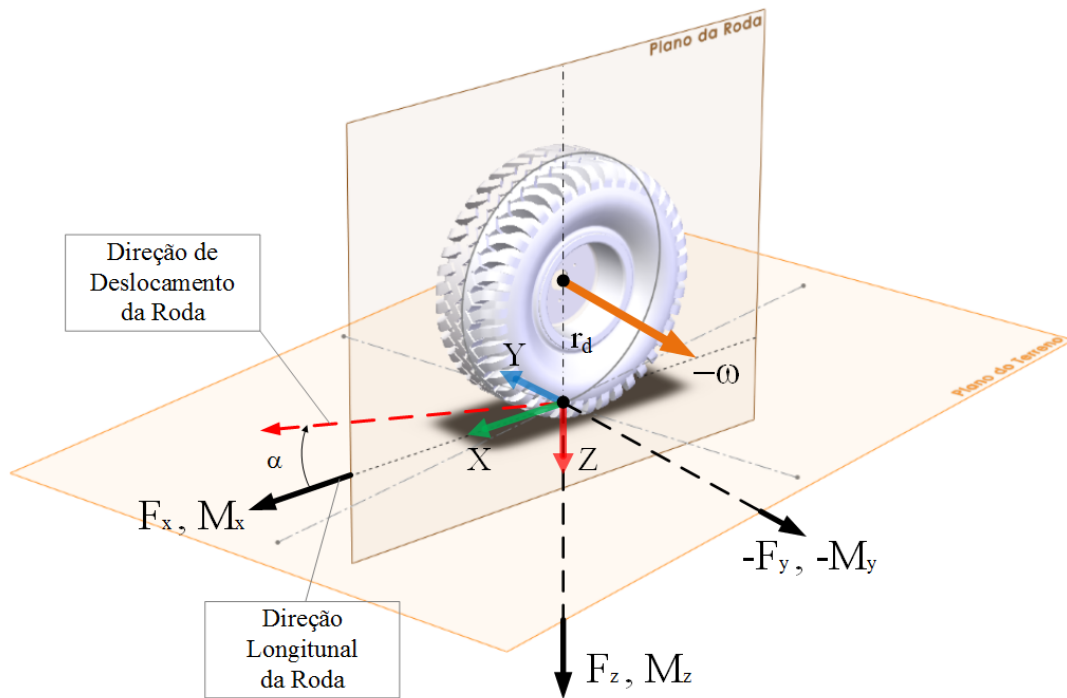


Figura 2.2: Referenciais e orientações segundo norma SAE J670e.

Para as relações cinemáticas é importante definir a velocidade angular da roda (ω) e a velocidade longitudinal (v). Define-se por velocidade longitudinal como a velocidade do centro da roda na mesma direção longitudinal. Considerando um pneu rolando em linha reta, com uma velocidade angular efetiva ω e velocidade longitudinal v , o deslizamento que ocorre na interface pneu-solo produz uma diferença entre a velocidade teórica do pneu e sua velocidade real. Este fenômeno é descrito pelo deslizamento longitudinal (s_d), expresso pela Eq.2.1.

$$s = 1 - \frac{v}{\omega r_d}, \quad \text{para } 0 < s < 1 \quad (2.1)$$

Outro parâmetro cinemático associado à descrição do pneu é o ângulo de deslizamento lateral (α). Por definição é aquele formado entre a direção de deslocamento e a de orientação da roda, sendo $|\alpha| < 90^\circ$.

Os esforços produzidos pela roda ou atuantes sobre ela, tratados nesta pesquisa são as forças resultantes nos três eixos e o momento atuante no eixo normal ao plano longitudinal.

As forças resultantes nos eixos X, Y e Z do referencial do centro da roda são, respectivamente, as forças longitudinal (F_x), lateral (F_y) e vertical (F_z). As forças de tração e resistência ao rolamento são exemplos de forças longitudinais. As forças laterais podem ser associadas a forças de atrito laterais e forças de resistência pelo efeito de parede, resultante da pressão na área lateral da roda que penetra no solo.

Como exemplos de forças verticais estão a força normal e componentes da força de suspensão.

O momento de resistência ao rolamento (M_y) é o momento atuante na roda resultante da interação com o piso, em torno do eixo paralelo ao vetor de força lateral, que se contrapõe ao movimento de rolamento da roda.

Apesar da introdução inicial dos termos e definições tratados nesta seção, de forma eventual os mesmos são enunciados novamente ao longo do texto, a fim de facilitar a compreensão e evitar o retorno recorrente a este trecho.

2.2.2 Abordagens sobre a Mecânica da Interação Pneu-Solo

Conforme enunciado anteriormente (Seção 1.1.3), a presente pesquisa se concentra no desempenho de veículos fora de estrada e, portanto, o interesse reside na discussão do grau de influência dos parâmetros de projeto e operacionais, bem como das características do terreno, sobre este desempenho.

Esta influência é determinante para o comportamento dinâmico do veículo, e busca-se representá-la por meio de modelos matemáticos de interação entre pneu e solo. A representação fiel desta interação é tarefa complexa, ainda na atualidade [55, 56].

É consenso entre algumas abordagens utilizadas para descrever esta interação, que tensões normais e cisalhantes surgem na interface pneu-solo com perfis de distribuição característicos. Estas condições de tensão são determinadas pelas características do terreno, bem como pelos parâmetros de projeto e operacionais da roda, incluindo suas dimensões, o carregamento vertical e o torque nela aplicado. O campo da engenharia que se dedica ao estudo da interação física de um veículo, máquina ou implemento com o terreno é denominado Terramecânica – *Terramechanics* (Figura 2.3).

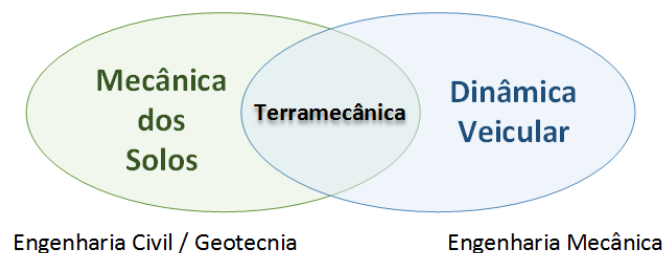


Figura 2.3: Terramecânica como campo de estudo.

O desempenho de um veículo fora de estrada pode ser avaliado a partir de esforços como resistência à compactação, força de tração, capacidade trativa etc, grandezas estas diretamente relacionadas às tensões normais e cisalhantes na região de contato com o terreno. A abordagem segundo o enfoque da Terramecânica foi adotada nesta

tese, justamente, por buscar modelos matemáticos para prever o desempenho de veículos, com base no conhecimento empírico do terreno, nos parâmetros de projeto do veículo e em fundamentos teóricos de mecânica dos solos, mecânica dos sólidos e dinâmica.

Uma variedade de métodos de estudo da mobilidade de veículos fora de estrada vem sendo desenvolvidos ao longo dos anos. Eles variam desde puramente empíricos a totalmente analíticos. A seleção da abordagem mais adequada depende fortemente de fatores como:

1. **Propósito:** o desenvolvimento e otimização do projeto de um veículo, a seleção de um determinado veículo em atendimento a uma necessidade ou a simples avaliação de mobilidade por um operador. Cada uma destas atividades exige abordagens bastante diferentes. Por exemplo, um método utilizado no projeto e desenvolvimento requer um nível de sofisticação, precisão e detalhamento que difere substancialmente daquele selecionado para a avaliação de mobilidade dos veículos no teatro de operações militares.
2. **Restrições ambientais, econômicas e operacionais:** Como em muitos campos da engenharia, a metodologia de estudo da interação está sujeita a restrições ou condições de contorno. No desenvolvimento de aplicações complexas para identificação de propriedades do solo (áreas remotas ou superfície de outros planetas, por exemplo), as restrições são impostas principalmente por fatores ambientais, econômicos e operacionais.

As referências no campo da Terramecânica [5, 7, 57, 58] classificam de diversas formas os principais modelos de interação pneu-solo. Destas, a mais recente e concisa, classifica estes modelos dentre as seguintes categorias:

- Modelos empíricos;
- Modelos baseados na física; e
- Modelos semi-empíricos.

O grau de complexidade destes modelos depende da aplicação a que se destinam, do nível de precisão requerida e do custo computacional de simulação. A seguir, as características de cada categoria são brevemente apresentadas, exemplificando com os principais modelos que as representam.

Modelos Empíricos

Os modelos empíricos foram desenvolvidos principalmente para avaliar as condições de mobilidade dos veículos em um determinado terreno. Estes modelos são baseados integralmente em dados empíricos obtidos em laboratório ou em testes de campo.

Na obtenção dos modelos empíricos, os veículos são testados em uma variedade de terrenos considerados representativos e, ao mesmo tempo, o terreno é identificado por observações de campo e medições simples. Os resultados são, então, correlacionados para obtenção dos principais fatores de influência no desempenho. Em seguida, as curvas que descrevem estes fatores são ajustadas com base nos dados obtidos experimentalmente. Assim, é possível prever, por extrapolação, a trafegabilidade do terreno e a mobilidade do veículo em condições diferentes daquela mensurada.

Esta abordagem é bem exemplificada pelo método desenvolvido precursoramente pela *Waterways Experiment Station* (WES) do Exército Norte-americano, durante a Segunda Guerra Mundial. A intenção inicial deste método foi prover meios para avaliar a trafegabilidade do terreno e mobilidade dos veículos baseado num simples filtro “passa/não passa” [5]. O método se baseia em informações do terreno obtidas em medições utilizando um penetrômetro de cone (Figura 2.4) e dados de veículos obtidos em testes realizados em diversos terrenos. Estas informações foram empiricamente correlacionadas e um modelo chamado WES VCI (*vehicle cone index* – índice de cone do veículo) foi elaborado para prever o desempenho de veículos sobre rodas. No método WES VCI, o índice de mobilidade (IM) de um veículo sobre rodas é inicialmente calculado por meio de uma equação empírica, expressa pela relação:

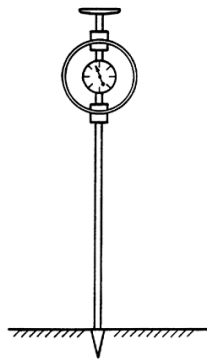


Figura 2.4: Aspecto de um penetrômetro de cone [Fonte: [5]].

$$\text{Índice de Mobilidade} = \left(\frac{\text{Fator de pressão de contato} \times \text{Fator de peso}}{\text{Fator de pneu} \times \text{Fator de sulco}} + \frac{\text{Fator de carregamento na roda}}{\text{Fator de vão livre}} \right) \times \text{Fator do motor} \times \text{Fator da transmissão} \quad (2.2)$$

O índice de mobilidade é utilizado na determinação do VCI. Este representa a resistência mínima de uma camada crítica do solo, necessária para permitir a passagem de um veículo por uma determinada quantidade de vezes (geralmente 1 ou 50 passagens). Este método serviu, em parte, como suporte ao modelo de

referência de mobilidade da OTAN (Organização do Tratado do Atlântico Norte).

Para a determinação do desempenho apenas de um pneu, outros modelos desenvolvidos pela WES estabeleceram parâmetros característicos para terrenos puramente argilosos (N_c) ou puramente arenosos (N_s), e para terrenos com características intermediárias de coesão e atrito (N_{cs}), representando aqueles compostos de diferentes proporções de solos arenosos e argilosos. Posteriormente, em [59] foi proposta a introdução de uma nova aproximação para o parâmetro característico dos terrenos arenosos e argilosos (N_{sey}) indicando que o conceito original baseado na descrição das características do terreno apenas em medições do penetrômetro de cone era insuficiente, necessitando de diversas outras medições de campo e avaliações laboratoriais.

Em resumo, é correto afirmar que os modelos empíricos são úteis para estimar o desempenho de pneus (ou veículos) com características similares àquelas testadas e sob condições de operação equivalentes. Porém, a extrapolação dos resultados, além das condições originais de ensaio, tende a diferir significativamente da realidade. Assim, os modelos puramente empíricos não se aplicam a simulações dinâmicas e aplicações de controle.

Modelos baseados na física

Em lugar da análise experimental, os modelos baseados na física adotam princípios físicos e métodos analíticos para descrever o comportamento do solo e do pneu, bem como a sua interação.

Esta categoria de modelos está baseada em áreas do conhecimento como matemática aplicada, análise numérica, física computacional e até computação gráfica para avaliar o desempenho de veículos sobre rodas. Os modelos mais simples consideram o pneu como uma roda rígida e o terreno um sistema mola-amortecedor, enquanto que os mais complexos utilizam o método de elementos finitos (MEF) para descrever tanto o pneu quanto o terreno. Estes últimos possuem elevado custo computacional, apesar de possibilitarem a análise detalhada da mecânica da interação, o que também acontece com os modelos baseados em métodos de elementos discretos (MED).

Os modelos baseados no método de elementos discretos (MED) consideram o solo como um sistema de partículas discretas e modelam a interação dos elementos com os elementos adjacentes do solo, roda e seus sulcos. A aplicação destes modelos não se restringe à interação pneu-solo, sendo empregados também na interação com implementos agrícolas e equipamentos de construção. Os principais modelos baseados no MED são o modelo FE-DE, de H. Nakashima e A. Oida, o modelo de F. Wakui e Y. Terumichi e o modelo de W. Smith e H. Peng [58].

Inicialmente concebido para estudar a mecânica de materiais granulares, em

lugar do meio contínuo, os modelos MED ainda estão em desenvolvimento. Resultados eficientes foram obtidos para a interação de veículos robóticos leves com solos granulares. Entretanto, estes modelos são restritivos considerando o alto custo computacional, levando a simplificações na forma das partículas de solo, discrepâncias de tamanho entre estas e os grãos de solos reais e limitação na quantidade de partículas.

A modelagem do pneu por MEF possibilita a análise tridimensional completa incluindo efeitos de calor e vibração da carcaça. Nestes modelos, o terreno é tratado como um meio contínuo. Entretanto, a limitação decorrente desta premissa está no tratamento da interação com terrenos que apresentam grandes deformações e descontinuidades, situação frequente nas operações fora de estrada. Como nos modelos baseados em MED, os modelos MEF também têm no custo computacional uma desvantagem. Os principais modelos baseados em MEF são o modelo de R.N. Yong e E.A. Fattah e o modelo CRREL (*U.S. Army's Cold Regions Research and Engineering Laboratory*) [58].

Um desafio imposto tanto aos modelos MED quanto aos MEF inclui o desenvolvimento de um método robusto de quantificação dos parâmetros, que representem realisticamente as propriedades mecânicas do solo. A variabilidade e complexidade do comportamento do terreno nos ambientes naturais torna esta tarefa bastante desafiadora.

Em resumo, os modelos baseados na física fornecem resultados detalhados do comportamento do pneu, relevantes para o projeto e desenvolvimento de pneus. Entretanto, as limitações relacionadas ao custo computacional e às condições de contorno os tornam pouco adequados à simulação da dinâmica veicular.

Modelos Semi-Empíricos

Face às limitações dos modelos empíricos e daqueles baseados na física, aqueles que combinam medições experimentais, formulações empíricas e métodos matemáticos para análise do desempenho de veículos fora de estrada ganharam importância. Estes modelos são classificados como semi-empíricos e englobam a maior parte dos modelos de interação pneu-solo.

Os trabalhos conduzidos pelo Dr M.G. Bekker nos anos 1950, inspirados nas ideias de Bernstein [60] sobre a relação pressão-afundamento sobre o solo, formam a base dos modelos semi-empíricos. A relação entre a penetração no solo (ou afundamento) de uma placa de teste e a tensão normal exercida por esta mesma placa pressionada contra o terreno, é conhecida como a equação de Bekker (Equação 2.3) [2].

$$\sigma_n = \left(\frac{k_c}{b} + k_\phi \right) z^n \quad (2.3)$$

onde:

σ_n é a tensão normal atuando na placa de penetração;

k_c é parâmetro dependente da coesão;

k_ϕ é parâmetro dependente do ângulo de atrito interno;

n é o índice de deformação do solo (parâmetro característico do solo);

b é a largura da placa; e

z é a profundidade da deformação do solo (penetração da placa no solo).

Adicionalmente, Bekker propôs a formulação para a tensão de cisalhamento na região de contato com o solo (Eq. 2.4).

$$\tau = \frac{K_3}{2K_1\sqrt{K_2^2 - 1}} \left(e^{(-K_2 + \sqrt{K_2^2 - 1})K_1 i} - e^{(-K_2 - \sqrt{K_2^2 - 1})K_1 i} \right) \quad (2.4)$$

onde K_1 , K_2 e K_3 são constantes obtidas por meio de experimentos similares aos descritos anteriormente.

e τ é a tensão de cisalhamento.

Para a obtenção dos parâmetros apresentados nas Equações 2.3 e 2.4 utiliza-se um equipamento denominado bevômetro (*bevometer*). Para simular o carregamento normal e cisalhante exercido por um veículo sobre o terreno, são utilizadas placas de teste e efetuadas medições de penetração e cisalhamento, enquanto pressionadas contra o terreno a uma velocidade de deslocamento constante. Com base nas propriedades do terreno, estimativas para a deformação, força de tração, força de resistência à compactação e outras variáveis são obtidas a partir destes ensaios.

Alternativamente à proposta de Bekker para a tensão de cisalhamento, Janosi e Hanamoto [61] apresentam uma formulação que contempla a relação entre o deslocamento por cisalhamento e a tensão normal na região de contato. Baseada na combinação do critério de falha de Mohr-Coulomb e no conhecimento da distribuição de tensão normal, a tensão de cisalhamento pode ser obtida pela Equação 2.5.

$$\tau = (c + \sigma_n \operatorname{tg} \phi) \left(1 - e^{-\frac{j}{k}} \right) \quad (2.5)$$

onde

$(c + \sigma_n \operatorname{tg} \phi)$ é o critério de falha de Mohr-Coulomb;

c é a coesão do solo;

j é o deslocamento por cisalhamento na interface solo-placa;

k é o módulo de deformação por cisalhamento na direção do movimento; e

ϕ é o ângulo de atrito interno.

A relação causal entre a deslocamento por cisalhamento (cinemática) e as tensões normais e de cisalhamento (critério de falha de Mohr-Coulomb), introduzida pela Equação 2.5, apresenta bons resultados para terrenos como areia seca e argila saturada, por exemplo. Estes resultados levaram à sua ampla aplicação entre os modelos semi-empíricos.

Posteriormente, a Equação 2.3 foi aprimorada por Reece [62], passando a considerar a coesão (c) do solo e sua densidade (γ_s) separadamente (Eq. 2.6).

$$\sigma_n = (ck'_c + b\gamma_s k'_\phi) \left(\frac{z}{b}\right)^n \quad (2.6)$$

onde

- σ_n é a tensão normal à placa de penetração;
- k'_c é parâmetro dependente da coesão;
- k'_ϕ é parâmetro dependente do ângulo de atrito interno;
- n é o índice de deformação do solo;
- b é a largura da placa;
- γ_s é a densidade do solo;
- c é a coesão do solo; e
- z é a profundidade da deformação do solo.

As formulações de Bekker (Equação 2.3), Janosi-Hanamoto (Equação 2.5) e Reece (Equação 2.6), mesmo com algumas limitações, são amplamente utilizadas com resultados que as tornam fundamentais para a maior parte dos modelos semi-empíricos.

Uma das limitações das formulações apresentadas é a abordagem das forças laterais. Em [63], estes esforços são tratados como resultantes de duas componentes: a força de cisalhamento lateral (similar a Eq. 2.5) e a força devida ao efeito de parede [64, 65].

Outra limitação é o efeito multi-passagem. Este efeito ocorre quando o pneu trafega (tracionando ou não) sobre uma região do terreno, compactando e criando um sulco no solo. As propriedades do solo na região do sulco se tornam diferentes das demais não submetidas ao tráfego. Os carregamentos sucessivos foram estudados em [2, 7], sendo destacado em ambos que durante o descarregamento a relação tensão-deformação é representada por uma reta com inclinação constante. Esta descoberta foi explorada em [50] para desenvolver um modelo de interação, conhecido como AS²TM (*AESCO Soft Soil Tire Model*) capaz de simular o efeito de multi-passagem. As evidências experimentais mostraram que, a cada passagem, a coesão e densidade do solo aumentam [66]. Em [6], este efeito é abordado e o resultado da simulação é

reproduzido na Figura 2.5.

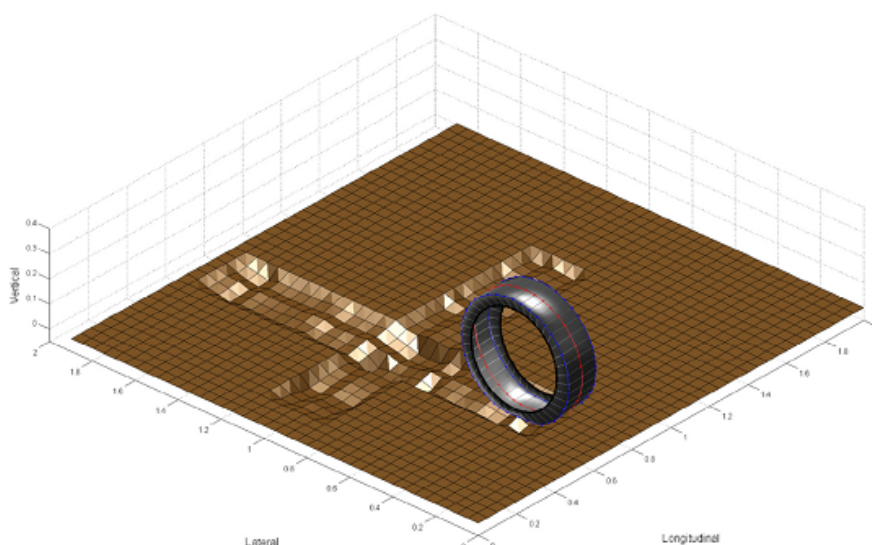


Figura 2.5: Simulação do efeito de multi-passagem em terreno arenoso deformável [Fonte: [6]].

De forma resumida, em [58] são apresentados os principais modelos semi-empíricos de interação pneu-solo, bem como suas características.

O *Nepean Wheeled Vehicle Performance Model* (NWVPM) [5], desenvolvido pela *Vehicle Systems Development Corporation*, permite a simulação em condição de roda rígida ou flexível em diversos tipos de terreno. A partir da integração das tensões normais e cisalhantes na região de contato, calcula os esforços principais no pneu: força normal, resistência ao rolamento e força de tração. Entretanto, está limitado à simulação bidimensional, não possibilitando a obtenção dos esforços laterais, e não considera os efeitos de multi-passagem.

Os esforços laterais devidos ao efeito de parede não são abordados pelo modelo AS²TM [50], apesar deste considerar os efeitos de multi-passagem. A modelagem da condição de roda flexível é tratada pela utilização de um círculo substituto, possibilitando a obtenção dos esforços no pneu. Dentre os principais modelos, este é o de menor custo computacional. Todavia, este modelo é oferecido como uma solução comercial pela empresa AESCO ¹. Por ser solução comercial, são reduzidas as possibilidades de manipulação e de reprodução da formulação matemática do modelo. O mesmo acontece com o modelo FTire.

O FTire é possivelmente a família de modelos de pneu mais conhecida comercialmente. É composto pelos modelos FTire (*Flexible Ring Tire*), RTire (*Rigid Ring Tire*) e FETire (*Finite Element Tire*). A interação com o terreno é modelada a partir de uma relação entre a pista parametrizada (*Regular Grid Roads*) e a força de amortecimento do solo. Este modelo tem elevado custo computacional pela

¹<http://www.aesco.de/>

discretização do modelo de pneu. Outros modelos que apresentam desvantagem quanto ao custo computacional são o SCM e o HSSTM.

O *Soil Contact Model* (SCM) considera o pneu como um elemento sólido tridimensional rígido e o solo tem sua geometria representada por elementos discretos. Os resultados da interação são obtidos a partir da teoria de Bekker. Este modelo foi implementado para simulação visual da mobilidade de veículos para exploração planetária.

O *Hybrid Soft Soil Tire Model* (HSSTM) modela o pneu como um sistema de massas concentradas distribuídas por 3 planos longitudinais. Em cada plano, e entre eles, as massas distribuídas ao longo do perímetro externo são conectadas ao aro por molas e amortecedores. A interação com o terreno se dá pelo contato modelado por cerdas, abordagem similar à utilizada em modelos de pneus para pisos rígidos. A parametrização deste modelo é complexa, pois exige muitos experimentos e um elevado custo.

O modelo desenvolvido pela *Systems Technologies Inc.*, o *Vehicle Dynamic Analysis - Non-Linear* (VDANL), assim como o SCM, aborda apenas o caso da roda rígida, fornecendo resultados precisos para este caso.

O modelo semi-empírico desenvolvido por B. Chan e C. Sandu [47] adequa o modelo de pneu para as condições rígida e flexível, de acordo com a pressão exercida sobre o solo e as propriedades deste. O custo computacional do modelo é baixo e os efeitos de multi-passagem podem ser considerados. As forças laterais são compostas pela integração das tensões de cisalhamento na superfície de contato e pelo efeito de parede. Este modelo trata, ainda, o efeito do deslizamento combinado. Por estas características, o modelo torna-se aplicável à simulação tridimensional e, portanto, adequado à adoção para o desenvolvimento do controle de tração e de futuros trabalhos apoiados na simulação tridimensional.

A descrição do modelo adotado nesta tese é apresentada a seguir.

2.3 Roda Rígida ou Flexível

Ao trafegar por solos deformáveis, o pneu pode se comportar como um corpo rígido ou flexível. O primeiro comportamento é caracterizado pelo perfil de raio constante, enquanto o segundo é representado pela presença de deformação na região de contato com o solo, alterando a geometria do pneu como um todo.

O comportamento de roda rígida ocorre quando a deformação do terreno é mais significativa do que aquela experimentada pelo pneu. Este fenômeno pode acontecer também quando a pressão do pneu sobre o solo, resultante da pressão de enchimento do pneu (pressão interna) somada àquela devida à rigidez estrutural da carcaça, ultrapassa a capacidade suportada pelo solo.

A formulação para a pressão crítica suportada pelo solo (p_{gr}), obtida a partir de equações de equilíbrio [2], em [7] foi modificada passando a ser descrita pela Equação 2.7 [5].

$$p_{gr} = \left[\frac{k_c}{b} + k_\phi \right]^{1/(2n+1)} \left[\frac{3W}{(3-n) b_{ti} \sqrt{D}} \right]^{2n/(2n+1)} \quad (2.7)$$

onde:

b é a menor dimensão da região de contato;

b_{ti} é a largura do pneu;

D é o diâmetro externo do pneu;

W é o carregamento vertical no pneu; e

k_c , k_ϕ e n são parâmetros característicos da relação de tensão-afundamento de Bekker.

Quando a pressão máxima exercida pelo pneu sobre o solo é superior à pressão crítica, verifica-se o comportamento rígido. Caso contrário, o pneu apresenta comportamento flexível, caracterizado pela presença de uma área plana resultante da deformação parcial da região de contato com o solo.

Considerando que esta pesquisa busca relação com um modelo real de veículo, apresentado em detalhe na Seção 3.3, é realizada uma análise preliminar das condições de pressão sobre o solo. Para tanto, o carregamento nas rodas é analisado para condições equivalentes a 1/4 do peso total do veículo ($625 \times 9,81$ N) e acréscimos de 20 e 50% desta carga. O modelo do pneu considerado é 33 x 12.5 R15, cujas demais características estão detalhadas na Tabela A.6 do Apêndice A.

Para as condições citadas, uma análise preliminar do comportamento esperado para o pneu é realizada para quatro tipos de solo: firme, médio, macio e argiloso [5]. Os limites de pressão interna dos pneus, especificados em manual do veículo de referência [67] para diversos terrenos, foram comparados com as pressões críticas para os terrenos mencionados, conforme apresentado na Figura 2.6.

Os resultados mostram que o comportamento rígido predomina para a maioria dos terrenos, dadas as condições limites de pressão de enchimento. Deve-se ressaltar que, no gráfico apresentado, não é considerada a pressão produzida pelo efeito de rigidez da estrutura quando deformada, o que elevaria ainda mais os valores de pressão do pneu sobre o solo.

A distribuição de tensão normal à região de contato com o solo e a penetração do pneu, para a condição do equilíbrio estático com o pneu imóvel, são apresentadas na Figura 2.7. Os resultados mostram que, para a mesma condição de carregamento, a distribuição de tensão alcança níveis bastante superiores no barro (solo argiloso) em comparação com a areia macia (solo arenoso), em função da menor penetração

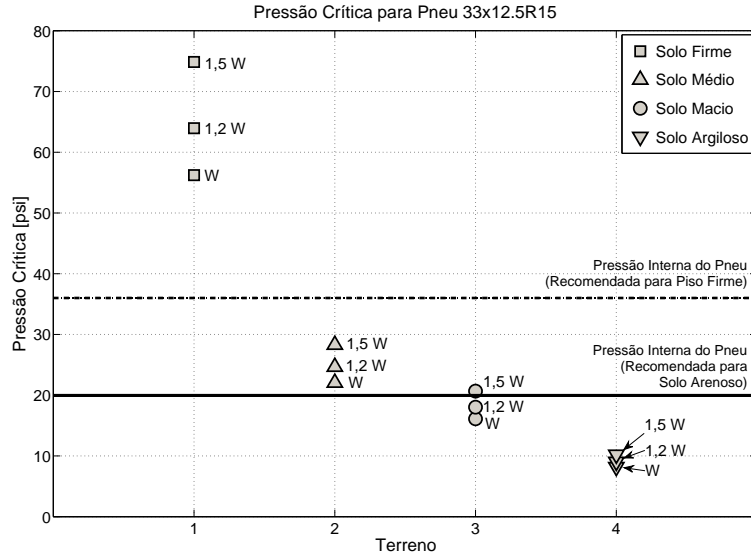


Figura 2.6: Pressão crítica p_{gr} para pneu 33x12.5R15 sobre diversos terrenos em condições de carregamento de $W = 625 \times g$ [N], $1,2W$ e $1,5W$.

e região de contato.

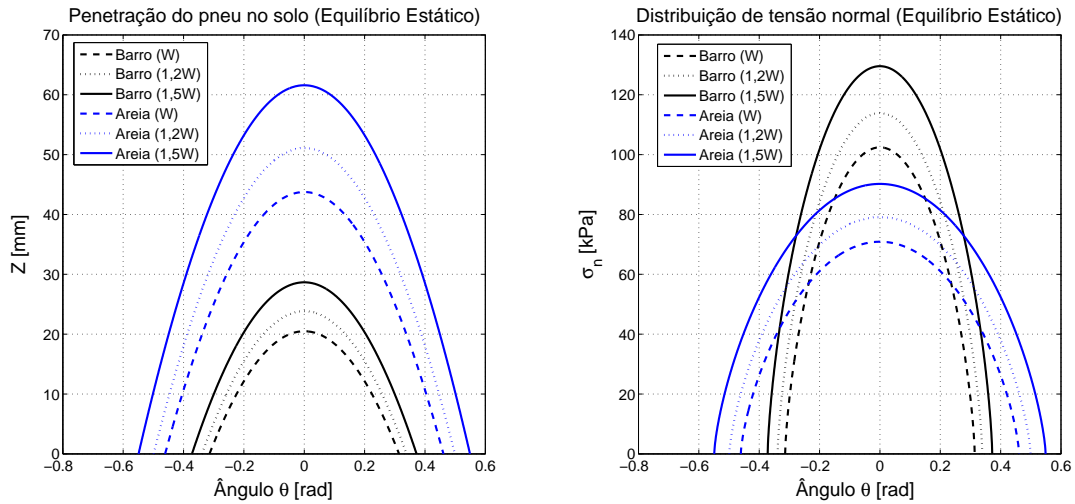


Figura 2.7: Penetração do pneu no solo e Distribuição de tensão normal à região de contato vs Posição angular para pneu 33x12.5R15 sobre terreno tipo areia e barro nas condições de carregamento de $W = 625 \times g$ [N], $1,2W$ e $1,5W$.

Uma importante característica do modelo descrito por Chan e Sandu é a possibilidade de tratar ambas as condições de operação do pneu (rígido e flexível) quer para solos deformáveis quer para pisos firmes. A integração de um modelo com tal característica ao de um veículo, que trafegue por diversos terrenos, se somou aos argumentos anteriormente citados (Seção 2.2.2) favorecendo a sua adoção no desenvolvimento desta tese. Dessa forma, para a modelagem deste elemento, algumas premissas são assumidas:

1. A partir do equilíbrio quase-estático de uma placa de teste de seção retangular, o terreno é modelado como um meio plástico;
2. A abordagem quase-estática assume a variação dos esforços em função do tempo com uma taxa desprezível, desconsiderando os efeitos dinâmicos da interação pneu-solo;
3. Combinado a informações empíricas para representar alguns efeitos da interação, o modelo de pneu tem fundamento na mecânica analítica;
4. Na ausência de deslizamento longitudinal ou lateral, o modelo deve estar submetido exclusivamente à influência de esforços laterais ou longitudinais, respectivamente;
5. Os esforços de interação são obtidos na condição de regime permanente, desprezando-se os efeitos das acelerações do centro da roda;
6. O comportamento de roda rígida não é alterado, considerando que não ocorrem significativas variações da pressão interna e da temperatura do pneu durante toda a simulação; e
7. O solo é considerado homogêneo, permanecendo constantes os parâmetros que o caracterizam.

Fundamentado nas informações obtidas a partir da análise preliminar descrita (Figura 2.6) anteriormente, o escopo desta pesquisa se limitará à implementação e avaliação da condição de roda rígida com o solo deformável, a despeito da mencionada abrangência do modelo adotado.

Na Figura 2.8 são ilustradas as principais variáveis utilizadas na modelagem da roda, segundo comportamento rígido.

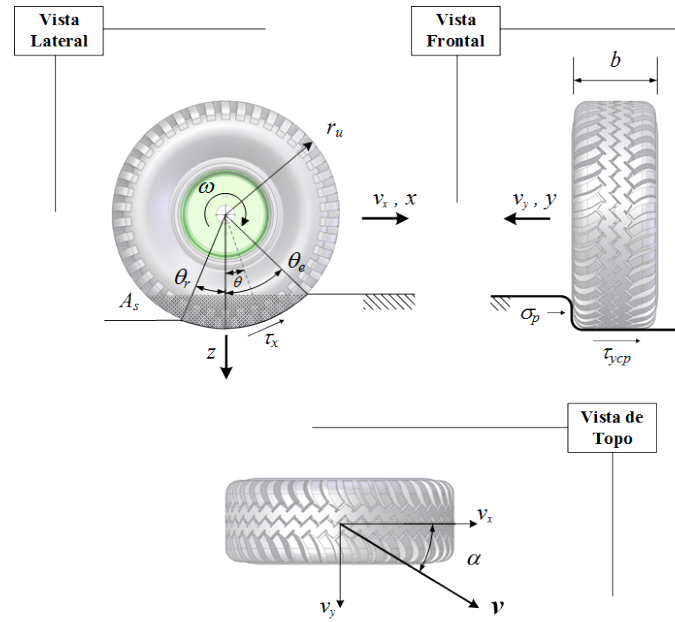


Figura 2.8: Variáveis do modelo de roda rígida.

Além daquelas apresentadas na Seção 2.2.1, as definições para os termos ilustrados são:

- Variáveis geométricas:

r_u - raio não deformado da roda (equivalente ao raio dinâmico, r_d , para o comportamento de roda rígida);

θ_e , θ_r , θ - respectivamente, ângulos de entrada, saída e aquele formado com a vertical por um ponto no perímetro da roda;

b - largura da roda;

A_s - área da roda inserida no terreno medida no plano longitudinal da roda;

- Variáveis cinemáticas:

\mathbf{v}_x , \mathbf{v}_y , $\boldsymbol{\omega}$ - velocidades longitudinal, lateral e angular da roda, respectivamente;

α - ângulo de deslizamento em relação ao centro da roda;

- Variáveis dinâmicas:

τ_{ycp} - tensão de cisalhamento atuando na direção lateral da roda; e

τ_x - tensão de cisalhamento atuando na direção longitudinal da roda.

2.4 Deslizamento e deslocamento por cisalhamento

A obtenção das tensões na região de contato é etapa fundamental da modelagem da interação pneu-solo, devendo ser precedida pelo cálculo dos deslocamentos por cisalhamento nesta mesma região. A presença do deslocamento por cisalhamento na interface é condição básica para produção de força de tração. Em complemento à definição anteriormente apresentada, de forma mais ampla o deslizamento longitudinal é expresso por:

$$\begin{aligned} \text{Tração: } s_d^R &= 1 - \frac{v_x^O}{r_u \omega^R}, & v < r_u \omega^R \\ \text{Frenagem: } s_b^R &= \frac{r_u \omega^R}{v_x^O} - 1, & v > r_u \omega^R \end{aligned} \quad (2.8)$$

As condições das Equações 2.8 definem os intervalos nos quais se observam comportamentos de deslizamento e derrapagem. O deslizamento é caracterizado pela presença de velocidade angular, mesmo que a velocidade longitudinal seja nula ($s_d^R = 1$), como nos casos de atolamento da roda ou do veículo completo. Na derrapagem, é possível ocorrer deslocamento longitudinal da roda sem a presença de velocidade angular ($s_b^R = -1$), característico de frenagens bruscas.

Em [7, 12, 13] é demonstrado que, para uma roda rígida, o deslocamento por cisalhamento do terreno sob uma roda tratora, j_x , pode ser calculado para qualquer ângulo θ na roda, por meio da velocidade de interface da roda (Eq. 2.9).

$$v_{j_x} = r_u \omega^R [1 - (1 - s^R) \cos \theta] \quad (2.9)$$

A velocidade de deslizamento (v_{j_x}) decresce a partir de um máximo no ângulo de entrada até o o ponto mais baixo no centro da roda. Deste ponto até o ângulo de saída a velocidade aumenta novamente.

A partir da definição de v_{j_x} , o deslocamento por cisalhamento pode ser calculado pela Equação 2.10 [68].

$$\begin{aligned} \text{Tração: } j_x &= r_u [(\theta_e - \theta) - (1 - s_d^R) (\sin \theta_e - \sin \theta)] \\ \text{Frenagem: } j_x &= r_u \left[(\theta_e - \theta) - \frac{(\sin \theta_e - \sin \theta)}{(1 + s_b^R)} \right] \end{aligned} \quad (2.10)$$

O deslocamento do terreno sob a roda por efeito de cisalhamento aumenta continuamente da dianteira para a traseira da região de contato. Este deslocamento é nulo no primeiro ponto de contato, correspondente ao ângulo de entrada. Com o aumento do deslizamento longitudinal, o deslocamento por cisalhamento aumenta

em maior proporção. Entretanto, o nível de tensão de cisalhamento no terreno sob a roda permanece limitado pela tensão máxima de cisalhamento (τ_{max}), como é detalhado posteriormente.

Para definir o deslocamento lateral por cisalhamento (j_y) sob a roda, é necessário primeiro rever o conceito de ângulo de deslizamento (α^C) (Fig. 2.8). Este parâmetro é definido, para o caso da roda rígida, pela Equação 2.11.

$$\alpha^C = \text{tg}^{-1} \left(\frac{v_y^C}{v_x^C} \right) \quad (2.11)$$

Obtém-se, portanto, a velocidade de deslizamento lateral (v_y^C) do centro da roda (C) pela expressão $v_y^C = v_x^C \text{tg} \alpha^C$, e, de forma equivalente à Equação 2.10, chega-se ao deslocamento lateral por cisalhamento nas diversas condições de operação (tração ou frenagem), conforme as Equações 2.12.

$$\begin{aligned} \text{Tração: } j_y &= r_u (1 - s_d^R) (\theta_e - \theta) \text{tg} \alpha^C \\ \text{Frenagem: } j_y &= r_u \frac{(\theta_e - \theta) \text{tg} \alpha^C}{(1 + s_b^R)} \end{aligned} \quad (2.12)$$

De forma equivalente ao deslocamento longitudinal, a Equação 2.12 considera que a tensão de cisalhamento na região de contato inicialmente é zero e, da dianteira para a traseira, aumenta rapidamente à mesma taxa do deslocamento longitudinal por cisalhamento.

2.5 Tensões e Esforços Longitudinais

A partir da determinação do comportamento cinemático da roda, o passo subsequente na modelagem da interação é a obtenção da distribuição de tensões na região de contato sob a roda. Nesta região são desenvolvidas tensões normais, que atuam na direção radial, e tensões de cisalhamento, tangentes a esta superfície de contato.

2.5.1 Distribuição de Tensão Normal

As teorias sobre a capacidade de carga dos terrenos, oriundas da área de conhecimento da Mecânica dos Solos, servem de base para as relações de tensão-deformação (pressão-afundamento) do solo nos estudos sobre locomoção terrestre. Nesta área de pesquisa, o terreno em geral é analisado sob a perspectiva da plasticidade, a fim de que seu comportamento se adeque às observações empíricas.

As soluções propostas precursoramente em [65, 69] para a capacidade de carga

dos solos, com base na teoria da plasticidade, foram determinantes como fonte de inspiração para o desenvolvimento posterior de uma nova relação de tensão-deformação [62].

A formulação proposta por Reece para relação de tensão-deformação (Equação 2.13), baseada nas teorias mencionadas, é aquela adotada por Chan em seu modelo para obter a distribuição de tensões na região de contato. Pela sua origem na equação de Bekker (Equação 2.3), é usualmente tratada como equação de Bekker-Reece.

$$\begin{aligned}\sigma_n &= \left(ck'_c + \frac{\gamma_s b}{2} k'_\phi \right) \left(\frac{z}{b} \right)^n \\ &= (k''_c + bk''_\phi) \left(\frac{z}{b} \right)^n\end{aligned}\quad (2.13)$$

onde k'_c e k'_ϕ são variáveis adimensionais relacionadas à coesão e ao ângulo de atrito interno, respectivamente; n é o expoente de afundamento (penetração) no solo e γ_s é a densidade do solo.

A distribuição de tensões normais sob a roda pode, então, ser obtida a partir da relação entre a profundidade de afundamento (penetração) de cada ponto de contato da roda com o solo e sua posição angular no referencial da roda (Eq. 2.14), conforme ilustrado na Figura 2.9.

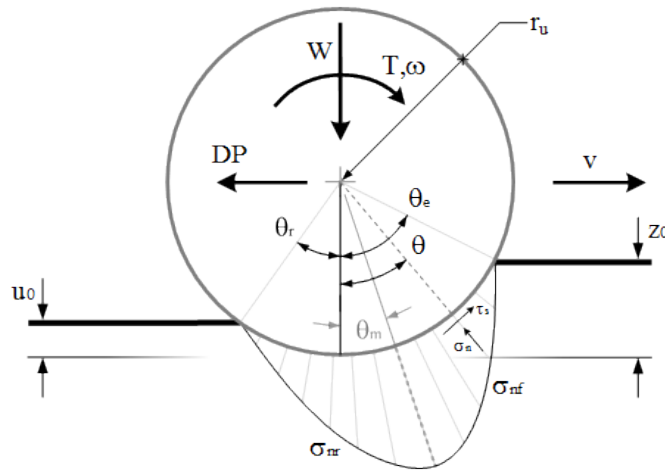


Figura 2.9: Diagrama de corpo livre de uma roda com tração sobre solo deformável.

$$z = r_u (\cos \theta - \cos \theta_e) \quad (2.14)$$

A partir desta formulação, a profundidade da deformação do solo, z_0 , e a profundidade da deformação do solo sem carga, u_0 , podem ser obtidos pela Equação 2.15.

$$\begin{aligned} z_0 &= r_u (1 - \cos \theta_e) \\ u_0 &= r_u (1 - \cos \theta_r) \end{aligned} \quad (2.15)$$

Assim, definido o parâmetro $K_{RB} = (ck'_c + \frac{\gamma_s b}{2} k'_\phi)$, a distribuição de tensões normais atuando na superfície da roda pode ser obtida pela Equação 2.16 [12, 47].

$$\sigma_n(\theta) = \begin{cases} \sigma_{nf}(\theta), & \text{para } \theta_m \leq \theta < \theta_e \\ \sigma_{nr}(\theta), & \text{para } -\theta_r < \theta \leq \theta_m \end{cases} \quad (2.16)$$

onde as tensões no intervalo desde o ângulo de entrada até o ângulo de máxima tensão normal (θ_m) e naquele a partir da máxima tensão até o ângulo de saída são expressas, respectivamente, pelas Equações 2.17 e 2.18 [12].

$$\sigma_{nf}(\theta) = K_{RB} \left(\frac{r_u}{b}\right)^n (\cos \theta - \cos \theta_e)^n \quad (2.17)$$

$$\sigma_{nr}(\theta) = K_{RB} \left(\frac{r_u}{b}\right)^n \left[\cos \left(\theta_e - \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_m - \theta_r} \right) (\theta_e - \theta_m) \right) - \cos \theta_e \right]^n \quad (2.18)$$

A distribuição de tensões normais na região de contato pneu-solo é exemplificada pelo gráfico da Figura 2.10.

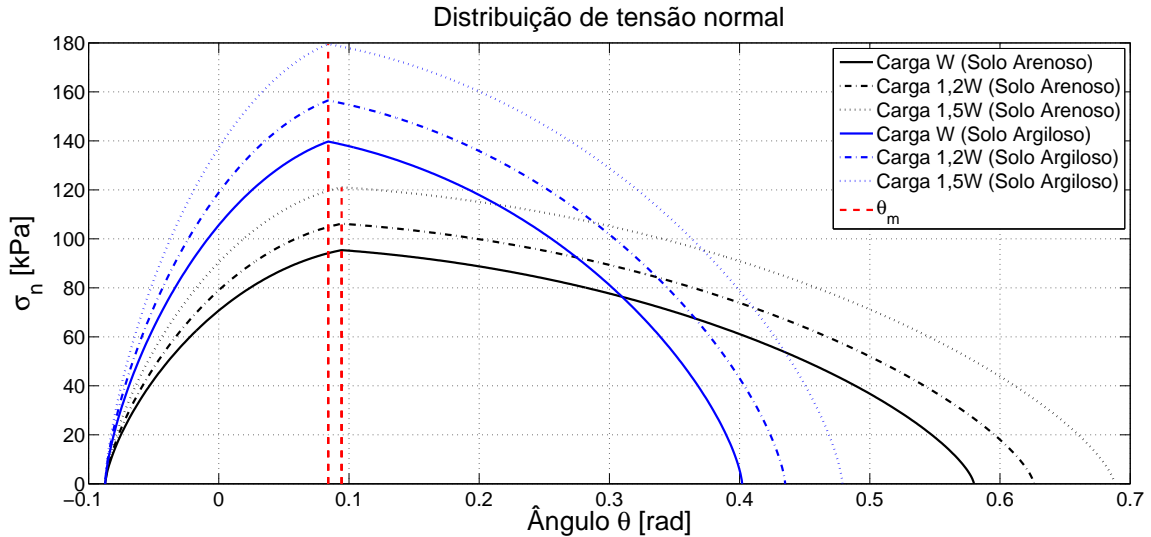


Figura 2.10: Distribuição de tensão normal na região de contato pneu-solo ($s_d = 0,05$ e $W^R = 6131$ N) em diferentes solos.

A distribuição de tensão normal é nula no início da área de contato, alcançando um máximo (θ_m) em algum ponto entre o ângulo de entrada e de saída, não coincidente com o ponto diretamente abaixo do centro desta [12, 13]. Com o aumento

do deslizamento longitudinal, este ponto de máxima tensão se desloca para frente da roda.

A estimativa correta do ângulo de máxima tensão normal é, pois, relevante na determinação da distribuição de tensões e, por consequência, nos esforços produzidos. Em linhas gerais, dois são os principais métodos identificados.

O primeiro, adotado no modelo de Chan e Sandu, considera o critério de falha de Mohr-Coulomb e teoria do equilíbrio plástico, associando o deslizamento no contato pneu-solo ao escoamento plástico do terreno sob a roda. Em [47], a descrição desta abordagem menciona que existe um ponto N na superfície da roda, no interior da região de contato com o solo, onde as linhas de ruptura, ou linhas de deslizamento, se encontram. Neste ponto, o sentido das tensões de cisalhamento se inverte, ocorrendo a máxima tensão normal.

A outra abordagem, utilizada em [18, 48, 68, 70–72] e proposto por [5, 12], a obtenção da posição do ponto N (onde ocorre a máxima tensão normal) é verificada por meio de dados empíricos para cada terreno. O ângulo θ_m é, pois, descrito pela Equação 2.19, que leva em conta a influência do deslizamento longitudinal no seu posicionamento.

$$\theta_m/\theta_e = c_1 + c_2|s_d|, \quad (2.19)$$

onde c_1 e c_2 são constantes relacionadas ao tipo de solo. Os valores de c_1 e c_2 , bem como de outros parâmetros do solo, são apresentados na Tabela A.6 (Apêndice A).

Em [48], o segundo método tem a vantagem de apresentar melhores resultados na determinação da profundidade de afundamento da roda. Entretanto, a fundamentação empírica pode não ser uma vantagem quando se dispõe desta caracterização apenas para uma estreita gama de solos.

2.5.2 Distribuição de Tensão de Cisalhamento

As tensões que surgem na direção tangencial da região de contato entre o pneu e o solo são denominadas tensões de cisalhamento e são descritas pela equação de Janosi-Hanamoto (Equação 2.20), com o deslocamento por cisalhamento (j_x) obtido pela Equação 2.10 e a tensão normal pela Equação 2.16.

$$\tau_x = \tau_{max} (1 - e^{-j_x/K_x}) \quad (2.20)$$

sendo $\tau_{max} = (c + \sigma_n \operatorname{tg} \phi)$.

A obtenção da sua distribuição na interface considerada é fundamental na determinação dos esforços produzidos.

Os gráficos apresentados na Figura 2.11 ilustram exemplos das distribuições de

tensão descritas calculadas para dois tipos de terrenos. Os resultados obtidos nesta pesquisa, pela reprodução do modelo de Chan e Sandu, são similares aos obtidos por [13, 57, 73] para dados experimentais coletados a partir de testes com rodas rígidas em terrenos deformáveis. Os perfis obtidos a partir de dados empíricos evidenciam boa correlação com as formulações apresentadas, a despeito das descontinuidades introduzidas pelas distribuições matematicamente modeladas.

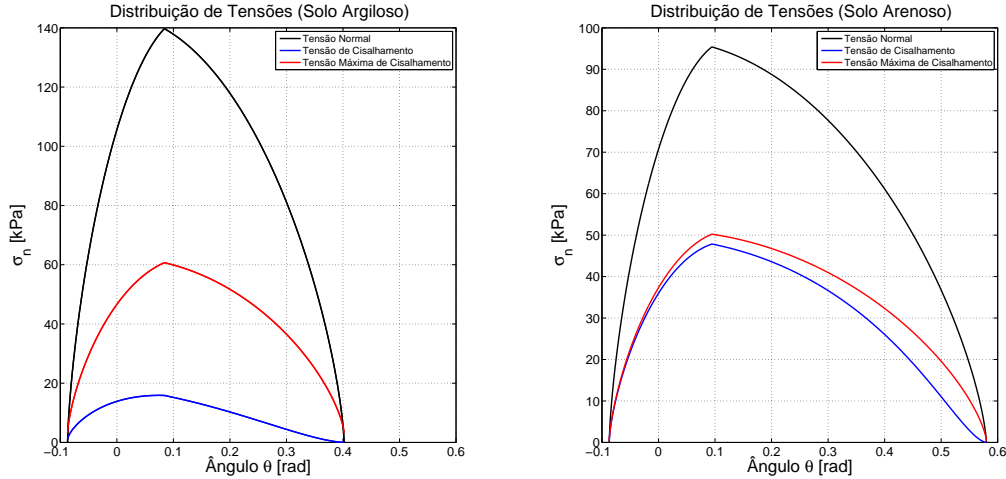


Figura 2.11: Distribuição de tensões atuando no pneu calculada para terreno (a) argiloso e (b) arenoso na condição de 5% de deslizamento.

2.5.3 Forças e Momentos de Interação

A partir da integração das distribuições de tensão normal e cisalhante descritas, ao longo da região de contato, chega-se às principais equações das forças e momentos produzidos pela interação segundo a abordagem semi-empírica adotada, apresentadas na Figura 2.9.

Para a obtenção dos esforços produzidos o método pressupõe que o equilíbrio estático vertical da roda (Eq. 2.21).

$$F_z - W = 0 \quad (2.21)$$

A fim de atender a esta premissa, é calculada a força normal de reação do terreno (F_z), dada pela Equação 2.22, de forma iterativa até que a condição de equilíbrio seja atingida.

$$F_z = r_u b \left(\int_{-\theta_r}^{\theta_e} \sigma_n(\theta) \cos \theta d\theta + \int_{-\theta_r}^{\theta_e} \tau_x(\theta) \sen \theta d\theta \right) \quad (2.22)$$

Uma vez que a carga vertical aplicada na roda (carga estática e dinâmica) (\mathbf{W}) esteja em equilíbrio com a força de reação do terreno, é possível determinar os limites da região de contato caracterizados pelos ângulos de entrada (θ_e) e saída (θ_r).

Definida a região de contato, a força de tração resultante (F_t), também denominada *drawbar pull*, desenvolvida pela interação pneu-solo é obtida pela diferença entre a força de propulsão (F_p) e a resistência à compactação (R_c) (Eq 2.23).

$$F_t = F_p - R_c \quad (2.23)$$

onde a força de propulsão (F_p) é obtida por meio da integração das componentes na direção longitudinal das tensões de cisalhamento na interface pneu-solo (Equação 2.24).

$$F_p = r_u b \left(\int_{-\theta_r}^{\theta_e} \tau_x(\theta) \cos \theta d\theta \right) \quad (2.24)$$

onde b é menor dimensão da área de contato pneu-solo (largura ou comprimento). A resistência à compactação (R_c) é definida como a resistência ao movimento oferecida pelo solo, equivalente ao esforço necessário para vencer o recalque criado a frente da roda no sentido de seu movimento. Esta grandeza é obtida pela integração da componente longitudinal da distribuição de tensão normal (Equação 2.25).

$$R_c = r_u b \left(\int_{-\theta_r}^{\theta_e} \sigma_n(\theta) \sen \theta d\theta \right) \quad (2.25)$$

O torque de reação oferecido pelo solo (T_y), definido pela integração dos momentos infinitesimais produzidos pela tensão de cisalhamento na interface multiplicada pelo raio da roda, é expresso pela Equação 2.26.

$$T_y^R = r_u^2 b \int_{-\theta_r}^{\theta_e} \tau_x(\theta) d\theta \quad (2.26)$$

As Equações 2.22, 2.23, 2.24, 2.25 e 2.26 tem aplicação limitada aos casos de roda rígida, uma vez que consideram o raio da roda (r_u) constante. Os esforços expressos por estas equações são usualmente obtidos numericamente, devido à complexidade das expressões que descrevem as distribuições de tensões normais e cisalhantes.

Na presente tese, é objeto de interesse simular a dinâmica da roda, estimando a evolução das condições de deslizamento longitudinal. Assim, a dinâmica da roda pode ser expressa na forma simplificada da Equação 2.27.

$$T_t - T_f - T_y = I_y^R \dot{\omega} \quad (2.27)$$

onde:

T_t é o torque de tração disponível na roda;

T_f é o torque de frenagem na roda;

T_y é o torque de reação do solo;

$\dot{\omega}$ é a derivada temporal do vetor de velocidade angular da roda; e

I_y^R é o momento de inércia da roda na direção normal ao plano longitudinal. O detalhamento das equações de movimento das rodas é apresentado no Capítulo 3.

2.6 Forças Laterais

Passando à análise das forças de interação com o solo na direção lateral à roda, em [47] são descritas suas duas componentes produzidas a partir das tensões de cisalhamento na interface sob a roda e das tensões devidas ao contato da porção lateral da roda imersa no solo.

De forma similar ao desenvolvido para a obtenção da tensão de cisalhamento na direção longitudinal, são combinadas as expressões do deslocamento lateral por cisalhamento (Eq. 2.12) à expressão de Janosi-Hanamoto (Eq. 2.20), a fim de descrever a tensão de cisalhamento na direção lateral τ_y (Eq. 2.28).

$$\tau_y = \tau_{max} (1 - e^{-j_y/K_y}) \quad (2.28)$$

Considerando constante a largura da região de contato, a força lateral resultante das tensões de cisalhamento é obtida pela integração da Equação 2.29 na interface sob a roda.

$$F_{ycp} = r_u b \int_{-\theta_r}^{\theta_e} \tau_{max} (1 - e^{-j_y/K_y}) d\theta \quad (2.29)$$

onde K_y é o módulo de deformação por cisalhamento do solo na direção lateral, equivalente ao módulo na direção longitudinal (K_x) por tratar-se da mesma característica de um terreno considerado homogêneo.

A segunda componente de força lateral (F_{ybd}) resulta do chamado efeito de parede do terreno na presença de deslizamento lateral. A expressão para esta grandeza foi desenvolvida por [63] com base na teoria apresentada em [74].

Para a obtenção deste esforço, segundo o modelo de Chan e Sandu, é necessário definir a tensão normal à superfície lateral a partir da equação de resistência passiva do solo ao movimento de uma parede imersa neste (Eq. 2.30) [64].

$$\sigma_p = (\gamma_s z^2 N_\gamma + cz N_c + qz N_q) \cos \delta_f \quad (2.30)$$

onde:

γ_s é a densidade do solo;

N_γ , N_c e N_q são coeficientes associados à densidade, coesão e sobrecarga do solo, respectivamente;

δ_f é o ângulo entre a normal à superfície da parede e a direção de movimento; e

q é a sobrecarga gerada a partir do solo acumulado na lateral (recalque).

Para obtenção da expressão de F_{ybd} , previamente, define-se a variável λ (Eq. 2.31), que representa a distância linear a partir da dianteira da roda, iniciando no ponto sobre a roda correspondente ao ângulo de entrada, em função do ângulo θ (Fig. 2.12).

$$\begin{aligned}\lambda &= r_u(\sin \theta - \sin \theta_e) \\ d\lambda &= r_u \cos \theta d\theta\end{aligned}\quad (2.31)$$

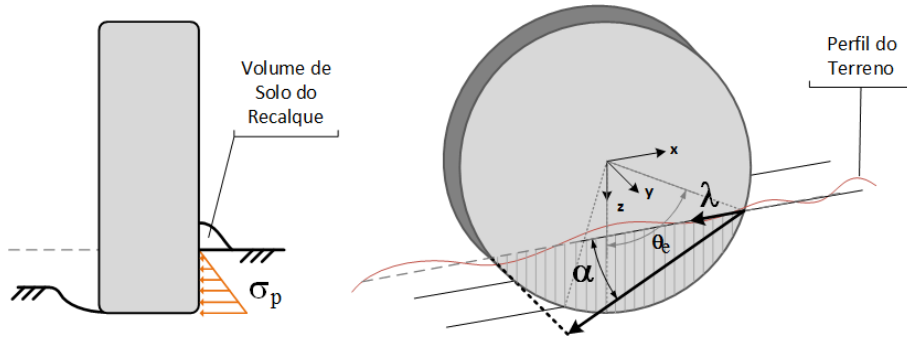


Figura 2.12: Representação das variáveis consideradas no cálculo da força de parede (*bulldozing*).

Para o cálculo da tensão de parede, a premissa básica é que o recalque (volume de solo acumulado) formado na lateral do pneu é igual ao volume de solo movimentado na direção das laterais da roda. Para solos desagregados ou não compactados, esta consideração mostra-se bastante representativa [47]. A carga devida ao recalque (*surchage*), q , é calculada de acordo com a Equação 2.32, que representa o volume de solo deslocado em função do ângulo de deslizamento.

$$q = \frac{\gamma_s V_{solo}}{mz} \quad (2.32)$$

onde:

$m \approx \text{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right)$ é a razão entre a distância de ruptura (f) e a profundidade de afundamento (z);

$V_{solo} = \frac{\text{tg} \alpha_c}{2r_u} \left(l\lambda^2 - \frac{\lambda^3}{3} \right)$ é o volume de solo deslocado pelo deslizamento responsável pela formação do recalque; e

$$l = r_u \sin \theta_e.$$

Segundo [63], para ângulos de deslizamento superiores a 45° , o solo se acumula muito mais rapidez na lateral do pneu, limitando a aplicação da formulação anterior.

Assim, substituindo-se a profundidade de afundamento da roda (Eq. 2.14) na Equação 2.30, a expressão resultante é integrada na área de contato (A_s) para obter a força lateral (F_{ybd}) (Eq. 2.33).

$$F_{ybd} = \left(\int_0^{2r_u \sin \theta_e} \sigma_p d\lambda \right) \operatorname{tg} \alpha^C \quad (2.33)$$

A partir da Equação 2.33 e Figura 2.12, verifica-se que, de forma equivalente à componente devida ao cisalhamento, esta parcela inicia com um valor nulo no ângulo de entrada e aumenta na direção da parte traseira da roda. Verifica-se, ainda, que o efeito de parede é modelado como função do ângulo de deslizamento (α^C).

Aplicando-se a expressão da Equação 2.32, a Equação 2.33 pode ser reescrita na forma:

$$F_{ybd} = \left(\int_0^{2r_u \sin \theta_e} \left(\gamma_s z^2 N_\gamma + c z N_c + \frac{\gamma_s V_{solo}}{m} N_q \right) d\lambda \right) \operatorname{tg} \alpha^C \quad (2.34)$$

Por meio da substituição das relações entre as coordenadas, z , λ e θ , da expressão para o V_{solo} na Equação 2.34 e pela integração no intervalo de θ_e a $-\theta_e$, chega-se à expressão final para a segunda parcela de força lateral.

A partir do cálculo das componentes individuais das duas fontes da força lateral, a força lateral total resultante é dada pela Equação 2.35.

$$F_y = - (F_{ycp} + F_{ybd}) \quad (2.35)$$

2.7 Deslizamento Combinado

A modelagem do deslizamento da roda, considerando os esforços de interação com o piso produzidos nas direções longitudinal e lateral, o chamado deslizamento combinado, é extensamente discutido na literatura [11, 16, 75–77]. Entretanto, ao tratar de terrenos deformáveis, a natureza dos efeitos (cisalhamento e efeito de parede) que produzem os esforços o diferenciam das abordagens do caso de piso firme. O efeito de parede, por exemplo, permanece atuando na lateral de uma roda imersa no terreno, mesmo que o veículo esteja na iminência de perder o contato com o solo, o que não é verificado nos pisos rígidos.

A abordagem proposta em [47] estabelece que a máxima tensão de cisalhamento desenvolvida em um elemento de área infinitesimal da região de contato com o solo não deve exceder a máxima tensão de cisalhamento suportada pelo terreno naquela mesma área. Assim, a combinação da tensão de cisalhamento na direção longitudinal e lateral está limitada ao envelope de falha definido pela Equação 2.36.

$$\left(\frac{\tau_x}{\tau_{max}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{ycp}}{\tau_{max}} \right)^2 \leq 1 \quad (2.36)$$

Esta inequação pressupõe a existência de um ponto ao longo da região de contato (θ_a), a partir do qual a tensão resultante é limitada à máxima tensão de cisalhamento dada pelo critério de Mohr-Coulomb ($\tau_{max} = c + \sigma_n \operatorname{tg} \phi$).

Em [47], o método utilizado para determinar os esforços produzidos na interação com o piso firme é adaptado à condição de solo deformável. Esta adaptação é efetuada, particularmente, na determinação das componentes de força longitudinal e lateral, a partir do estado cinemático da roda definido por seu deslizamento longitudinal (s_d) e ângulo de deslizamento lateral (α). A revisão da formulação proposta em [47] mostra que estas componentes são determinadas segundo a Equação 2.37.

$$(K_s)_x = \frac{s_d}{\sqrt{(\operatorname{tg} \alpha^C)^2 + (s_d)^2}} \quad ; \quad (K_s)_y = \frac{\operatorname{tg} \alpha^C}{\sqrt{(\operatorname{tg} \alpha^C)^2 + (s_d)^2}} \quad (2.37)$$

Combinando-se aos demais esforços produzidos nas direções longitudinal e lateral, as forças resultantes produzidas pela interação com o terreno, considerando o efeito do deslizamento combinado, são expressas pelas Equações 2.38 e 2.39.

$$F_t = r_u b \left(\int_{\theta_a}^{\theta_e} \tau_x(\theta) \cos \theta d\theta + (K_s)_x \int_{-\theta_r}^{\theta_a} \tau_{max}(\theta) \cos \theta d\theta \right) - R_c \quad (2.38)$$

$$F_y = -r_u b \left(\int_{\theta_a}^{\theta_c} \tau_{ycp}(\theta) d\theta + (K_s)_y \int_{-\theta_r}^{\theta_a} \tau_{max}(\theta) d\theta \right) - F_{ybd} \quad (2.39)$$

2.8 Efeito de Deslizamento-Afundamento

O modelo de Chan e Sandu não aborda diretamente o efeito de deslizamento-afundamento (*slip-sinkage*), notadamente característico da interação com solos deformáveis. Indiretamente, o deslocamento do ângulo de máxima tensão normal reflete um pouco deste efeito, mas o tratamento mais objetivo é apresentado em [48, 51]. A abordagem utilizada por Senatore [48] baseia-se em [70] e considera o coeficiente n de pressão-afundamento como uma função do deslizamento. Apesar dos resultados coerentes, os coeficientes para correção do parâmetro n , para terrenos diferentes de areia, não foram apresentados. Em [51], inspirado pelos primeiros trabalhos anteriores de Reece, Lyasko trata o efeito por meio da inclusão de um coeficiente de correção determinado em função apenas do deslizamento (K_{ss}) dado por:

$$K_{ss} = \frac{1 + s_d}{1 - 0,5 \cdot s_d} \quad (2.40)$$

Dessa forma, o afundamento da roda e a resistência à compactação são obtidos pela multiplicação deste fator como:

$$z = K_{ss} \cdot z_0 \quad (2.41)$$

$$R_c = K_{ss} \cdot (R_c)_0 \quad (2.42)$$

onde z_0 é o afundamento calculado pela condição de equilíbrio e $(R_c)_0$ é a resistência à compactação calculada para o afundamento z_0 .

A abordagem proposta por Lyasko é adotada nesta pesquisa para representar o efeito de deslizamento-afundamento. Esta abordagem é aplicável a solos de diferentes características a partir de parâmetros já conhecidos. Não necessita, portanto, do levantamento de novos parâmetros empíricos para representar o citado efeito, como ocorre na abordagem utilizada por Senatore. Outras propostas de modelagem deste fenômeno ainda podem ser encontradas em trabalhos recentes [55, 56].

2.9 Resultados e Comentários

A partir do modelo descrito nas seções anteriores, foram realizadas algumas simulações para validação da rotina implementada, à luz do trabalho de referência, suas posteriores aplicações e outras fontes bibliográficas.

As simulações foram realizadas para dois tipos de solos: arenoso e argiloso. Os parâmetros utilizados nestas simulações encontram-se listados na Tabela A.7 do Apêndice A [5, 7, 12]. Os dados utilizados na simulação diferem daqueles apresentados por Chan em sua tese, devido a dificuldades de identificação de sua origem. Dessa forma, recorreu-se aos parâmetros experimentais listados em [5].

Para uma primeira abordagem, optou-se por identificar os solos como arenoso e argiloso, pois a variedade de solos constituídos por minerais desta natureza é bastante ampla. O solo arenoso, aqui considerado, possui pouca umidade aproximando-se do tipo areia seca. O solo argiloso aproxima-se de um barro mais firme, também com pouca umidade presente.

Inicialmente, os esforços longitudinais foram obtidos para valores de deslizamento longitudinal (s_d) no intervalo de -1,0 a 1,0. Para estes valores foram simuladas variações do ângulo de deslizamento (α) e do carregamento vertical na roda (W). Para estas condições, são apresentados ainda os torques de resistência para cada solo.

Todas as simulações consideram os parâmetros dimensionais do pneu 33x12.5R15, o mesmo utilizado no veículo de referência para esta pesquisa. As

condições de carregamento foram obtidas a partir da distribuição de 1/4 da carga vertical resultante do equilíbrio estático (W), considerando a massa em ordem de marcha (2500 kg). Este carregamento foi aumentado em 20% e 50% para avaliar os esforços mencionados.

2.9.1 Solo Arenoso

O solo arenoso com pouca umidade é caracterizado pela baixa coesão, ou seja, pouca capacidade de permanecer aglomerado sem a presença de pressão externa. Isto se reflete em limites de tensão de cisalhamento mais baixos, se comparado com solos mais coesivos. Em contrapartida, o atrito interno mais elevado se reflete numa maior sensibilidade dos esforços à variação de pressão normal.

Os gráficos de força longitudinal são apresentados nas Figuras 2.13 e 2.14 (a) e (b), e mostram que, em terrenos de baixa coesão, um baixo nível de deslizamento longitudinal é suficiente para atingir a máxima força de tração possível. A variação dos valores em função do deslizamento longitudinal decorrem, predominantemente, da variação da distribuição de tensão normal.

Uma vez atingido o limite de força de tração, o incremento nos níveis de deslizamento não resultam em significantes variações de força longitudinal, nos casos em que o efeito de *slip-sinkage* não é considerado. A inclusão do efeito de deslizamento-afundamento resulta no surgimento de um ponto de inflexão na curva e na acentuação do decaimento da força de tração com o aumento do deslizamento longitudinal, definindo com mais clareza a condição de máxima força de tração, de forma similar à verificada em pisos firmes, porém por diferentes causas. Este efeito é devido ao incremento da resistência à compactação. Este aumento da resistência também é observado para valores negativos do deslizamento, correspondentes à condição de derrapagem da roda.

Pode-se perceber, ainda, uma sensibilidade maior da força longitudinal à variação de carga vertical e, por consequência, de distribuição de tensão normal. Esta característica está presente em solos com ângulo de atrito interno elevado e que tem resistência aumentada pelo incremento de pressão normal.

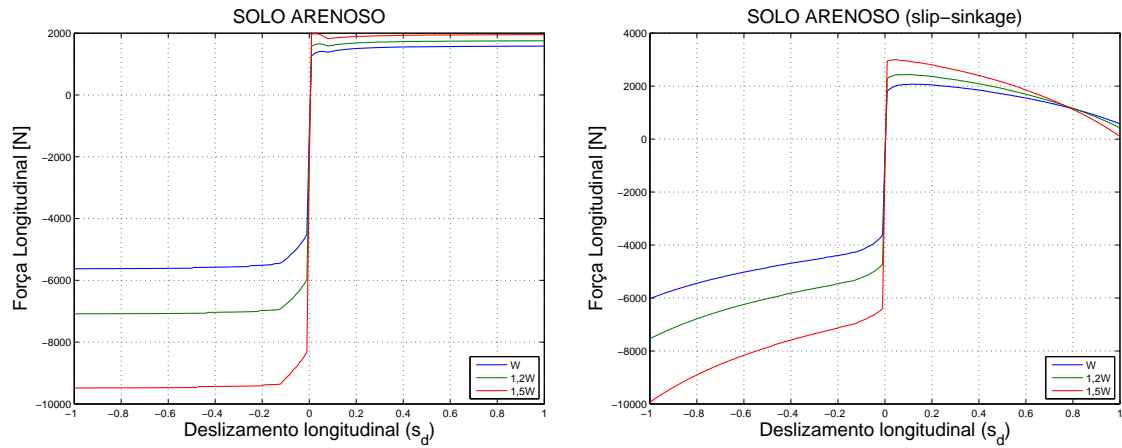


Figura 2.13: Comportamento da Força Longitudinal em solo arenoso vs Deslizamento Longitudinal variando o carregamento vertical (W) na roda: (a) não considerando o efeito de *slip-sinkage* e (b) considerando este efeito segundo Lyasko.

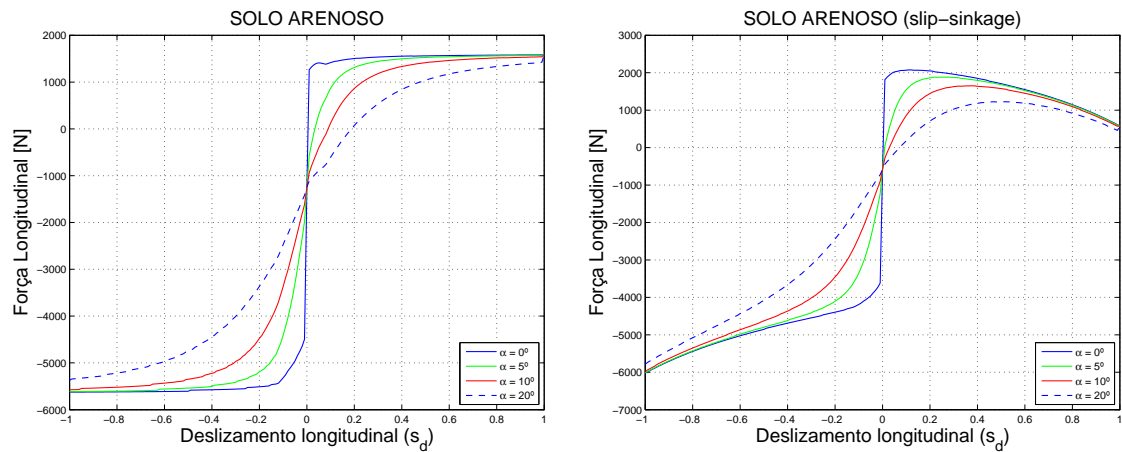


Figura 2.14: Comportamento da Força Longitudinal em solo arenoso vs Deslizamento Longitudinal variando o ângulo de deslizamento lateral (α) na roda: (a) não considerando o efeito de *slip-sinkage* e (b) considerando este efeito segundo Lyasko.

A variação do ângulo de deslizamento resulta na diminuição das forças longitudinais. Este comportamento mostra o efeito do deslizamento combinado implementado por Chan, que limita o nível de tensão de cisalhamento resultante na interface ao da máxima tensão estabelecida pelo Critério de Mohr-Coulomb.

O mesmo comportamento das forças longitudinais são reproduzidos nos torques de resistência do solo, conforme ilustrado nas Figuras 2.15 (a) e (b). Este é um resultado esperado, em função deste esforço ser obtido apenas pela integração das tensões de cisalhamento na interface e, portanto, completamente vinculadas ao critério do deslizamento combinado.

Como as forças longitudinais, as laterais apresentam grande sensibilidade às condições de pressão normal. No caso da variação da carga vertical, este efeito

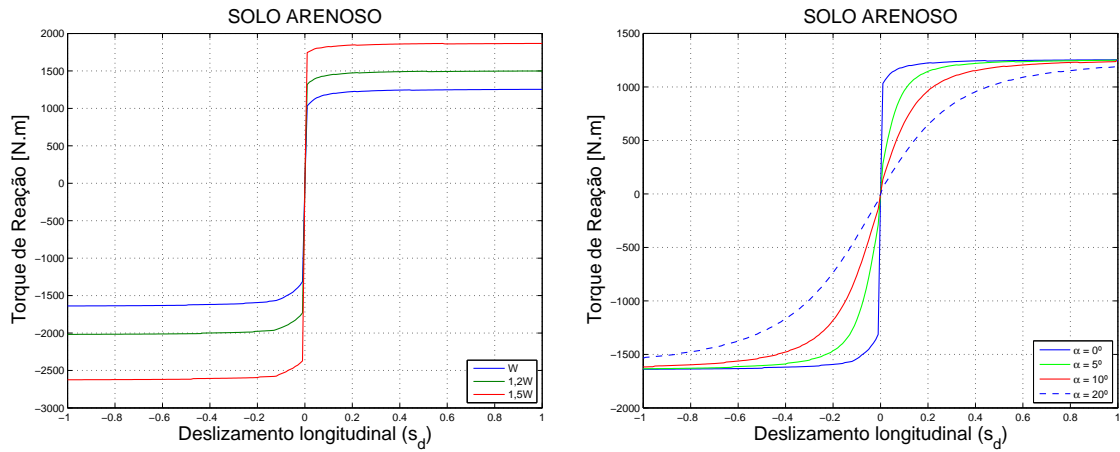


Figura 2.15: Comportamento do Torque de Reação do solo (Arenoso) vs Deslizamento Longitudinal variando (a) Carregamento vertical na roda e (b) Ângulo de deslizamento (α)

é esperado, porém no caso do ângulo de deslizamento este fenômeno ocorre devido à força lateral de *bulldozing* (efeito de parede). Esta força é calculada a partir da tensão normal sobre a porção da roda afundada no solo.

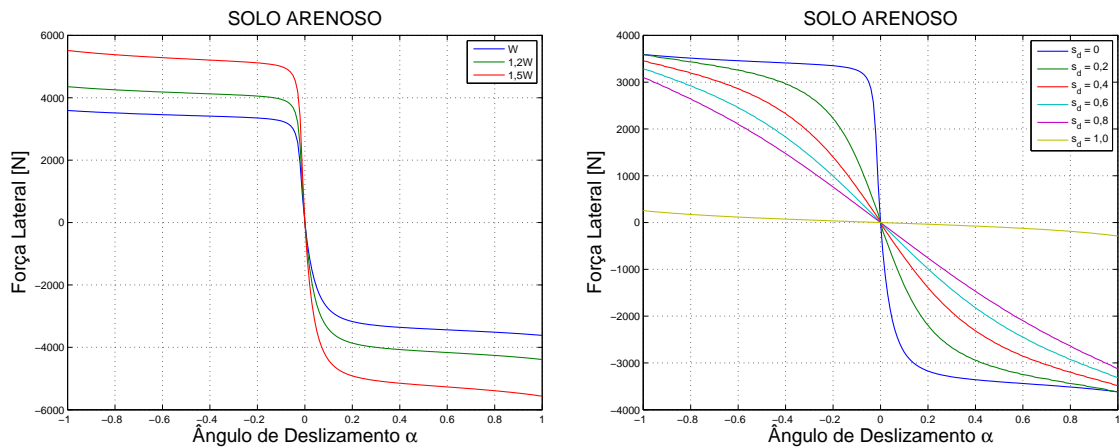


Figura 2.16: Comportamento da Força Lateral em solo arenoso vs Ângulo de Deslizamento (α) variando (a) Carregamento vertical na roda e (b) Deslizamento longitudinal (s_d)

O deslizamento combinado, segundo a modelagem apresentada, foi simulado para determinar o envelope de tração para diversas condições de ângulo de deslizamento (Figuras 2.17).

Pode-se perceber que, os envelopes de falha obtidos, considerando-se ou não o efeito de deslizamento-afundamento, apresentam alterações nas suas formas regulares. Estes trechos são identificados nas regiões próximas aos limites de força máxima na direção longitudinal e lateral. Nestas regiões, o ângulo de máxima tensão normal atinge o limite de $1/3$ do ângulo de atrito interno (ϕ), alternando para a forma regular ao ficar abaixo deste limite.

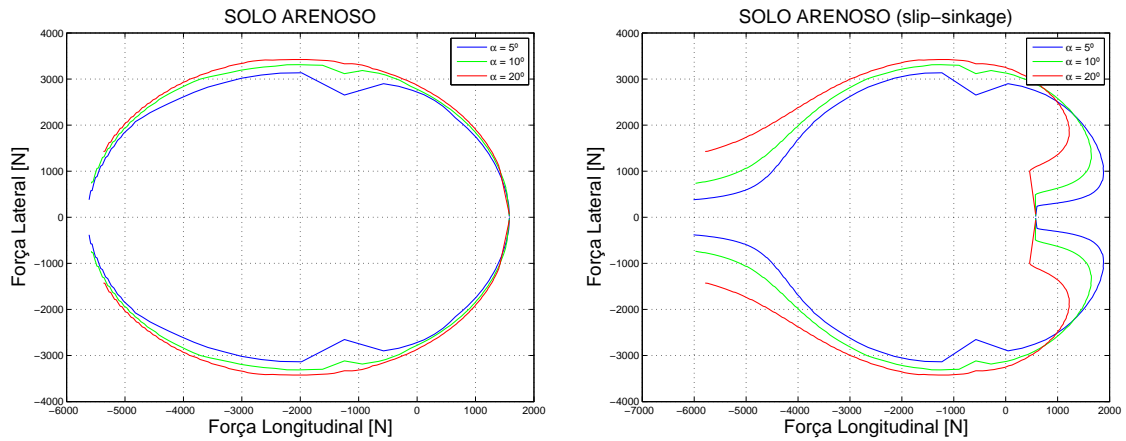


Figura 2.17: Deslizamento Combinado (Solo Argiloso).

2.9.2 Solo Argiloso

De forma semelhante às simulações anteriores, o comportamento dos esforços gerados pelo modelo de Chan e Sandu foram avaliados para o solo argiloso. Este solo, aqui considerado, apresenta aspecto mais firme, o que resulta em menor afundamento da roda e menor região de contato. Os parâmetros utilizados novamente diferem daqueles apresentados no modelo original.

Verifica-se nas Figuras 2.18 e 2.19 (a) e (b) que, não levando-se em conta o efeito de *slip-sinkage*, as forças longitudinais atingem seus máximos na condição de deslizamento longitudinal puro, para as condições de carregamento e ângulo de deslizamento impostos. Entretanto, ao considerar o efeito mencionado, é possível identificar um ponto de inflexão nas curvas, caracterizando a condição de máximo, deslizamento longitudinal abaixo de 1. O mesmo comportamento é observado para as curvas de torque de resistência do solo (Figuras 2.20).

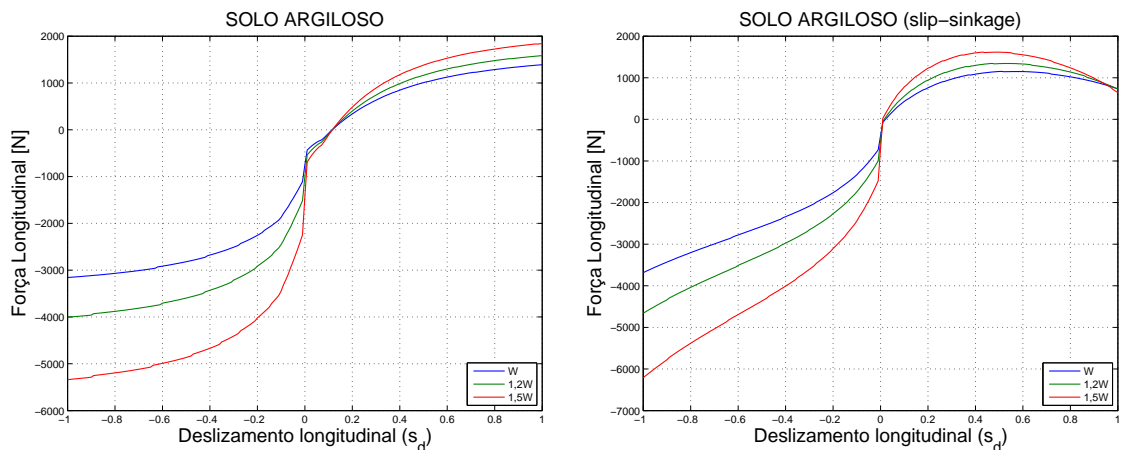


Figura 2.18: Comportamento da Força Longitudinal em solo argiloso vs Deslizamento Longitudinal variando o carregamento vertical (W) na roda: (a) não considerando o efeito de *slip-sinkage* e (b) considerando este efeito segundo Lyasko.

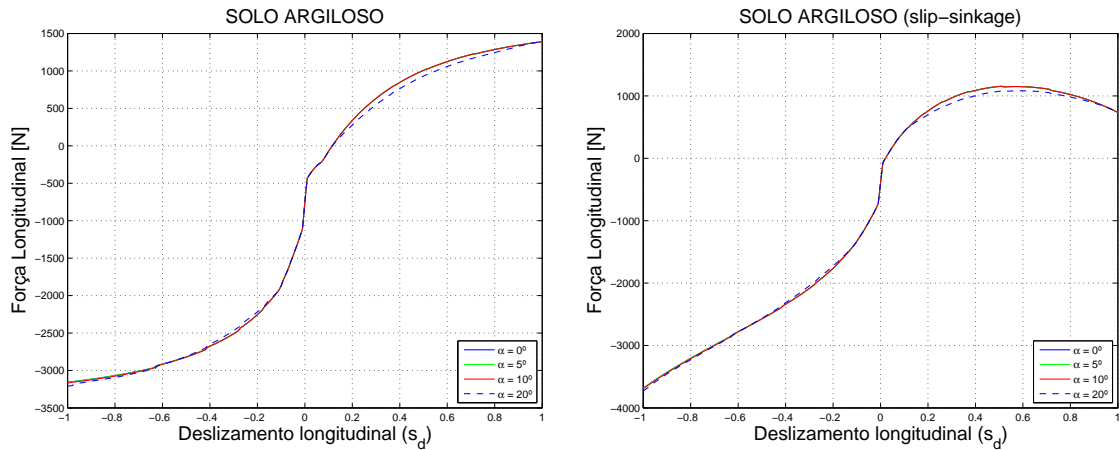


Figura 2.19: Comportamento da Força Longitudinal em solo argiloso vs Deslizamento Longitudinal variando o ângulo de deslizamento (α): (a) não considerando o efeito de *slip-sinkage* e (b) considerando este efeito segundo Lyasko.

Estas grandezas mostram alguma sensibilidade à variação de carga normal, mas sofre influência pouco significativa em relação à variação do ângulo de deslizamento.

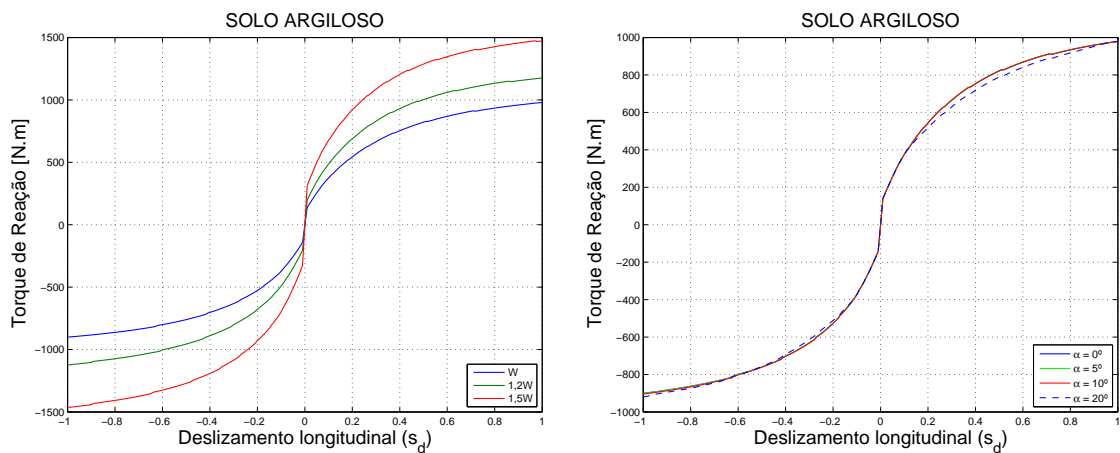


Figura 2.20: Comportamento do Torque de Reação do solo (Argiloso) vs Deslizamento Longitudinal variando (a) Carregamento na roda e (b) Ângulo de deslizamento (α)

Este comportamento mostra que a o deslocamento por cisalhamento longitudinal (j_x) é bastante elevado para qualquer nível de deslizamento longitudinal sobre este solo. Dessa forma, a tensão de cisalhamento em cada ponto da região de contato se aproxima do máximo, fazendo com que os valores de força longitudinal também atinjam seus limites e que pouco se alterem com a variação do ângulo de deslizamento.

Os torques de resistência repetem este comportamento por serem exclusivamente dependentes da distribuição de tensão de cisalhamento.

As forças laterais (Figuras 2.21 (a) e (b)) geradas se mostram influenciadas tanto pela carga vertical aplicada, quanto pela variação de ângulo de deslizamento (α).

O primeiro comportamento é natural e também verificado nas forças longitudinais. Esta influência não é tão expressiva nos solos coesivos quanto nos solos de elevado atrito interno. Para os solos coesivos, a área de contato pneu-solo tem maior influência na geração de esforços.

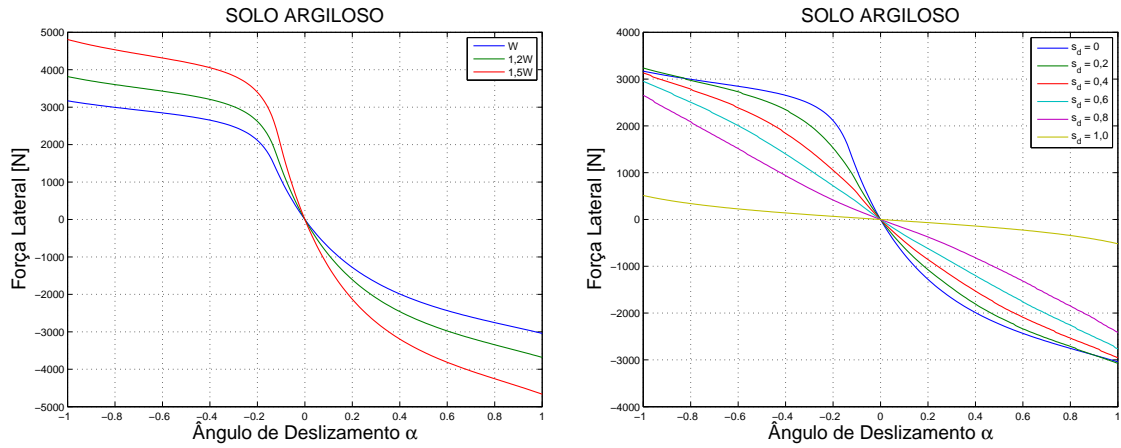


Figura 2.21: Comportamento da Força Lateral em solo argiloso vs Ângulo de Deslizamento (α) variando (a) Carregamento vertical na roda e (b) Deslizamento longitudinal (s_d)

Por meio das curvas do deslizamento combinado (Figura 2.22) é possível notar a modificação introduzida pelo efeito de deslizamento-afundamento, modificando a condição máxima força longitudinal para valores de deslizamento longitudinal diferentes de 1. A forma mais regular das curvas, em relação àquela apresentada para solo arenoso, é função do ângulo de máxima tensão não atingir seu limite mesmo para condições de baixo deslizamento longitudinal.

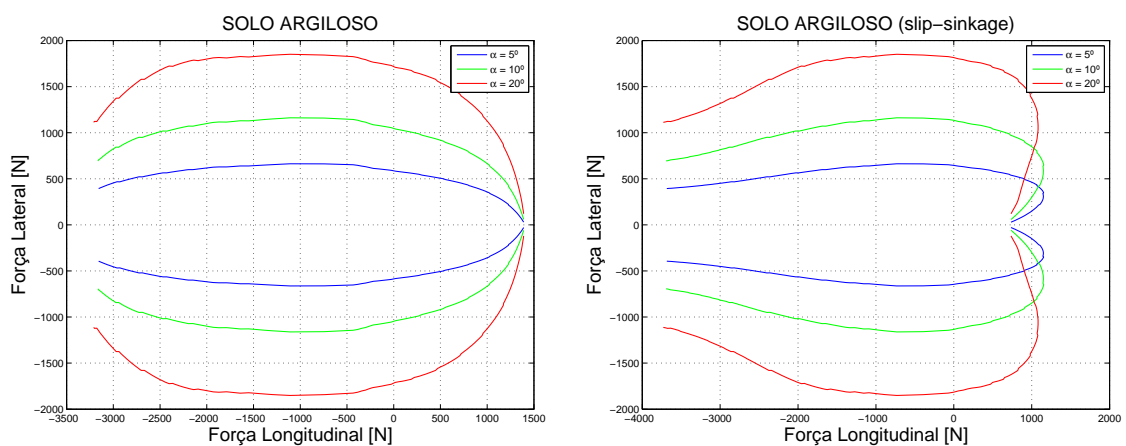


Figura 2.22: Deslizamento Combinado (Solo Argiloso).

Os resultados obtidos para o solo argiloso guardam algumas diferenças em relação aos citados em [47]. Estas diferenças inicialmente surgem pela utilização de terrenos diferentes, ou seja, de parâmetros característicos distintos, bem como pela

abordagem somente do comportamento rígido da roda e do efeito de deslizamento-afundamento. Sobre os resultados obtidos considerando este efeito, é obtida maior proximidade com os resultados apresentados em [48], onde o mesmo fenômeno é modelado segundo uma abordagem distinta.

Tratando-se de um solo mais coesivo, o solo argiloso caracterizado resultou em uma região de contato reduzida sob ação das cargas verticais aplicadas. Com isso, a grandeza dos esforços produzidos foi diminuída e o nível de tensões de cisalhamento permanece dentro dos seus limites. O afundamento reduzido resulta ainda em menores valores de força lateral devida ao efeito de parede. Esta influência é ainda mais reduzida pela menor densidade e ângulo de atrito interno.

Obtidos os esforços resultantes da interação da roda com o terreno, faz-se necessário o acoplamento com o modelo dinâmico do veículo, que passa a ser descrito no Capítulo 3.

Capítulo 3

Modelo Dinâmico

3.1 Introdução

A modelagem da dinâmica de sistemas mecânicos, em especial aquela aplicada aos veículos terrestres, se constitui em tema extensamente analisado na literatura [8, 11, 16, 52, 75–78]. As diversas abordagens e premissas da modelagem dinâmica aplicada a sistemas veiculares têm a complexidade adequada à análise ou ao estudo que se pretende realizar. As simplificações adotadas em cada modelo estão diretamente relacionadas às condições que será submetido e às informações que dele se pretende obter.

No presente capítulo serão apresentados os fundamentos teóricos necessários para a formulação do modelo dinâmico do veículo de referência desta tese. As equações gerais de movimento são obtidas pelo método de Newton-Euler em conjunto com o Princípio de Jourdain. Os parâmetros de simulação do veículo de referência são apresentados no Apêndice A. Por fim, os resultados preliminares da integração do modelo dinâmico àquele de interação com o terreno são apresentados.

3.2 Fundamentos da Dinâmica Veicular

A dinâmica veicular estuda o comportamento dos veículos terrestres – automóveis, caminhões, ônibus, tratores, carros de combate, entre outros – sobre superfícies preparadas (on-road) ou não (off-road) [11]. O comportamento dinâmico de um veículo é resultado das interações entre o motorista (ou operador), o veículo e o ambiente, e, conseqüentemente, das forças resultantes (interação pneu-solo, aerodinâmicas, gravitacionais) atuantes sobre o mesmo, conforme ilustrado na Figura 3.1 [7].

Compreender o comportamento do operador humano, as características do veículo e as propriedades do terreno são fatores essenciais para a descrição dos

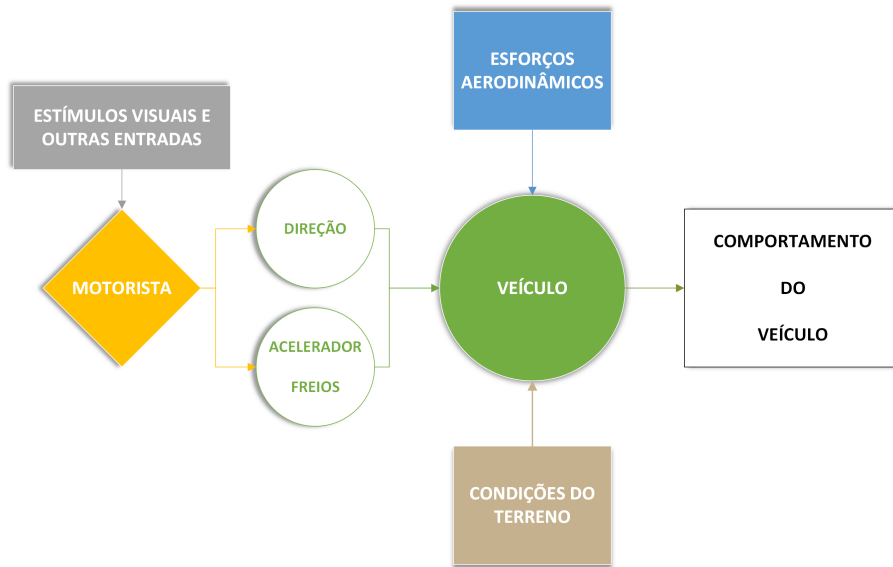


Figura 3.1: O sistema operador-veículo-terreno (Adaptado de Wong [7]).

estados do sistema, bem como a adoção de uma metodologia consistente de modelagem e condições de contorno adequadas.

Um veículo terrestre, visto como um sistema, é o resultado da integração de diversos subsistemas. De acordo com a norma MIL-STD-881C [79], a arquitetura física de um veículo terrestre pode ser composta por 16 subsistemas, dentre os quais são destacados:

- Estrutura (Chassi, cabine, monobloco);
- Suspensão;
- Direção;
- Eletrônica veicular (*Vetronics*);
- Propulsão;
- Transmissão; e
- Sistemas auxiliares (Freio de serviço, freio de estacionamento, arrefecimento etc).

Esta arquitetura pode diferir conforme o tipo de veículo e pode considerar total ou parcialmente os sistemas mencionados, de acordo com a complexidade do modelo dinâmico que o representa. Dessa forma, a modelagem consiste em, por um lado, adotar sistemas suficientemente completos (e complexos) para, efetivamente e com pequena margem de erro, representar a situação considerada [80]; e, por outro, utilizar-se de modelos que sejam suficientemente simples possibilitando a fácil e rápida obtenção dos estados, forças ou momentos desejados.

3.2.1 Aspectos da Modelagem

Nesta tese, conforme mencionado na Seção 2.2.1 a terminologia e a orientação dos sistemas de coordenadas seguem os descritos na norma SAE J670e [54]. A extensa bibliografia sobre dinâmica veicular [8, 11, 16, 27, 52, 53, 75, 76], baseia-se nas convenções estabelecidas nesta norma, bem como na ISO 8855, efetuando eventuais adaptações para facilitar a visualização e compreensão de conceitos.

Descrever um veículo como um sistema multicorpos rígidos é uma abordagem amplamente empregada na elaboração de modelos para estudo da dinâmica veicular. Frequentemente, o veículo é dividido entre corpos identificados como massa suspensa (S) e massas não-suspensas (U_i).

A massa suspensa representa o corpo do veículo, incluídas as massas da carroceria e chassi (em alguns casos monobloco), dos componentes do trem de força (motor, caixa de transferência, caixa de mudanças), sistema de transmissão e outros, ou seja, todos os subsistemas suportados pela suspensão.

As massas não suspensas, neste caso oito, são divididas em dois grupos - munhões e rodas, componentes móveis em relação à massa suspensa. Os primeiros representam as massas dos componentes de suspensão, parte do sistema de freios, direção e munhões. Os munhões têm deslocamento vertical relativo à massa suspensa e orientação do seu referencial local, na dianteira, dada pelo ângulo de esterçamento ou pela identidade nos munhões traseiros. As rodas incluem os pneus e aros e têm orientação, relativa aos respectivos munhões, dada pela rotação produzida pelo torque resultante na roda.

Para descrição do modelo matemático são estabelecidos referenciais em cada uma das massas equivalentes mencionadas anteriormente, além do referencial inercial (\mathcal{O}), fixo na Terra. Os eixos principais são representados por X_0 , Y_0 e Z_0 , e definem o plano horizontal de referência (X_0 e Y_0), sendo o eixo Z_0 de sentido positivo para baixo.

O referencial local da massa suspensa (S) é definido com a origem no Centro de Massa (CM) do corpo do veículo e os eixos principais X_S , Y_S e Z_S alinhados, respectivamente, com as direções de movimento longitudinal, lateral e vertical do corpo. O deslocamento longitudinal à frente, o deslocamento lateral à direita e o deslocamento vertical para baixo são considerados sentidos positivos.

Os referenciais das massas não suspensas são identificados por U_i e têm a origem definida no centro de cada munhão/roda. O índice i assume valores de 1 a 8, correspondendo às posições dos munhões dianteiro esquerdo, dianteiro direito, traseiro esquerdo e traseiro direito, e rodas nesta mesma sequência, respectivamente (Figura 3.2).

No plano definido pelos eixos X_S e Y_S , a distância entre o centro das rodas do

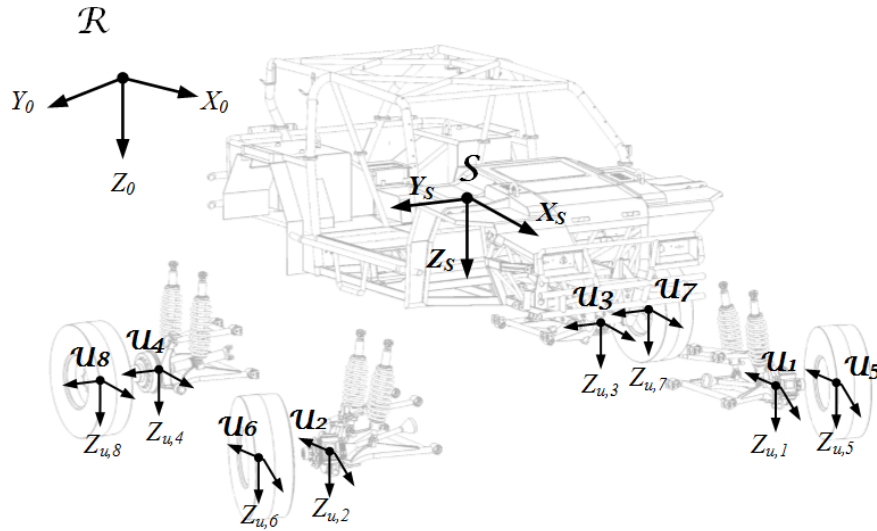


Figura 3.2: Corpos e referenciais adotados para a modelagem do veículo.

lado esquerdo e direito é chamada de bitola b . A distância entre eixos l definida neste mesmo plano é aquela entre as rodas dianteiras e traseiras. A projeção no plano $X_S - Y_S$ das distâncias entre o CM da massa suspensa e os eixos dianteiro e traseiro são identificadas por a_1 e a_2 , respectivamente.

Os ângulos de esterçamento das rodas dianteiras são denotados por δ_1 e δ_2 e, conforme mencionado anteriormente, representam a rotação dos referenciais locais \mathcal{U}_1 e \mathcal{U}_2 em torno do eixo Z_S (Figura 3.3).

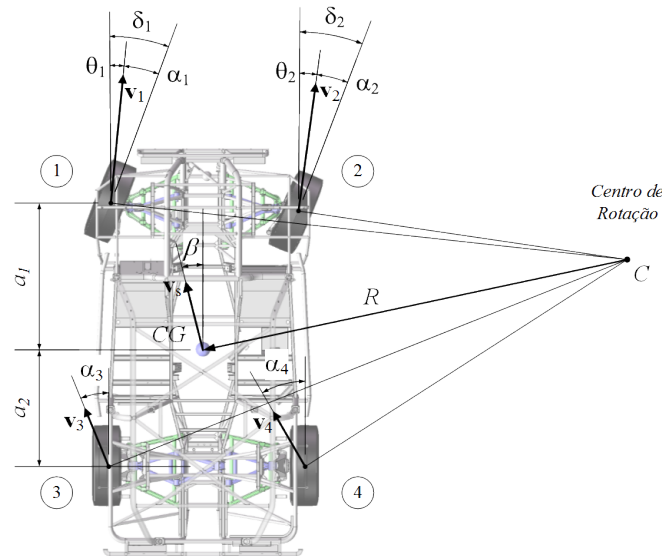


Figura 3.3: Dimensões principais, orientações e ângulos de deslizamento.

Ao descrever uma trajetória curva, o vetor velocidade do CM do veículo projetado no plano $X_S - Y_S$ forma com o eixo longitudinal (X_S) o chamado ângulo de deslizamento do veículo (β), conforme apresentado na Figura 3.3.

Na Seção 2.2.1 o ângulo de deslizamento foi definido isoladamente para uma roda. Tratando-se da integração das rodas ao veículo, o ângulo de deslizamento para as rodas traseiras não sofre alteração em sua definição. Porém, para as rodas dianteiras, o ângulo de esterçamento passa a compor as expressões dos ângulos de deslizamento, de acordo com as Equações 3.1.

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \delta_1 - \theta_1 \\ \alpha_2 &= \delta_2 - \theta_2\end{aligned}\tag{3.1}$$

onde θ_1 e θ_2 são os ângulos formados entre os vetores velocidade dos centros das rodas dianteira esquerda e direita, respectivamente, e o eixo longitudinal do veículo. A partir da descrição topológica do sistema (Fig. 3.4), o número de total de corpos (n_B) é de 14, sendo que 5 destes não possuem massa. O número de juntas (n_G) também totaliza 14, significando que não existem nenhum *loop* cinemático ($n_L = n_G - n_B$). A quantidade de juntas com apenas 1 grau de liberdade é de 12 e as 2 restantes possuem 2 graus de liberdade, representando a restrição entre o deslocamento dos munhões dianteiros em relação à massa suspensa.

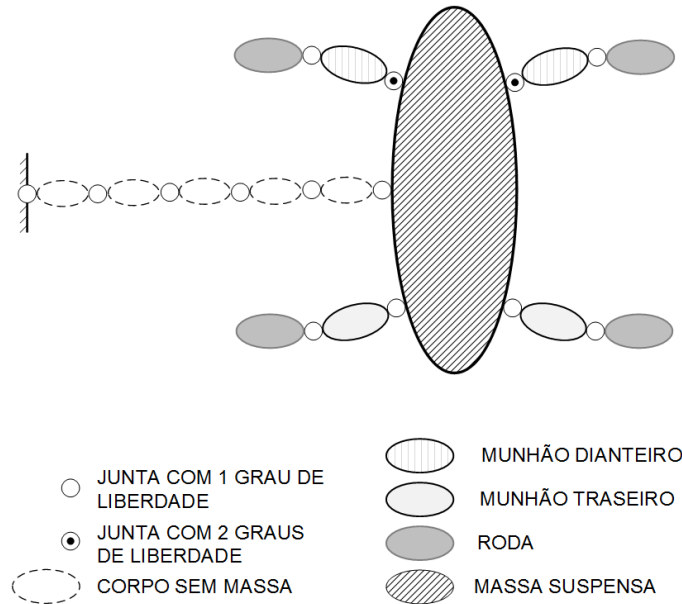


Figura 3.4: Representação topológica do veículo modelado.

Dessa forma, substituindo os valores na Equação 3.2, chega-se ao total de 16 graus de liberdade para o veículo modelado como um sistema multicorpos, conforme descrito.

$$\begin{aligned}f &= 6 (n_B - n_G) + \sum_{i=1}^{n_G} f_{G_i} \\ &= 6 (14 - 14) + [12 (1) + 2 (2)] = 16\end{aligned}\tag{3.2}$$

onde:

n_B é o número de corpos;

n_G é o número de juntas; e

f_{G_i} é o número de graus de liberdade da i -ésima junta.

Apresentados os aspectos gerais da modelagem do veículo, a elaboração do modelo matemático é iniciada com a descrição cinemática do mesmo.

3.2.2 Cinemática

Considerando a massa suspensa como um corpo rígido com 6 graus de liberdade, o vetor de posição do seu centro de massa (CM) no referencial inercial é dado por:

$${}^0\mathbf{r}^S = \begin{bmatrix} x_s & y_s & z_s \end{bmatrix}^T \quad (3.3)$$

Com base no Teorema de Euler, a orientação de um referencial no espaço pode ser representada por uma sequência de 3 rotações em torno de 3 eixos. A convenção adotada estabelece a orientação do referencial local do veículo (\mathcal{S}) no referencial inercial (\mathcal{O}) como uma rotação em torno do eixo Z inercial (Z_0) de um ângulo ψ de guinada (*yaw*), seguida de uma rotação em torno do eixo Y local resultante (Y') de um ângulo θ de arfagem (*pitch*) e de uma rotação em torno de X do corpo (X_S) de um ângulo ϕ de rolagem (*roll*).

A parametrização pela sequência de rotações descrita, adotada neste trabalho, é bastante popular na área da dinâmica veicular e, em algumas referências, seus ângulos são chamados ângulos CARDAN ou BRYANT [78].

Definidos os ângulos de Euler, a orientação do veículo em relação ao referencial inercial é representada pela matriz de transformação resultante do produto das matrizes de rotação, ou seja:

$${}^0R^S = \underbrace{R_{z_0, \psi}}_{\substack{\text{guinada} \\ \text{(yaw)}}} \underbrace{R_{y_0, \theta}}_{\substack{\text{arfagem} \\ \text{(pitch)}}} \underbrace{R_{x_S, \phi}}_{\substack{\text{rolagem} \\ \text{(roll)}}} \quad (3.4)$$

cujo produto resulta na expressão:

$${}^0R^S = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi s\theta c\phi \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & -c\psi s\phi + s\psi s\theta c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

A posição no referencial inercial da origem dos sistemas de coordenadas definidos nas massas suspensas traseiras (U_i) é representada por:

$${}^0\mathbf{r}^{U_i} = {}^0\mathbf{r}^S + {}^0R^{SS}\mathbf{r}^{U_i}, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \quad (3.6)$$

Uma vez que os munhões traseiros não possuem esterçamento e não são considerados graus de liberdade relacionados à cambagem, a orientação dos seus referenciais locais coincide com a da massa suspensa (${}^0R^{U_i} = {}^0R^S$). Para os munhões dianteiros, considerando o esterçamento (δ_1 e δ_2), a orientação destes referenciais locais (U_1 e U_2) é obtida por:

$${}^0R^{U_i} = {}^0R^S R_{z_S, \delta_i}, \quad i = 1, 2 \quad (3.7)$$

onde:

$$R_{z_S, \delta_i} = \begin{bmatrix} \cos \delta_i & -\sin \delta_i & 0 \\ \sin \delta_i & \cos \delta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2 \quad (3.8)$$

Os vetores de velocidade linear e angular da massa suspensa no referencial local são definidos pelas Equações 3.9 e 3.10 (Figura 3.5).

$${}^S\mathbf{v}^S = \begin{bmatrix} u & v & w \end{bmatrix}^T \quad (3.9)$$

$${}^S\boldsymbol{\omega}^S = \begin{bmatrix} p & q & r \end{bmatrix}^T \quad (3.10)$$

onde:

u , v e w são as componentes longitudinal, lateral e vertical, respectivamente, do vetor velocidade linear do CM do veículo;

p é a componente da velocidade angular do veículo no eixo X_S (velocidade de rolagem);

q é a componente da velocidade angular do veículo no eixo Y_S (velocidade de arfagem); e

r é a componente da velocidade angular do veículo no eixo Z_S (velocidade de guinada).

A velocidade linear da massa suspensa (${}^S\mathbf{v}^S$) pode ser expressa no referencial inercial como:

$${}^0\mathbf{v}^S = {}^0R^S {}^S\mathbf{v}^S \quad (3.11)$$

onde ${}^0\mathbf{v}^S = \begin{bmatrix} \dot{x}_s & \dot{y}_s & \dot{z}_s \end{bmatrix}^T$.

Sabendo-se que a velocidade angular da massa suspensa no referencial \mathcal{S} é

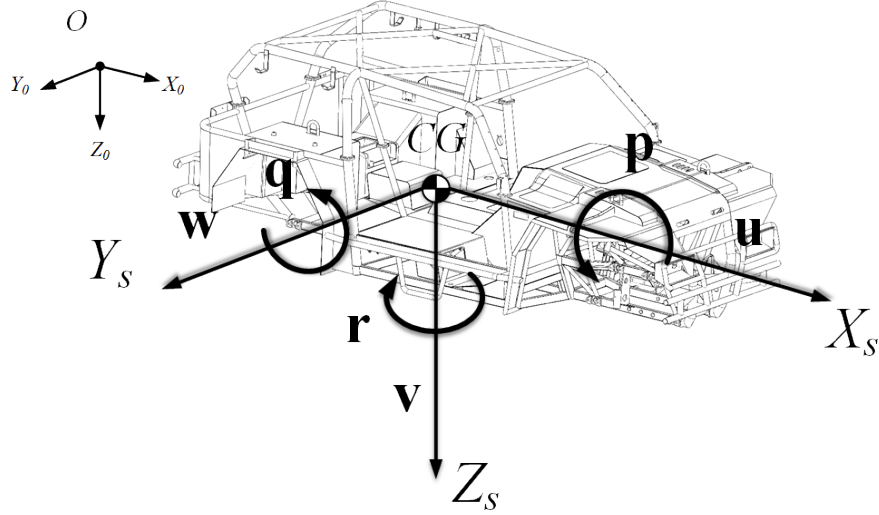


Figura 3.5: Componentes dos vetores de velocidade linear e angular do veículo.

$\omega_s = [p \ q \ r]^T$, é possível obter a relação entre suas componentes e as derivadas temporais dos ângulos de Euler ($\dot{\phi}$, $\dot{\theta}$, $\dot{\psi}$). Para tanto, recorre-se à forma geral de representar uma velocidade angular resultante, devida a uma sequência de rotações entre os sistemas de coordenadas, pode ser expressa por [81]:

$${}^0\omega^n = {}^0\omega^1 + {}^0R^{1 \ 1}\omega^2 + {}^0R^{2 \ 2}\omega^3 + \dots + {}^0R^{n-1 \ n-1}\omega^n \quad (3.12)$$

Assim, pode-se exprimir a velocidade angular da massa suspensa no referencial do corpo como:

$${}^S\omega^0 = {}^S\omega^2 + {}^SR^{2 \ 2}\omega^1 + {}^SR^{1 \ 1}\omega^0 \quad (3.13)$$

onde:

$${}^S\omega^2 = [\dot{\phi} \ 0 \ 0]^T;$$

$${}^2\omega^1 = [0 \ \dot{\theta} \ 0]^T;$$

$${}^1\omega^0 = [0 \ 0 \ \dot{\psi}]^T;$$

$${}^SR^2 = R_{x_S, -\phi}; \text{ e}$$

$${}^SR^1 = R_{x_S, -\phi}R_{y, -\theta}$$

Sabendo-se que a velocidade angular do veículo no referencial \mathcal{S} é $\omega_s = [p \ q \ r]^T$, igualando-se à Equação 3.13 é possível obter a relação entre as velocidades de rolagem (p), arfagem (q) e guinada (r) e as derivadas temporais dos ângulos de Euler.

Igualando-se a Equação 3.13 à expressão de ω_s , obtém-se:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\text{sen } \theta \\ 0 & \cos \phi & \text{sen } \phi \cos \theta \\ 0 & -\text{sen } \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

A manipulação algébrica da expressão 3.14 resulta na formulação da derivada dos ângulos de Euler definidos anteriormente (Eq. 3.15).

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= p + (q \text{sen } \phi + r \cos \phi) \tan \theta \\ \dot{\theta} &= q \cos \phi - r \text{sen } \phi \\ \dot{\psi} &= (q \text{sen } \phi + r \cos \phi) \sec \theta \end{aligned} \quad (3.15)$$

Utilizando a relação entre a velocidade angular na forma anti-simétrica e da matriz de rotação associada, ${}^0\tilde{\omega}^S = {}^0\dot{R}^S ({}^0R^S)^T$, chega-se à expressão da velocidade angular da massa suspensa, representada no referencial inercial (Equação 3.16).

$${}^0\omega^S = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad | \quad {}^0\tilde{\omega}^S = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

A velocidade linear da origem dos referenciais das massas não suspensas é obtida pela derivação no tempo do vetor de posição da Equação 3.6 expresso por:

$${}^0\mathbf{v}^{U_i} = {}^0\mathbf{v}^S + {}^0\dot{R}^S {}^S\mathbf{r}^{U_i} + {}^0R^S {}^S\dot{\mathbf{r}}^{U_i} \quad (3.17)$$

onde $\dot{R}_0^S = {}^0\tilde{\omega}^S {}^0R^S$.

De forma equivalente à Equação 3.16, as velocidades angulares das massas não suspensas representadas no referencial inercial são calculadas pela Equação 3.18.

$${}^0\tilde{\omega}^{U_i} = {}^0\dot{R}^{U_i} ({}^0R^{U_i})^T, \quad i = 1 \dots 8 \quad (3.18)$$

Definindo-se o vetor de coordenadas generalizadas dado por:

$$\mathbf{q}^T = \left[x_s \ y_s \ z_s \ \phi \ \theta \ \psi \ z_{U_1} \ z_{U_2} \ z_{U_3} \ z_{U_4} \ \delta_1 \ \delta_2 \ \phi_5 \ \phi_6 \ \phi_7 \ \phi_8 \right] \quad (3.19)$$

A presença do termo da derivada temporal da matriz de rotação faz com que as expressões das velocidades lineares e angulares dos corpos se tornem dependentes também da derivada temporal do vetor de coordenadas generalizadas ($\dot{\mathbf{q}}$).

Entretanto, muitas vezes a substituição da derivada temporal do vetor de coordenadas generalizadas (\mathbf{q}) pelo vetor de velocidades generalizadas ($\boldsymbol{\beta}$) possibilita simplificações significativas [52]. O vetor de velocidades generalizadas ($\boldsymbol{\beta}$), com frequência, é identificado como vetor de quase-velocidades.

Entende-se por quase-coordenadas como um conjunto de coordenadas cujas

derivadas temporais são grandezas com algum sentido físico (quase-velocidades), mas que em si não encerram necessariamente este mesmo significado [82]. Seja o vetor de velocidades generalizadas, quase-velocidades, dado por:

$$\boldsymbol{\beta}^T = \left[p \ q \ r \ u \ v \ w \ \dot{z}_{U_1} \ \dot{z}_{U_2} \ \dot{z}_{U_3} \ \dot{z}_{U_4} \ \dot{\delta}_1 \ \dot{\delta}_2 \ \dot{\phi}_5 \ \dot{\phi}_6 \ \dot{\phi}_7 \ \dot{\phi}_8 \right] \quad (3.20)$$

onde a relação entre a derivada temporal das coordenadas generalizadas é dada pela Equação 3.21.

$$\dot{\mathbf{q}} = \overline{\mathbf{W}}\boldsymbol{\beta} \quad (3.21)$$

Dessa forma, as velocidades lineares e angulares podem ser expressas apenas em função de \mathbf{q} e $\boldsymbol{\beta}$ (${}^0\mathbf{v}^i(\mathbf{q}, \boldsymbol{\beta})$ e ${}^0\boldsymbol{\omega}^i(\mathbf{q}, \boldsymbol{\beta})$).

A concatenação dos vetores de velocidades lineares e angulares de cada corpo do sistema multicorpos, é possível compor os vetores de velocidade linear e angular do sistema na forma:

$$\overline{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{v}^S \\ {}^0\mathbf{v}^1 \\ \vdots \\ {}^0\mathbf{v}^8 \end{bmatrix} \quad \overline{\boldsymbol{\omega}} = \begin{bmatrix} {}^0\boldsymbol{\omega}^S \\ {}^0\boldsymbol{\omega}^1 \\ \vdots \\ {}^0\boldsymbol{\omega}^8 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Como resultado das derivadas parciais dos vetores $\overline{\mathbf{v}}$ e $\overline{\boldsymbol{\omega}}$ em relação às velocidades generalizadas ($\boldsymbol{\beta}$) são determinadas as matrizes Jacobianas de translação (\mathbf{J}_v) e de rotação (\mathbf{J}_ω) (Eqs. 3.23 e 3.23).

$$\mathbf{J}_v = \left[\frac{\partial \overline{\mathbf{v}}}{\partial \dot{\beta}_1} \cdots \frac{\partial \overline{\mathbf{v}}}{\partial \dot{\beta}_n} \right] \quad \mathbf{J}_\omega = \left[\frac{\partial \overline{\boldsymbol{\omega}}}{\partial \dot{\beta}_1} \cdots \frac{\partial \overline{\boldsymbol{\omega}}}{\partial \dot{\beta}_n} \right] \quad i = 1 \dots 16 \quad (3.23)$$

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_v \\ \mathbf{J}_\omega \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

A partir da análise da matriz jacobiana \mathbf{J} , verifica-se que para ângulos de rolagem (ϕ) e arfagem (θ) iguais a $\pm\pi/2$, seu determinante é nulo, tornando-a não inversível. Esta condição caracteriza uma singularidade do sistema.

3.2.3 Equações de Movimento do Corpo Rígido

A forma geral das equações fundamentais obtidas pelo método de Newton-Euler para um corpo rígido livre no espaço pode ser representada por [80]:

$$\begin{bmatrix} m\mathbf{I}_3 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Theta_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{v}} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \boldsymbol{\omega} \times \Theta_c \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

onde:

m é massa do corpo;

Θ_c é o tensor de inércia do corpo no referencial inercial;

\mathbf{f} e $\boldsymbol{\tau}$ são as forças e torques aplicados ao corpo expressos no referencial inercial.

Estas expressões estão fundamentadas nos leis da dinâmica que estabelecem a proporcionalidade entre a variação de momento linear e angular, e as resultantes das forças e torques, respectivamente, às quais o corpo está submetido.

Para um sistema multicorpos rígidos, a partir das relações cinemáticas estabelecidas na Seção 3.2.2, é possível expressar as velocidades lineares e angulares de cada corpo no referencial inercial em função das velocidades generalizadas ($\boldsymbol{\beta}$). A função que relaciona estas grandezas é a matriz Jacobiana, que pode ser dividida em Jacobiana de translação (\mathbf{J}_v) e de rotação (\mathbf{J}_ω) (Eqs. 3.23 e 3.23).

$$\bar{\mathbf{v}} = \mathbf{J}_v \boldsymbol{\beta} \quad \text{e} \quad \bar{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{J}_\omega \boldsymbol{\beta} \quad (3.26)$$

Exprimindo o vetor de velocidades no referencial inercial na forma $\dot{\bar{\mathbf{X}}}^T = [\bar{\mathbf{v}} \quad \bar{\boldsymbol{\omega}}]$, então:

$$\dot{\bar{\mathbf{X}}} = \mathbf{J} \boldsymbol{\beta} \quad \therefore \quad \ddot{\bar{\mathbf{X}}} = \dot{\mathbf{J}} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\beta}} \quad (3.27)$$

Substituindo a Equação 3.27 na formulação das equações de movimento de Newton-Euler, chega-se à:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} \ddot{\bar{\mathbf{X}}} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{J}_\omega \dot{\boldsymbol{\beta}} \times \Theta \mathbf{J}_\omega \dot{\boldsymbol{\beta}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \mathbf{M} \mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{M} \dot{\mathbf{J}} \boldsymbol{\beta} + [\tilde{\boldsymbol{\omega}}] \mathbf{M} \mathbf{J} \boldsymbol{\beta} &= \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.28)$$

onde:

$[\tilde{\boldsymbol{\omega}}] = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & [\mathbf{J}_\omega \dot{\boldsymbol{\beta}}] \end{bmatrix}$ e \mathbf{M} , Θ são as matrizes de massa e tensor de inercia do sistema multicorpos.

Considerando um sistema multicorpos, as forças e torques aplicados aos corpos podem ser classificados entre esforços devidos às restrições e esforços externos.

Pelo Princípio de Jourdain, com base em fundamentos do cálculo variacional e de forma equivalente ao Princípio de D'Alembert (Princípio dos Trabalhos Virtuais), a

potência gerada pelos esforços resultantes de restrições é nula. Esta afirmação pode ser representada pela expressão da Equação 3.29.

$$\sum_{i=1}^N \left\{ \frac{\partial^T \bar{v}_i}{\partial \beta} f_i^r + \frac{\partial^T \bar{\omega}_i}{\partial \beta} \tau_i^r \right\} \delta \beta = 0 \quad (3.29)$$

Dessa forma, aplicando o Princípio de Jourdain às equações de movimento obtidas pelo método de Newton-Euler (3.28) chega-se à formulação em função das coordenadas generalizadas.

$$\mathbf{J}^T \mathbf{M} \mathbf{J} \dot{\beta} + \mathbf{J}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{J}} \beta + \mathbf{J}^T [\tilde{\omega}] \mathbf{M} \mathbf{J} \beta = \mathbf{J}^T \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Esta expressão é usualmente representada na forma:

$$\bar{\mathbf{M}}(\mathbf{q}) \dot{\beta} + \bar{\mathbf{h}}(\mathbf{q}, \beta) = \bar{\mathbf{Q}} \quad (3.31)$$

onde:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{M}} &= \mathbf{J}^T \mathbf{M} \mathbf{J}; \\ \bar{\mathbf{h}} &= (\mathbf{J}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{J}} + \mathbf{J}^T [\tilde{\omega}] \mathbf{M} \mathbf{J}) \beta; \text{ e} \\ \bar{\mathbf{Q}} &= \mathbf{J}_v^T \mathbf{f} + \mathbf{J}_\omega^T \boldsymbol{\tau} \end{aligned}$$

Em resumo, as equações de movimento do sistema são obtidas pela expressão das Equações 3.31.

No estudo da dinâmica veicular, conforme citado anteriormente, de acordo com os resultados que se deseja obter ou com o comportamento que se deseja analisar, uma variedade de forças externas podem ser consideradas. As principais referências bibliográficas [7, 11, 75] consideram relevantes para o estudo da dinâmica as forças e momentos de origem gravitacional, aerodinâmica, de suspensão, de propulsão e frenagem, e as resultantes da interação com o terreno.

Estes são os esforços considerados no presente trabalho. A descrição de suas formulações e aplicações ao caso em estudo serão detalhadas na Seção 3.3.

O código computacional desenvolvido para a obtenção das equações de movimento do sistema multicorpos rígidos é apresentado no Apêndice B.

3.3 Modelo de Veículo 4x4

Para a realização dos estudos propostos, a modelagem matemática, bem como a obtenção de parâmetros de simulação, tomou por base a Viatura Leve de Emprego Geral Aerotransportável (VLEGA) Chivunk (Figura 3.6).

A VLEGA Chivunk foi desenvolvida pelo Centro Tecnológico do Exército (CTEx) como uma plataforma de múltiplas funções destinada ao emprego pela



Figura 3.6: VLEGA Chivunk em diversas condições de operação [Fonte: CTEEx].

Brigada de Infantaria Paraquedista (Bda Inf Pqdt) do Exército Brasileiro (EB). Este veículo foi avaliado e aprovado pelo Centro de Avaliações do Exército (CAEx), passando por diversas provas de desempenho e durabilidade. Atualmente em produção, o domínio do projeto pelo EB possibilita o acesso a informações técnicas que permitem vislumbrar o emprego futuro desta plataforma como um veículo terrestre não-tripulado (VTNT).

A modelagem do veículo segue os fundamentos apresentados na seção anterior, cabendo nesta etapa apresentar as particularidades, simplificações e premissas do modelo dinâmico de veículo 4x4 utilizadas nas simulações realizadas nesta tese.

Como enunciado anteriormente, parte-se do princípio que o veículo pode ser representado por um corpo rígido com 6 graus de liberdade, equivalente à estrutura e demais componentes a ela fixados (massa suspensa) e oito outros corpos correspondentes às massas não suspensas. As massas não suspensas estão conectadas à massa suspensa por elementos de suspensão, e estas últimas acompanham rigidamente o perfil do terreno que as suporta (Figura 3.7).

O modelo matemático adotado considera as seguintes características do veículo de referência:

- propulsão por motor a combustão interna;
- tração nas 4 rodas;
- suspensão independente do tipo duplo A, ou *double wishbone*, nas 4 rodas;
- direção tipo *Ackermann* nas rodas dianteiras;

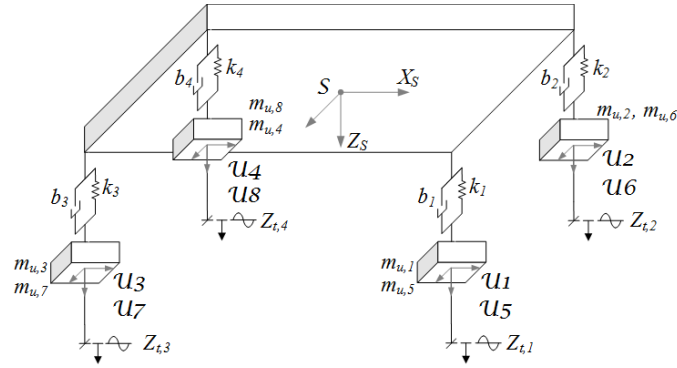


Figura 3.7: Representação do sistema equivalente ao veículo de referência.

- igual relação de transmissão de potência entre as rodas dianteiras e traseiras por meio de caixa de transferência;
- caixa de transmissão manual com 5 velocidades; e
- diferenciais dianteiro e traseiro abertos com igual transmissão de torque.

Algumas simplificações são adotadas a fim de limitar a complexidade do modelo e as incertezas associadas. Dessa forma, assume-se que:

- a estrutura do veículo (equivalente à carroceria e chassi) é considerada rígida;
- as rodas acompanham o perfil do terreno, mantendo-se o eixo vertical dos referenciais dos munhões sempre normais ao plano horizontal inercial;
- o sistema de direção é tratado cinematicamente; e
- os pneus estão em contato constante com o terreno.

A hipótese dos pneus em contato constante com o terreno tornaria o problema estaticamente indeterminado [77], o que é solucionado pela presença da suspensão.

O modelo dinâmico obtido tem como variáveis de entrada:

- torque do motor (\mathbf{T}_m)
- torque de frenagem nas rodas (\mathbf{T}_i)
- $\delta_1(t)$ e $\delta_2(t)$ (ângulos de direção), vinculados pela relação de Ackermann;
- $\gamma_i(t)$ ângulo de inclinação do terreno em cada roda, determina a posição e velocidade do centro das rodas na direção vertical.

Os parâmetros do veículo necessários à simulação do modelo são apresentados no Apêndice A.

Assumindo que o veículo tem geometria de direção do tipo *Ackermann*, os ângulos de esterçamento das rodas (δ_1 e δ_2), definidos anteriormente, se relacionam segundo a expressão da Equação 3.32, de acordo com a ilustração da Figura 3.8.

$$\begin{aligned} \cot \delta_1 - \cot \delta_2 &= \frac{b}{l}, & \delta_i > 0 \\ \cot \delta_2 - \cot \delta_1 &= \frac{b}{l}, & \delta_i < 0 \end{aligned} \quad (3.32)$$

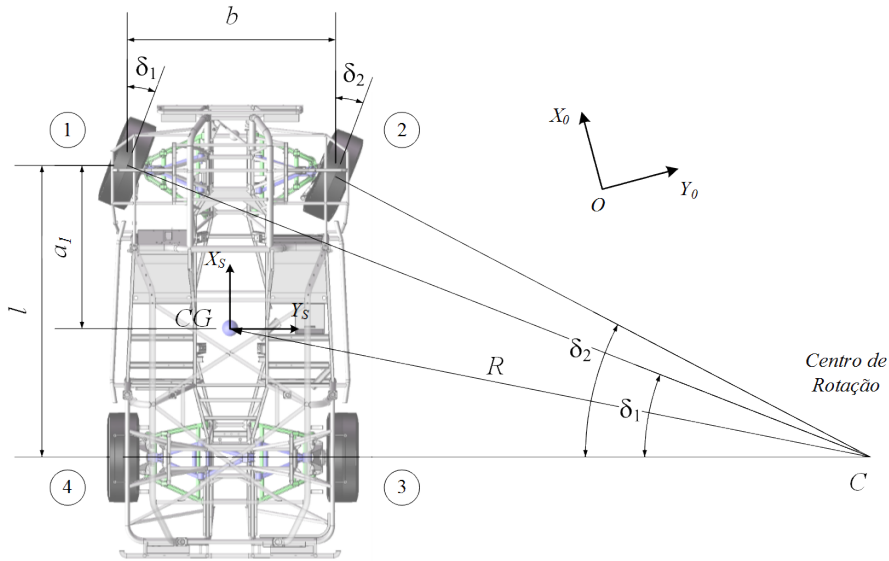


Figura 3.8: Ângulos de direção para configuração do tipo Ackermann.

A seguir são apresentadas as expressões das forças e momentos atuantes no veículo, apresentado anteriormente.

3.3.1 Força de Suspensão

As forças de suspensão atuantes no corpo do veículo derivam da dinâmica entre as massas não suspensas interagindo com o terreno por meio dos pneus e a massa suspensa por meio dos componentes de suspensão considerados: molas e amortecedores (Figura 3.9).

A massa suspensa está submetida a esforços devidos à suspensão representados por:

$$\mathbf{f}_{s,i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & f_{s,z} \end{bmatrix}^T \quad (3.33)$$

onde $f_{s,z} = \sum (f_{s,z})_i$, $i = 1, 2, 3, 4$, e por

$$\mathbf{M}_S = \sum \mathbf{r}_{ap,i} \times (\mathbf{f}_{s,z})_i \quad (3.34)$$

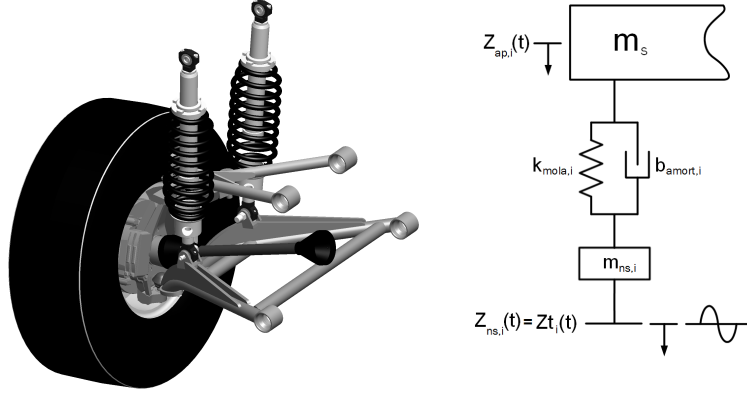


Figura 3.9: Representação de 1/4 de suspensão para a condição de roda rígida.

onde o vetor $\mathbf{r}_{ap,i} = [x_{ap,i} \ y_{ap,i} \ z_{ap,i}]$ representa a posição do ponto de apoio da suspensão na estrutura do veículo expresso no referencial local.

A partir da análise de 1/4 de veículo (Figura 3.9) a expressão da força de suspensão atuando na massa suspensa é dada por:

$$(\mathbf{f}_{s,z})_i = k_{mola,i}({}^S\mathbf{z}_i - {}^S\mathbf{z}_{ap,i}) + b_{amort,i}({}^S\dot{\mathbf{z}}_i - {}^S\dot{\mathbf{z}}_{ap,i}) \quad (3.35)$$

onde:

$k_{mola,i}$ é a rigidez da mola da suspensão na i -ésima roda; e

$b_{amort,i}$ é o coeficiente de amortecimento do i -ésimo amortecedor.

3.3.2 Força Gravitacional

É a força (\mathbf{F}_g) resultante da aceleração gravitacional local atuante sobre a massa dos corpos que compõem o sistema, concentrada no seu centro de massa (CM).

A aceleração da gravidade no referencial inercial é representada por:

$$\mathbf{g} = [0 \ 0 \ g]^T \quad (3.36)$$

onde: $g = 9,81m/s^2$. Assim, o vetor da força gravitacional atuando na massa suspensa (S) é dado por:

$${}^S\mathbf{F}_g = m_s({}^O R^S)^T \mathbf{g} \quad (3.37)$$

$${}^S\mathbf{F}_g = [-m_s g \sin \theta \ m_s g \cos \theta \sin \phi \ m_s g \cos \theta \cos \phi]^T \quad (3.38)$$

Nas massas não suspensas as forças gravitacionais são consideradas no cálculo da força de reação do terreno e abordadas na Seção 3.3.5.

3.3.3 Força Aerodinâmica

A força de resistência aerodinâmica (F_{aer}) tem origem em duas fontes principais: o fluxo de ar pela parte externa do veículo (carroceria) e o fluxo de ar pelo sistema de arrefecimento e interior do veículo [7], sendo a primeira responsável por mais de 90% da força de resistência resultante.

Além disso, o fluxo de ar externo ao veículo gera sobre a superfície da carroceria pressões normais e cisalhantes. O arrasto de pressão é originado a partir das componentes de pressão normal atuando em sentido contrário ao movimento do veículo, enquanto que o arrasto de atrito é a parcela de força criada a partir das tensões cisalhantes. O arrasto de atrito tem maior relevância ao se considerar veículos longos, onde a superfície em contato com o fluxo de ar é maior.

O veículo de referência é composto por uma estrutura tubular em lugar da carroceria e não possui fechamento com portas fixas. O fechamento da área superior e lateral é eventualmente utilizado e feito por meio de lonas de proteção. O veículo é dotado ainda de para-brisas amovível.

Assim, devido às características apresentadas, a modelagem da força de resistência aerodinâmica leva em conta apenas o arrasto de pressão, sendo representada por:

$$F_{aer} = \frac{\rho}{2} C_D A_f v^2 \quad (3.39)$$

onde:

ρ é a densidade do ar;

C_D é o coeficiente de resistência aerodinâmico, que representa os efeitos combinados de pressão e atrito;

A_f é a área frontal do veículo projetada no plano normal à direção de movimento; e

v é a velocidade relativa do veículo em relação ao vento, considerada para este estudo a velocidade na direção longitudinal ($v = u$).

Considerando a atuação da força aerodinâmica restrita à direção contrária a do movimento longitudinal do veículo, sua expressão no referencial local (\mathcal{S}) torna-se:

$${}^{\mathcal{S}}\mathbf{F}_{aer}^{\mathcal{S}} = \left[-\left(\frac{\rho}{2} C_D A_f u^2\right) \quad 0 \quad 0 \right]^T \quad (3.40)$$

Os valores para a densidade do ar, bem como da área frontal (A_f) utilizados nas simulações são apresentados no Apêndice A.

O coeficiente de resistência aerodinâmica é função de diversos fatores relacionados ao projeto do veículo, como sua forma geral incluindo carroceria dianteira, carroceria traseira, presença de aerofólio, janelas e retrovisores, entre

outros. A determinação deste coeficiente é feita a partir de experimentos em túnel de vento. Na impossibilidade da obtenção destes valores por métodos experimentais, pode-se recorrer a tabelas [7] que indicam valores de referência entre 0,4 e 0,58 para veículos do tipo van, categoria mais próxima às proporções dimensionais da VLEGA Chivunk. Considerando a peculiaridade da carroceria do veículo de referência, composta por uma estrutura tubular e reduzida superfície externa (menor arrasto de atrito), será adotado para o presente modelo $C_D = 0,4$.

3.3.4 Torques de Propulsão e Frenagem

Tipicamente, o sistema de propulsão e transmissão de um veículo é composto de motor, embreagem, caixa de mudanças, caixa de transferência, árvores de transmissão e diferenciais. O torque de propulsão nas rodas pode resultar de diversas configurações de componentes, incluindo motores elétricos, sistemas híbridos, transmissões manuais ou automáticas, com ou sem bloqueio de diferencial, entre outras.

As rodas conectadas ao sistema de transmissão são denominadas rodas tratoras. O torque de propulsão disponível nas rodas tratoras é definido como aquele gerado pelo motor e transmitido até as rodas pelos componentes do sistema de transmissão, conforme ilustrado na Figura 3.10.

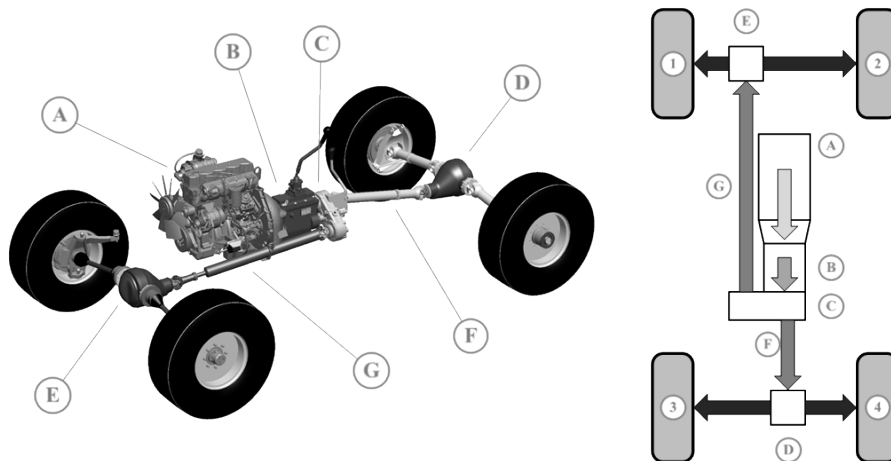


Figura 3.10: Componentes e transmissão de torque em um veículo 4x4, onde são identificados: (A) motor e embreagem, (B) caixa de transmissão, (C) caixa de transferência, (D) diferencial traseiro, (E) diferencial dianteiro, (F) árvore de transmissão traseira, (G) árvore de transmissão dianteira, (1)(2) rodas dianteiras e (3)(4) rodas traseiras.

O veículo estudado neste trabalho é dotado de motor diesel, cujas características são apresentadas no Apêndice A.

Segundo [8], a curva de potência gerada no motor em função da sua velocidade angular pode ser aproximada por um polinômio de 3ª ordem (Equação 3.41).

$$P_m = P_1\omega_m + P_2\omega_m^2 + P_3\omega_m^3 \quad (3.41)$$

Considerando que a relação entre torque e potência gerados no motor é $T_m = P_m/\omega_m$, a curva de torque pode ser aproximada pela relação:

$$T_m = P_1 + P_2\omega_m + P_3\omega_m^2 \quad (3.42)$$

onde, para motores diesel de injeção direta:

P_{max} e ω_{max} são, respectivamente, a potência máxima e rotação de potência máxima do motor;

$$\begin{aligned} P_1 &= 0,87 \frac{P_{max}}{\omega_{max}}; \\ P_2 &= 1,13 \frac{P_{max}}{\omega_{max}^2}; \text{ e} \\ P_3 &= -\frac{P_{max}}{\omega_{max}^3}. \end{aligned}$$

As curvas características para o motor do veículo de referência, baseado nos parâmetros do Apêndice A são apresentadas na Figura 3.11

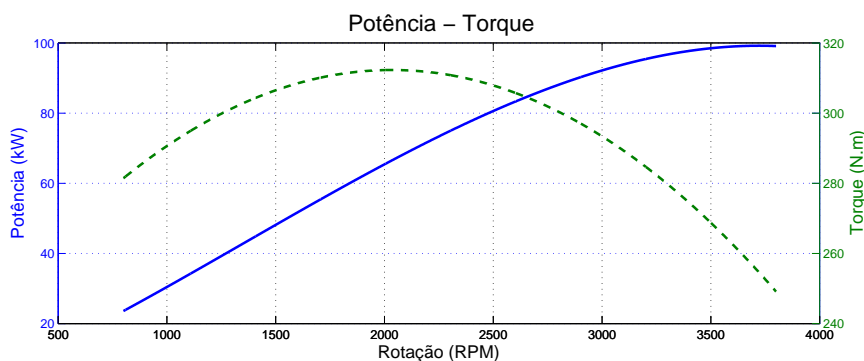


Figura 3.11: Curvas de potência e torque aproximadas para o motor MWM 4.07TCA [8].

A caixa de transmissão é do tipo manual com 5 relações à frente e 1 a ré. A caixa de transferência não possui redução e distribui 50% do torque para os diferenciais dianteiro e traseiro. Ambos os diferenciais são do tipo aberto, transmitindo e multiplicando torques iguais para os lados direito e esquerdo. Dessa forma, o torque disponível nas rodas ($T_{d,i}$) pode ser expresso por:

$$T_{d,i} = n_{ct1,j} \frac{n_{ct2}}{2} \frac{n_{dif}}{2} T_m, \quad i = 1...4 \quad j = 1...5 \quad (3.43)$$

onde:

$n_{ct1,j}$ é a relação de redução da caixa de transmissão na marcha j ;

n_{ct2} é a relação de redução da caixa de transferência ($n_{ct2} = 1$); e

n_{dif} é a relação de redução do diferencial.

O nível de eficiência do sistema é o produto da eficiência volumétrica, térmica, mecânica, entre outras, dos componentes que o integram. Estas parcelas representam as perdas e reduzem proporcionalmente o torque gerado no motor. Segundo [11], um nível de eficiência da ordem de 80 a 90% é tipicamente usado para caracterizar o sistema de propulsão e transmissão, sendo adotado o rendimento de 80% no presente estudo.

Os torques de frenagem ($T_{f,i}$) serão incluídos no presente estudo com o intuito de regular o torque de atuação nas rodas, por ocasião da implementação do controle de tração. Portanto, a dinâmica de atuação do sistema de freios não será objeto deste estudo.

3.3.5 Força de Interação com o Terreno

As forças de interação com o terreno são produzidas a partir do contato entre os pneus e o terreno trafegado, estabelecendo limites às forças de propulsão disponíveis.

As forças de interação com o solo são aquelas descritas no Capítulo 2 e compreendem as forças normais, longitudinais e laterais exercidas por cada pneu sobre o terreno. Considerando que os esforços produzidos são aplicados no centro de cada roda (coincidente com a origem dos referenciais locais), são equacionados os momentos resultantes em torno de cada um dos eixos do referencial local do veículo (\mathcal{S}).

De acordo com [39, 40], para veículos que trafegam por solos deformáveis, o deslocamento vertical da roda deve ser modelado a partir da posição do seu centro e não do ponto de contato com o solo, como é usual no tratamento de excitação de base. Por esta abordagem, considera-se conhecido um ângulo de inclinação do terreno γ_i para cada roda. Este ângulo é definido entre o vetor velocidade do centro da roda e o plano horizontal inercial, determinando a direção de deslocamento que o terreno impõe ao centro da roda.

O perfil do terreno pode ser modelado a partir das informações de posição vertical (z_{xy}) e ângulo de inclinação (γ_{xy}) para cada ponto no plano X-Y inercial. Assim, a trajetória percorrida pelo centro da roda está submetida a uma restrição não holonômica da forma $\text{tg } \gamma = \frac{v_{yr}}{v_{xr}}$, onde v_{xr} e v_{yr} são as velocidades do centro da roda, no seu plano longitudinal, projetadas em X e Y inerciais.

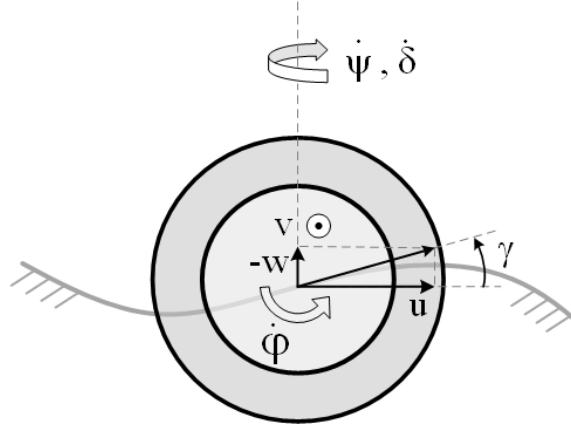


Figura 3.12: Detalhamento da cinemática do conjunto munhão-roda.

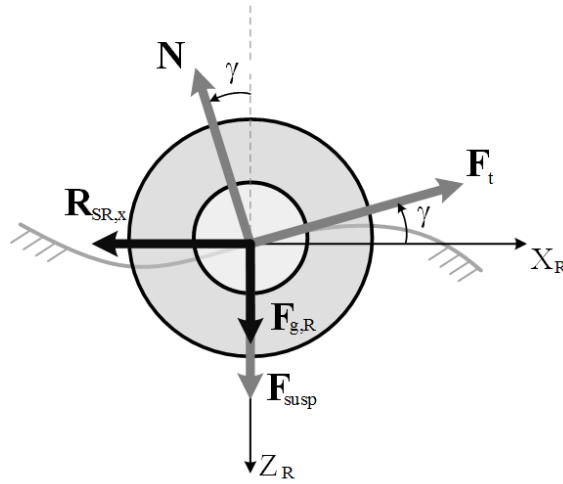


Figura 3.13: Diagrama de corpo livre do conjunto munhão-roda.

Assumindo que o centro da roda percorre a trajetória descrita pela restrição imposta pelo terreno, a direção normal a este movimento o corpo se encontra em equilíbrio e, dessa forma, a força normal em cada roda i é determinada pela Equação 3.44 (Figura 3.13).

$$N^{U,i} = (\mathbf{f}_{s,i} + m_{u,i} {}^{\mathcal{O}}R^{U_i} \mathbf{g} - \mathbf{F}_t \sin \gamma_i) / \cos \gamma_i \quad (3.44)$$

onde:

$\mathbf{f}_{s,i}$ é a força transmitida pela suspensão para o munhão; e

${}^{\mathcal{O}}R^{U_i}$ é a força de reação da massa suspensa no munhão no eixo X local.

Com base nos modelos de veículo e conjunto munhão-roda descritos, algumas simulações podem ser realizadas para avaliar seu comportamento ao trafegar por diferentes solos caracterizados como deformáveis.

3.4 Cenários de Simulação

Para analisar o comportamento do veículo modelado trafegando por diferentes terrenos, é necessário estabelecer as condições de simulação baseadas em procedimentos de testes padronizados ou de prática usual.

Uma diversidade de procedimentos de testes podem ser encontrados na literatura sobre dinâmica veicular, como ensaios de aceleração máxima, distância máxima de parada, partida em rampa, transposição de rampa longitudinal e lateral, frenagem em curva, manobra evasiva dupla em trajetória retilínea, entre outros [83].

Considerando os objetivos da presente pesquisa, os cenários de simulação estabelecidos buscam analisar o comportamento dinâmico longitudinal e lateral do veículo. Para tanto são estabelecidos dois procedimentos: aceleração em trajetória retilínea e deslocamento em trajetória curva com esterçamento constante, baseados na norma SAEJ1491 [84], ISO 7401 [85] e em [11, 27, 52].

Ensaio de Aceleração em Trajetória Retilínea

Este ensaio tem por objetivo avaliar o desempenho de aceleração do veículo. O desempenho é medido pelo intervalo de tempo para atingir um valor de velocidade final ou pela velocidade alcançada em uma distância de 1/4 de milha (402m) [84]. Considerando a velocidade final como referência, dependendo das condições do ensaio, pode assumir valores de 60km/h, 100km/h ou em testes de retomada, por exemplo, de 60 a 100km/h.

Nesta pesquisa, o teste de aceleração máxima utiliza como critérios de parada, além da distância percorrida de 402m conforme preconiza a norma, a perda de estabilidade direcional causada por ângulo de deslizamento lateral (α) na rodas igual ou superior a $\pi/2$, bem como o tempo de simulação superior a 60s.

São definidos ainda três perfis de torque gerado no motor ao longo do tempo. O primeiro prevê a evolução do torque transmitido para as rodas baseado na troca de marchas (1^a-5^a) condicionada à rpm de potência máxima (Fig. 3.14a), enquanto no segundo e terceiro consideram o torque máximo do motor constante para as relações de redução de 1^a e 2^a marcha (Figs. 3.14b).

Com isso, busca-se reproduzir a condição crítica de partida a partir do repouso, na qual o deslizamento longitudinal excessivo nas rodas pode resultar na imobilização do veículo ou a redução de sua eficiência trativa.

Ensaio de Trajetória Circular

Os testes em trajetória circular são estabelecidos para avaliar o comportamento dinâmico lateral do veículo. Diversos parâmetros podem ser utilizados para avaliar este comportamento e a tendência ao esterçamento de um veículo, como o ganho

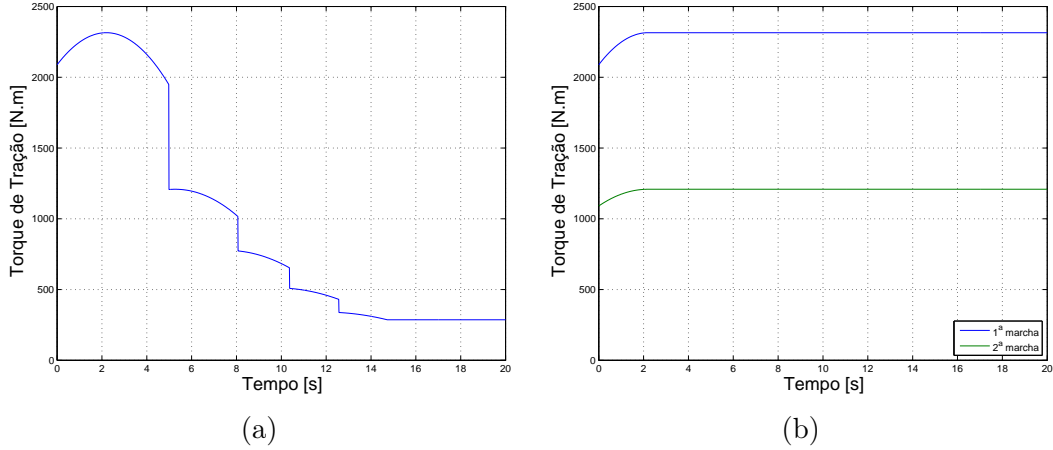


Figura 3.14: Perfis de evolução do torque do motor considerando troca de marchas (a) e marchas invariantes (b).

de velocidade de guinada ($S_r = r/\delta$), o ganho de aceleração lateral ($S_{a_y} = a_y/\delta$), o deslizamento lateral do veículo (β) dentre outros.

Um veículo apresenta comportamento subesterçante (*understeer*) quando a aceleração lateral do CG do veículo resulta em um aumento do deslizamento lateral das rodas dianteiras em relação às traseiras, fazendo com que seja necessário aumentar o ângulo de esterçamento para se manter na trajetória desejada. No comportamento oposto, o sobreesterçamento (*oversteer*), as rodas traseiras tem maior deslizamento lateral do que as dianteiras, tornando necessário reduzir o ângulo de esterçamento para retomar a trajetória desejada. Quando nenhum deste comportamentos é observado, diz-se que o comportamento é neutro.

Nesta pesquisa é adotado o método de esterçamento constante com aceleração constante [11], uma vez que não se tem por objetivo controlar a atuação no sistema de direção. Para os ensaios em trajetória circular podem, ainda, ser utilizadas as abordagens: raio constante, velocidade constante e aceleração constante.

Os ensaios em trajetória circular, em linhas gerais, seguem os procedimentos da ISO 7401 [85]. Nesta norma, é estabelecida uma aceleração lateral de 0,4g como referência para definir o ângulo de esterçamento de entrada (*step steer input*). Definida a velocidade de referência para aplicação da entrada de esterçamento, por meio da formulação da aceleração lateral definida pela Equação 3.45, é possível obter o ângulo de esterçamento pela relação de Ackermann ($\delta = \text{tg}^{-1}(\frac{b}{R})$).

$$a_y = \dot{v} = \frac{u^2}{R} \quad \therefore \quad R = \frac{u^2}{0,4 g} \quad (3.45)$$

Estabelecendo 50km/h (14m/s) [49], por exemplo, como velocidade de referência, e substituindo-se os valores na formulação anterior, chega-se a um raio de curvatura (R) de 50m e, por conseguinte, ao ângulo de esterçamento de 3,1°, onde o perfil de atuação é o apresentado na Figura 3.15.

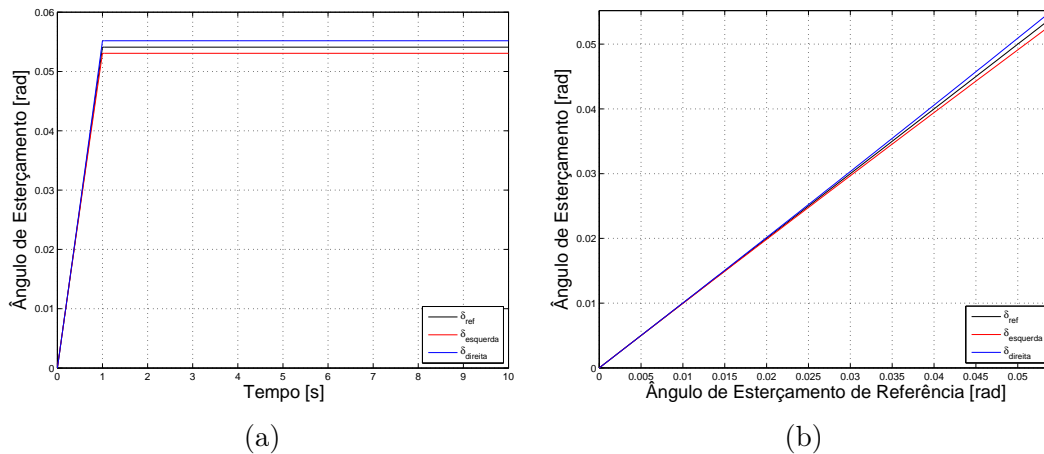


Figura 3.15: Perfil de esterçamento de referência e das rodas dianteiras (a) em função do tempo e (b) em função do esterçamento de referência.

3.5 Simulações e Resultados

A partir da implementação computacional em ambiente Simulink/MatLab[®] do modelo final, resultante da integração dos modelos de interação pneu-solo e dinâmico do veículo, são realizadas simulações para diferentes condições de operação e terreno (Tab. 3.1). Os parâmetros adotados na modelagem do veículo são aqueles estabelecidos no Apêndice A.

Tabela 3.1: Condições de Simulação do Modelo Dinâmico do Veículo

Ensaio	Perfil de Torque	Tipo de Solo
Reta	1	Arenoso
Reta	2	Arenoso
Reta	3	Arenoso
Reta	1	Argiloso
Reta	2	Argiloso
Reta	3	Argiloso
Curva	1	Arenoso
Curva	2	Arenoso
Curva	3	Arenoso
Curva	1	Argiloso
Curva	2	Argiloso
Curva	3	Argiloso

3.5.1 Ensaio de Aceleração em Trajetória Retilínea

A seguir são apresentados os resultados obtidos a partir das condições de simulação apresentadas na Seção 3.4.

SOLO ARENOSO

Perfil de torque 1: Para os ensaios realizados com o torque de propulsão nas rodas variando com a marcha selecionada, os resultados obtidos, com o veículo trafegando por solo arenoso, são apresentados nas Figuras 3.16, 3.17 e 3.18.

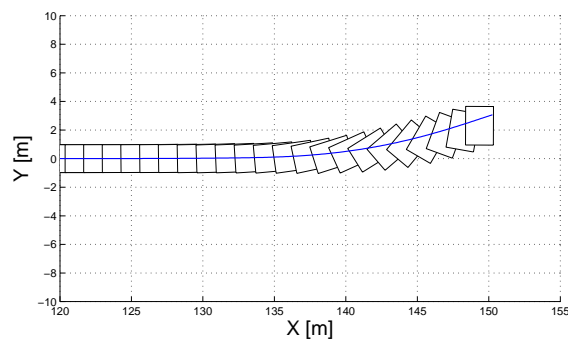


Figura 3.16: Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 1).

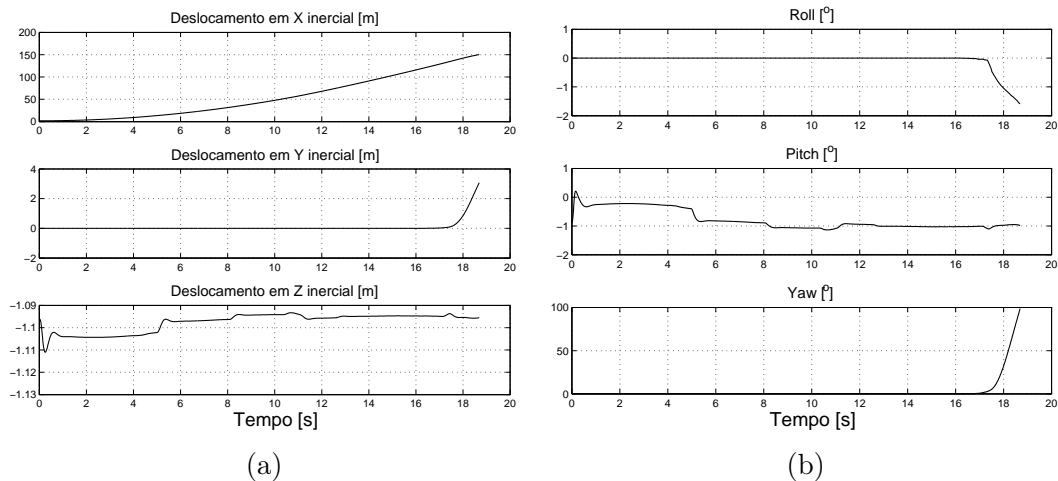


Figura 3.17: Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 1).

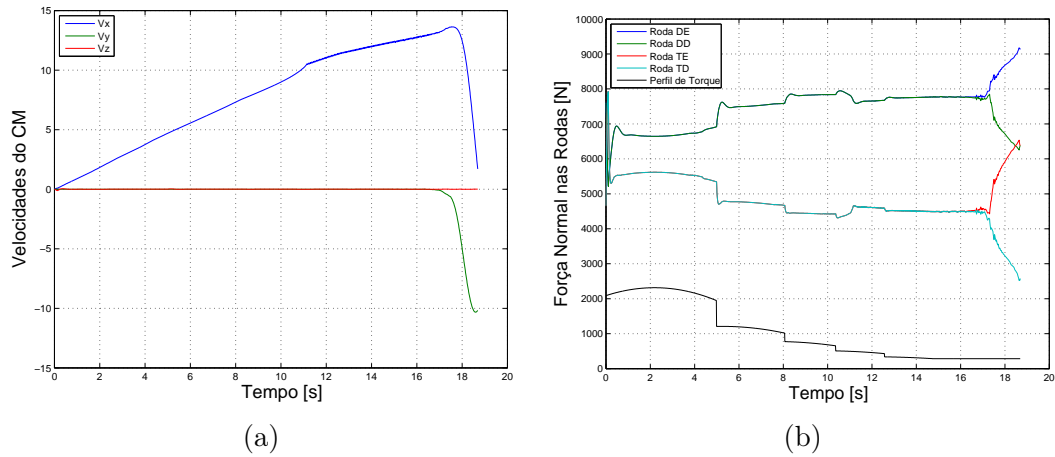


Figura 3.18: Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 1).

Perfil de torque 2: Os resultados do ensaio de aceleração máxima, seguindo o perfil de torque de 1ª marcha (Perfil 2), são apresentados nas Figuras 3.19, 3.20 e 3.21.

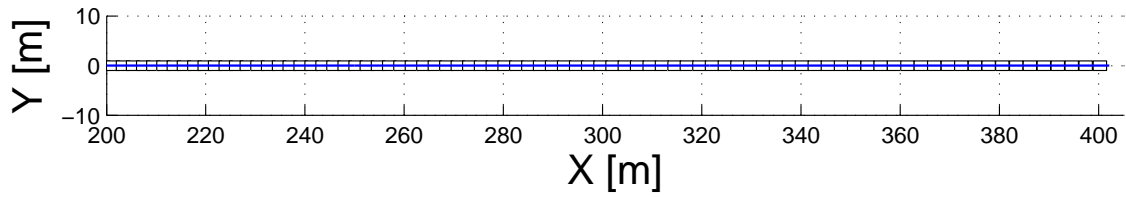


Figura 3.19: Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 2).

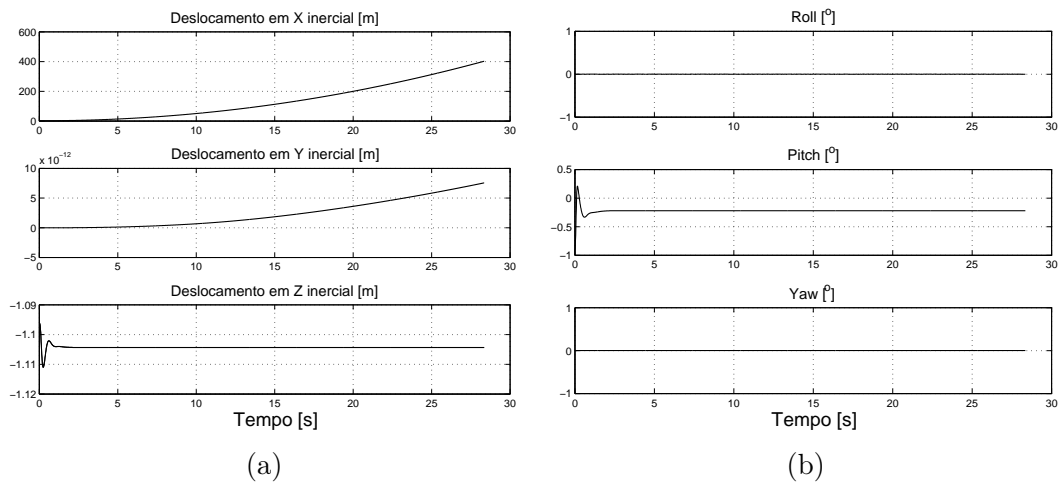


Figura 3.20: Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 2).

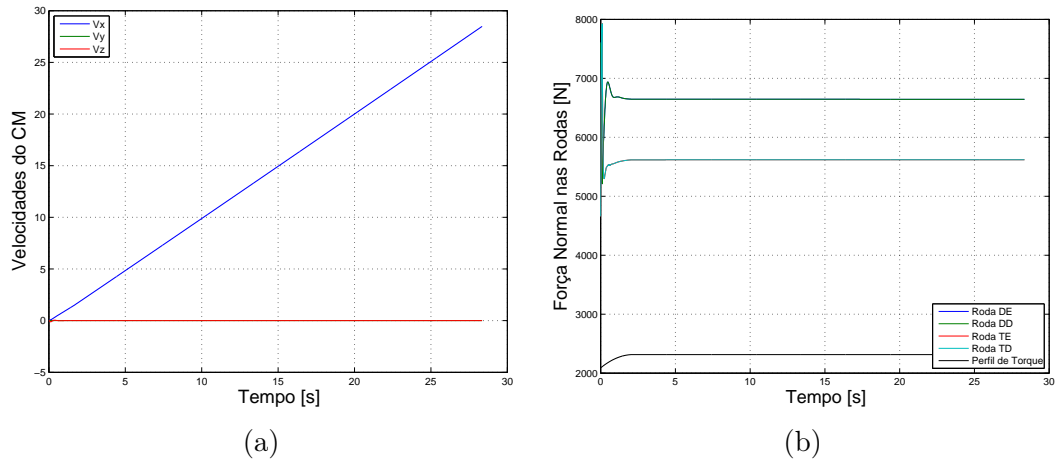


Figura 3.21: Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 2).

Perfil de torque 3: Os resultados apresentados nas Figuras 3.22, 3.23 e 3.24 correspondem àqueles obtidos pela aplicação do 3^o perfil de torque no ensaio de aceleração máxima trafegando por solo arenoso.

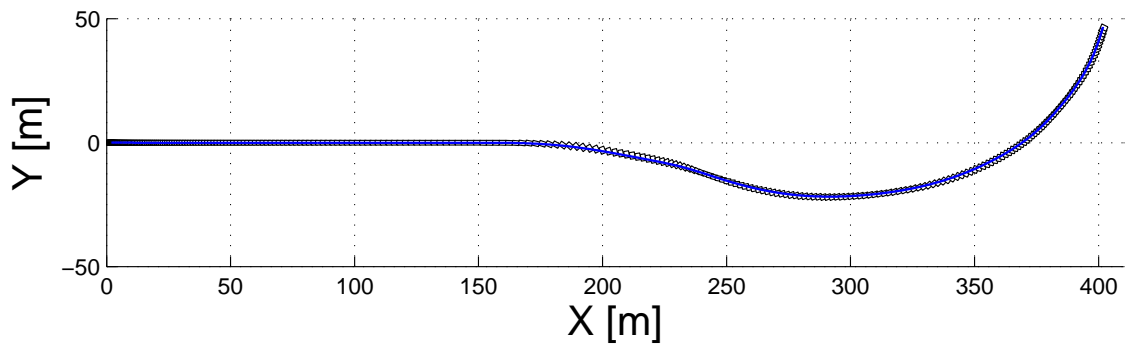


Figura 3.22: Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 3).

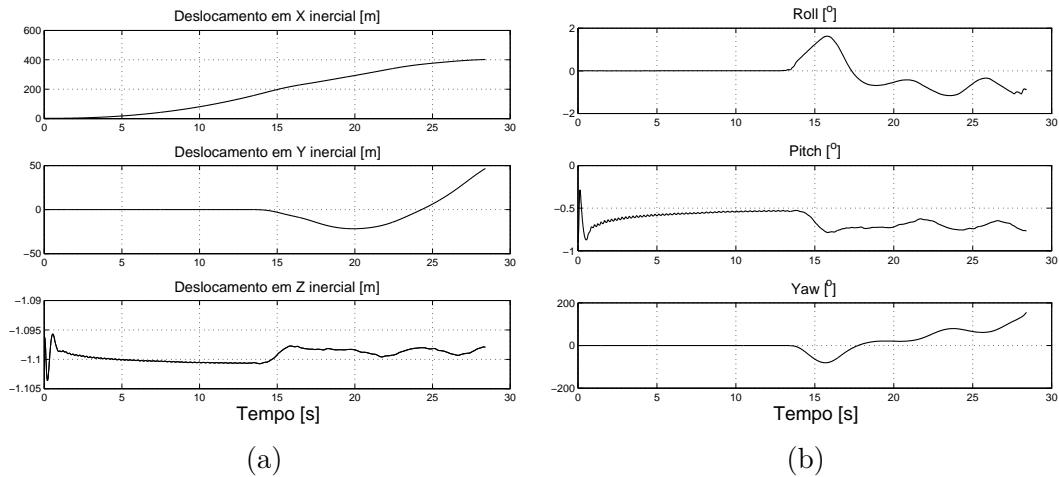


Figura 3.23: Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 3).

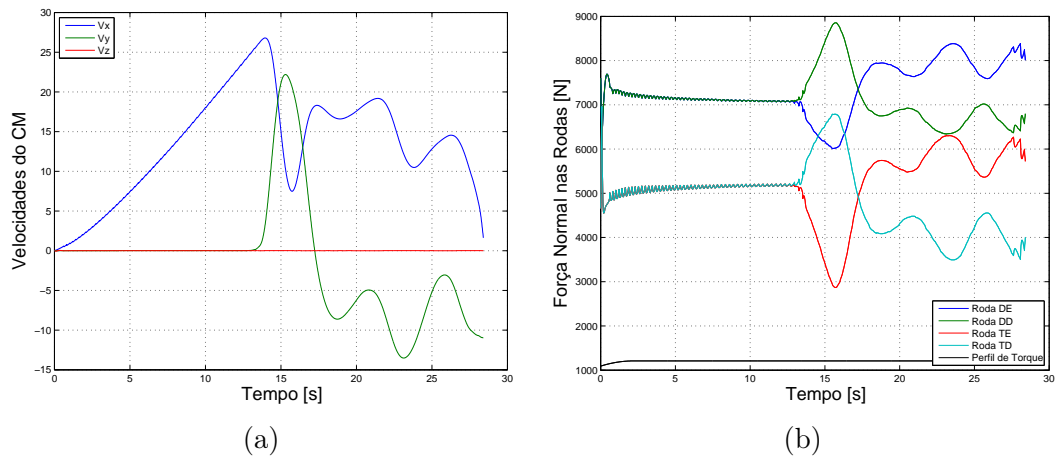


Figura 3.24: Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 3).

Comentários: A análise dos resultados apresentados nos gráficos anteriores, evidencia a dificuldade em manter a estabilidade direcional na progressão por solo arenoso com níveis mais baixos de torque disponível nas rodas.

Para o primeiro perfil de torque, o veículo progride no terreno até que a troca de marchas faça com que gradualmente o terreno dissipe a energia das rodas dianteiras, desacelerando-as. Com as rodas dianteiras perdendo velocidade angular, o deslizamento longitudinal diminui e a resistência à compactação nestas se eleva fazendo com que o veículo desacelere, apesar das rodas traseiras, com menor força normal que as dianteiras, continuarem deslizando e portanto tracionando. A condição limite de perda de estabilidade direcional ocorre quando as rodas dianteiras oferecem resistência suficiente para produzir uma condição equivalente à de travamento. Neste caso, o comportamento natural dos veículos é girar em

torno do eixo dianteiro das rodas, como consequência dos momentos produzidos pelas forças de tração traseiras.

Situação semelhante é observada no terceiro perfil de torque, porém iniciando com a derrapagem lateral e diminuição da estabilidade lateral, caracterizado pelas manobras com variação da velocidade de guinada sem ter aplicado esterçamento nas rodas. Esta condição evolui para a sua definitiva perda depois de que a velocidade longitudinal tende para zero. Os níveis mais baixos de deslizamento longitudinal nas rodas para a condição de 2ª marcha, produzem níveis mais elevados de forças longitudinais. Com isso, o veículo alcança maiores velocidades que as obtidas em progressão em 1ª marcha.

Para o perfil 2, o torque disponível nas rodas se mantém superior ao de resistência do terreno, mesmo com as variações de força normal. Mantendo o deslizamento longitudinal em níveis elevados em todas as rodas e reduzindo a resistência lateral. Assim o veículo progride no terreno até atingir a distância de parada estabelecida (402m).

As variações de deslocamento do vertical do CM e de orientação em arfagem (*pitch*) são bastante reduzidas nos instantes de aceleração. Apesar do veículo assumir o equilíbrio estático como condição inicial em todas as simulações reduzindo o transiente até a condição de equilíbrio, avalia-se que a aplicação das forças de propulsão no centro das rodas, o posicionamento do centro de massa deslocado à frente (70%-30%), bem como a tração nas quatro rodas contribuem para este efeito reduzido.

SOLO ARGILOSO

Os resultados obtidos para os ensaios de aceleração máxima em solo argiloso são apresentados a seguir.

Perfil de torque 1: Nas Figuras 3.25, 3.26 e 3.27 encontram-se os resultados obtidos para os ensaios de aceleração máxima em solo argiloso, aplicado o 1º perfil de torque nas rodas.

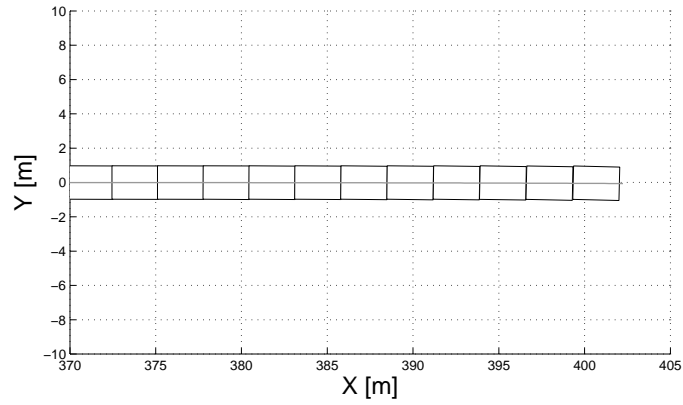


Figura 3.25: Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 1).

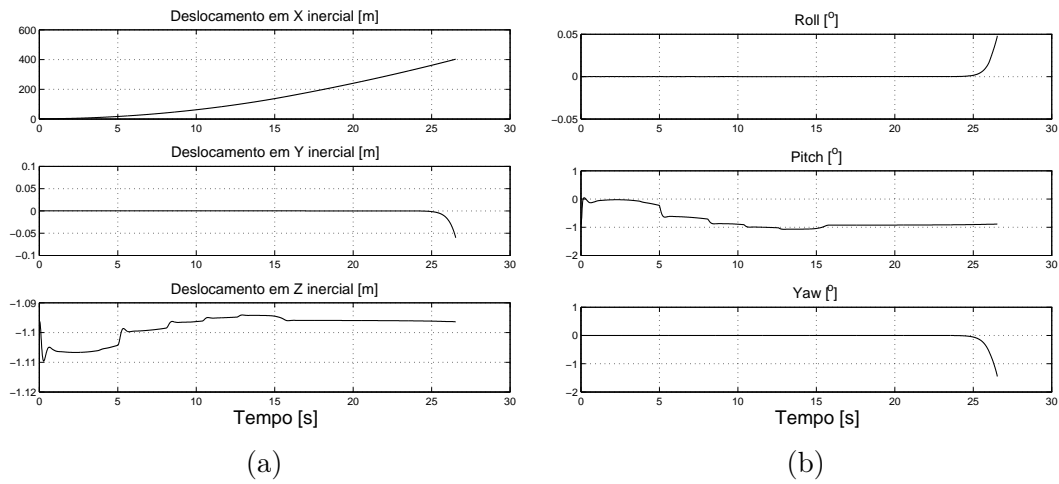


Figura 3.26: Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 1).

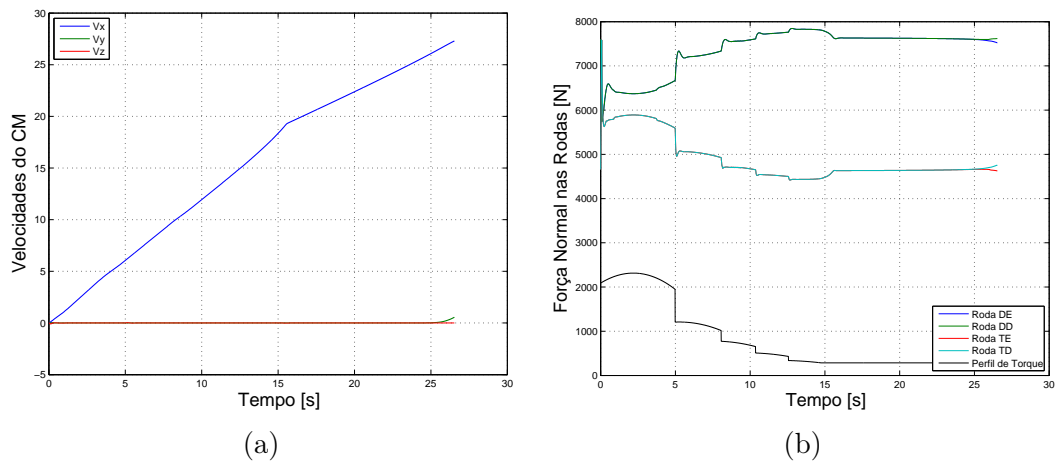


Figura 3.27: Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 1).

Perfil de torque 2: Para os ensaios baseados no 2º perfil de torque, os resultados obtidos para o solo argiloso são apresentados nas Figuras 3.28, 3.29 e 3.30.

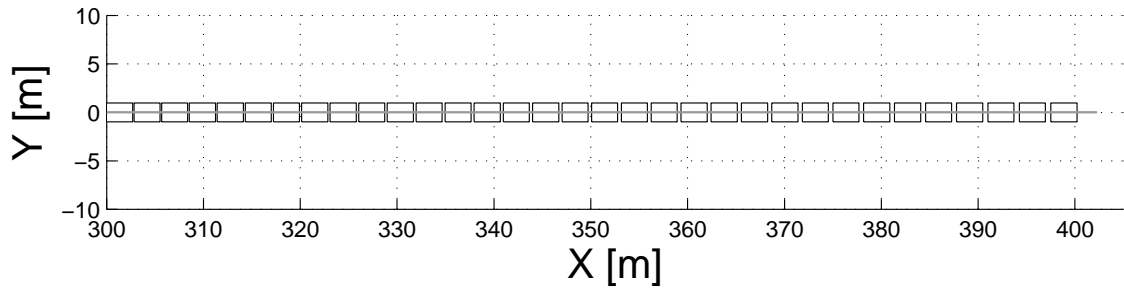


Figura 3.28: Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 2).

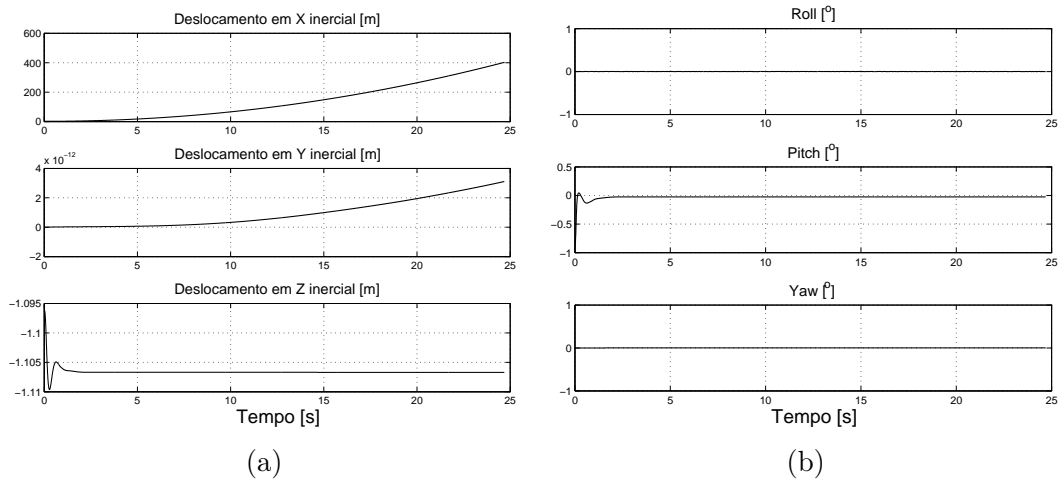


Figura 3.29: Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 2).

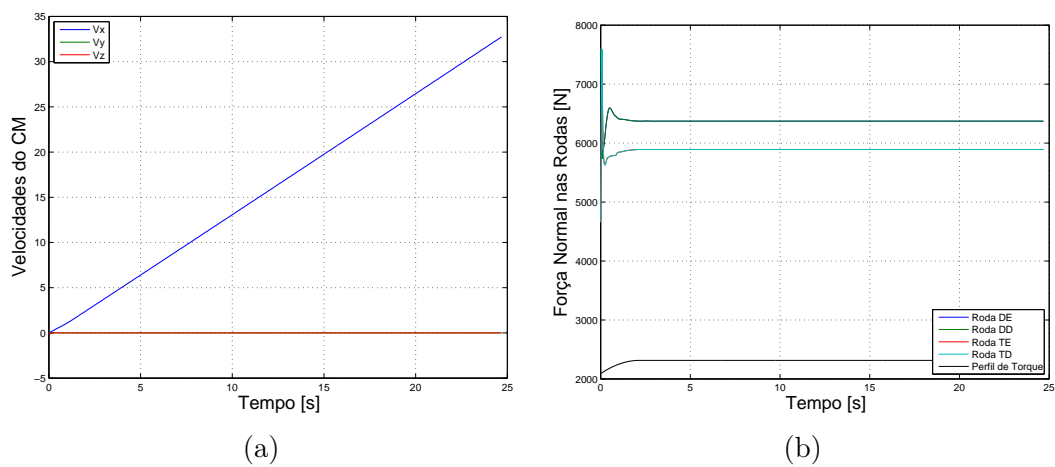


Figura 3.30: Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 2).

Perfil de torque 3: Aplicando-se o 3º perfil de torque do motor, os resultados obtidos são observados nos gráficos das Figuras 3.31, 3.32 e 3.33.

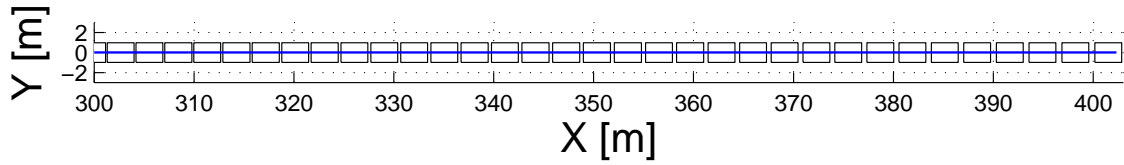


Figura 3.31: Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 3).

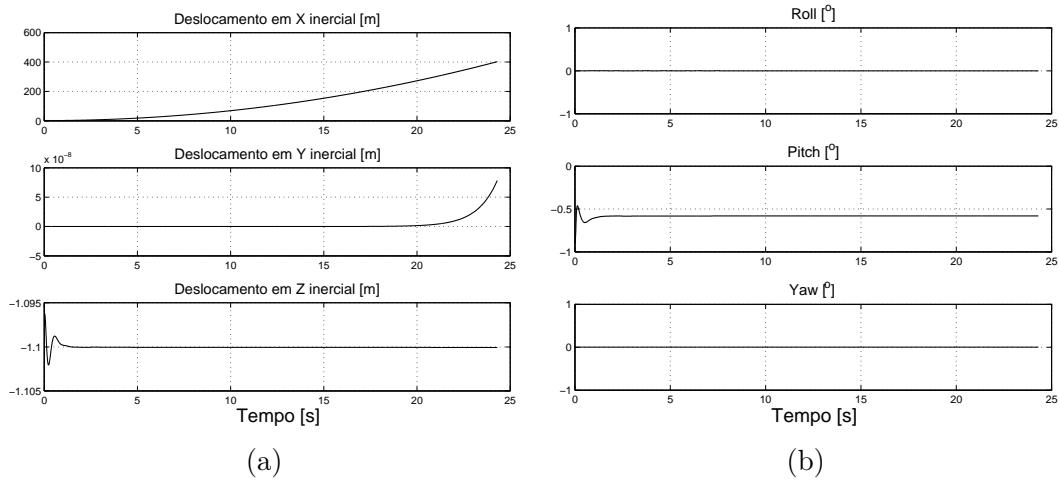


Figura 3.32: Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 3).

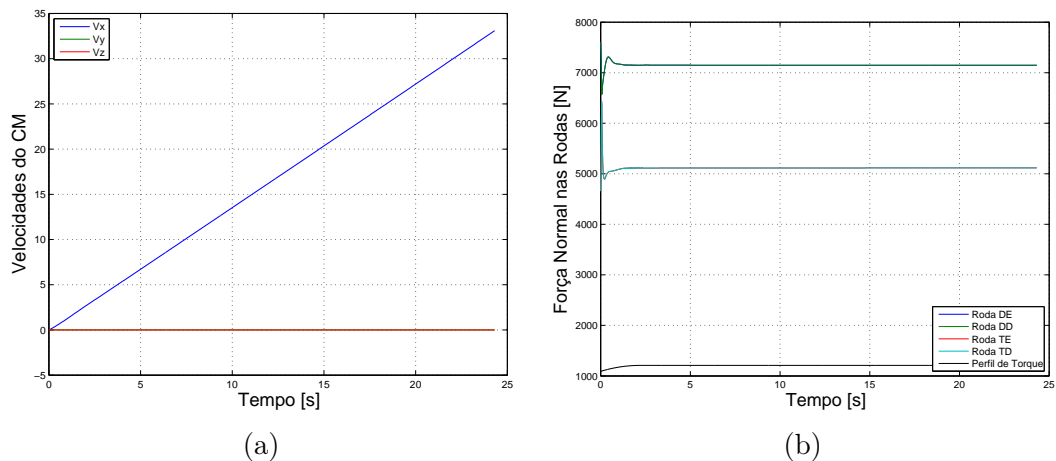


Figura 3.33: Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 3).

Comentários O tráfego por solo argiloso mostrou-se mais estável, de acordo com os resultados das simulações. Foi identificado apenas para o 1º perfil de torque,

onde são aplicados esforços de 5^a marcha, a tendência à perda de estabilidade. Na simulação este evento não foi claramente caracterizado pois o veículo atingiu antes a distância de interrupção do ensaio.

Em solo argiloso o veículo atinge velocidades mais altas que as simulações em solo arenoso. Isto ocorre em virtude dos torques de resistência do solo argiloso serem menores que os do arenoso. Assim, é possível sustentar forças de tração em todas as rodas, fazendo com que o veículo permaneça em trajetória retilínea. O menor afundamento da roda no solo argiloso, se comparado com o solo arenoso, resulta em menores forças de resistência à compactação, contribuindo para maiores níveis de aceleração.

Em caso de perda de estabilidade direcional, a contribuição das forças laterais devidas ao efeito de parede é bastante inferior àquela em solo arenoso, novamente pela profundidade de afundamento reduzida. Esta resposta induz velocidades laterais mais elevadas (v_y) superiores às alcançadas em solo arenoso. Este efeito faz ainda com que a orientação final de guinada do veículo seja menor do que a do ensaio em solo arenoso.

3.5.2 Ensaio de Trajetória Circular

Conforme mencionado anteriormente, de acordo com a norma de referência [85], a entrada de esterçamento que atua no modelo é calculada a partir da aceleração lateral de 0,4g e de uma velocidade de referência, por exemplo 14 m/s (\approx 50km/h). Dessa forma, ao atingir a velocidade de referência, é iniciada a atuação do esterçamento e avaliado o comportamento do veículo.

Para os perfis de torque que resultam em velocidade inferior aos 14 m/s estabelecidos para o ensaio de trajetória circular, o ângulo de esterçamento é recalculado e limitado ao esterçamento máximo de 26°, estabelecido em manual do veículo de referência. A Tabela 3.2 apresenta os ângulos de esterçamento aplicados para as diversas condições de ensaio.

Tabela 3.2: Ângulos de Esterçamento para as Condições de Simulação do Modelo Dinâmico do Veículo

Tipo de Solo	Perfil de Torque	Velocidade de Referência	Ângulo (δ)
Arenoso	1	12,4m/s	4,0°
Arenoso	2	14m/s	3,1°
Arenoso	3	14m/s	3,1°
Argiloso	1	14m/s	3,1°
Argiloso	2	14m/s	3,1°
Argiloso	3	14m/s	3,1°

SOLO ARENOSO

Perfil de torque 1: Os resultados dos ensaios em trajetória curva em solo arenoso, realizados com o torque de propulsão nas rodas variando com a marcha selecionada, são apresentados nas Figuras 3.34, 3.35 e 3.36.

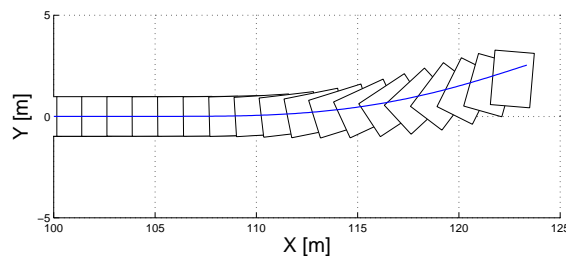


Figura 3.34: Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 1).

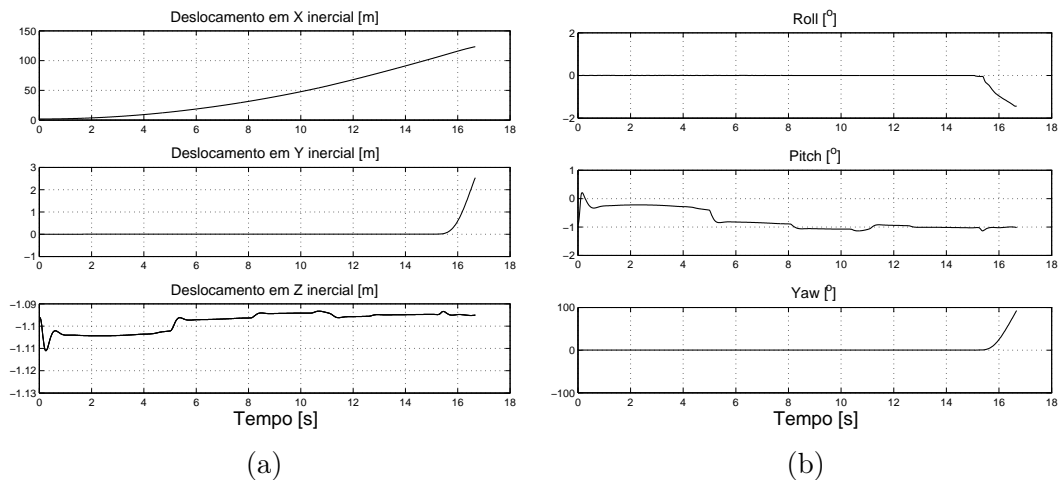


Figura 3.35: Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 1).

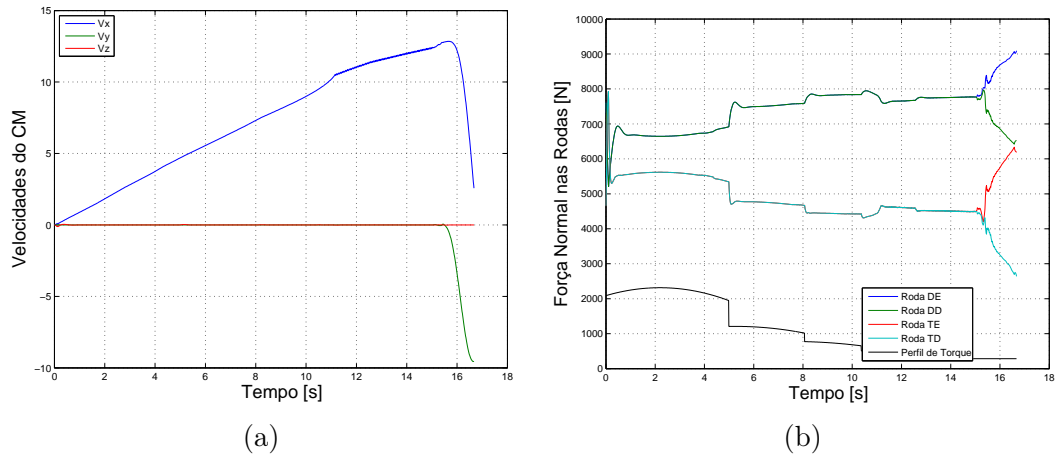


Figura 3.36: Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 1).

Perfil de torque 2: Aplicando-se a entrada de esterçamento constante ao veículo com perfil de torque nas rodas definido pelo torque máximo de 1ª marcha, são obtidos os resultados apresentados nas Figuras 3.37, 3.38 e 3.39.

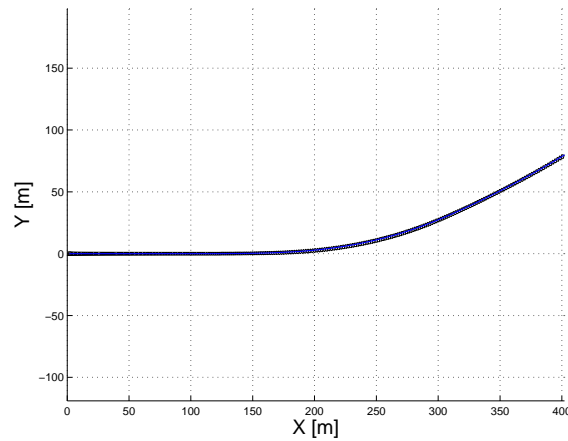


Figura 3.37: Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 2).

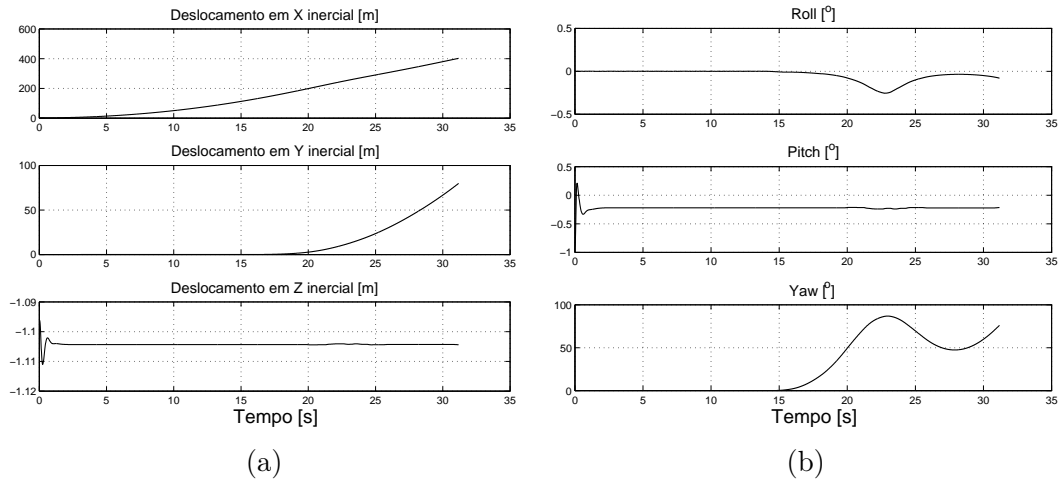


Figura 3.38: Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 2).

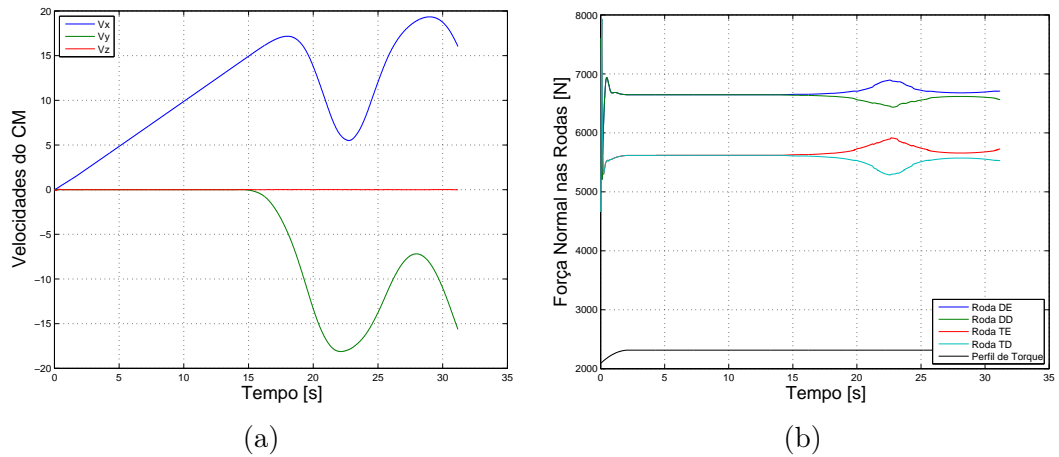


Figura 3.39: Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 2).

Perfil de torque 3: Com o perfil de torque 3 aplicada a entrada de esterçamento, o resultados produzidos são aqueles identificados nos gráficos das Figuras 3.40, 3.41 e 3.42.

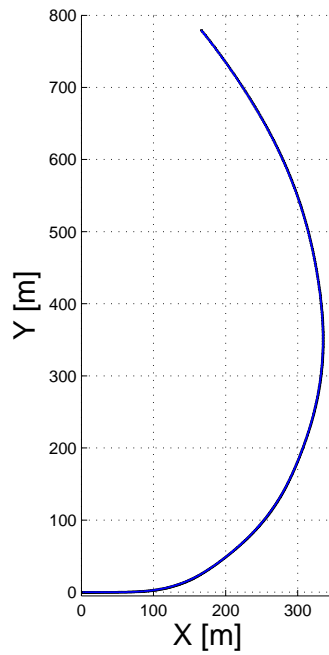


Figura 3.40: Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 3).

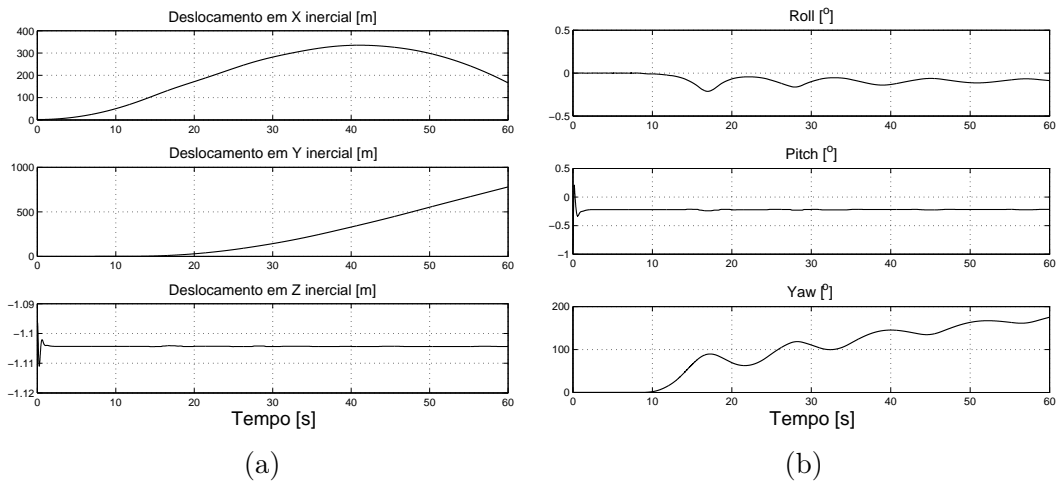


Figura 3.41: Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 3).

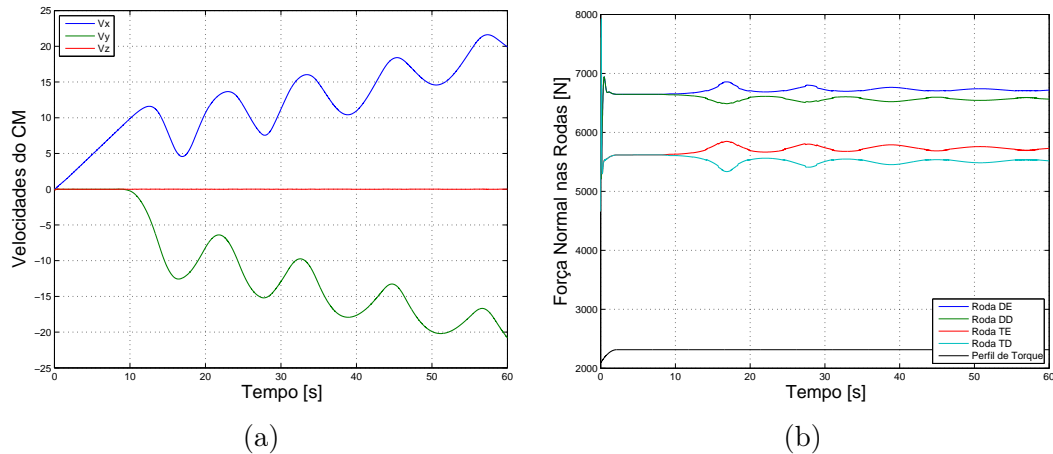


Figura 3.42: Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 3).

Comentários: Nas simulações realizadas trafegando por solo arenoso e aplicando-se um ângulo de esterçamento constante a partir de determinada velocidade, verifica-se que o veículo perde estabilidade direcional apenas para o primeiro perfil de torque. Neste caso, o instante em que o esterçamento é aplicado, as rodas dianteiras estão com deslizamento longitudinal bastante baixo pois estão sendo empurradas pelo eixo traseiro. Dessa forma, são capazes de produzir forças laterais, diferentemente das rodas traseiras que se encontram com deslizamento próximo de 1. Assim, os esforços atuantes resultam em momento de guinada, induzindo a rotação do veículo.

Nos demais casos, o veículo percorre trajetória curva com diferentes comportamentos. Para o 2º perfil de torque, uma vez que o torque de tração disponível nas rodas é superior (maior redução da caixa de marcha), então a capacidade de produzir forças laterais é reduzida. Dessa forma, o veículo inicia a trajetória curva, tendendo em seguida a deslizar lateralmente, tanto por efeito da limitação de forças laterais na interação quanto pelo aumento de aceleração lateral. O movimento do veículo não ocorre em regime permanente e as forças aplicadas nas rodas produzem aceleração longitudinal e, em especial, as rodas dianteiras esterçadas induzem momentos de guinada, identificados pelas oscilações de ângulo de guinada (*yaw*) e variações das velocidades longitudinal e lateral do CM.

As oscilações mencionadas, características do movimento acelerado, são identificadas também nos resultados do 3º perfil de torque. Diferem do caso anterior pela maior frequência e menor amplitude das oscilações. Este efeito resulta dos níveis das forças laterais desenvolvidas na interação serem superiores, em função do menor deslizamento longitudinal desenvolvido nas rodas. Conforme mencionado anteriormente, a estes níveis baixos de deslizamento longitudinal estão associadas elevadas capacidades de produzir forças laterais devidas ao cisalhamento. Verifica-se, pois, que a trajetória percorrida tem menor raio que aquela apresentada para o

perfil de torque 2.

SOLO ARGILOSO

Perfil de torque 1: Para o tráfego por solo argiloso, o comportamento do veículo submetido a um ângulo de esterçamento constante é representado pelos gráficos das Figuras 3.43, 3.44 e 3.45.

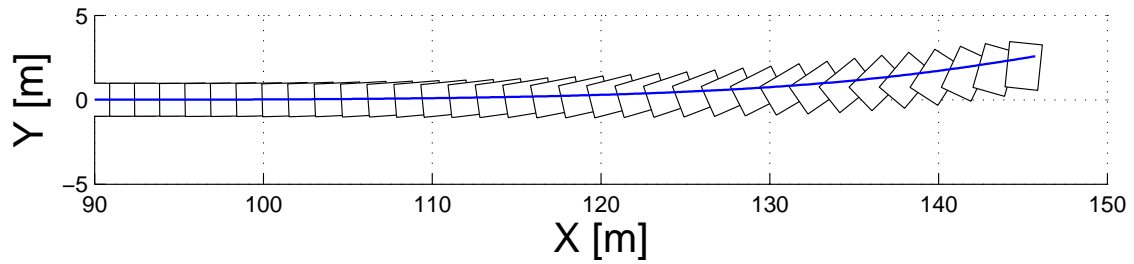


Figura 3.43: Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 1).

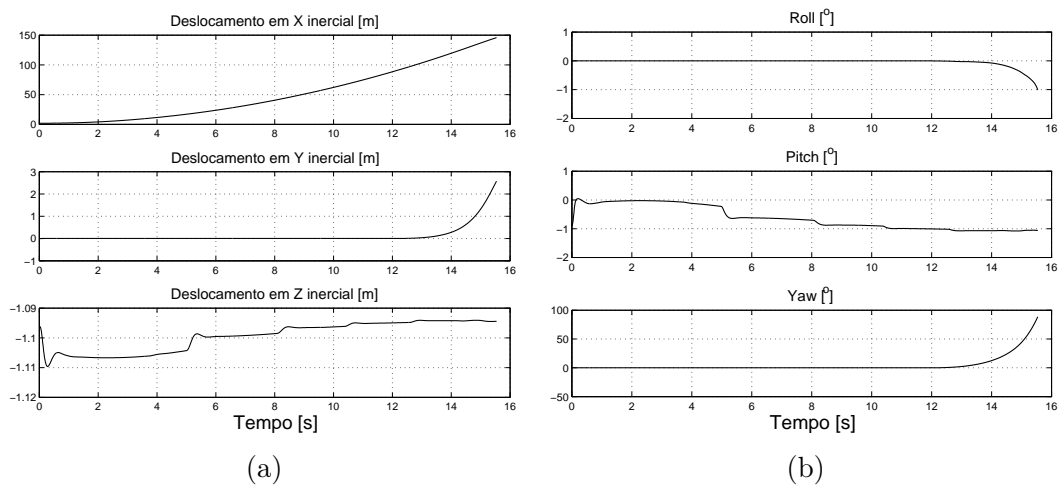


Figura 3.44: Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 1).

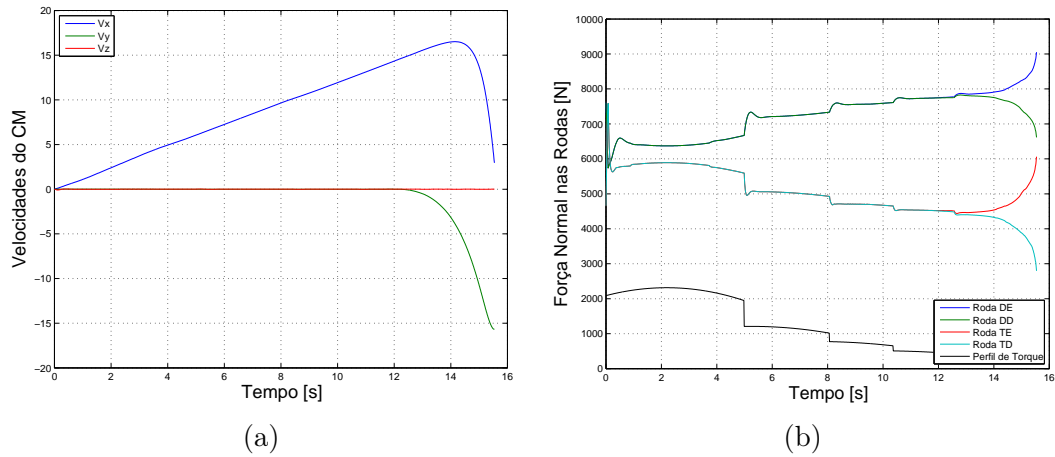


Figura 3.45: Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 1).

Perfil de torque 2: Aplicado o segundo perfil de torque nas rodas e a condição de esterçamento estabelecida anteriormente, os resultados obtidos podem ser visualizados nas Figuras 3.46, 3.47 e 3.48 para o solo argiloso.

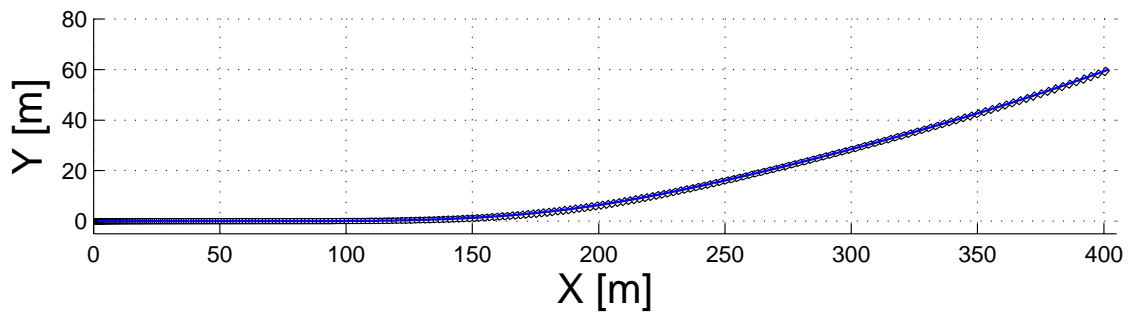


Figura 3.46: Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 2).

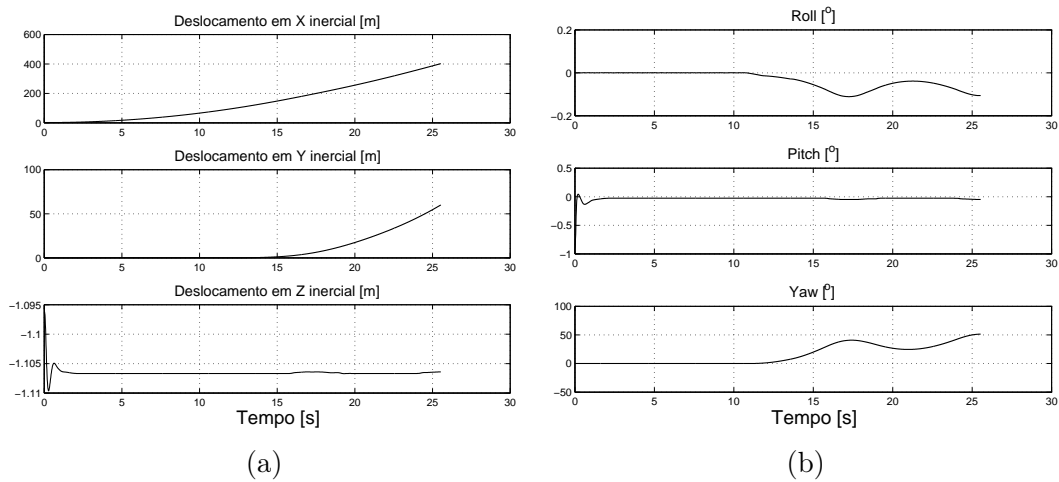


Figura 3.47: Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 2).

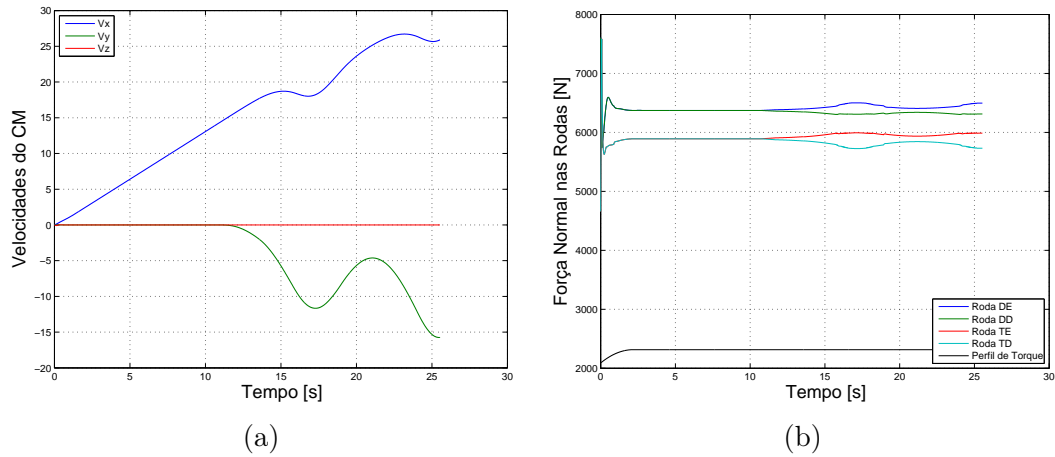


Figura 3.48: Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 2).

Perfil de torque 3: Aplicando a entrada de esterçamento estabelecida para a velocidade atingida com o torque de tração descrito pelo terceiro perfil, o modelo é simulado. Os resultados obtidos em solo argiloso são apresentados nos gráficos das Figuras 3.49, 3.50 e 3.51.

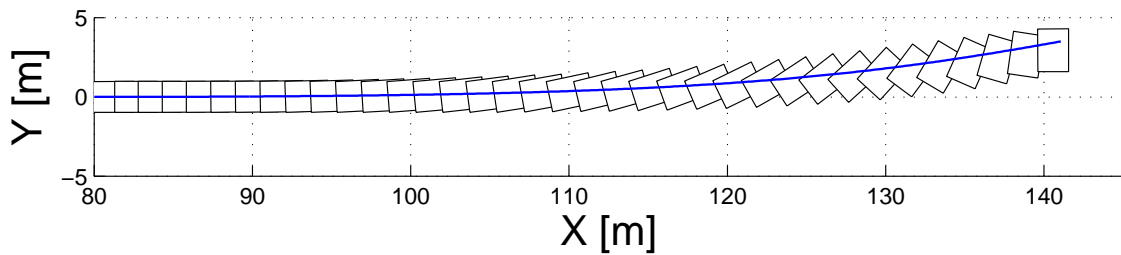


Figura 3.49: Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 3).

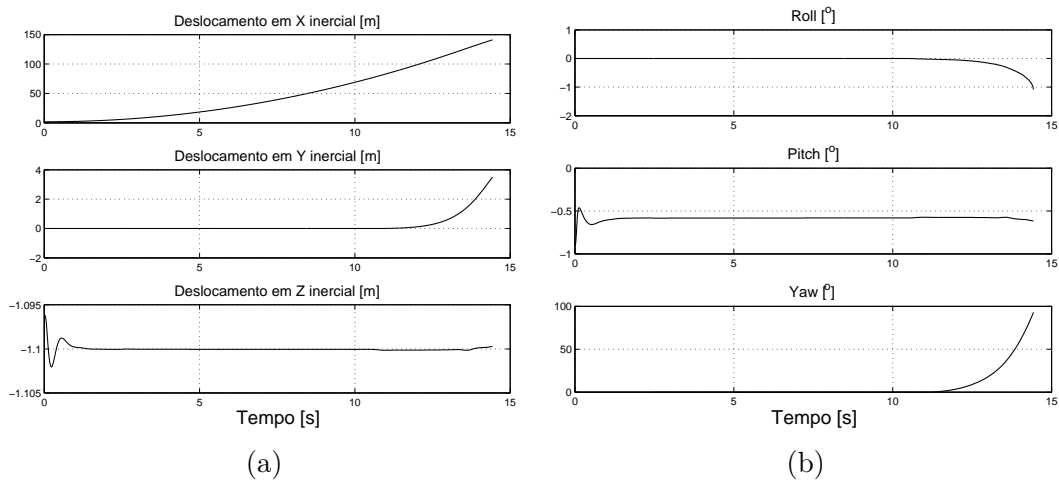


Figura 3.50: Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 3).

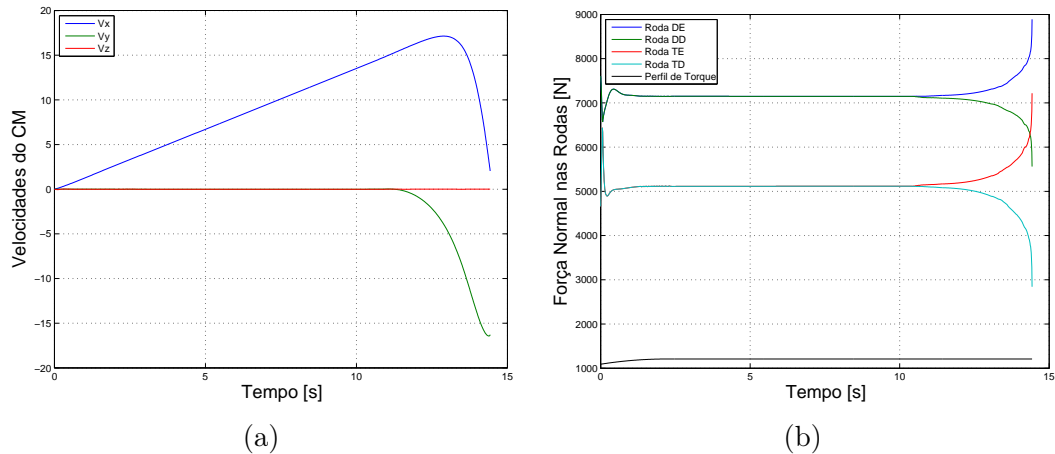


Figura 3.51: Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 3).

Comentários: É possível extrair dos resultados que, trafegando por solo argiloso segundo o 1º perfil de torque aplicado nas rodas, no momento do entrada de esterçamento, as rodas dianteiras têm baixo deslizamento longitudinal, em função do torque de resistência do solo. Por outro lado, as rodas traseiras se encontram tracionando o veículo com nível de deslizamento mais elevado e capaz de produzir força. Assim, as componentes de força aplicadas na lateral das rodas dianteiras gera momento, em torno do CM. Como nas rodas traseiras as forças laterais são devidas apenas ao efeito de parede do solo, o veículo ganha velocidade de guinada, ao mesmo tempo que desacelera longitudinalmente.

Aplicado o torque de 1ª marcha nas rodas e, depois seguindo o critério do ensaio, o ângulo de esterçamento, verifica-se que o veículo percorre uma trajetória curva, com menor raio no trecho inicial, e raio crescente no trecho posterior. O fato das rodas estarem todas com níveis de deslizamento próximos, faz com que momentos excessivos de guinada não sejam gerados. A tendência de aumento do raio da curva percorrida deriva do movimento não ser de regime permanente, ou seja, com o veículo ainda acelerando longitudinalmente depois de iniciada a curva, seu ganho de velocidade produz maior aceleração lateral.

Interessante ainda notar que o solo argiloso, pela menor resistência devido ao efeito de parede, no momento em que o esterçamento é aplicado a componente longitudinal da força lateral nas rodas dianteiras tem efeito menor do que a observada no solo arenoso.

Capítulo 4

Controle de Tração

Situações críticas na condução do veículo ocorrem não somente em eventos de frenagem brusca, mas também em condições de transmissão de elevados torques nas rodas tratoras, atingindo o limite das forças de tração produzidas pelo contato pneu-solo. Estas condições geralmente ocorrem durante a partida em pisos escorregadios, aclives acentuados ou em curvas que resultam em acelerações laterais excessivas. Nestas situações críticas é comum o motorista reagir de forma inadequada (acelerando ou freando demasiadamente de forma inoportuna), fazendo com que o veículo se torne instável. O controle de tração soluciona estes problemas, mantendo o veículo dentro dos limites físicos impostos pelo cenário.

4.1 Histórico

Um dos efeitos mais perigosos na condução de um veículo e de grande relevância entre as causas de acidentes é a perda de estabilidade direcional e lateral. Geralmente está associada ao travamento de uma ou mais rodas ou ao deslizamento/derrapagem destas sobre a superfície de apoio. Com o intuito de evitar os efeitos do travamento das rodas, o advento dos sistemas de controle eletrônicos e dos sensores eletromagnéticos para monitorar a velocidade de rotação das rodas tornou possível a introdução em 1978 do Sistema Anti Bloqueio (*Anti Blockier System* – ABS), como resultado do trabalho desenvolvido pela Robert Bosch GmbH em conjunto com a Mercedes-Benz GmbH [9].

A fim de prevenir o deslizamento das rodas tratoras e desempenhar uma função na segurança equivalente à do ABS, em 1987 foi introduzido o sistema de regulagem anti-deslizamento, então apresentado como *Antriebs-Schlupf-Regelung* (ASR) pela parceria Robert Bosch / Mercedes-Benz. Este sistema possibilitou manter o controle direcional e melhorar a tração sob condições adversas, especialmente em trechos escorregadios em apenas um dos lados do veículo.

4.2 Princípio de funcionamento

Com o objetivo de garantir segurança e aprimorar o desempenho, os sistemas de controle de tração (*Traction Control System* – TCS) desempenham funções como:

- Garantia de torques de tração nas rodas adequados ao terreno transposto; e
- Prevenção do deslizamento excessivo das rodas (condição de imobilização e perda de aderência).

Para evitar o deslizamento excessivo das rodas, o sistema de controle de tração aplicado a veículos automóveis deve atuar de duas formas [9, 10]:

- Controle de Torque de Frenagem – frenagem automática individual de cada roda na iminência de deslizar; e
- Controle de Torque do Motor – desaceleração automática do motor caso duas rodas tratoras estejam na iminência de deslizar.

O controle de torque de frenagem baseia-se na existência de componentes do sistema ABS. O modo de operação do controle de tração difere do ABS, por ser mais suave evitando grandes interferências no sistema de direção. A pressão hidráulica de acionamento do TCS é gerada a partir de uma bomba elétrica, uma vez que é acionada independentemente da atuação do motorista.

O controle de torque do motor é obtido pela substituição da ligação mecânica convencional entre o pedal do acelerador e o motor, por um acelerador controlado eletronicamente. Por meio deste, além do motorista atuar, é permitida à unidade eletrônica de controle de tração desacelerar o motor independentemente da atuação do motorista. Nos veículos a diesel este controle corresponde à regulação da quantidade de combustível injetado.

Os sistemas controlados por torque de frenagem apresentam tempo de resposta mais rápida do que aqueles controlados unicamente pelo torque do motor. Usualmente, emprega-se a combinação de ambos para se obter melhores resultados.

Este sistema envolve componentes como potenciômetro (sensor de posição do acelerador), unidade de controle eletrônico (processamento dos sinais e comando dos atuadores) e atuador elétrico (aceleração/desaceleração do motor), *encoders* (sensores de velocidade de rotação das rodas), bomba hidráulica de acionamento elétrico, acumulador hidráulico, válvula moduladora etc (Figura 4.1).

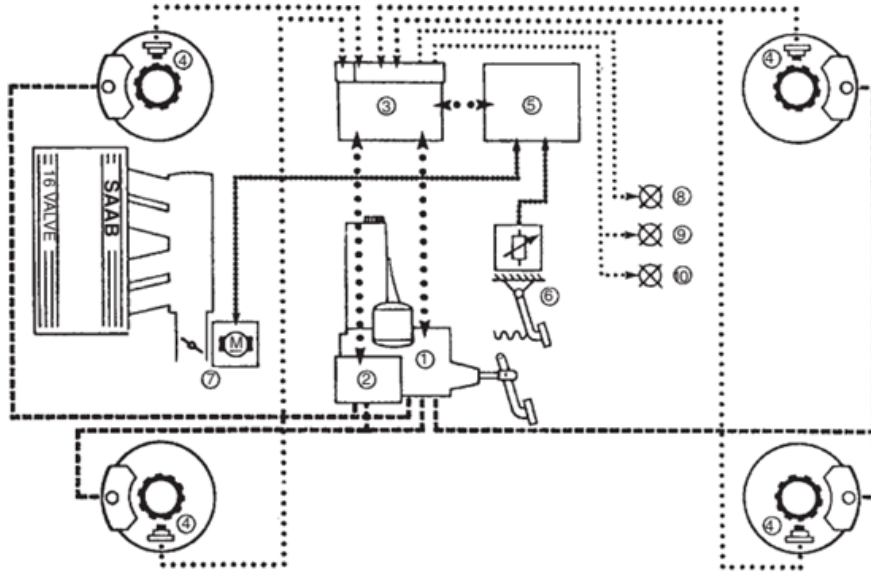


Figura 4.1: Layout de um sistema integrado de freios ABS e de controle de tração destacando os seguintes componentes: (1) Unidade hidráulica, (2) Bloco de válvulas do controle de tração, (3) Controlador eletrônico do ABS e TCS, (4) Sensores do ABS, (5) Controlador eletrônico do acelerador, (6) Sensor do pedal do acelerador, (7) Atuador do acelerador, (8) Lâmpada de alerta do ABS, (9) Lâmpada de alerta do TCS e (10) Lâmpada indicadora de funcionamento do TCS [Fonte: [9]].

Como mencionado anteriormente (Seção 1.5), as estratégias de controle de tração podem ser classificadas como reativas ou preditivas [19]. Os sistemas aplicados a veículos automóveis utilizam principalmente estratégias reativas, enquanto para veículos terrestres tipo *rover* as preditivas são mais comuns.

O controle de tração aplicado a veículos de passeio comerciais é fundamentalmente baseado na regulagem pelo deslizamento ótimo. O deslizamento ótimo é obtido a partir da curva de coeficiente de atrito (μ) \times deslizamento. Estas curvas são características para cada tipo de piso e, em comum, apresentam ponto de máximo para valores de deslizamento no intervalo de 10 a 15%.

A estrutura do sistema de controle de tração, apresentado em [10], é descrita por duas estratégias diferentes e que atuam combinadas. A primeira baseia-se na velocidade angular do eixo do motor e torque associado, enquanto a segunda considera a diferença de velocidade de rotação entre rodas de lados opostos como variável de controle.

O controlador de torque do motor é realizado pela atuação na frenagem simultânea de rodas simétricas para reduzir o torque disponível. Este controle também é realizado por intervenção direta no motor, conforme citado anteriormente.

Por meio da aplicação de freios de forma assimétrica é possível realizar o controle de velocidade do diferencial. Desta forma, o controlador simula o efeito de um bloqueio de diferencial.

Nos veículos com tração nas quatro rodas, o controle de tração é realizado pela combinação das estratégias anteriores, aplicadas a cada um dos eixos de tração. Adicionalmente, com a presença do diferencial central (veículos com tração integral), é aplicada a mesma estratégia utilizada nos diferenciais transversais, regulando a distribuição de torque entre os eixos dianteiro e traseiro pela velocidade angular dos eixos de saída (Figura 4.2). Cabe ressaltar que a maioria dos veículos 4x4 são do tipo *part-time*, ou seja, permitem a seleção do modo de operação 4x4 ou 4x2 (apenas um eixo trator). Estes veículos, como o veículo de referência desta tese, não possuem diferencial central, mas apenas uma caixa de transferência para distribuir o torque para os eixos dianteiro e traseiro.

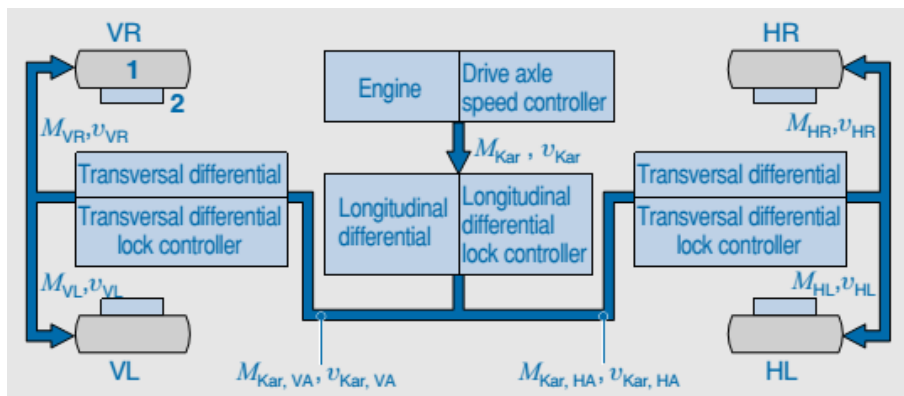


Figura 4.2: Conceito de controlador de tração para veículos 4x4 [Fonte: [10]].

O controle do tipo PID e suas variações são os mais utilizados para a estratégia apresentada. Entretanto, segundo [10], sua aplicação pode se tornar difícil quando a dinâmica do sistema não é conhecida e as incertezas tem grande influência no sistema controlado.

Dessa forma, propõe-se nesta pesquisa a implementação de uma estratégia de controle não linear baseada no modelo a fim de aprimorar a eficiência trativa no tráfego por solos deformáveis.

4.3 Controle Não Linear

Nesta seção são abordados aspectos gerais da caracterização dos sistemas não lineares e suas particularidades, bem como o método de controle adotado na presente pesquisa.

4.3.1 Sistema Não Linear

Em algumas condições de operação e dependendo das características dos sistemas dinâmicos, estes podem ser aproximados por sistemas lineares. Entretanto, como

descrito em [86], os sistemas físicos são inerentemente não lineares e assim o são os sistemas de controle. Na sua forma mais geral os sistemas não lineares podem ser descritos pela Equação 4.1. Nesta forma podem ser expressas as equações diferenciais de 2ª ordem que representam o comportamento dinâmico de sistemas mecânicos, reduzidas para um conjunto de equações diferenciais de 1ª ordem no espaço de estados.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (4.1)$$

A natureza das não linearidades dos sistemas, de acordo com [86], podem ser classificadas entre inerentes (naturais) ou intencionais (artificiais) e contínuas ou descontínuas. Não linearidades inerentes estão associadas às propriedades dos elementos do sistema, bem como aos seus movimentos no ambiente em que estão inseridos (Ex.: força centrípeta e atrito de Coulomb), enquanto aquelas artificiais são, por exemplo, introduzidas por meio de sinais de controle. Em termos de propriedades matemáticas, as não linearidades descontínuas diferem das contínuas por não permitirem aproximação local por função linear. São exemplos de não linearidades descontínuas as folgas e a histerese.

Dessa forma, com base na modelagem matemática anterior e nas propriedades do sistema mecânico (veículo) e sua interação com o terreno é possível caracterizar o sistema resultante representado pelas suas equações de movimento (4.2) como não linear.

$$\overline{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\dot{\boldsymbol{\beta}} + \overline{\mathbf{h}}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\beta}) = \overline{\mathbf{Q}} \quad (4.2)$$

O sistema de 2ª ordem pode ser representado na forma de espaço de estados, resultando em equações diferenciais ordinárias de 1ª ordem, onde o vetor de estados é dado por $[q, \beta]$.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\beta} &= \overline{\mathbf{W}}\dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\boldsymbol{\beta}} &= \overline{\mathbf{M}}^{-1}(\mathbf{q}) (\overline{\mathbf{Q}} - \overline{\mathbf{h}}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\beta})) \end{aligned} \quad (4.3)$$

onde:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}^T &= [x_s \ y_s \ z_s \ \phi \ \theta \ \psi \ z_{U_1} \ z_{U_2} \ z_{U_3} \ z_{U_4} \ \delta_1 \ \delta_2 \ \phi_5 \ \phi_6 \ \phi_7 \ \phi_8] \\ \boldsymbol{\beta}^T &= [p \ q \ r \ u \ v \ w \ \dot{z}_{U_1} \ \dot{z}_{U_2} \ \dot{z}_{U_3} \ \dot{z}_{U_4} \ \dot{\delta}_1 \ \dot{\delta}_2 \ \dot{\phi}_5 \ \dot{\phi}_6 \ \dot{\phi}_7 \ \dot{\phi}_8] \end{aligned}$$

Os esforços generalizados ($\overline{\mathbf{Q}}$) aplicados ao sistema, apresentado na Equação 3.31, pode ser representado por um vetor de dimensão $m = 16$, cujos elementos são os esforços aplicados em cada um das velocidades generalizadas de $\boldsymbol{\beta}$.

A partir da análise dos esforços produzidos pela interação da roda com o terreno (Capítulo 2), constata-se que as forças de tração, resistência à compactação, laterais e normais são resultado do estado cinemático de cada roda, bem como da força de resultante (suspensão e gravitacional) aplicada na direção vertical.

Portanto, estes esforços não se constituem em atuação direta, como os torques aplicados nas rodas. Verifica-se, então, que o número de esforços de atuação ($n = 4$) é inferior ao número de coordenadas descritas em β . Esta classe de sistemas são chamados sistemas subatuados.

4.3.2 Sistemas Subatuados

Um sistema multicorpos é denominado subatuado, se o número m de elementos do vetor de entradas $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$, ou vetor de forças e torques de controle, for menor que o número de graus de liberdade $m < f$ do sistema [87]. De forma equivalente, em [88], os sistemas mecânicos subatuados são definidos como aqueles que possuem menos atuações de controle do que graus de liberdade.

Sistemas subatuados estão presentes em diversas áreas de aplicação incluindo a robótica, aeroespacial, sistemas flexíveis, móveis e de locomoção [88]. Com frequência, a subatuação é associada a projetos de robótica inovadores ou de máquinas de baixo peso, mas não está limitada a este universo. A forma mais simples de tornar um sistema subatuado é intencionalmente reduzir o número de atuadores, por limitações de custo ou de peso. Outra forma é a ocorrência de falha de um ou mais atuadores, nestes casos as juntas atuadas tornam-se passivas. Sistemas multicorpos flexíveis são, também, um tipo de sistema subatuado, devido às inúmeras juntas passivas resultantes da elasticidade dos corpos. A dinâmica do próprio sistema pode ainda ser suficiente para torná-lo subatuado.

Enquanto o controle de sistemas completamente atuados está relativamente bem estabelecido, o problema de acompanhamento de trajetória e controle, de forma mais ampla, por sistemas multicorpos subatuados são um pouco mais complexos.

Em [87, 88] é apresentada uma revisão de algumas estratégias de controle usualmente aplicadas em sistemas subatuados, como aquelas baseadas na energia (*energy-based control*) e *passivity-based control*, controle adaptativo e controle por modos deslizantes.

Uma estratégia de controle não linear também muito utilizada é a chamada inversão da dinâmica, também conhecida por linearização por realimentação [81]. Para sistemas completamente atuados esta técnica é diretamente aplicável. A partir de esforços de controle baseados no modelo, é possível chegar a uma forma linearizada para o sinal de erro do sistema. Entretanto, para sistemas subatuados esta aplicação não é direta.

4.3.3 Linearização Parcial por Realimentação

Sistemas completamente atuados, ou seja, que possuem atuadores e graus de liberdade em mesmo número, são linearizáveis pela realimentação das não linearidades. Para os sistemas subatuados é possível linearizar a dinâmica associada aos graus de liberdade atuados (ou graus de liberdade ativos). Esta técnica é conhecida por linearização parcial por realimentação [89].

A linearização parcial por realimentação pode ser classificada em *collocated* e *non-collocated*. A primeira trata da linearização da porção ativa do sistema, ou seja, do controle dos graus de liberdade atuados, enquanto a segunda (*non-collocated*) busca controlar graus de liberdade passivos.

Seja um sistema subatuado com n graus de liberdade e m atuadores. O vetor de coordenadas generalizadas $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ pode ser representado por $\mathbf{q}^T = [q_p^T \ q_a^T]$, onde $q_p \in \mathbb{R}^l$ representam os graus de liberdade passivos e $q_a \in \mathbb{R}^m$ os ativos, com $l = n - m$.

Assim, a representação das equações da dinâmica pode ser expressa na forma da Equação 4.4.

$$\begin{aligned} M_{pp}\ddot{q}_p + M_{pa}\ddot{q}_a + h_p + \phi_p &= 0 \\ M_{ap}\ddot{q}_p + M_{aa}\ddot{q}_a + h_a + \phi_a &= \tau \end{aligned} \quad (4.4)$$

onde:

$M(q) = \begin{bmatrix} M_{pp} & M_{pa} \\ M_{ap} & M_{aa} \end{bmatrix}$ é a matriz de inércia do sistema;

$h_p(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^l$ e $h_a(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^m$ contêm os termos de Coriolis e centrífuga;

$\phi_p \in \mathbb{R}^l$, $\phi_a \in \mathbb{R}^m$ são funções vetoriais associadas aos termos gravitacionais; e

$\tau \in \mathbb{R}^m$ são as forças generalizadas nas juntas ativas.

Considerando a primeira expressão da Equação 4.4, e com base no fato de que o termo M_{pp} é uma matriz inversível $l \times l$, a expressão pode ser resolvida para q_{pp} na forma da Equação 4.5

$$\ddot{q}_p = -M_{pp}^{-1} (M_{pa}\ddot{q}_a + h_p + \phi_p) \quad (4.5)$$

A substituição da Equação 4.5 na segunda expressão da Equação 4.4 resulta na Equação 4.6.

$$\bar{M}_{aa}\ddot{q}_a + \bar{h}_a + \bar{\phi}_a = \tau \quad (4.6)$$

onde os termos \bar{M}_{aa} , \bar{h}_a e $\bar{\phi}_a$ representam:

$$\begin{aligned}
\bar{M}_{aa} &= M_{aa} - M_{ap}M_{pp}^{-1}M_{pa} \\
\bar{h}_a &= h_a - M_{ap}M_{pp}^{-1}h_p \\
\bar{\phi}_a &= \phi_a - M_{ap}M_{pp}^{-1}\phi_p
\end{aligned} \tag{4.7}$$

A partir da Equação 4.6, uma lei de controle que lineariza o sistema por realimentação pode ser definida na forma da Equação 4.8.

$$\tau = \bar{M}_{aa}v_a + \bar{h}_a + \bar{\phi}_a \tag{4.8}$$

onde $v_a \in \mathbb{R}^m$ é uma entrada de controle adicional a ser definida. O sistema resultante é, portanto, dado pela Equação 4.9.

$$\begin{aligned}
M_{pp}\ddot{q}_p + h_p + \phi_p &= -M_{pa}v_a \\
\ddot{q}_a &= v_a
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Supondo conhecida uma trajetória de referência, ou trajetória desejada (q_a^d), para as coordenadas ativas do sistema, a entrada adicional (v_a) pode ser definida com base neste sinal (Equação 4.10).

$$v_a = \ddot{q}_a^d + K_d(\dot{q}_a^d - \dot{q}_a) + K_p(q_a^d - q_a) \tag{4.10}$$

onde: K_p e K_d são matrizes positivas $m \times m$ de ganhos proporcionais e derivativos.

Definindo o sinal de erro de trajetória como variável de estado $z_1 = q_a - q_a^d$, sua derivada resulta em $z_2 = \dot{q}_a - \dot{q}_a^d$, ou seja, $\dot{z}_1 = z_2$. Substituindo ainda as variáveis $\eta_1 = q_p$ e $\eta_2 = \dot{q}_p$, onde $\dot{\eta}_1 = \eta_2$, o sistema resultante da atuação da entrada definida na Equação 4.10 é expresso pelas Equações 4.11.

$$\begin{aligned}
\dot{z}_1 &= z_2 \\
\dot{z}_2 &= -K_p z_1 - K_d z_2 \\
\dot{\eta}_1 &= \eta_2 \\
\dot{\eta}_2 &= -M_{pp}^{-1}(h_p + \phi_p) - M_{pp}^{-1}M_{pa}(\ddot{q}_a^d - K_p z_1 - K_d z_2)
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Na forma matricial, o sistema pode ser representado pelas Equações 4.12.

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{z}} &= \mathbf{A}\mathbf{z} \\
\dot{\boldsymbol{\eta}} &= \boldsymbol{\omega}(\mathbf{z}, \boldsymbol{\eta}, t)
\end{aligned} \tag{4.12}$$

onde $\mathbf{z}^T = (z_1^T, z_2^T)$, $\boldsymbol{\eta}^T = (\eta_1^T, \eta_2^T)$, $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I}_{m \times m} \\ -K_p & -K_d \end{bmatrix}$ e

a função $\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} \eta_2 \\ -M_{pp}^{-1}(h_p + \phi_p) - M_{pp}^{-1}M_{pa}(\ddot{q}_a^d - K_p z_1 - K_d z_2) \end{pmatrix}$.

De acordo com [81], uma escolha natural para os ganhos proporcionais e derivativos é aquela que resulta em uma resposta do sinal de erro com amortecimento crítico ($\xi = 1$). Este comportamento é obtido atribuindo às matrizes as expressões da Equação 4.13.

$$\begin{aligned} K_p &= \text{diag} [\omega_1^2, \dots, \omega_m^2] \\ K_d &= \text{diag} [2\omega_1, \dots, 2\omega_m] \end{aligned} \quad (4.13)$$

A equação diferencial do erro de acompanhamento de trajetória para os graus de liberdade ativos é descrita como $\ddot{z}_{1,i} + K_d \dot{z}_{1,i} + K_p z_{1,i} = 0$, cuja equação característica resulta em raízes duplas negativas $\lambda_{1,2} = -\omega_i = -\frac{K_{d,i}}{2}$. Com raízes iguais, a solução geral da equação diferencial é dada pela Equação 4.14.

$$z_i(t) = (C_1 + C_2 t) e^{-\frac{k_{d,i}}{2} t} \quad (4.14)$$

Conhecidas as condições iniciais, tempo de acomodação e tolerância do sinal de erro são obtidas as constantes e definidos os ganhos do controlador.

4.4 Projeto do Controlador

A abordagem de controle desenvolvida nesta seção se baseia no modelo dinâmico apresentado nos Capítulos 2 e 3, bem como nos fundamentos apresentados nas seções anteriores.

4.4.1 Aplicação da Linearização Parcial por Realimentação

A estratégia adotada segue a linearização parcial por realimentação, posteriormente, adotando uma lei de controle para cada roda considerando um sinal de referência estabelecido.

A partir da descrição do sistema mecânico do Capítulo 3, o sistema dinâmico a ser controlado pode ser descrito na forma das Equações 4.15.

$$\begin{aligned} \bar{M}_{pp} \dot{\boldsymbol{\beta}}_p + \bar{M}_{pa} \dot{\boldsymbol{\beta}}_a + \bar{\mathbf{h}}_p &= 0 \\ \bar{M}_{ap} \dot{\boldsymbol{\beta}}_p + \bar{M}_{aa} \dot{\boldsymbol{\beta}}_a + \bar{\mathbf{h}}_a &= \boldsymbol{\tau}_a \end{aligned} \quad (4.15)$$

onde:

$$\beta_a^T = [\phi_5 \quad \phi_6 \quad \phi_7 \quad \phi_8];$$

$$\beta_p^T = [p \quad q \quad r \quad u \quad v \quad w \quad \dot{z}_{u,1} \quad \dot{z}_{u,2} \quad \dot{z}_{u,3} \quad \dot{z}_{u,4} \quad \dot{\delta}_1 \quad \dot{\delta}_2];$$

$\bar{h}_a(q, \beta) \in \mathbb{R}^4$ concentra os termos relacionados às forças de Coriolis e centrífuga, termos gravitacionais, torques de resistência da interação com o terreno;

$\bar{h}_p(q, \beta) \in \mathbb{R}^{12}$ concentra os termos relacionados às forças de Coriolis, centrífuga, termos gravitacionais e esforços (forças e momentos) resultantes da interação, bem como a força de resistência aerodinâmica; e

$\tau_a \in \mathbb{R}^4$ são os torques de atuação nas rodas.

Os torques de atuação nas rodas são aqueles provenientes do motor, que chegam às rodas pelo sistema de transmissão, bem como aqueles derivados da frenagem nas rodas.

Conforme mencionado anteriormente, a atuação do sistema de controle de tração pode ocorrer de duas formas. Entretanto, como a dinâmica do trem de força (motor, caixa de mudanças, caixa de transferência, diferenciais e transmissão) não foi modelada na presente tese, as velocidades e posições angulares das rodas derivam da aplicação dos torques externos (torque do motor, torque de resistência do solo e torque de controle/frenagem) às equações de movimento obtidas para o sistema completo. Como consequência, uma restrição deste modelo é que as rodas podem alcançar velocidades angulares muito superiores àquelas impostas pela limitação do trem de força e assim produzir velocidades finais também superiores às que o sistema estaria limitado. Porém, esta restrição não afeta a abordagem empregada para o desenvolvimento do controlador, devendo, oportunamente, considerar formulações adicionais para o trem de força.

Assim, considera-se que qualquer atuação que modifique estes estados não influencia o torque disponível nas rodas a partir do motor.

As equações de movimento das rodas, obtidas pelo método de Newton-Euler em conjunto com o Princípio de Jourdain, são expressas pelas Equações 4.16.

$$I_{yy,i} \left(\ddot{\phi}_i - q^2 \operatorname{tg} \theta + \dot{q} \cos \phi - \dot{r} \sin \phi - pr \cos \phi + \right. \\ \left. + q^2 \cos^2 \phi \operatorname{tg} \theta - r^2 \cos^2 \phi \operatorname{tg} \theta - 2qr \cos \phi \sin \phi \operatorname{tg} \theta \right) = \tau_{res} + \tau_{a,i} \quad (4.16)$$

Nestas equações é possível identificar componentes de derivada temporal de velocidades (\dot{q} e \dot{r}). Estes fatores, conforme descrito anteriormente, são obtidos por meio da linearização das equações de movimento das coordenadas passivas (Eq. 4.17).

$$\dot{\beta}_p = -\bar{M}_{pp}^{-1} \left(\bar{M}_{pa} \dot{\beta}_a + \bar{h}_p \right) \quad (4.17)$$

Substituindo o termos da expressão anterior na Equação 4.16 são obtidas as Equações 4.18, que descrevem as acelerações angulares das rodas.

$$\bar{\bar{M}}\dot{\beta}_a + \bar{\bar{h}}_a = \tau \quad (4.18)$$

onde:

$$\begin{aligned} \bar{\bar{M}}_a &= \bar{M}_a - \bar{M}_{ap}\bar{M}_p^{-1}p\bar{M}_{pa} \\ \bar{\bar{h}}_a &= \bar{h}_a - \bar{M}_{ap}\bar{M}_{pp}^{-1}\bar{h}_p \end{aligned}$$

Escolhendo as entradas de controle na forma $\tau = \bar{\bar{M}}_{aa}v_a + \bar{\bar{h}}_a$, o sistema resulta, pois, na Equação 4.19.

$$\dot{\beta}_a = \mathbf{v}_a \quad (4.19)$$

A realimentação do sistema com as entradas baseadas no modelo (*model-based control*) resultam no sistema linear apresentado. É necessário ainda estabelecer o vetor de entradas \mathbf{v}_a . O controlador projetado pode ser representado esquematicamente pelo diagrama da Figura 4.3.

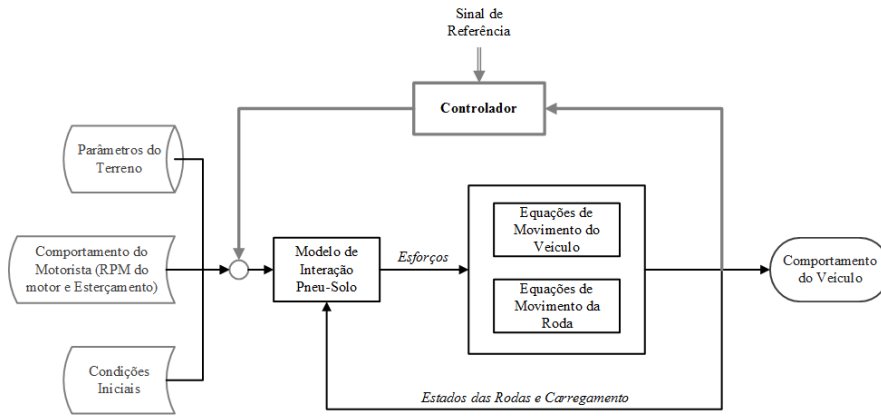


Figura 4.3: Esquema de Controle Adotado.

4.4.2 Sinal de Referência e Determinação de Ganhos

Conforme apresentado nas revisões anteriores, o controle de tração de cada roda se baseia fundamentalmente em seu, já mencionado, deslizamento longitudinal. Definido, na condição de tração, como $s = 1 - \frac{v}{\omega r_u}$, nos veículos que trafegam por pisos firmes, é prática usual estabelecer um intervalo objetivo para o deslizamento longitudinal (10 a 20%). Neste intervalo os níveis de força de tração se mantêm próximos do valor máximo, para as condições do piso e de carregamento vertical.

De forma equivalente, na presente pesquisa, é adotado, não um intervalo, mas um valor de deslizamento longitudinal para produzir o sinal de referência. Segundo [5, 7, 12, 22], os valores de deslizamento longitudinal (s_d) que fornecem melhores condições de tração e eficiência estão no intervalo de 10 a 20%. O índice de 20%

é adotado, por ser considerado o limite máximo de deslizamento longitudinal para as melhores condições de eficiência trativa de veículos fora de estrada em solos deformáveis [5].

Considerando a condição de tração desejada, definido o deslizamento de referência ($s^{ref} = 0,20$), é possível obter a velocidade angular desejada, e suas derivadas para cada roda por meio da Equação 4.20.

$$\begin{aligned}\omega_i^{ref} &= \frac{v_i^{ref}}{r_u(1-s^{ref})} \\ \dot{\omega}_i^{ref} &= \frac{\dot{v}_i^{ref}}{r_u(1-s^{ref})}\end{aligned}\tag{4.20}$$

onde a velocidade e aceleração do centro de cada roda, respectivamente, v_i^{ref} e \dot{v}_i^{ref} , são aquelas medidas no instante atual. Com esta informação é calculada a correção a ser efetuada a fim de atingir o nível de deslizamento longitudinal estabelecido.

O controle do deslizamento longitudinal é realizado por meio do controle direto da velocidade angular das rodas. Dessa forma, sendo estas velocidades angulares as variáveis de controle, a equação do erro é reduzida a uma equação diferencial ordinária de primeira ordem, de acordo com a Equação 4.21.

$$\dot{e}_i + K_p e = 0\tag{4.21}$$

cuja solução analítica é descrita pela Equação 4.22.

$$z_i(t) = C_1 e^{-\frac{K_{p,i}}{2}t}\tag{4.22}$$

Definindo-se os parâmetros de desempenho desejados para o controlador, por meio do sinal de erro, os ganhos são obtidos pela substituição na Equação 4.22.

Tabela 4.1: Parâmetros de desempenho do controlador

Parâmetro	Valor	Descrição
T_{ac}	0,5	Tempo de acomodação - intervalo de tempo para atingir o erro em regime estacionário.
e_0	89	Erro inicial - calculado a partir da condição de máxima velocidade angular da roda no instante inicial.
e_f	0,01	Erro de velocidade angular regime estacionário.
$K_{p,i}$	18,13	Ganho proporcional de controle.

A partir dos parâmetros estabelecidos e calculados, o controle de tração é simulado para as mesmas condições estabelecidas no Capítulo 3.

4.5 Simulações e Análise dos Resultados

O controlador projetado é integrado ao modelo computacional do veículo descrito no capítulo anterior. O ambiente de simulação para os modelos, conforme mencionado anteriormente, é o Simulink/MatLab[®].

A fim de analisar o desempenho do controle de tração adotado, faz-se necessário o estabelecimento de parâmetros para avaliação do desempenho e eficiência do sistema nas diversas condições de simulação (Seção 3.4).

Para avaliar o desempenho do veículo nos ensaios de aceleração máxima, além dos estados do sistema, é adotada a eficiência trativa (η_{do}) nas rodas como forma de comparação. A eficiência trativa é definida pela Equação 4.23 e avalia a capacidade do veículo em transformar a potência gerada no motor em potência disponível para tração [5].

$$\eta_{do} = \frac{F_d}{F}(1 - s_d)\eta_t = \eta_m\eta_s\eta_t \quad (4.23)$$

onde:

η_m é a eficiência do movimento definida pela razão entre a força de tração (F_d) e a força de propulsão (F);

η_s é a chamada eficiência do deslizamento dada por $(1 - s_d)$; e

η_t é a eficiência do sistema de transmissão, já citada anteriormente.

A eficiência do movimento (η_m) indica as perdas na conversão da propulsão gerada pelas rodas na força de tração, enquanto a eficiência do deslizamento (η_s) caracteriza as perdas e também a redução de velocidade decorrente do deslizamento das rodas.

O controlador implementado regula exclusivamente o deslizamento das rodas por meio das suas velocidades angulares. Entretanto, a partir de ensaios de trajetória circular é possível avaliar o comportamento dinâmico lateral do veículo, sob a aplicação do controle de tração.

Com o objetivo de avaliar este comportamento, é utilizado como critério de comparação o ganho de velocidade de guinada ($S_r = r/\delta$). O comportamento neutro é definido pela Equação 4.24.

$$S_r = \frac{r \operatorname{tg} \delta}{2,7 \delta} \quad (4.24)$$

O comportamento é definido como subesterçante (*understeer*), sobresterçante (*oversteer*) ou neutro, de acordo com o gráfico da Figura 4.4.

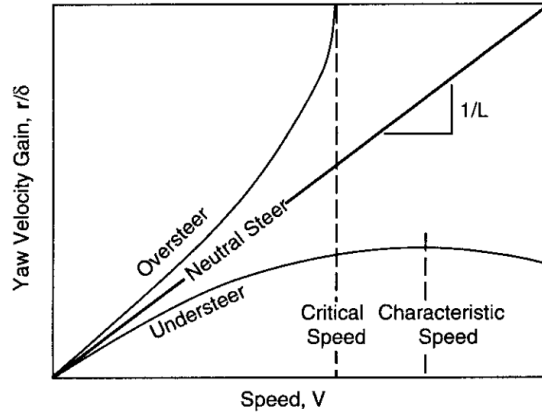


Figura 4.4: Ganho de velocidade de guinada em função da velocidade [Fonte: [11]].

4.5.1 Ensaio de Aceleração em Trajetória Retilínea - Controle de Frenagem

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos para as simulações dos ensaios de aceleração máxima, conduzidos em solo arenoso e argiloso.

SOLO ARENOSO

Perfil de torque 1: Os resultados das simulações realizadas em solo arenoso, para o ensaio de aceleração máxima com perfil de torque 1, são os visualizados nas Figuras 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 4.9, 4.10 e 4.11.

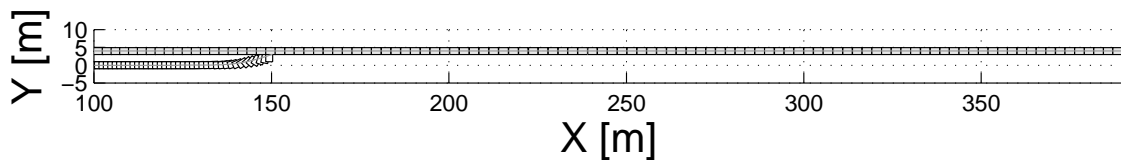


Figura 4.5: Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).

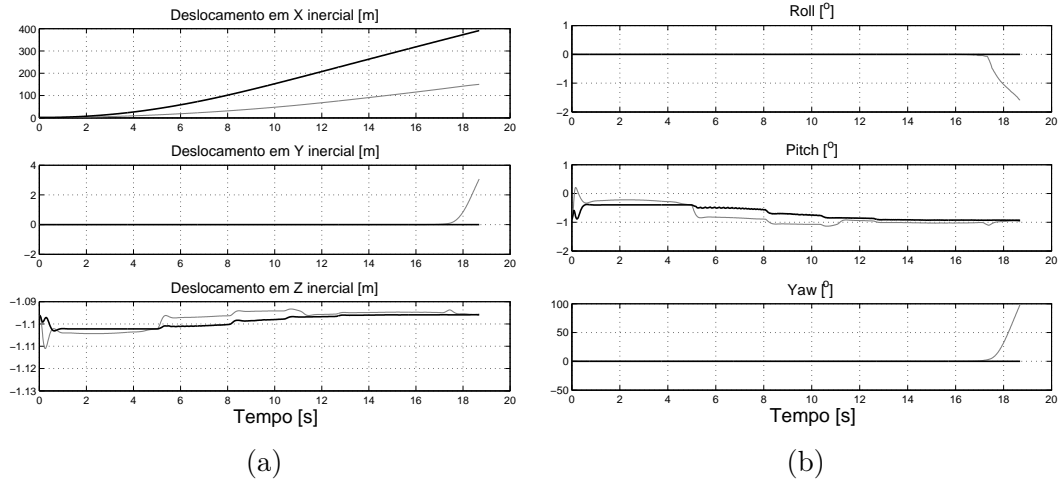


Figura 4.6: Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).

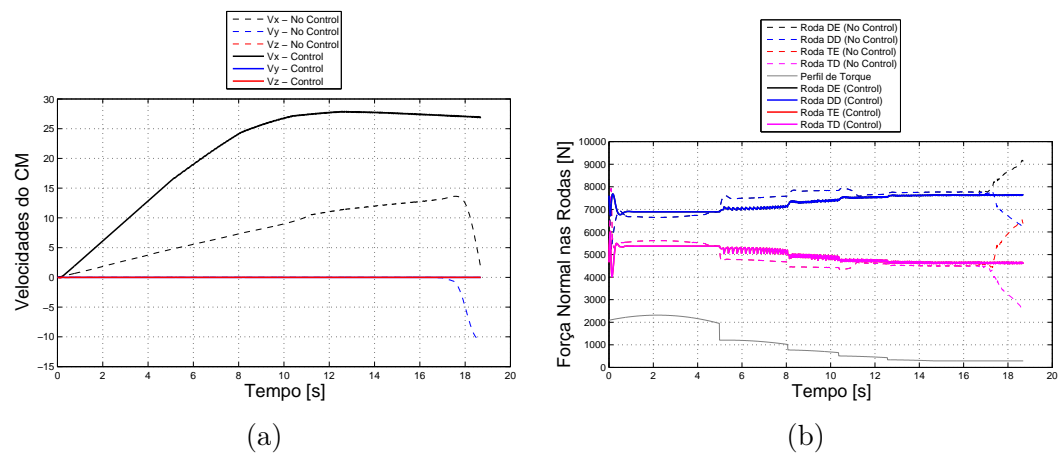


Figura 4.7: Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).

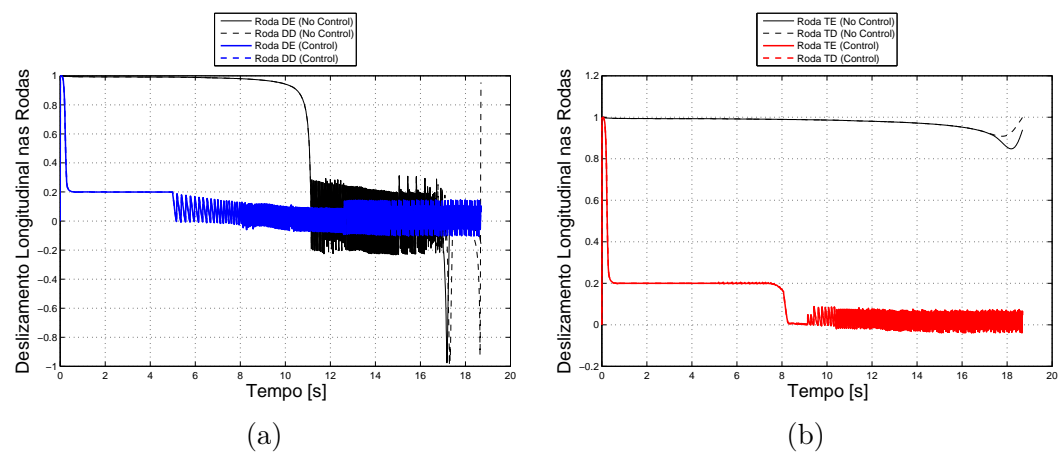
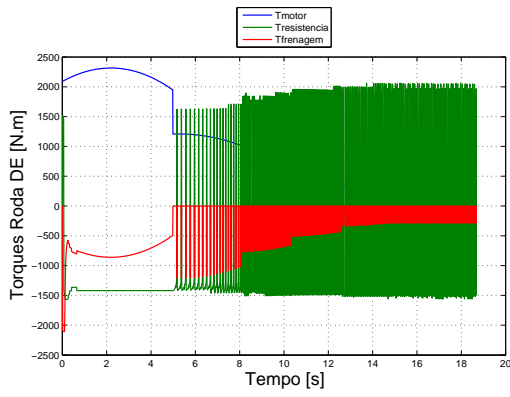
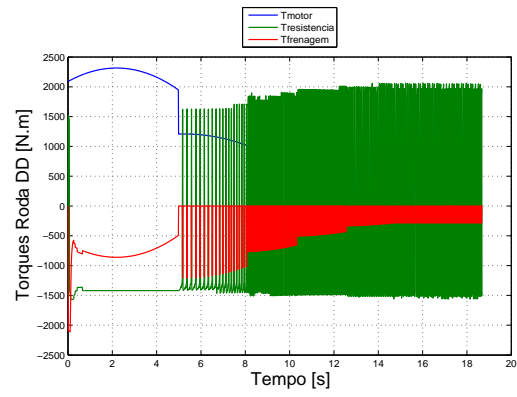


Figura 4.8: Gráficos de deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).

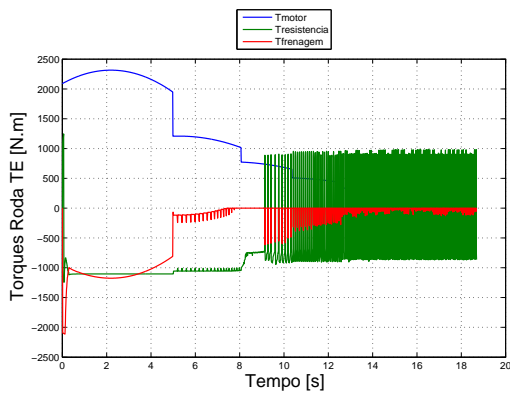


(a)

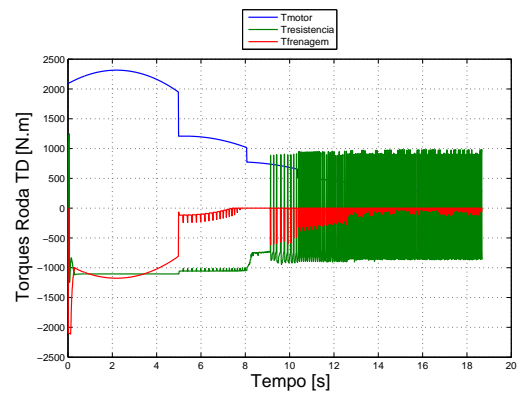


(b)

Figura 4.9: Gráficos de torques aplicados nas rodas dianteiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).

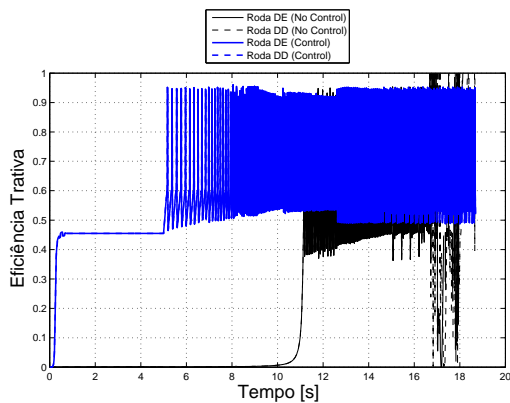


(a)

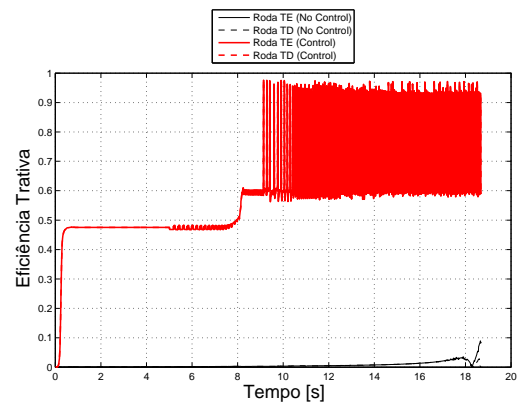


(b)

Figura 4.10: Gráficos de torques aplicados nas rodas traseiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).



(a)



(b)

Figura 4.11: Gráficos de eficiência trativa das rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).

Perfil de torque 2: Nas Figuras 4.12, 4.13, 4.14, 4.15, 4.16, 4.17 e 4.18 podem ser observados os resultados das simulações em solo arenoso para o perfil de torque 2 e ensaio de aceleração máxima.

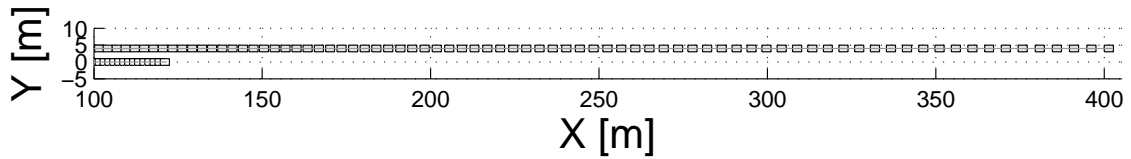


Figura 4.12: Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).

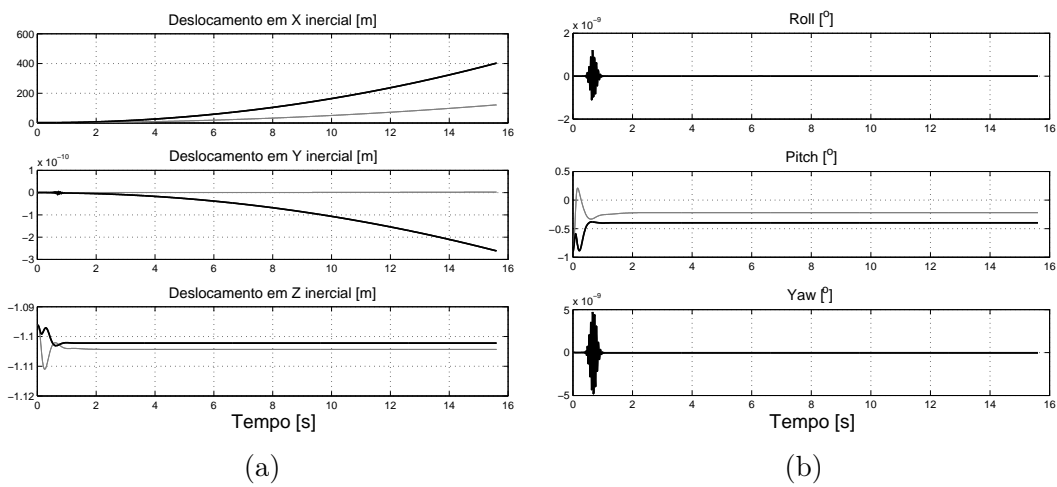


Figura 4.13: Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).

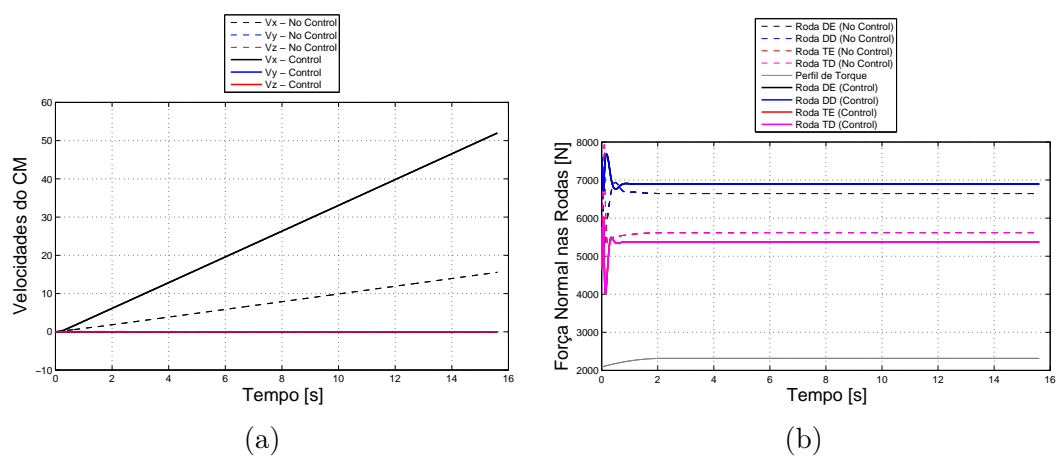
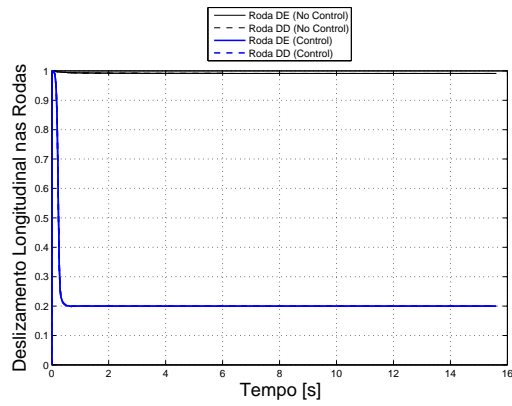
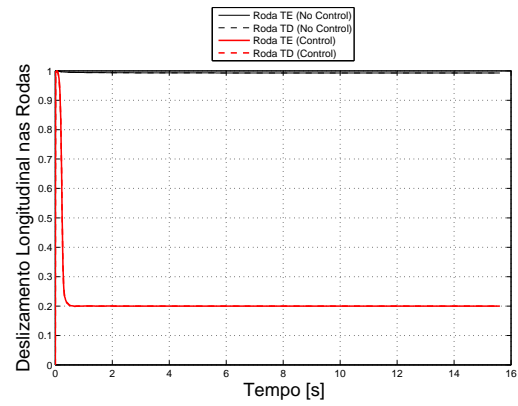


Figura 4.14: Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).

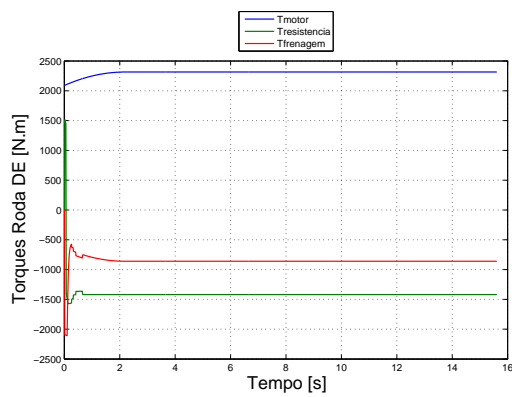


(a)

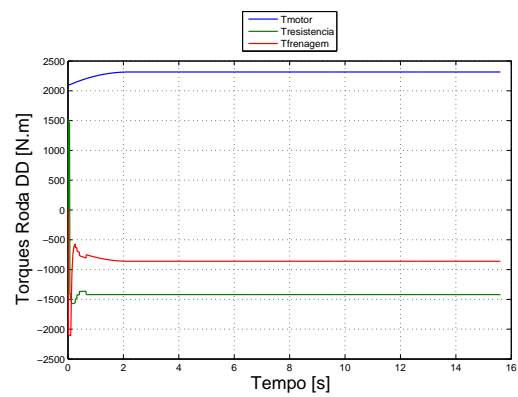


(b)

Figura 4.15: Gráficos de deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).

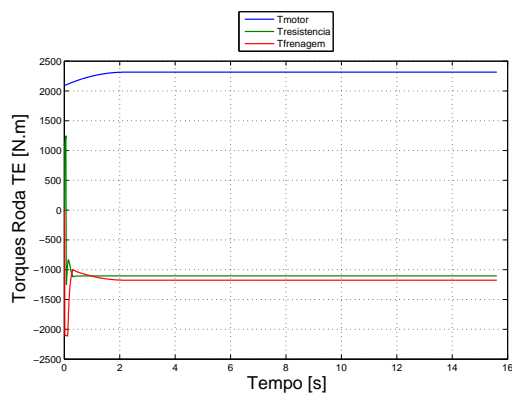


(a)

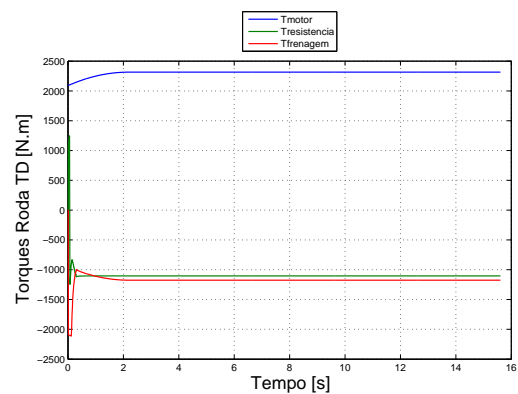


(b)

Figura 4.16: Gráficos de torques aplicados nas rodas dianteiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).



(a)



(b)

Figura 4.17: Gráficos de torques aplicados nas rodas traseiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).

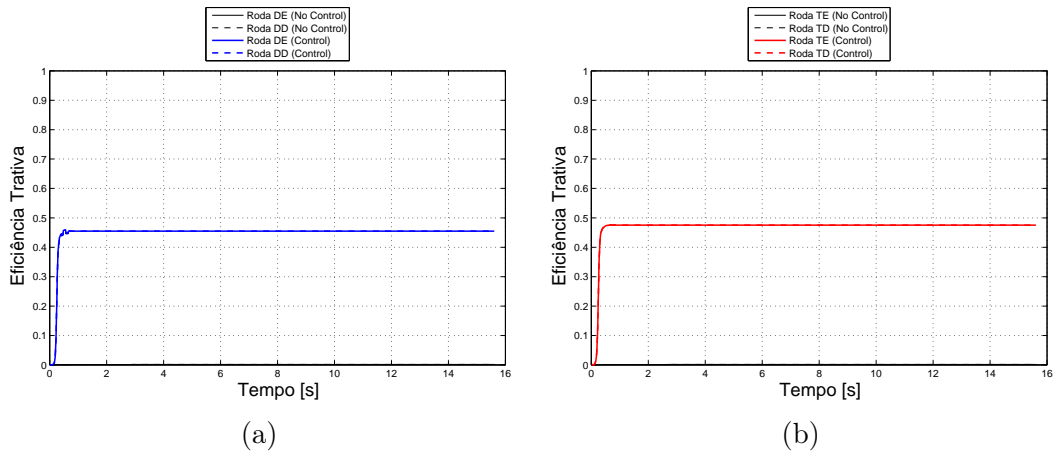


Figura 4.18: Gráficos de eficiência trativa das rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).

Perfil de torque 3: Os resultados das simulações de aceleração máxima para o perfil de torque 3, realizadas em solo arenoso, são identificados nas Figuras 4.19, 4.20, 4.21, 4.22, 4.23, 4.24 e 4.25.

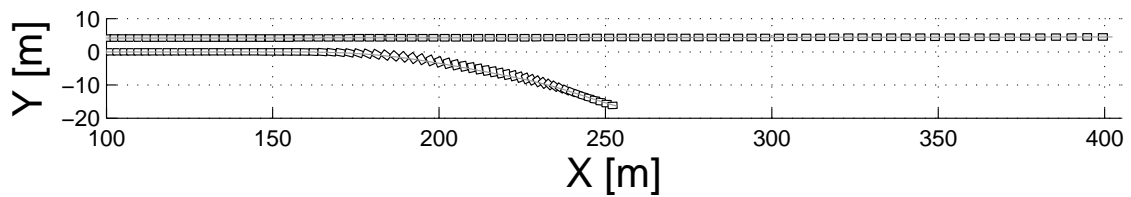


Figura 4.19: Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).

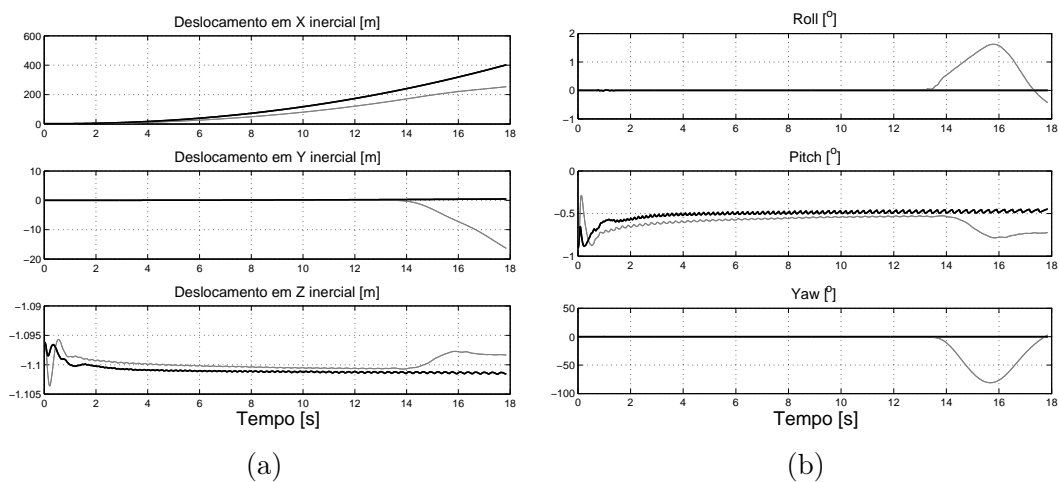


Figura 4.20: Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).

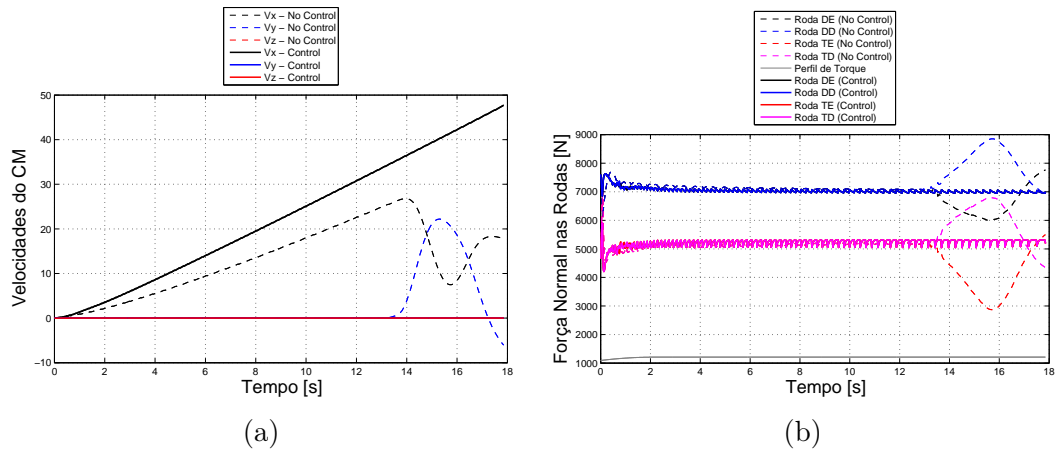


Figura 4.21: Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).

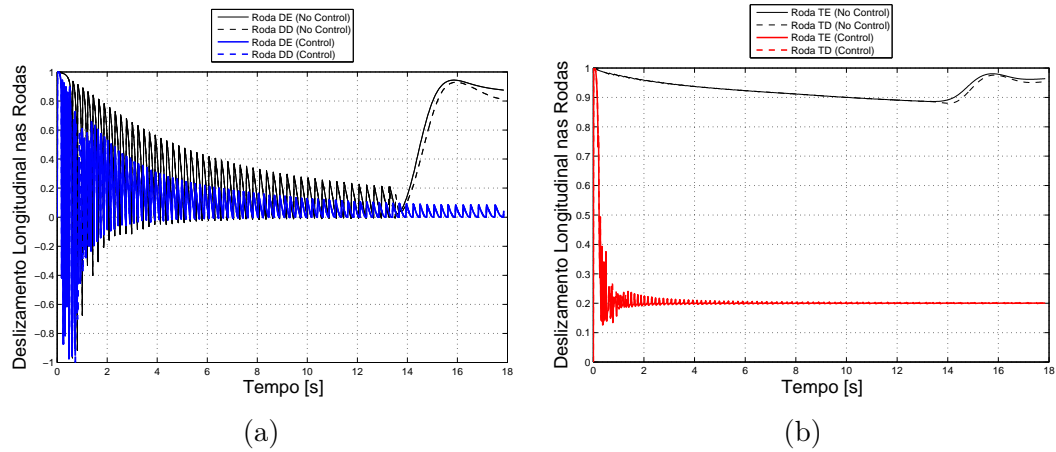


Figura 4.22: Gráficos de deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).

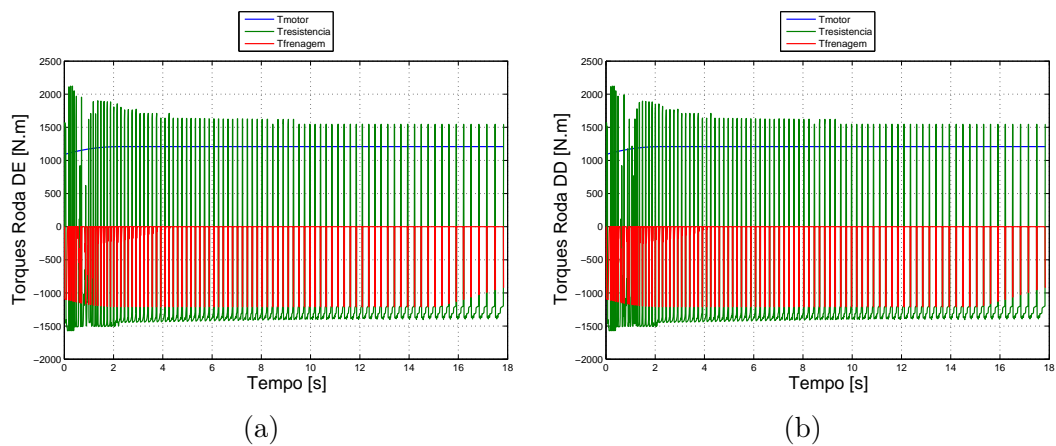


Figura 4.23: Gráficos de torques aplicados nas rodas dianteiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).

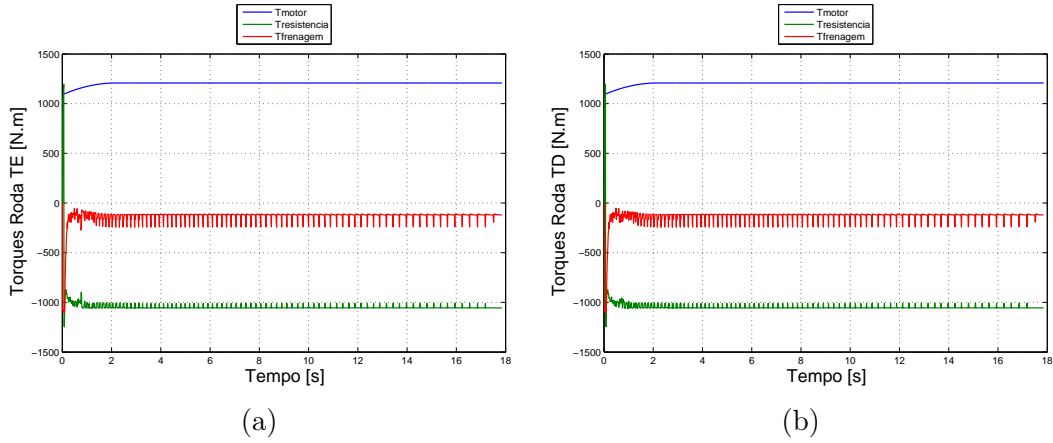


Figura 4.24: Gráficos de torques aplicados nas rodas traseiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).

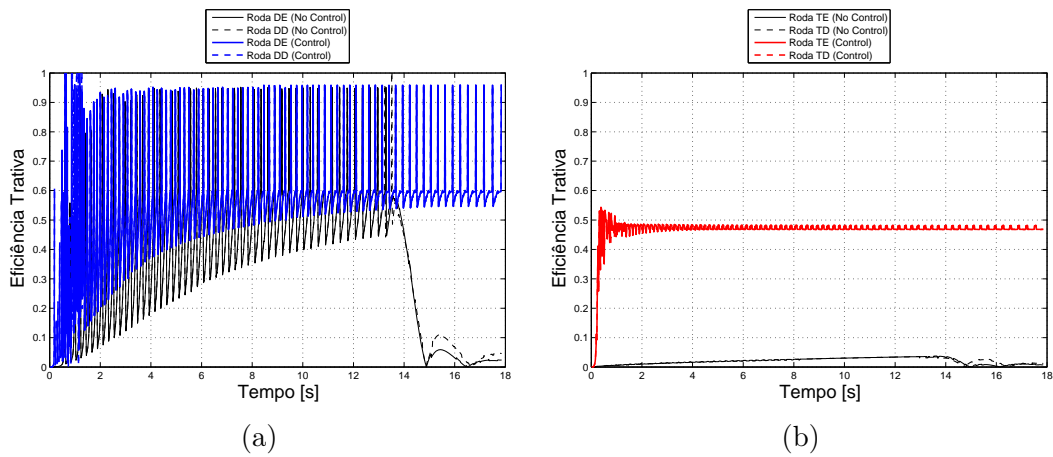


Figura 4.25: Gráficos de eficiência trativa das rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio de aceleração / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).

Comentários: Os resultados apresentados para o tráfego por solo arenoso evidenciam a melhoria de desempenho em relação ao sistema sem o controlador. Para todos perfis de torque, a distância total percorrida é bastante superior à condição sem controle e o trajeto não apresenta, para o 1º e 3º perfis, a perda de estabilidade direcional devida ao travamento das rodas ou momento de guinada.

A eficiência trativa é marcadamente superior nos trechos em que o deslizamento longitudinal foi regulado. No primeiro perfil, observa-se que a partir de 5s, quando ocorre a troca da 1ª para a 2ª marcha, o deslizamento longitudinal não é sustentado no valor de referência, tendendo para o deslizamento longitudinal nulo. Este fenômeno é novamente verificado no caso do 3º perfil, cujo torque disponível é o de 2ª marcha. Para este último caso, o controle do deslizamento das rodas dianteiras não é possível pelo torque disponível, mas ainda assim o controlador consegue manter a trajetória reta. Apesar das limitações do modelo quanto a velocidades angulares

desenvolvidas pelas rodas, verifica-se que as velocidades longitudinais com controle de tração são bastante superiores, em solo arenoso.

Importante destacar ainda que, da análise dos estados da massa suspensa, o controle de tração resultou oscilações de menores amplitudes em rolagem, arfagem e guinada.

SOLO ARGILOSO

Perfil de torque 1: Nas Figuras 4.26, 4.27, 4.28, 4.29, 4.30, 4.31 e 4.32 são visualizados os resultados das simulações, em solo arenoso, para o ensaio de aceleração máxima com perfil de torque 1.

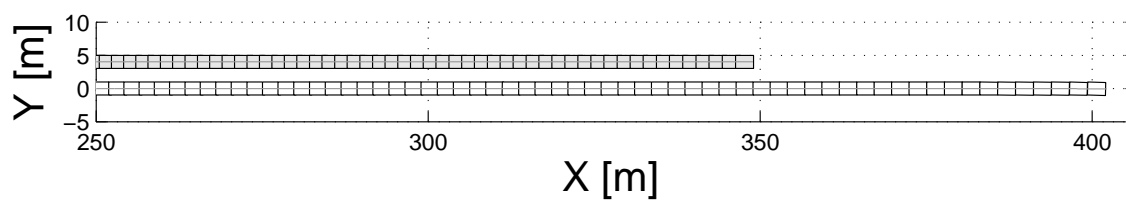


Figura 4.26: Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).

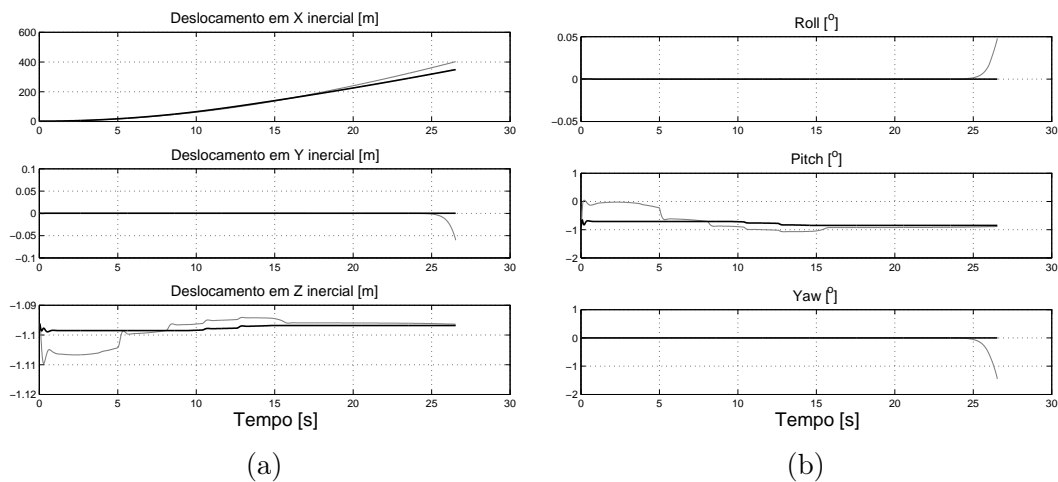


Figura 4.27: Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).

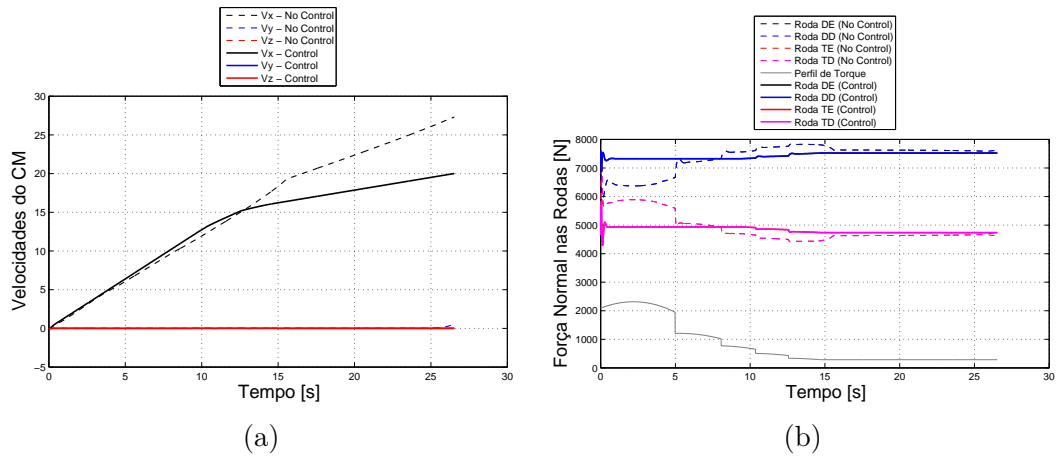


Figura 4.28: Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).

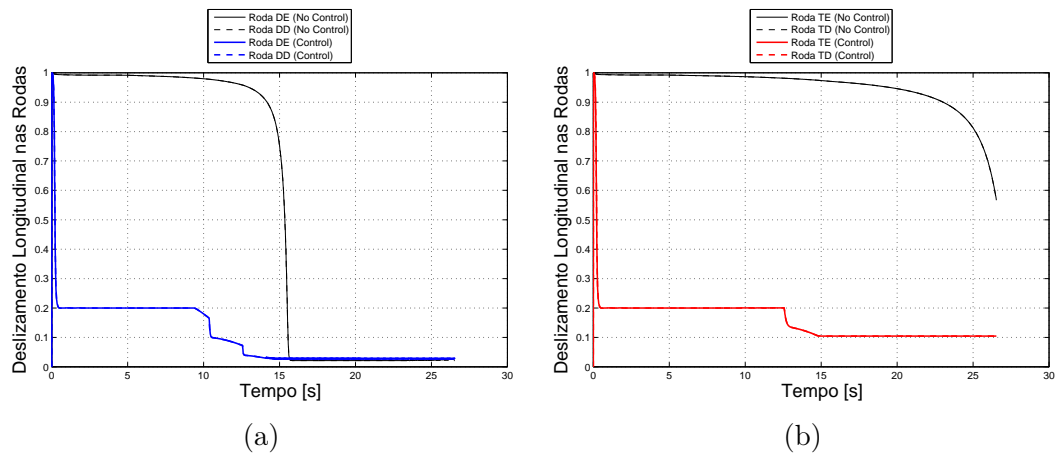


Figura 4.29: Gráficos de deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).

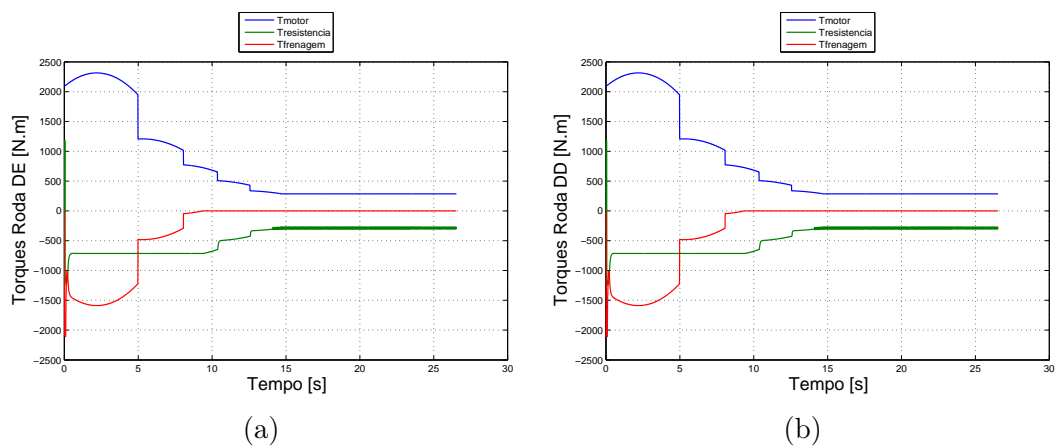


Figura 4.30: Gráficos de torques aplicados nas rodas dianteiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).

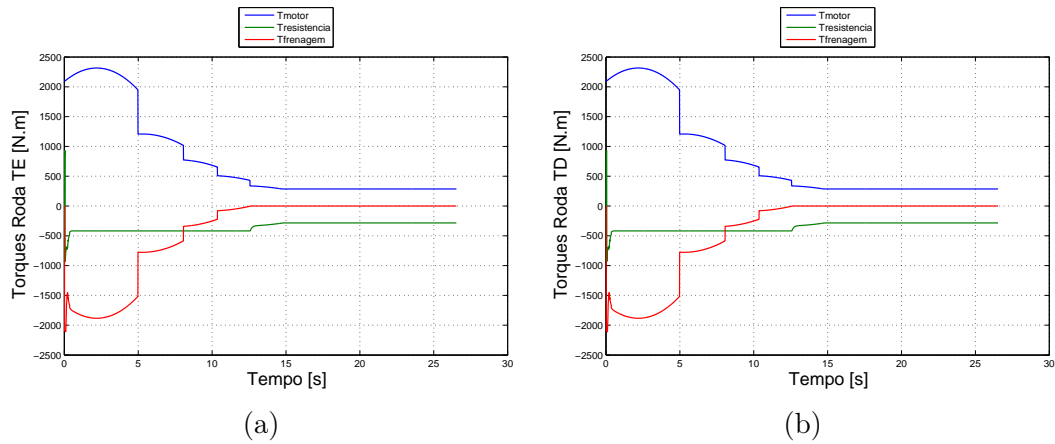


Figura 4.31: Gráficos de torques aplicados nas rodas traseiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).

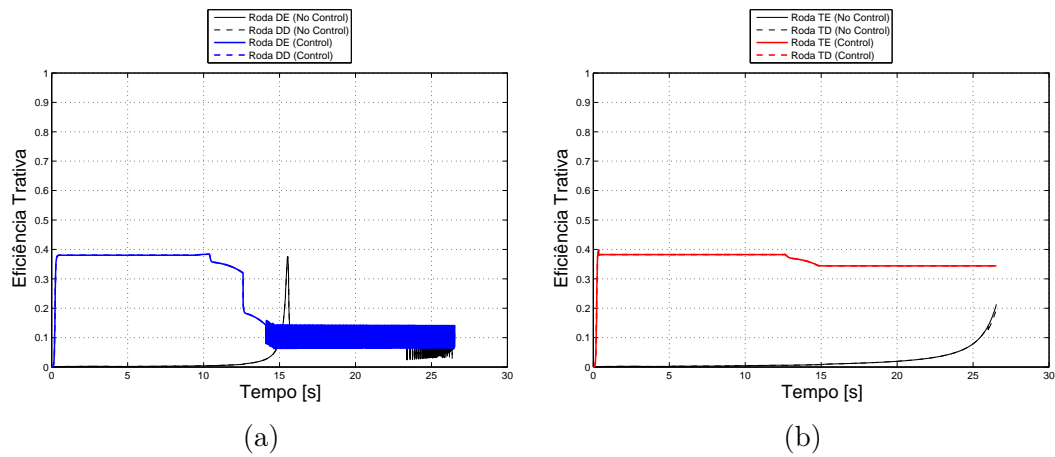


Figura 4.32: Gráficos de eficiência trativa das rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).

Perfil de torque 2: Com base nas Figuras 4.33, 4.34, 4.35, 4.36, 4.37, 4.38 e 4.39 podem ser analisadas as simulações sobre ensaio de aceleração máxima trafegando por solo argiloso, de acordo com o 2º perfil de torque.

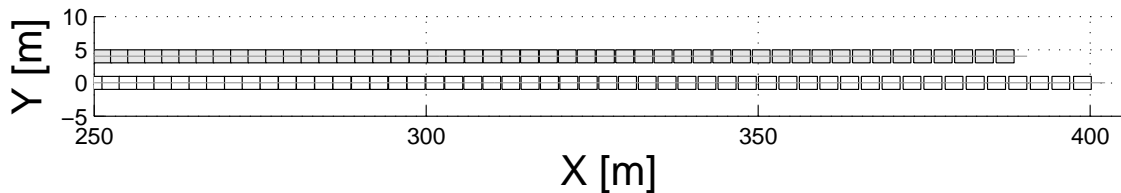


Figura 4.33: Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).

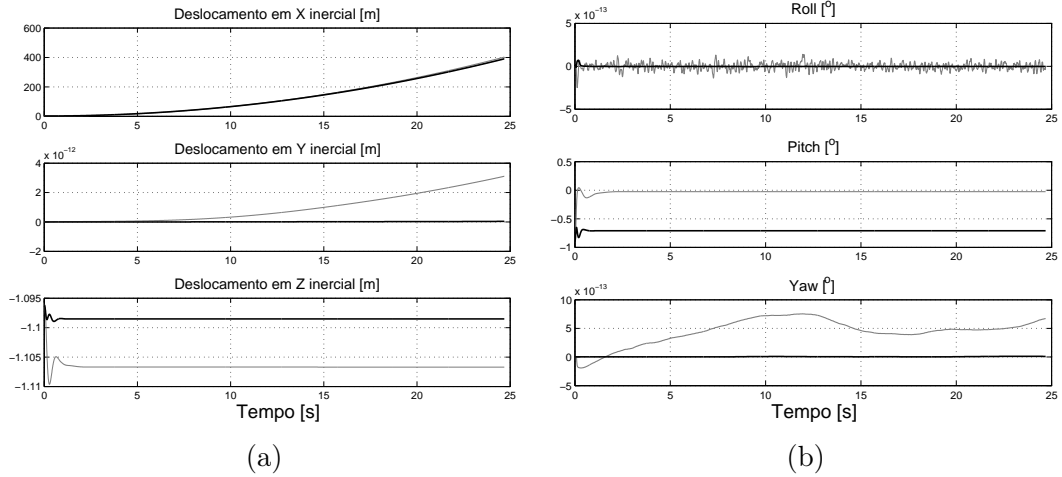


Figura 4.34: Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).

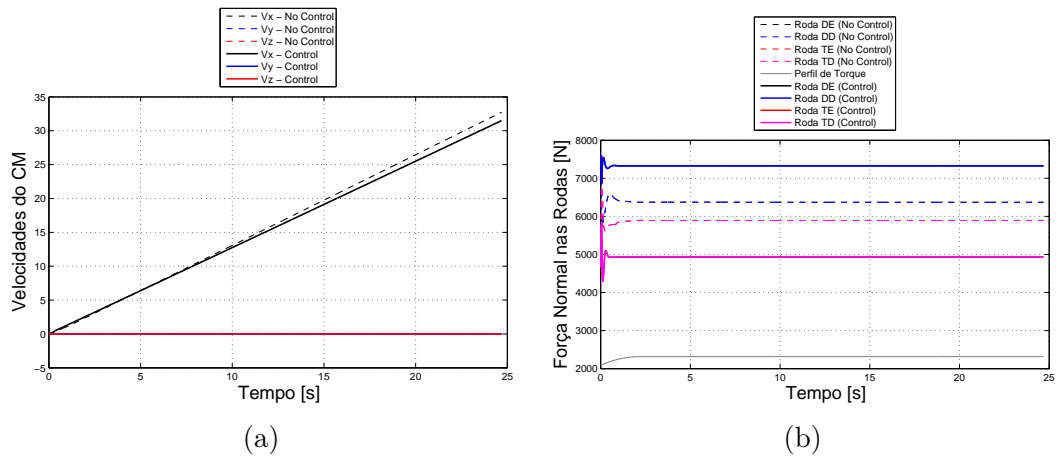


Figura 4.35: Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).

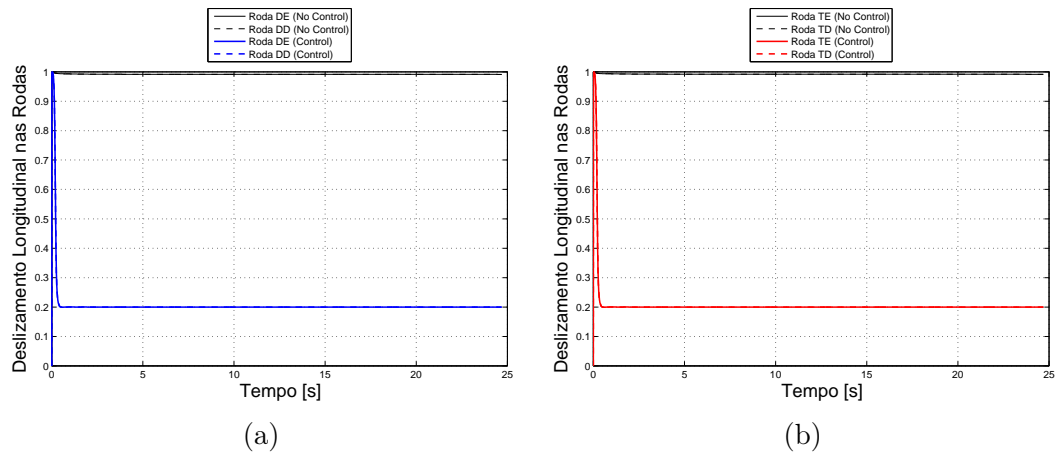
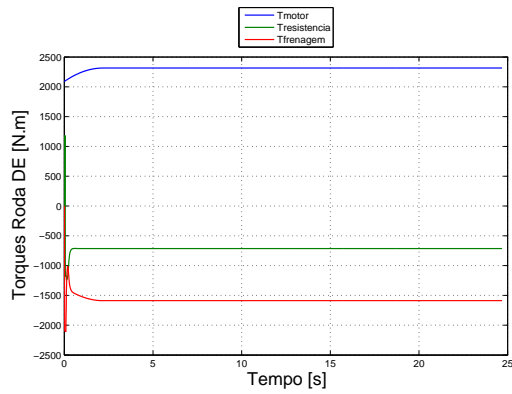
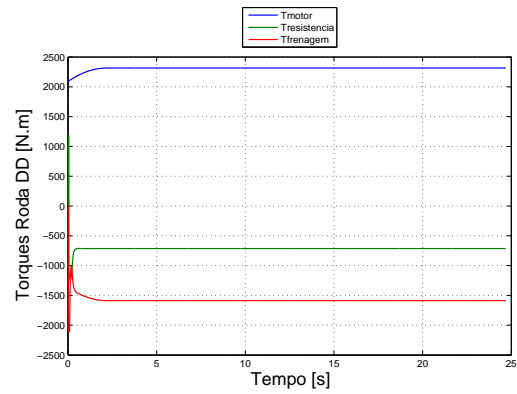


Figura 4.36: Gráficos de deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).

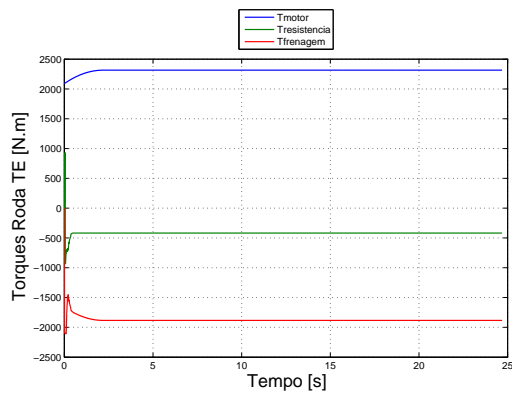


(a)

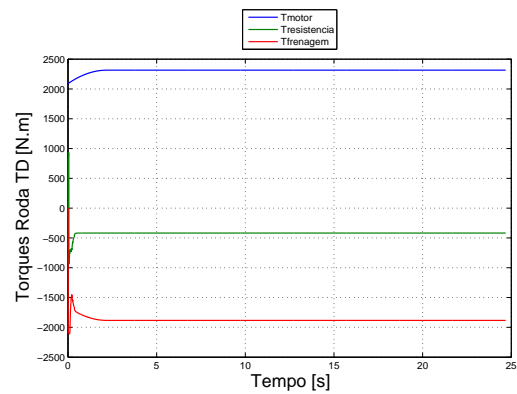


(b)

Figura 4.37: Gráficos de torques aplicados nas rodas dianteiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).

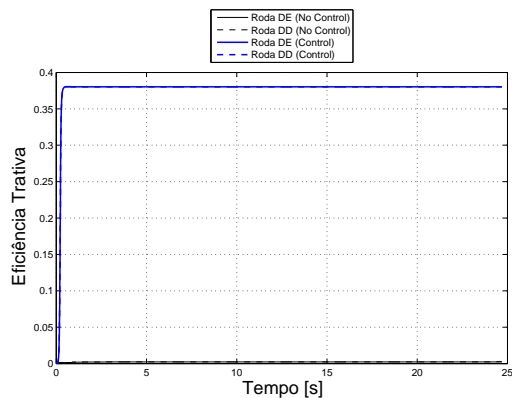


(a)

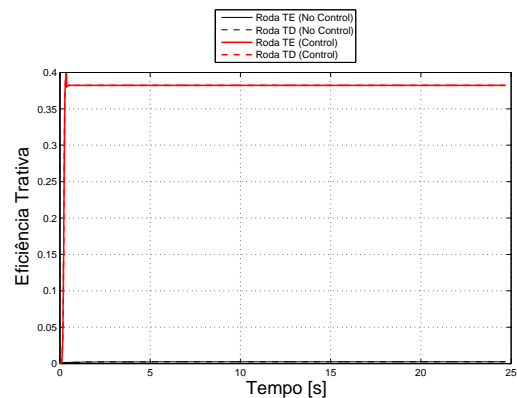


(b)

Figura 4.38: Gráficos de torques aplicados nas rodas traseiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).



(a)



(b)

Figura 4.39: Gráficos de eficiência trativa das rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).

Perfil de torque 3: Para o torque de segunda marcha em solo argiloso, os resultados do ensaio de aceleração máxima são os apresentados nas Figuras 4.40, 4.41, 4.42, 4.43, 4.44, 4.45 e 4.46.

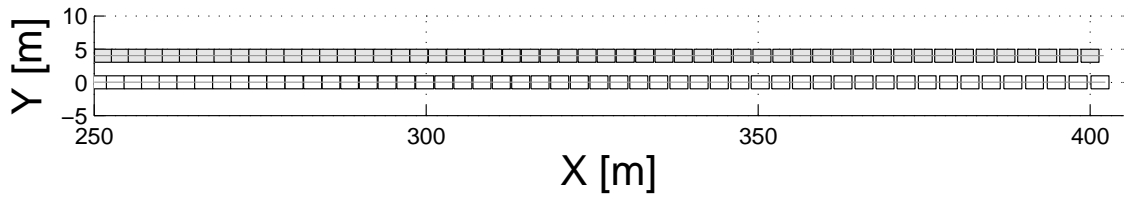


Figura 4.40: Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).

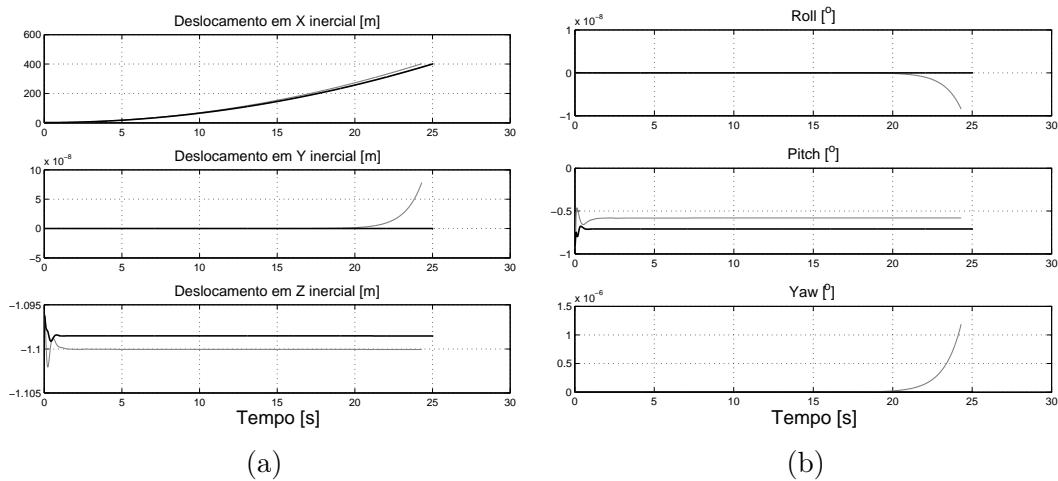


Figura 4.41: Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).

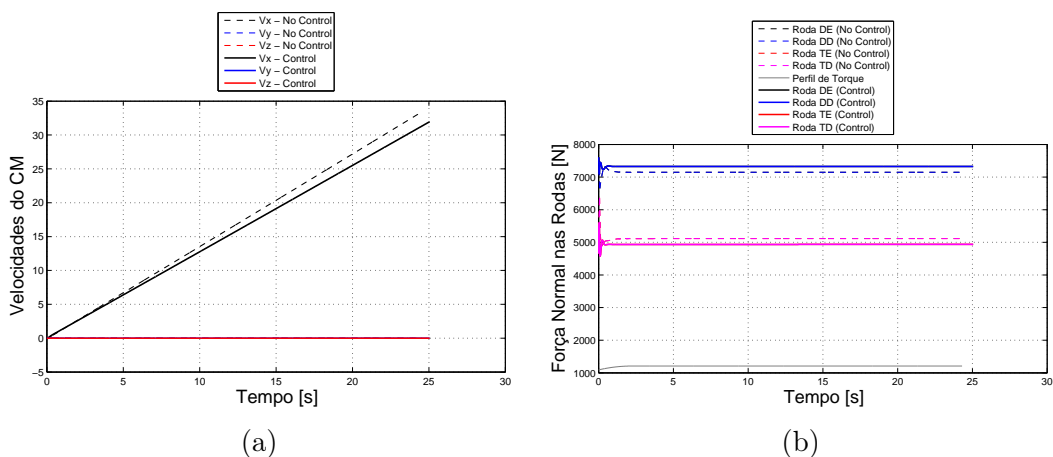
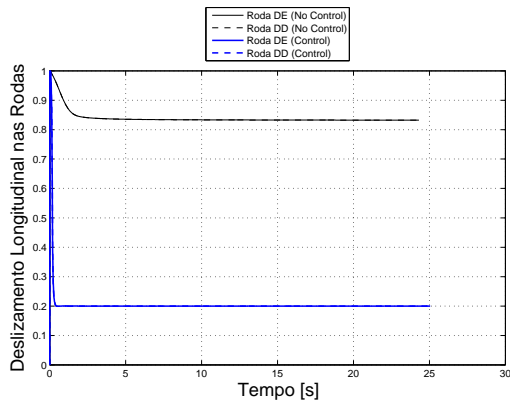
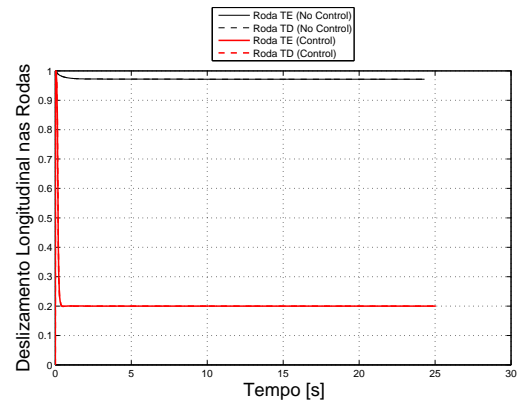


Figura 4.42: Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).

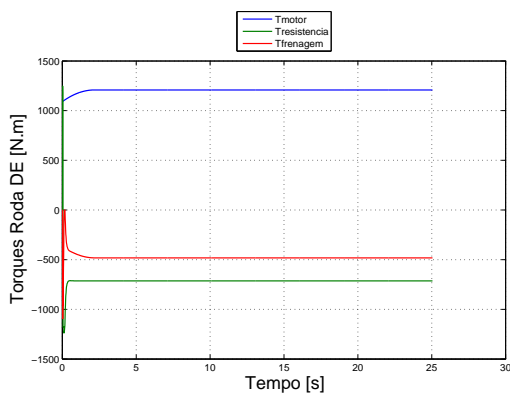


(a)

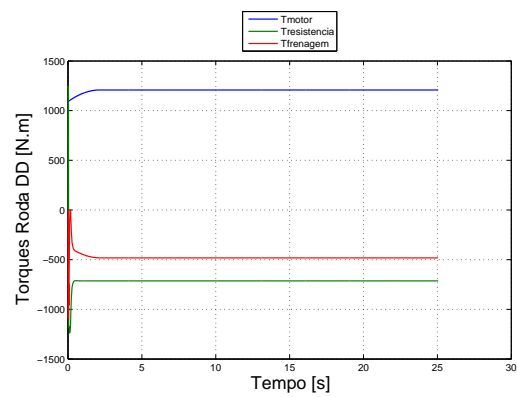


(b)

Figura 4.43: Gráficos de deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).

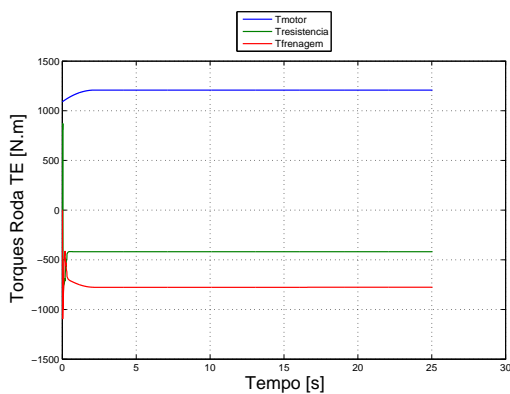


(a)

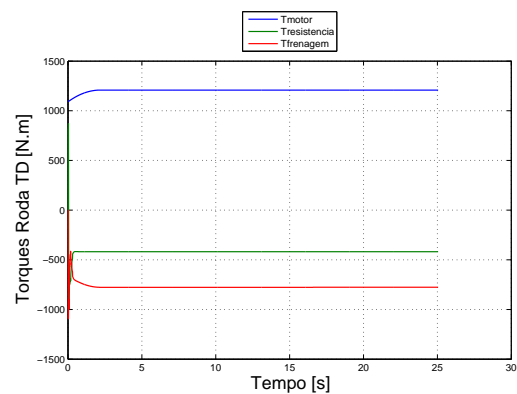


(b)

Figura 4.44: Gráficos de torques aplicados nas rodas dianteiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).



(a)



(b)

Figura 4.45: Gráficos de torques aplicados nas rodas traseiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).

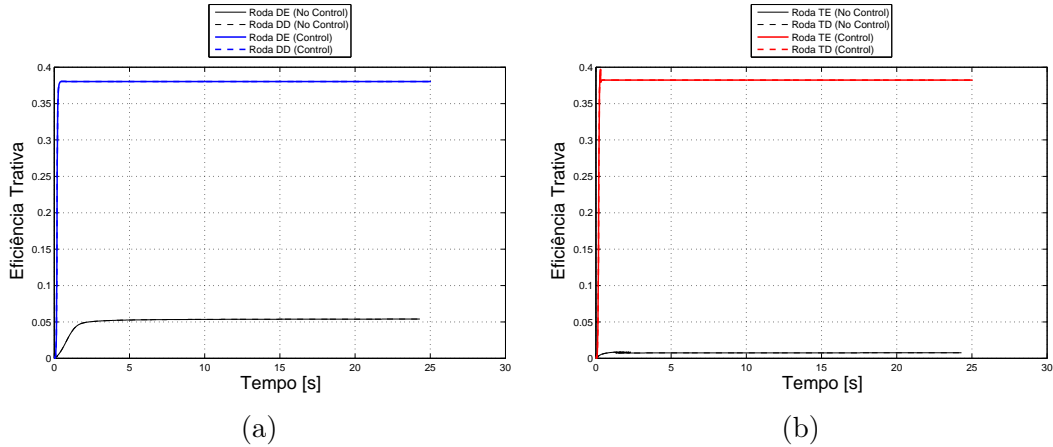


Figura 4.46: Gráficos de eficiência trativa das rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio de aceleração / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).

Comentários: Em solo argiloso, para todas condições de ensaio de aceleração longitudinal, o veículo permaneceu estável em sua trajetória retilínea.

As maiores velocidades foram alcançadas pelo sistema sem o controle de tração. Entretanto, para o 1º perfil de torque, o controle de tração produziu maior aceleração desde o instante inicial até 13s. É possível perceber que neste intervalo, o controle de tração manteve o deslizamento em 0,2. Aos 13s, com a mudança para a última marcha (menor torque disponível), o controlador que já não conseguia sustentar o torque nas rodas dianteiras (a partir da 4ª marcha) perde eficácia também nas rodas traseiras. Analisando o aspecto da eficiência trativa, mesmo sem alcançar as maiores velocidades, o controle de tração elevou a eficiência trativa das rodas a níveis muito superiores à ausência do controle de tração.

Para o perfil de torque de 1ª marcha, o controlador atinge o objetivo mantendo o deslizamento longitudinal das rodas em 0,2 e a eficiência trativa próxima de 38%. Porém, o desempenho em velocidade final e a distância percorrida são melhores para o sistema sem controle de tração.

Uma observação dos esforços de interação com o terreno do tipo argiloso, apresentado no Capítulo 2, permite perceber que os níveis mais elevados de esforços produzidos estão associados a um deslizamento longitudinal na vizinhança de 0,4. Este desempenho inferior, obtido com $s_d^{ref} = 0,2$ mostra que em terrenos deformáveis, estabelecer um valor ou intervalo de deslizamento longitudinal pode nem sempre significar estar na região ótima. Para tanto, o projeto do controlador deveria levar em conta estratégias adaptativas.

A diferença entre o desempenho com e sem controle de tração se acentua para o torque de 2ª marcha. Com a diminuição do torque disponível nas rodas, o deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras e traseiras se aproxima de 0,85 e 0,95, respectivamente, sem controle de tração. Nestes níveis, os esforços produzidos

são superiores aos resultantes do deslizamento 0,2. Porém, novamente a vantagem do controle de tração é evidenciada pela eficiência trativa bastante superior.

Para todas as condições, os esforços produzidos pelo controle de tração resultam em um comportamento mais estável da massa suspensa, com menores amplitudes de movimento e menor transmissão dos efeitos de trocas de marchas.

4.5.2 Ensaio de Trajetória Circular

A presente seção dedica-se a apresentar os resultados obtidos para as simulações dos ensaios de trajetória curva conduzidos tanto em solo arenoso como argiloso.

As simulações assumiram o ângulo de esterçamento da direção como $3,1^\circ$ para todas as hipóteses consideradas. Este valor equivale, conforme já mencionado, à aceleração lateral de $0,4g$, segundo a qual o veículo deve ser submetido neste tipo de ensaio.

SOLO ARENOSO

Perfil de torque 1: Aplicando-se a evolução do torque do motor, os resultados para o ensaio de esterçamento em solo arenoso são os visualizados nas Figuras 4.47, 4.48, 4.49, 4.50, 4.51, 4.52, 4.53 e 4.54.

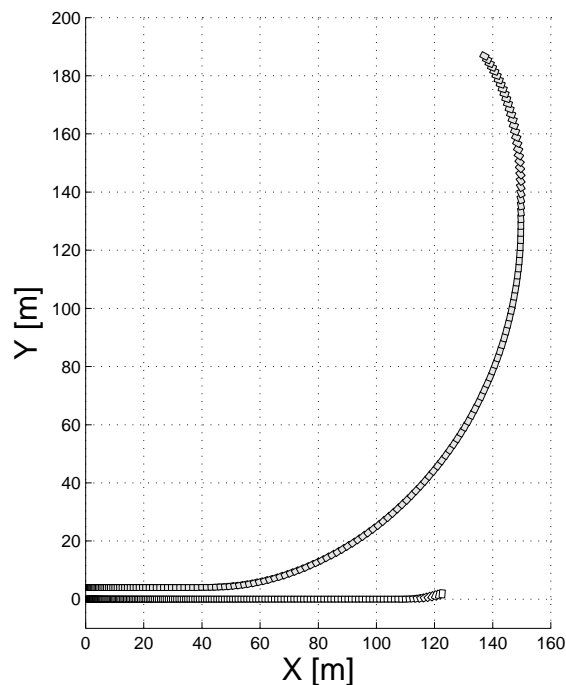


Figura 4.47: Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).

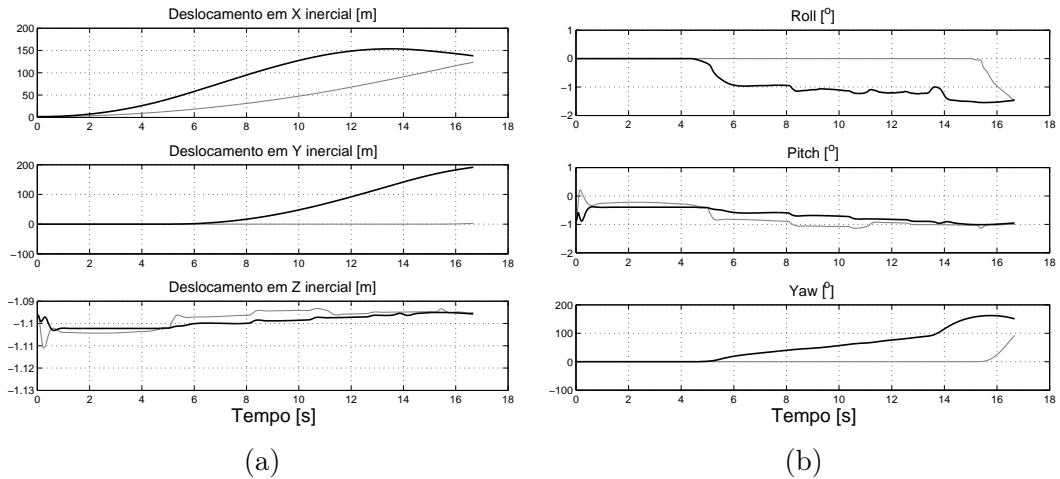


Figura 4.48: Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).

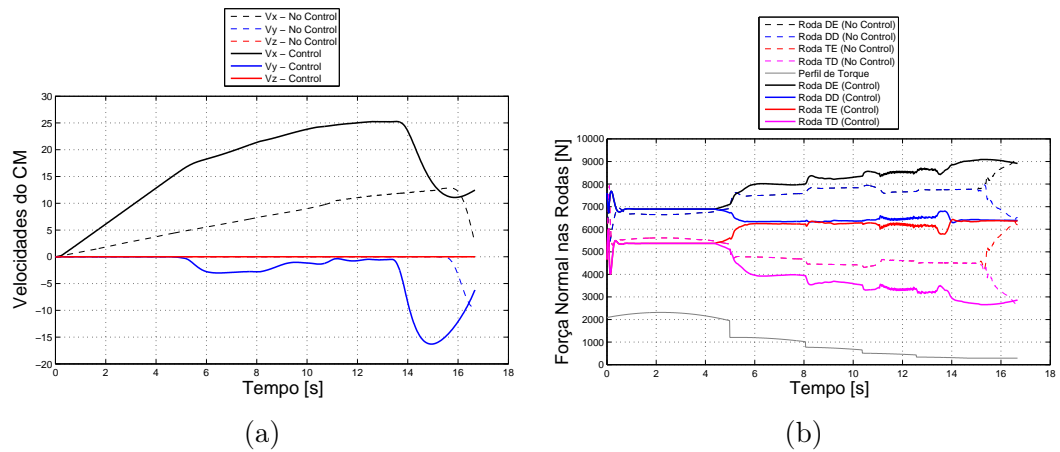


Figura 4.49: Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).

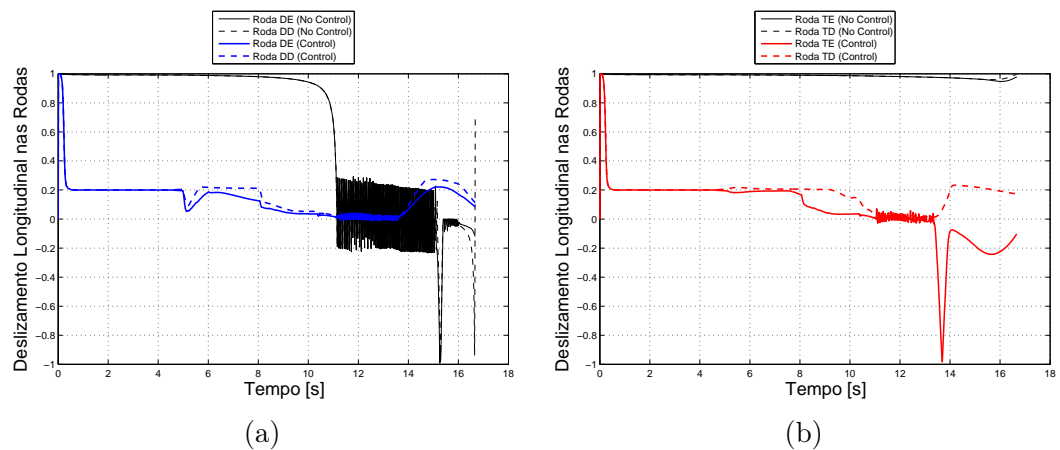
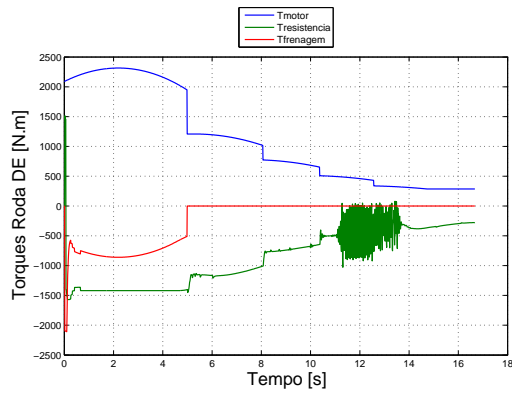
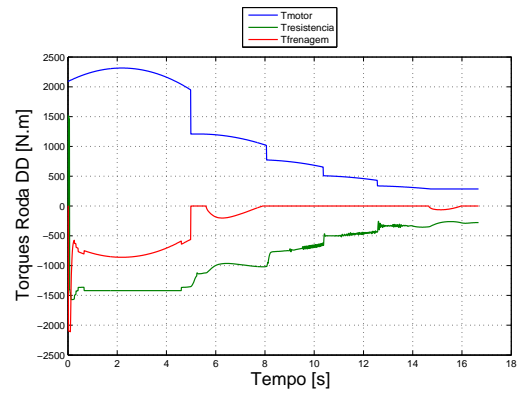


Figura 4.50: Gráficos de deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).

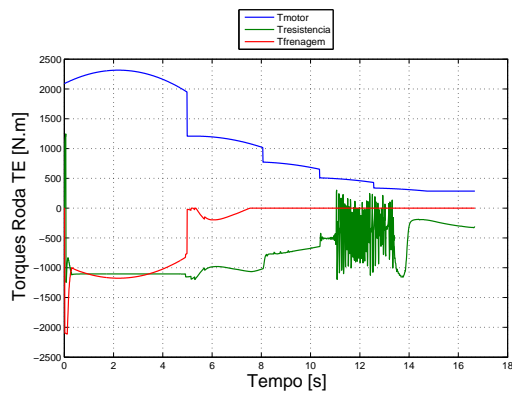


(a)

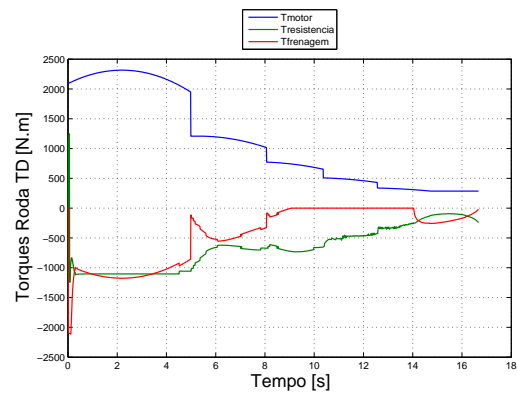


(b)

Figura 4.51: Gráficos de torques aplicados nas rodas dianteiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).

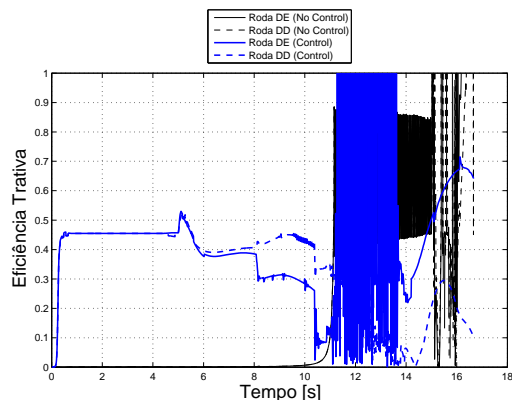


(a)

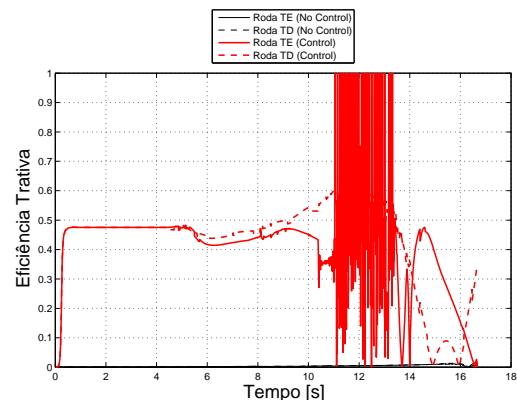


(b)

Figura 4.52: Gráficos de torques aplicados nas rodas traseiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).



(a)



(b)

Figura 4.53: Gráficos de eficiência trativa das rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).

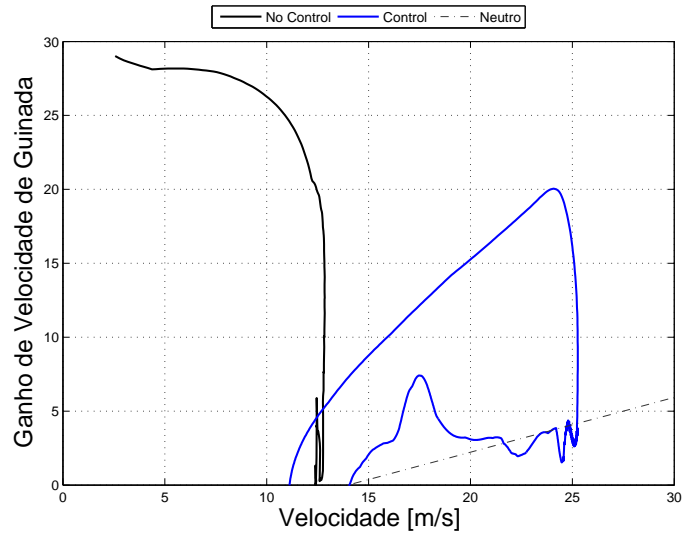


Figura 4.54: Tendência ao esterçamento do veículo (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 1 / Controle).

Perfil de torque 2: Os próximos resultados apresentados referem-se à aplicação do perfil de torque 2 em solo arenoso, identificados nas Figuras 4.55, 4.56, 4.57, 4.58, 4.59, 4.60, 4.61 e 4.62.

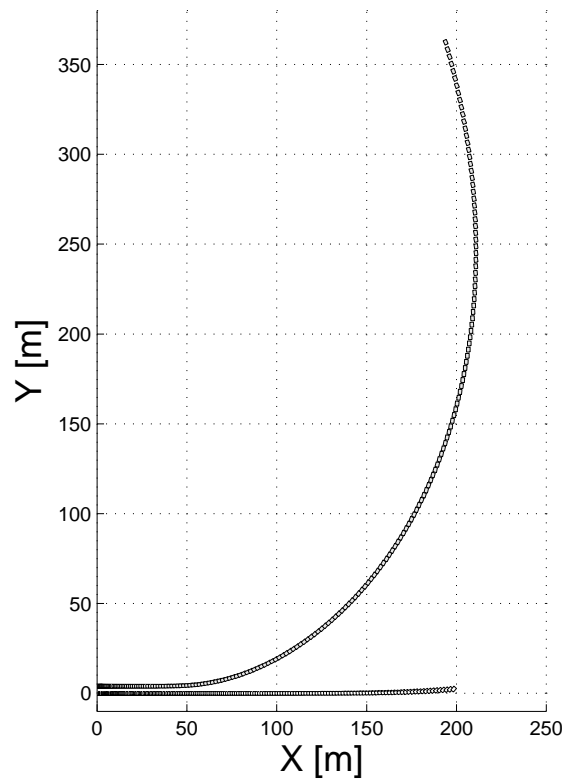


Figura 4.55: Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).

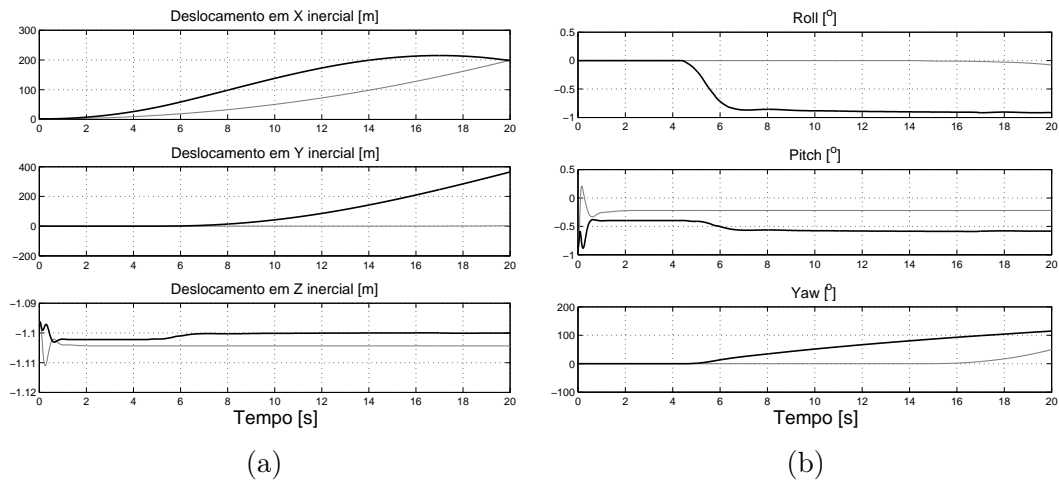


Figura 4.56: Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).

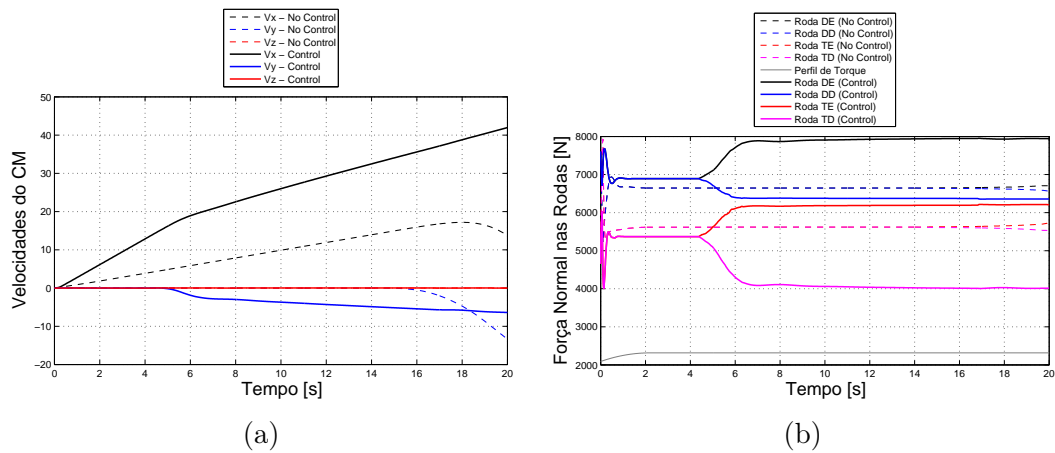


Figura 4.57: Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).

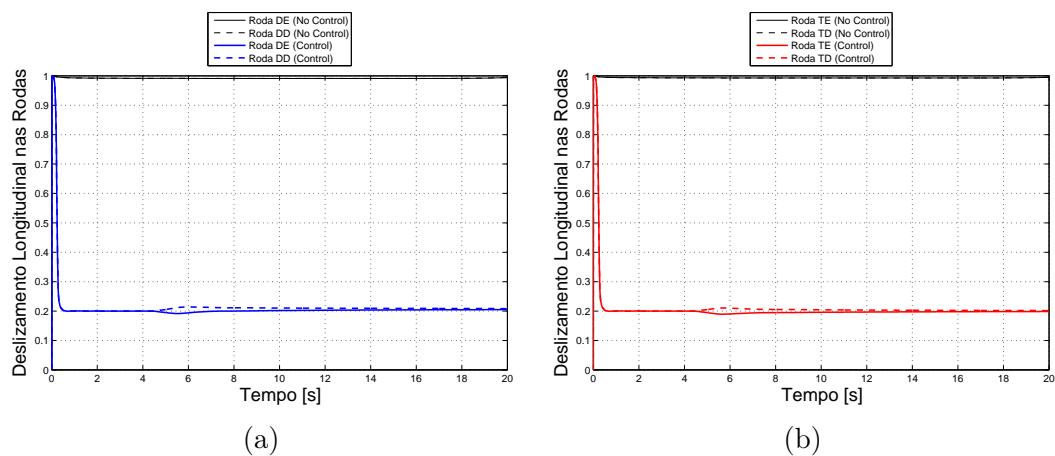
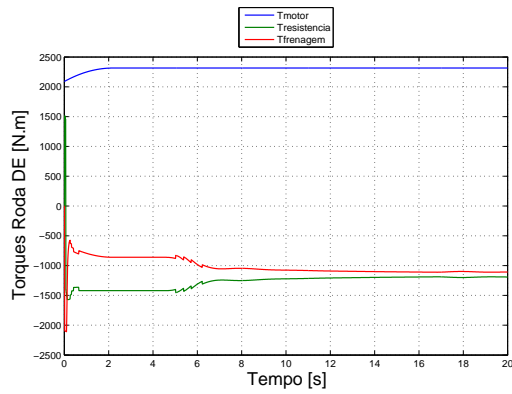
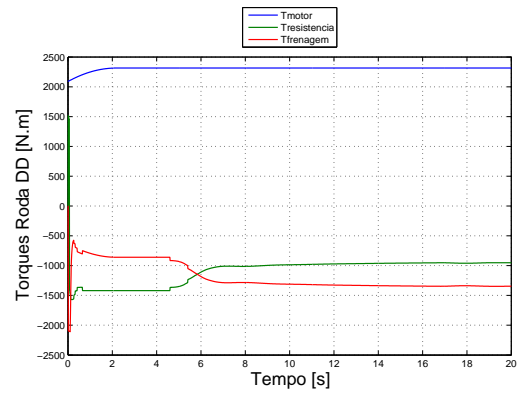


Figura 4.58: Gráficos de deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).

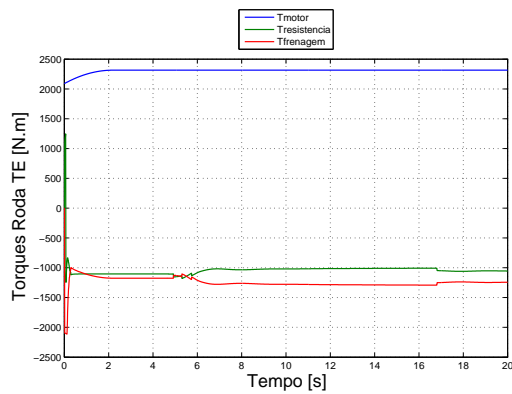


(a)

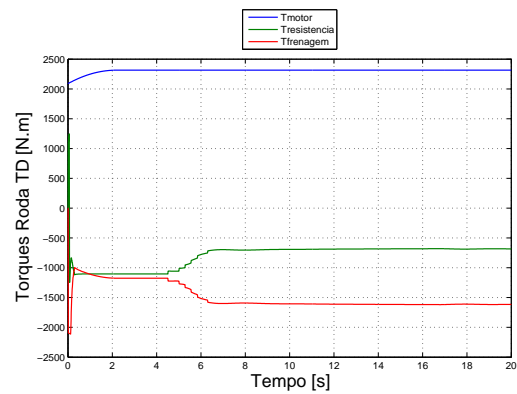


(b)

Figura 4.59: Gráficos de torques aplicados nas rodas dianteiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).

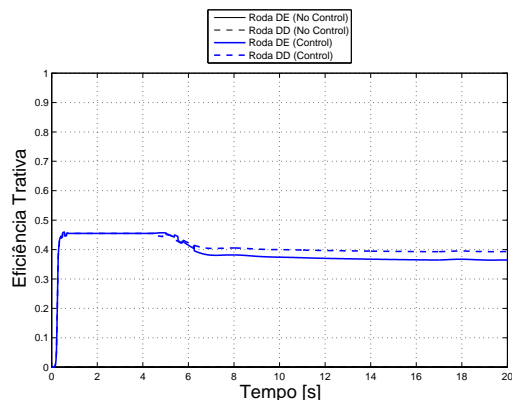


(a)

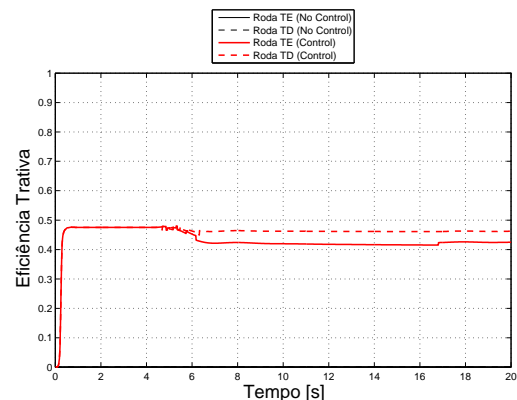


(b)

Figura 4.60: Gráficos de torques aplicados nas rodas traseiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).



(a)



(b)

Figura 4.61: Gráficos de eficiência trativa das rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).

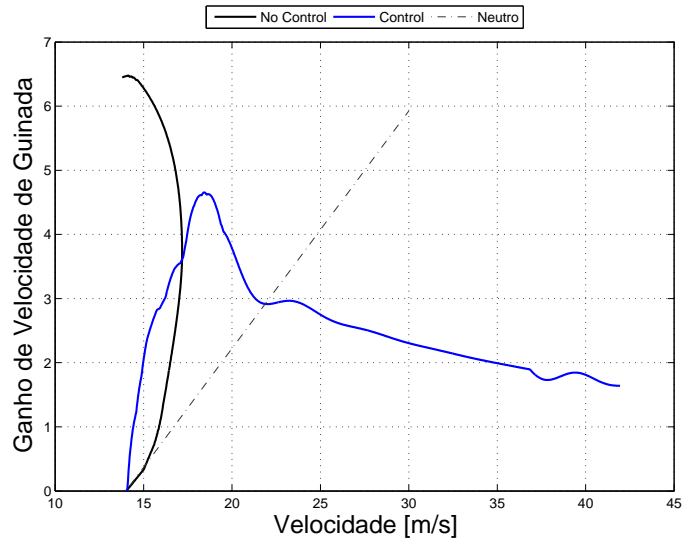


Figura 4.62: Tendência ao esterçamento do veículo (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 2 / Controle).

Perfil de torque 3: Para o ensaio de aceleração máxima, os resultados apresentados nas Figuras 4.55, 4.56, 4.57, 4.58, 4.61 e 4.62 referem-se a aplicação do perfil 3 de torque e tráfego por solo arenoso.

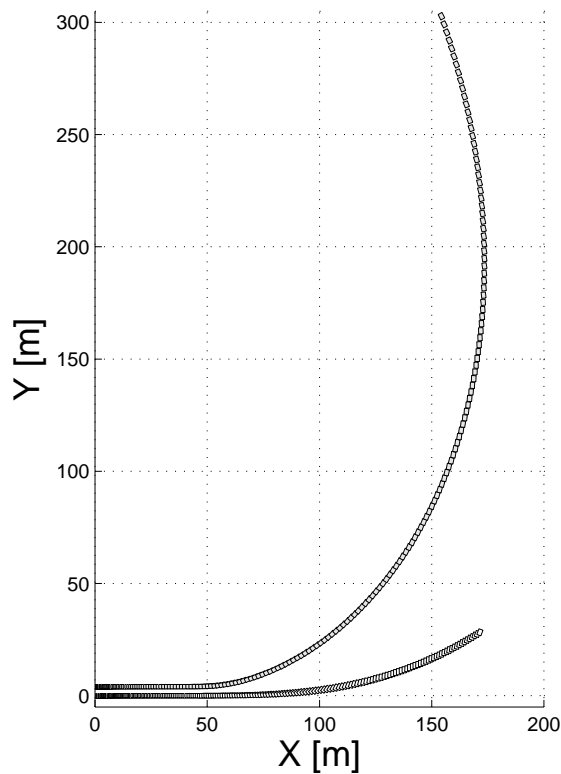


Figura 4.63: Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).

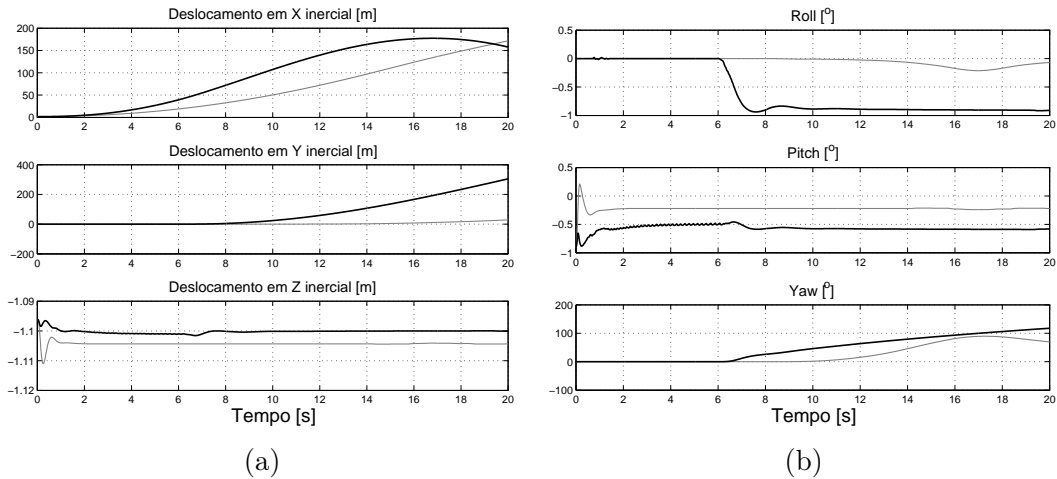


Figura 4.64: Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).

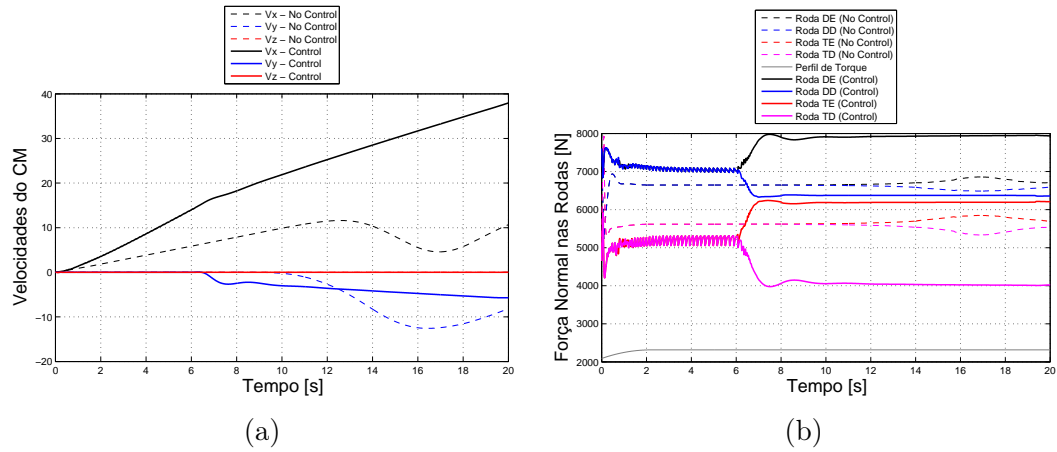


Figura 4.65: Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).

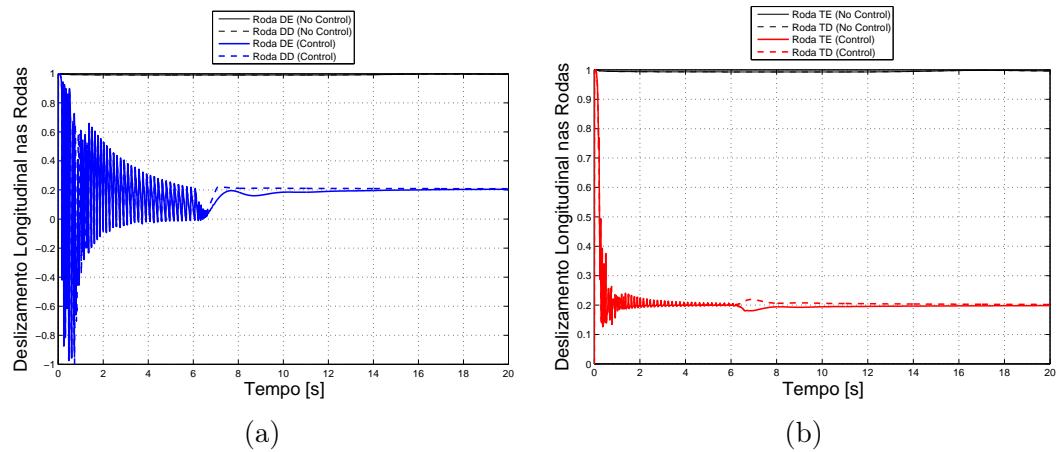
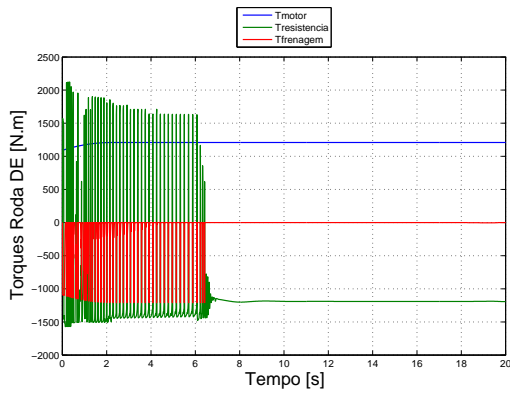
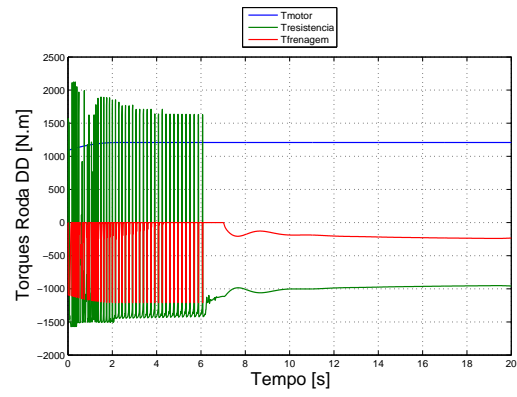


Figura 4.66: Gráficos de deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).

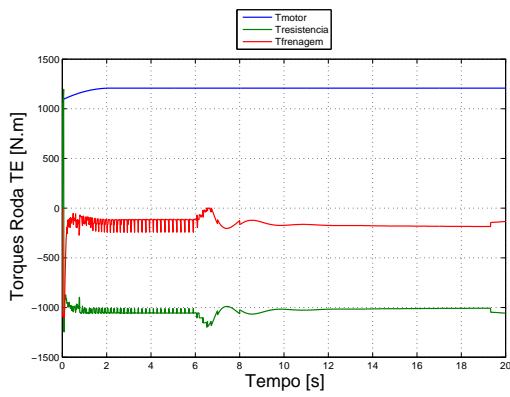


(a)

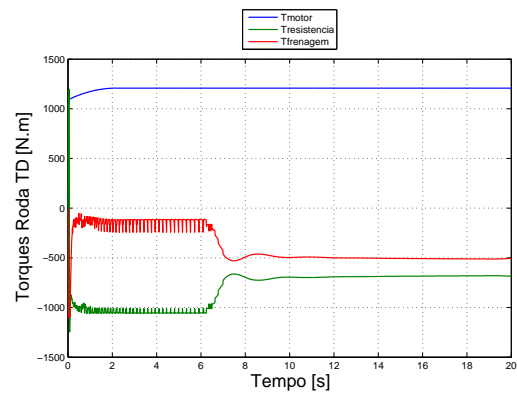


(b)

Figura 4.67: Gráficos de torques aplicados nas rodas dianteiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).

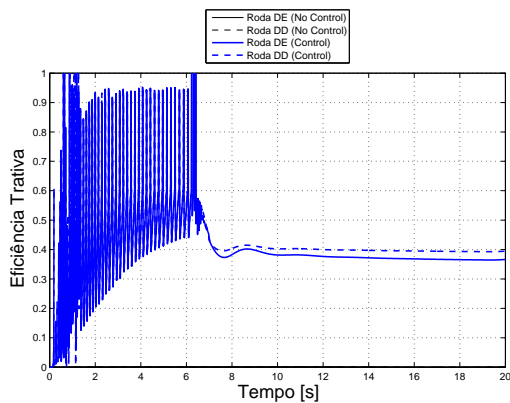


(a)

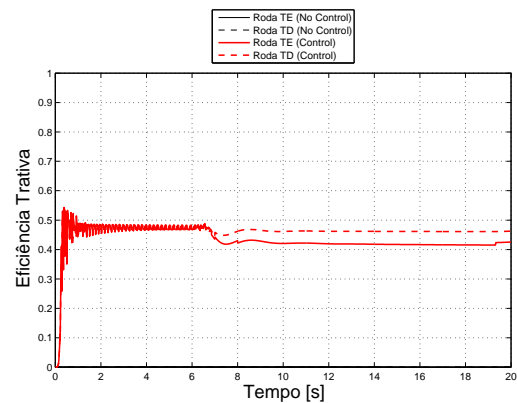


(b)

Figura 4.68: Gráficos de torques aplicados nas rodas traseiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).



(a)



(b)

Figura 4.69: Gráficos de eficiência trativa das rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).

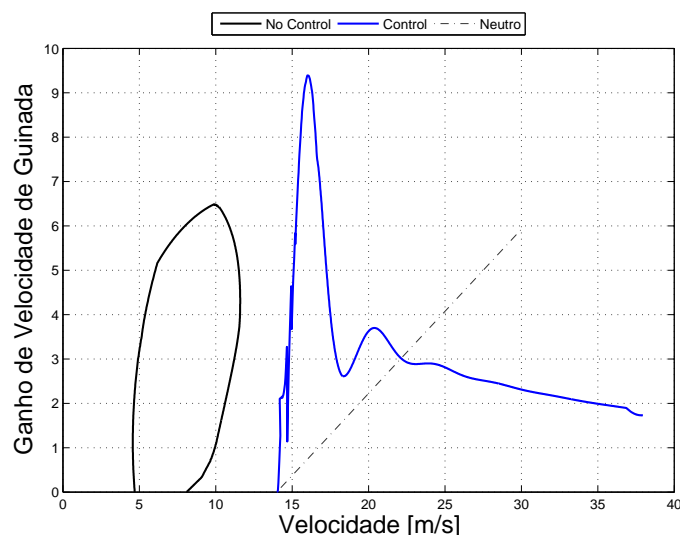


Figura 4.70: Tendência ao esterçamento do veículo (Ensaio em curva / Solo Arenoso / Perfil 3 / Controle).

Comentários: Os ensaios de esterçamento tem o intuito de avaliar os efeitos do controle de tração sobre a dinâmica lateral do veículo, mesmo que em sua formulação, o controlador não tenha considerado qualquer tipo de compensação voltada para estabilidade lateral/direcional.

Dessa forma, para os solos arenosos, em que já fora verificado o ganho de desempenho em deslocamentos retilíneos, também houve melhoria na estabilidade lateral.

Para todos os perfis de torque a estabilidade direcional teve resultados muito significativos, em especial o primeiro e terceiro perfis. Os ganhos de estabilidade estão associados à manutenção de níveis de deslizamento capazes de produzir força lateral devida ao cisalhamento na interação com o terreno.

Os ganhos de eficiência trativa e velocidade são preservados os mesmos em relação ao ensaio de aceleração máxima.

Observa-se ainda que a tendência ao comportamento do veículo é predominantemente sobreesterçante para todos os ensaios, uma vez que não há balanço na distribuição dos esforços para cada roda individual. Uma abordagem voltada para o controle de estabilidade contemplaria este aspecto.

SOLO ARGILOSO

Perfil de torque 1: Em solo argiloso, o comportamento do veículo, submetido a perfis de torque evoluindo com o tempo em cada roda, pode ser verificado nas Figuras 4.71, 4.72, 4.73, 4.74, 4.75, 4.76, 4.77 e 4.78.

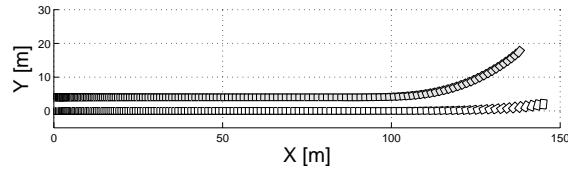


Figura 4.71: Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).

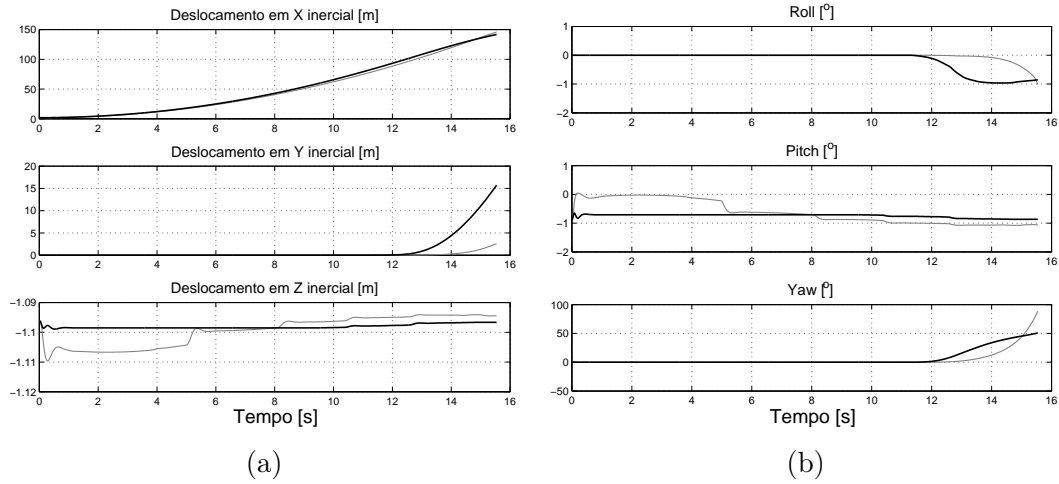


Figura 4.72: Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).

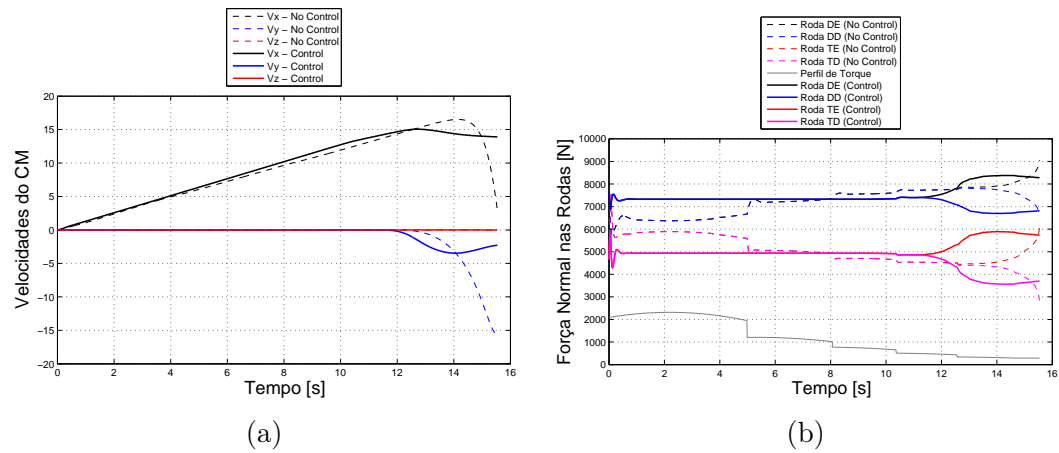
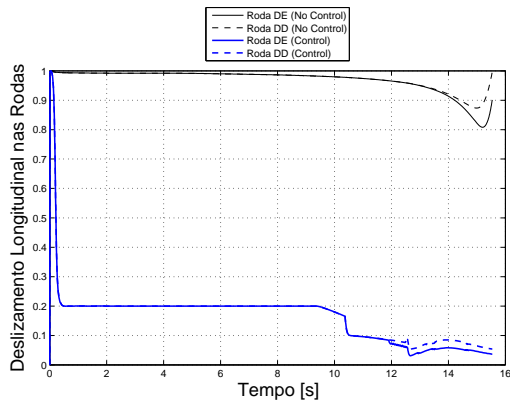
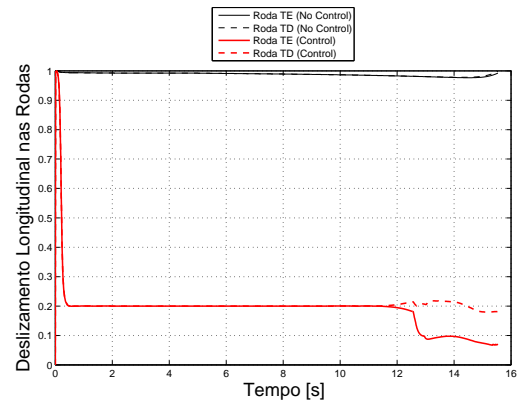


Figura 4.73: Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).

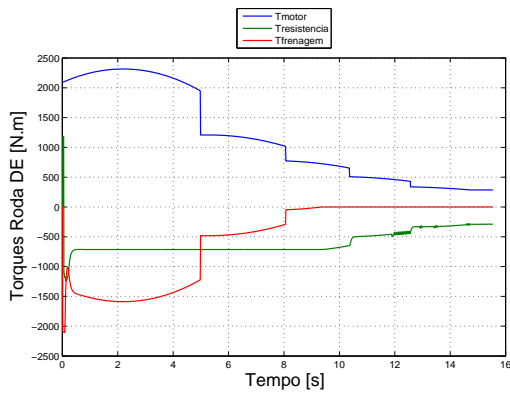


(a)

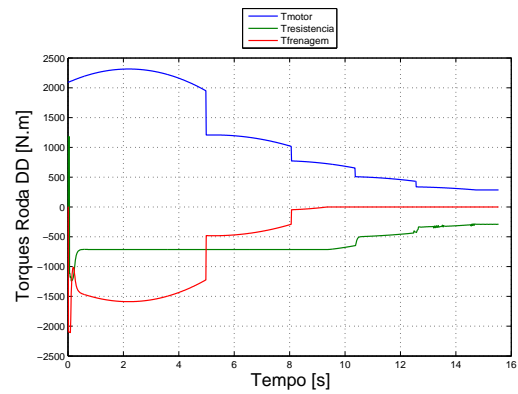


(b)

Figura 4.74: Gráficos de deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).

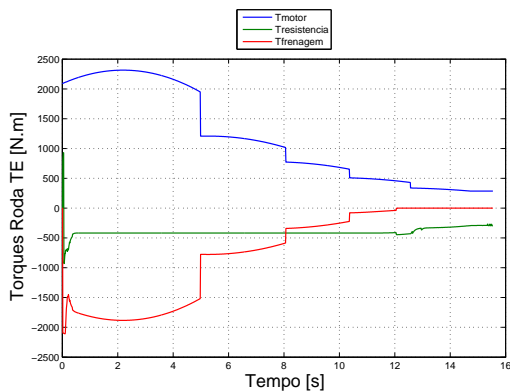


(a)

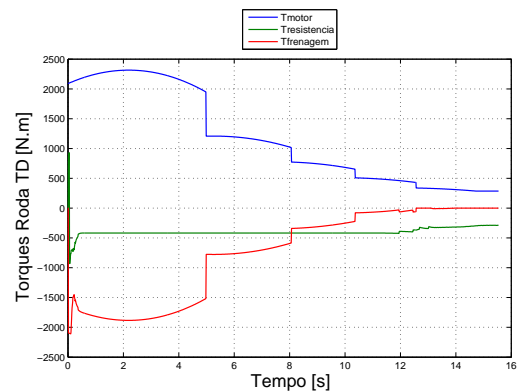


(b)

Figura 4.75: Gráficos de torques aplicados nas rodas dianteiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).



(a)



(b)

Figura 4.76: Gráficos de torques aplicados nas rodas traseiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).

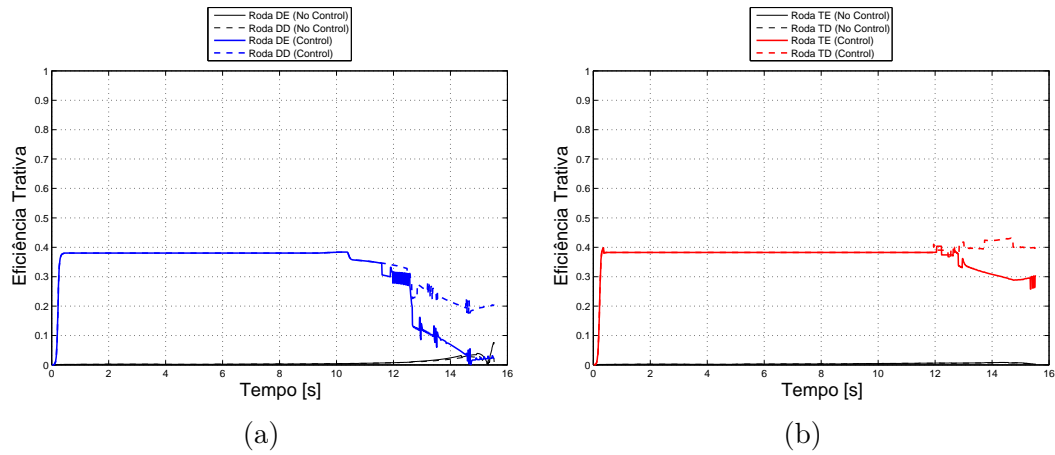


Figura 4.77: Gráficos de eficiência trativa das rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).

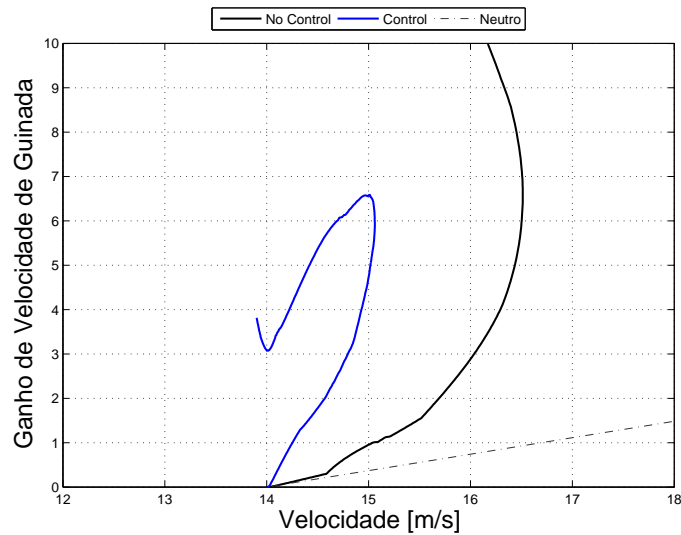


Figura 4.78: Tendência ao esterçamento do veículo (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 1 / Controle).

Perfil de torque 2: O segundo perfil de torque foi aplicado ao veículo trafegando por solo argiloso e os resultados podem ser observados nas Figuras 4.79, 4.80, 4.81, 4.82, 4.83, 4.84, 4.85 e 4.86.

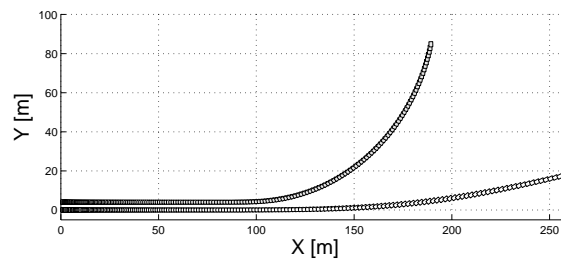


Figura 4.79: Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).

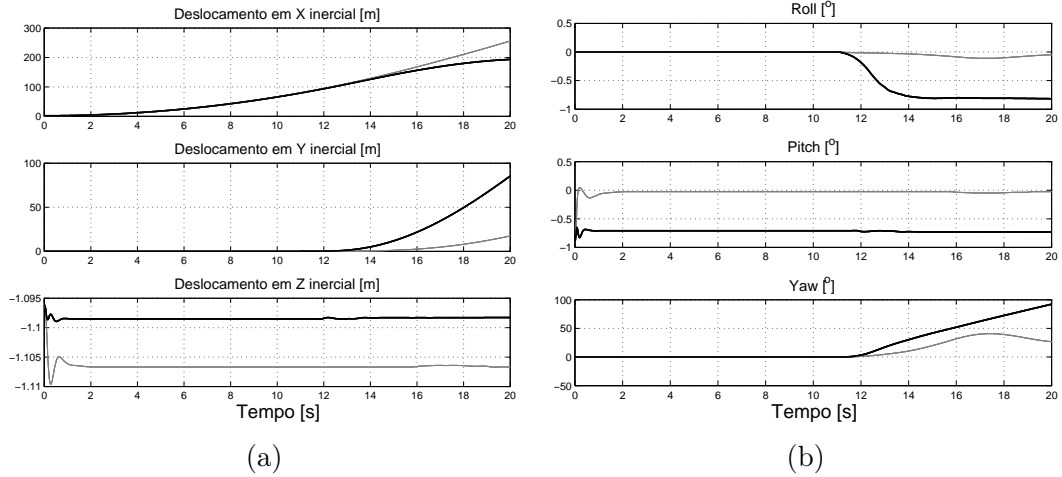


Figura 4.80: Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).

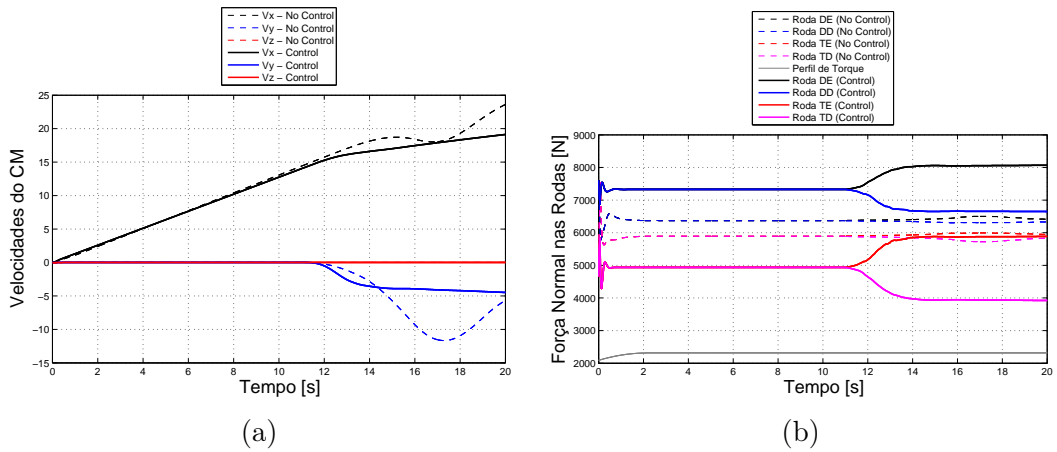


Figura 4.81: Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).

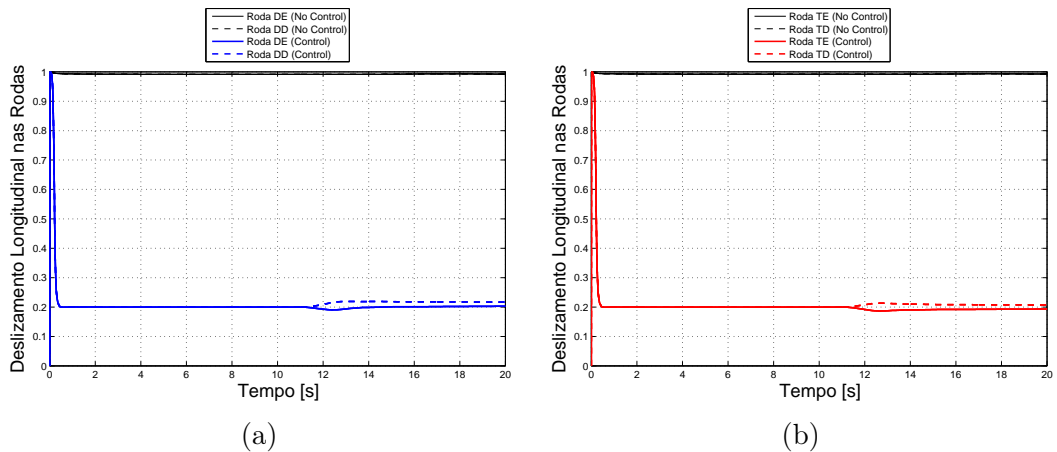
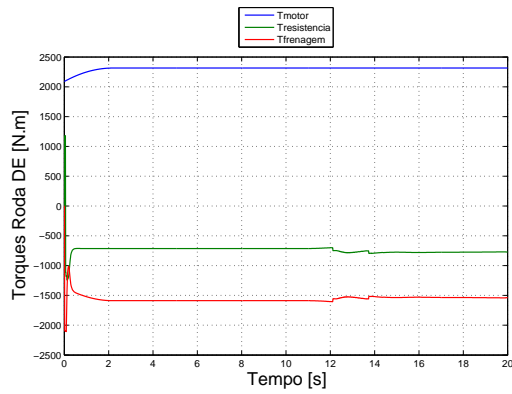
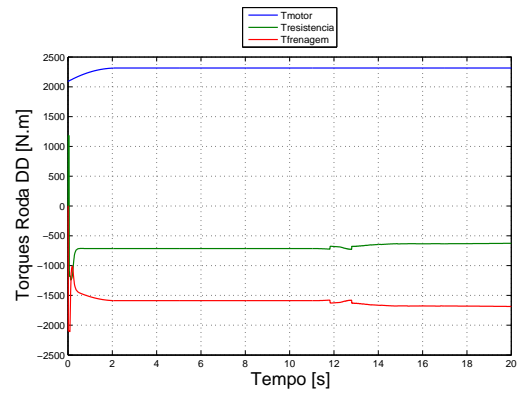


Figura 4.82: Gráficos de deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).

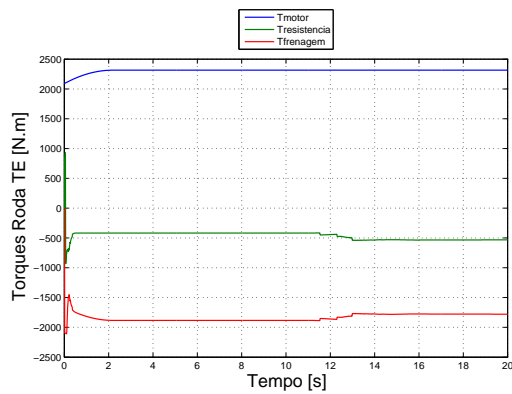


(a)

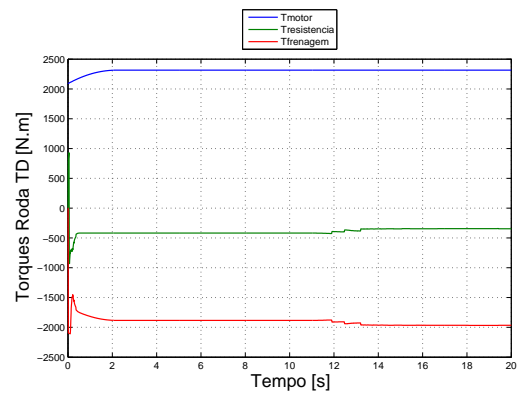


(b)

Figura 4.83: Gráficos de torques aplicados nas rodas dianteiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).

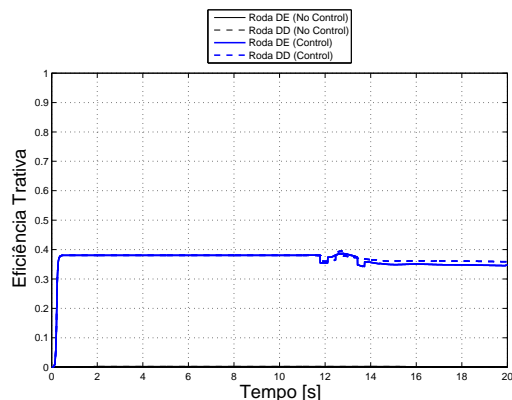


(a)

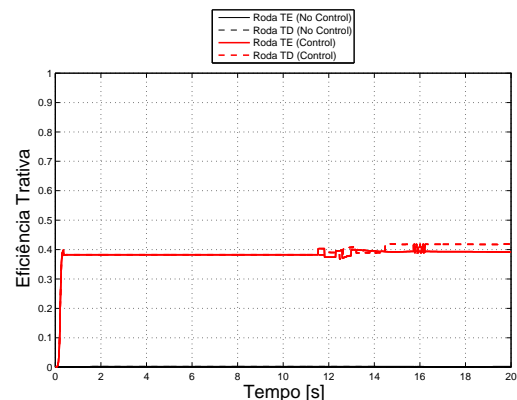


(b)

Figura 4.84: Gráficos de torques aplicados nas rodas traseiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).



(a)



(b)

Figura 4.85: Gráficos de eficiência trativa das rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).

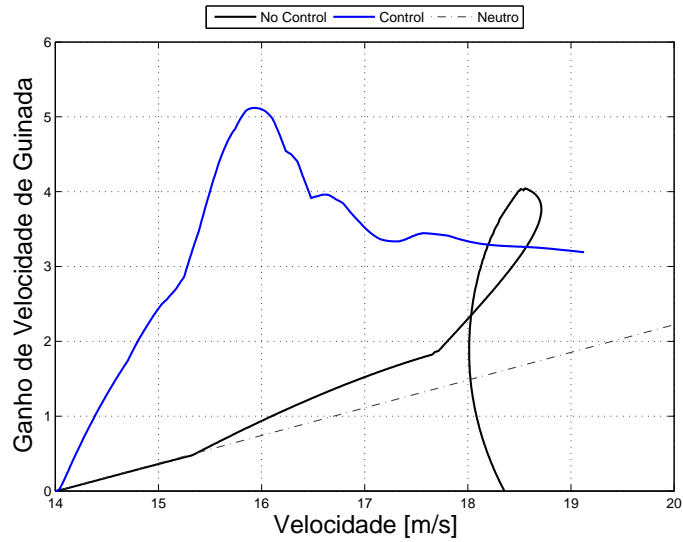


Figura 4.86: Tendência ao esterçamento do veículo (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 2 / Controle).

Perfil de torque 3: Por fim, os últimos resultados apresentados nas Figuras 4.87, 4.88, 4.89, 4.90, 4.91, 4.92, 4.93 e 4.94, são relativos ao tráfego por solo argiloso segundo o perfil 3 de torque de motor, realizando ensaio de esterçamento.

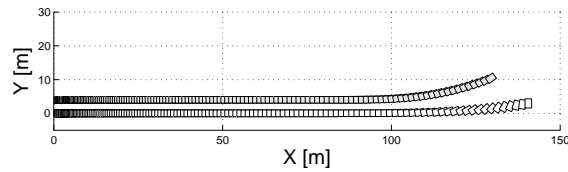


Figura 4.87: Rota percorrida e orientação do veículo no plano XY (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).

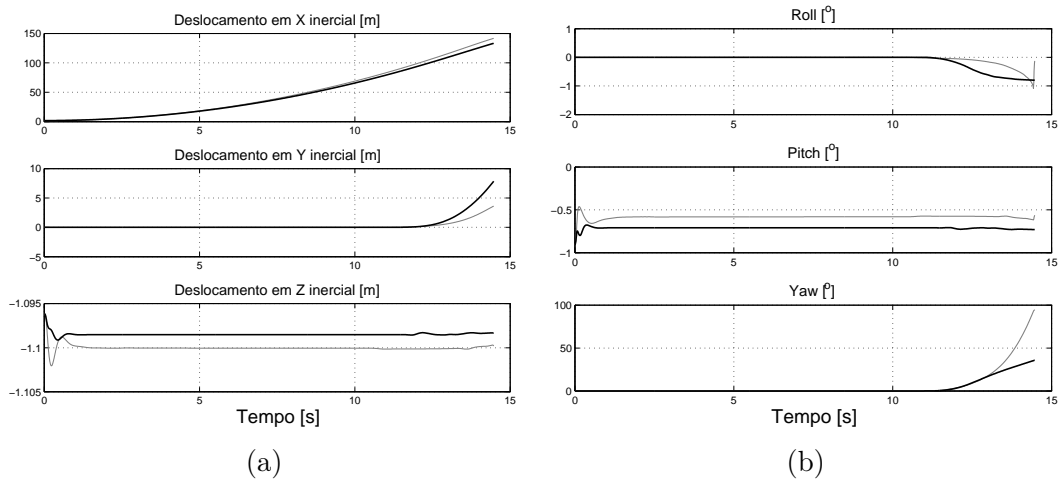


Figura 4.88: Gráficos de deslocamento (a) e orientação (b) do veículo no referencial inercial (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).

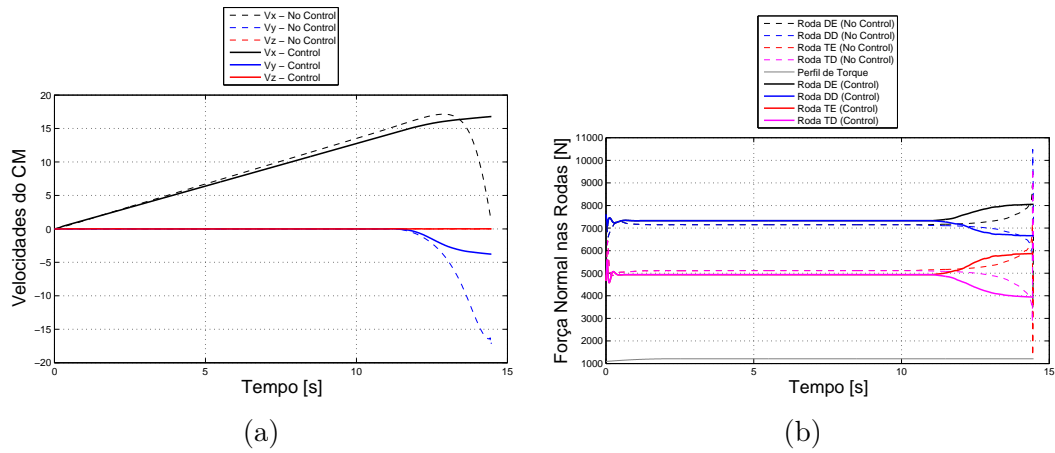


Figura 4.89: Gráficos de velocidades do veículo no referencial local (a) e distribuição das forças normais em cada roda (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).

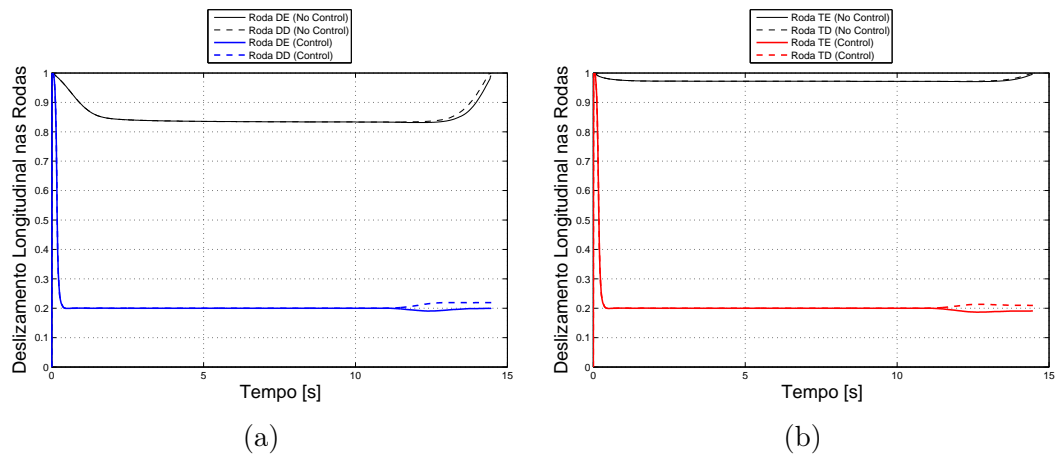


Figura 4.90: Gráficos de deslizamento longitudinal nas rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).

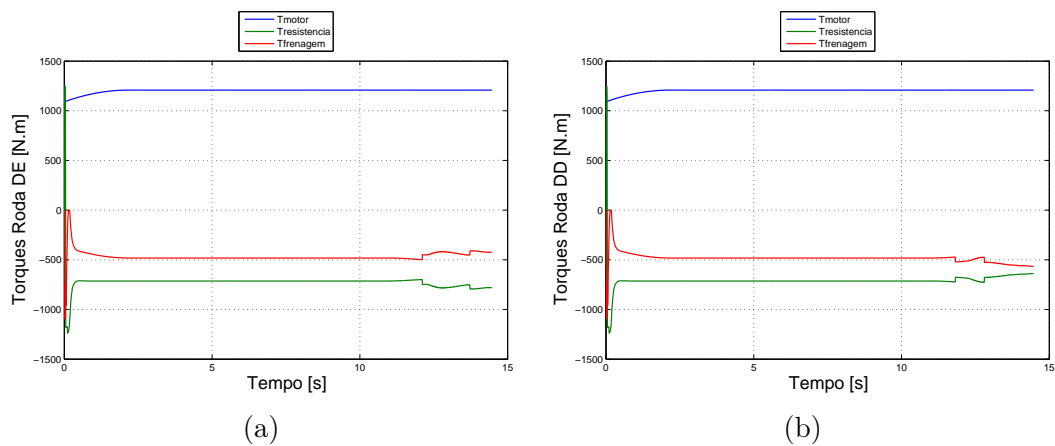


Figura 4.91: Gráficos de torques aplicados nas rodas dianteiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).

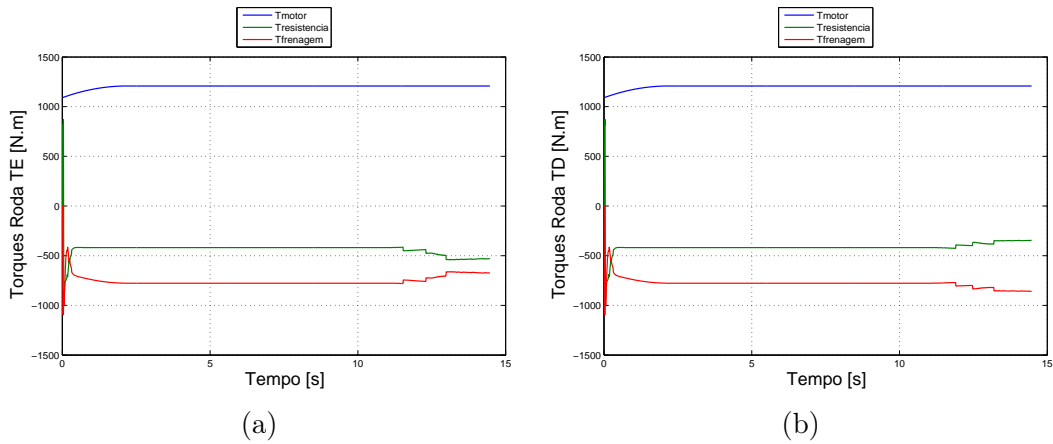


Figura 4.92: Gráficos de torques aplicados nas rodas traseiras esquerda (a) e direita (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).

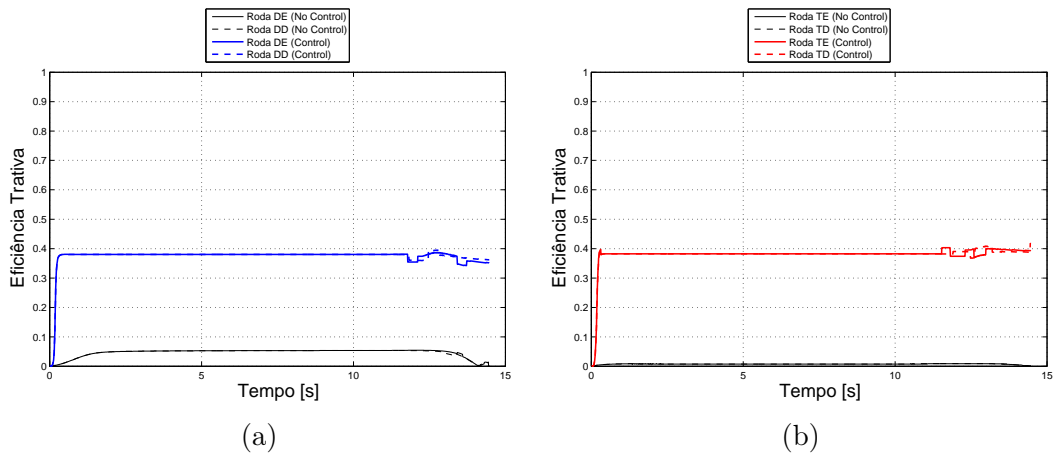


Figura 4.93: Gráficos de eficiência trativa das rodas dianteiras (a) e traseiras (b) (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).

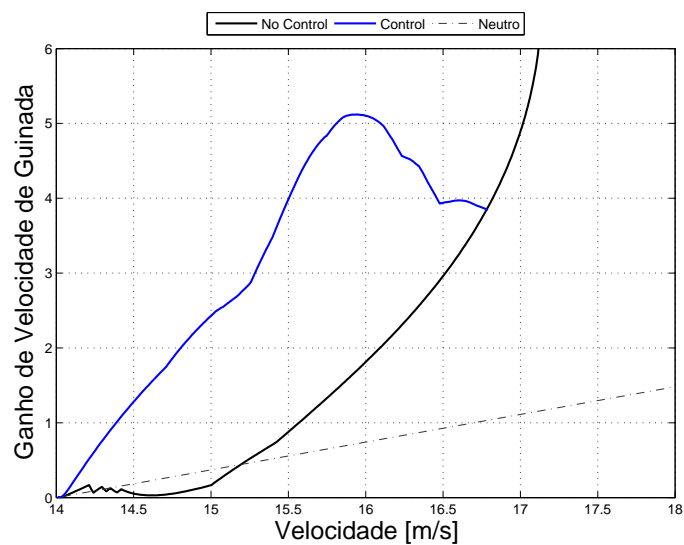


Figura 4.94: Tendência ao esterçamento do veículo (Ensaio em curva / Solo Argiloso / Perfil 3 / Controle).

Comentários: Os ensaios realizados em solo tipo argiloso, os ganhos são mais significativos do que aqueles observados para aceleração máxima. Enquanto no primeiro, o desempenho em velocidade e distância percorrida ficou abaixo do sistema sem controle de tração, para os ensaios de entrada de esterçamento para todos os perfis de torque o veículo foi capaz de realizar a curva sem perda de estabilidade. Para os perfis 1 e 3, nos quais o veículo perde estabilidade sem o controle de tração, o controle do deslizamento longitudinal nas rodas permitiu a geração de força lateral suficiente para colocá-lo em trajetória curva. O mesmo acontece para o 2º, apesar de ter realizado uma trajetória curva anteriormente, não produziu força lateral suficiente para permanecer nesta trajetória. O sistema controlado apresentou tendência sobresterçante na maior parte do tempo, devendo ser estudada uma abordagem melhor de controle para contemplar a estabilidade lateral do veículo.

Capítulo 5

Conclusões e Trabalhos Futuros

5.1 Conclusões

A presente pesquisa dedicou-se ao estudo do comportamento dinâmico veicular, com base na interação pneu-solo para terrenos caracterizados como deformáveis, sob condições diversas de tração e operação.

Inicialmente, foram revisadas as principais abordagens de modelagem da interação pneu-solo para terrenos deformáveis. A abordagem semi-empírica foi identificada como a mais adequada para aplicações como o controle de tração. Dentre os diversos modelos semi-empíricos, aquele adotado se distingue da maioria por contemplar, não somente a geração de forças e momentos em relação ao plano longitudinal, mas também a geração de forças laterais e o deslizamento combinado. Apesar dos esforços serem obtidos a partir da condição de regime permanente, suas características permitiram a integração ao modelo tridimensional do veículo e análises decorrentes. A partir do estudo da interação pneu-solo, verificou-se a necessidade aperfeiçoar o tratamento do fenômeno de deslizamento-afundamento (*slip-sinkage*). O tratamento semi-empírico usual se baseia em informações experimentais adicionais sobre o terreno. Foi implementada, então, a abordagem proposta por LYASKO [51], que não depende de parâmetros empíricos adicionais, baseando-se apenas no deslizamento longitudinal para efetuar a correção da resistência oferecida pelo terreno, chamada resistência à compactação. As simulações mostraram que os esforços produzidos pelo modelo modificado tem comportamento similar àquele no qual o fenômeno de *slip-sinkage* é tratado de forma semi-empírica.

A etapa seguinte da pesquisa se concentrou na obtenção do modelo matemático do veículo, a fim de reproduzir o comportamento dinâmico de um veículo de referência desenvolvida pelo Exército Brasileiro, cuja operação é essencialmente fora de estrada. Definida a configuração do veículo com tração e suspensão independente

nas quatro rodas, este foi tratado como um sistema multicorpos rígidos com 16 graus de liberdade. A partir do método de Newton-Euler e empregando o Princípio de Jourdain, o modelo matemático foi determinado pelo sistema de equações de movimento obtido. Dessa forma, os efeitos dinâmicos de acoplamento entre os corpos - massa suspensa, munhões (4) e rodas (4) foram adequadamente considerados. A integração do modelo dinâmico do veículo ao modelo de interação com o terreno e sua simulação permitiram avaliar de forma mais fiel o comportamento do veículo como um sistema não linear, submetido a condições diversas de operação, com forças de interação resultantes dos estados derivados da dinâmica de cada uma das rodas. A simulação do sistema na sua forma não linear, integrado à interação com terreno na forma semi-empírica e no espaço tridimensional é abordagem poucas vezes observada, uma vez que os modelos lineares, planares, longitudinais ou tipo bicicleta (*bicycle model*) são os mais utilizados nos estudos sobre dinâmica veicular. Os resultados das simulações se mostram coerentes com o comportamento dinâmico de um veículo com as características daquele referenciado.

Com o objetivo de implementar o controle de tração, uma breve revisão sobre o princípio de funcionamento do sistema de controle de tração foi realizada. Verificando-se que a atuação para o controle de tração é efetuada por meio do sistema de freios e motor, a estratégia adotada concentrou-se na atuação apenas no sistema de freios. Esta decisão tomou por base o fato da dinâmica do trem de força não estar modelada, e assim não haver uma relação consistente que imponha a limitação de velocidade angular às rodas em função do limite de rpm do motor. Em consequência, os estados das rodas resultam das equações de movimento obtidas para o modelo completo e considera-se que qualquer atuação que modifique estes estados não influencia o torque disponível nas rodas a partir do motor. Abordado desta forma, o controlador funciona como um sistema de assistência ao motorista, aplicável a qualquer veículo que disponha de atuação independente de frenagem.

Tratando-se o sistema resultante, que descreve o veículo e sua interação com o terreno, como não linear, a estratégia de controle selecionada deriva de uma das mais empregadas na área do controle não linear, a linearização por realimentação ou inversão da dinâmica. O sistema foi abordado como subatuado e, em virtude de um menor número de coordenadas ativas do que graus de liberdade, foi utilizada a linearização parcial por realimentação do tipo *collocated*. O controle foi baseado em um deslizamento longitudinal de referência definido para as rodas (*slip-based control*). A partir da formulação do deslizamento longitudinal, o sinal de referência para as velocidades angulares das rodas foram obtidas e assim o controlador foi simulado para diferentes condições de torque e de operação (aceleração máxima e esterçamento constante). As simulações, realizadas em condições de piso deformável e plano, mostraram significativos ganhos de desempenho em relação ao sistema sem

controle de tração. Verificou-se ainda que, considerada as características do veículo, para solos do tipo arenoso (menor coesão e maior atrito interno) o controlador se mostrou efetivo apenas para níveis de torque de tração mais elevados (1ª marcha) para superar o torque de resistência oferecido pelo terreno e, dessa forma, regular o deslizamento longitudinal apenas pela frenagem. No caso do solo tipo argiloso (maior coesão e menor atrito interno), a regulagem por meio da atuação nos freios foi mais eficiente, pois nesse tipo de solo, o torque de resistência oferecido tem níveis mais baixos tornando possível produzir deslizamento nas rodas com menor torque de tração.

5.2 Trabalhos Futuros

Nesta pesquisa foram tratados diversos aspectos relacionados à modelagem da dinâmica veicular em terrenos deformáveis, bem como o emprego dessas informações no projeto de um sistema de controle de tração. Entende-se que algumas contribuições foram apresentadas, mas que ainda há muito o que acrescentar para o avanço da pesquisa nestas áreas.

As abordagens semi-empíricas de interação com o terreno dependem fortemente dos parâmetros que definem o solo, e estas informações são bastante específicas. Aquelas disponíveis não indicam em que medida podem ser adequadas a um determinado terreno por onde se trafega. Dessa forma, a pesquisa com o intuito de levantar parâmetros de solos, avaliar sua correlação com diferentes solos já mapeados e aplicá-los a modelos de veículos para sua validação são extremamente relevantes.

Constatada a heterogeneidade dos terrenos, outra fonte de pesquisa é a formulação de métodos que possibilitem estimar os parâmetros de um determinado solo, a partir de dados de outros solos com algum nível de similaridade. Parâmetros de interesse para a caracterização e objeto de estimativa são, por exemplo, parâmetros de Bekker-Reece, índice ou expoente de deformação e outros.

Em relação ao fenômeno de *slip-sinkage* abordado nesta pesquisa, estudos sobre o efeito de permanência da roda em uma determinada posição sob uma condição de deslizamento, produzindo a escavação do terreno por seus sulcos e o aumento do seu afundamento, poderiam aperfeiçoar ainda mais os modelos existentes e contribuir para compreensão da interação pneu-solo.

Neste sentido, os conhecimentos da interação pneu-solo em terrenos deformáveis deve ainda ser expandida buscando abordar os fenômenos associados ao comportamento dinâmico da roda e seus efeitos na modificação do terreno aplicado e nos esforços produzidos.

O avanço desta pesquisa deve ainda passar pela validação experimental do modelo de veículo integrado, inicialmente desmembrando-o para contemplar cada

modelo individualmente e, posteriormente, aplicando-se ferramentas como o Curved Regular Grid para mapear o perfil e irregularidades do terreno, expandindo as simulações e análises para os terrenos inclinados. As alternativas de avanços na área do controle de tração, desde apenas um sistema de assistência até o desenvolvimento de sistemas autônomos, são muitas, cabendo ressaltar a importância do emprego de técnicas adaptativas, seja corrigindo os parâmetros do modelo, seja atualizando o sinal de referência, parecem adequadas ao problema abordado. A primeira hipótese, deve ser sustentada pelo mencionado mapeamento dos parâmetros, estabelecendo regras para correção dos parâmetros do terreno, conforme a resposta dinâmica do modelo. A segunda hipótese, especialmente aquela baseada na otimização pelo gradiente, mostra bons resultados quando aplicada ao controle de tração em piso firme. Outra vantagem deste último é sua robustez à variação dos parâmetros do modelo, uma vez que a correção dos parâmetros está associada ao desempenho do veículo (eficiência trativa, força de tração produzida, velocidade longitudinal etc).

Referências Bibliográficas

- [1] DAIMLERAG, G. C. M.-B. C. *Real Life Safety – One Star is All You Need*. Relatório Técnico 2, Daimler AG, Stuttgart, 2014.
- [2] BEKKER, M. G. *Theory of Land Locomotion - The Mechanics of Vehicle Mobility*. 1a ed. Ann Arbor, University of Michigan Press, 1956.
- [3] SILVA, A. F. B., SANTOS, A. V., MEGGIOLARO, M. A., et al. “A Rough Terrain Traction Control Technique for All-Wheel-Drive Mobile Robots”, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 32, n. 4, pp. 489–501, 2010.
- [4] LAMON, P., SIEGWART, R. “Wheel Torque Control in Rough Terrain - Modeling and Simulation”. In: *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Barcelona, Spain, April 2005.
- [5] WONG, J. Y. *Terramechanics and off-road vehicle engineering: Terrain behaviour, off-road vehicle performance and design*. 2a ed. Oxford, Butterworth-Heinemann - Elsevier, 2010.
- [6] NARANJO, S. D., SANDU, C., TAHERI, S., et al. “Experimental testing of an off-road instrumented tire on soft soil”, *Journal of Terramechanics*, v. 56, pp. 119–137, December 2014. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jterra.2014.09.003>. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022489814000706>>.
- [7] WONG, J. Y. *Theory of Ground Vehicles*. 3ª ed. New York, John Wiley & Sons, 2001. ISBN: 0-471-35461-9.
- [8] JAZAR, R. N. *Vehicle Dynamics: Theory and application*. 2ª ed. New York, Springer, 2008.
- [9] NUNNEY, M. J. *Light and Heavy Vehicle Technology*. 4ª ed. , Butterworth-Heinemann - Elsevier, 2007. ISBN: 978-0-7506-8037-0.

- [10] Reif, K. (Ed.). *Automotive Mechatronics: Automobile Networking, Driving Stability Systems, Electronics*. Bosch Professional Automotive Information. Springer Vieweg, 2015. ISBN: 978-3-658-03975-2. doi: 10.1007/978-3-658-03975-2.
- [11] GILLESPIE, T. D. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. Society of Automotive Engineer, 1992.
- [12] WONG, J.-Y., REECE, A. R. “Prediction of rigid wheel performance based on the analysis of soil-wheel stresses - Part I. Performance of driven rigid wheels”, *Journal of Terramechanics*, v. 4, n. 1, pp. 81–98, 1967. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0022-4898\(67\)90105-X](http://dx.doi.org/10.1016/0022-4898(67)90105-X). Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/002248986790105X>>.
- [13] WONG, J.-Y., REECE, A. R. “Prediction of rigid wheel performance based on the analysis of soil-wheel stresses - Part II. Performance of towed rigid wheels”, *Journal of Terramechanics*, v. 4, n. 2, pp. 7–25, 1967. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0022-4898\(67\)90047-X](http://dx.doi.org/10.1016/0022-4898(67)90047-X). Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/002248986790047X>>.
- [14] ANFAVEA. *Anuário da Indústria Automobilística Brasileira*. Relatório técnico, Associação Nacional dos Fabricantes de Veículos Automotores, 2014.
- [15] OMS. *Global Status Report on Road Safety: Suporting a decade of action*. Relatório técnico, Organização Mundial da Saúde, 2013.
- [16] RAJAMANI, R. *Vehicle dynamics and control*. Mechanical Engineering Series. 2^a ed. , Springer, 2011. ISBN: 978-1-4614-1433-9.
- [17] Siciliano, B., Khatib, O. (Eds.). *Springer Handbook of Robotics*. Springer, 2008. ISBN: 978-3-540-23957-4.
- [18] IAGNEMMA, K. D. *Rough-Terrain Mobile Robot Planning and Control with Application to Planetary Exploration*. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Massachusetts Institute of Technology, 2001.
- [19] LAMON, P. *3D-Position Tracking and Control for All-Terrain Robots*. Springer Tracts in Advanced Robotics, Volume 43. 1^a ed. Berlin, Springer, 2008. ISBN: 978-3-540-78286-5. doi: 10.1007/978-3-540-78287-2.
- [20] LAMON, P., KREBS, A., LAURIA, M., et al. “Wheel Torque Control for a Rough Terrain Rover”. In: *Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, New Orleans, LA, Abril 2004.

- [21] VAN DER BURG, J., BLAZEVIC, P. “Anti-Lock Braking and Traction Control Concept for All-Terrain Robotic Vehicles”. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1400–1405, Albuquerque, New Mexico, April 1997. IEEE.
- [22] YOSHIDA, K., HAMANO, H., WATANABE, T. “Experimental Robotics VIII”. v. 5, *Springer Tracts in Advanced Robotics*, cap. Slip-based Traction Control of a Planetary Rover, pp. 644–653, Springer Berlin Heidelberg, 2003.
- [23] SILVA, A. F. B. *Modelagem de Sistemas Robóticos Móveis para Controle de Tração em Terrenos Acidentados*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2007.
- [24] SILVA, A. F. B., SANTOS, A. V., MEGGIOLARO, M. A., et al. “Traction Control of All-Wheel-Drive Independent Suspension Mobile Robots in 2D Rough Terrain”. In: *ABCMS Symposium Series in Mechatronics*, v. 3, pp. 256–265, 2008.
- [25] SANTOS, A. V. *Controle de Capotagem e Deslizamento de Sistemas Robóticos Móveis em Terrenos Acidentados*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2007.
- [26] LIMA, R. M. *Simulação Tridimensional em Tempo Real de Veículos Robóticos em Terrenos Acidentados*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2010.
- [27] PACEJKA, H. B. *Tyre and Vehicle Dynamics*. 2^a ed. , Elsevier, 2005.
- [28] MARATHE, C., ANNAMALAI, R., KARLE, U. S., et al. “Development of Adaptive Traction Control System”. In: *Symposium on International Automotive Technology*, India, 2013. SAE International.
- [29] KIRCHNER, W. T., SOUTHWARD, S. C. “Adaptive vehicle traction control: combined longitudinal and lateral motion”, *International Journal of Dynamics and Control*, v. 1, n. 3, pp. 239–253, 2013. ISSN: 2195-268X. doi: 10.1007/s40435-013-0022-0. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s40435-013-0022-0>>.
- [30] KIRCHNER, W., SOUTHWARD, S. C. “An anthropomimetic approach to high performance traction control”, *Paladyn*, v. 2, n. 1, pp. 25–35, 2011. ISSN: 2080-9778. doi: 10.2478/s13230-011-0013-9. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.2478/s13230-011-0013-9>>.

- [31] KASHANI, R., STRELOW, J. “Fuzzy Logic Active and Semi-Active Control of Off-Road Vehicle Suspensions”, *Vehicle System Dynamics*, 1999.
- [32] LI, H. Z., LI, L., HE, L., et al. “PID plus Fuzzy Logic Method for Torque Control In Traction Control System”, *International Journal of Automotive Technology*, v. 13, n. 3, 2012.
- [33] IVANOV, V., SHYROKAU, B., AUGSBURG, K., et al. “Fuzzy evaluation of tyre-surface interaction parameters”, *Journal of Terramechanics*, v. 47, n. 2, pp. 113–130, April 2010. doi: 10.1016/j.jterra.2009.08.003. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S002248980900113X>>.
- [34] IVANOV, V. “Fuzzy Methods in Ground Vehicle Engineering: State-of-the-Art and Advanced Applications”. In: Roeck, G. D., Degrande, G., Lombaert, G., et al. (Eds.), *Proceedings of the 8th International Conference on Structural Dynamics, EUROODYN 2011*, pp. 3008–3015, Leuven, Belgium, July 2011. ISBN: 978-90-760-1931-4.
- [35] RAHMAN, A., HOSSAIN, A., ALAM, Z., et al. “Fuzzy knowledge-based model for prediction of traction force of an electric golf car”, *Journal of Terramechanics*, v. 49, n. 1, pp. 13–25, February 2012. doi: 10.1016/j.jterra.2011.08.001. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022489811000565>>.
- [36] ZHAO, Y., LI, J., LI, L., et al. “Environmental Perception and Sensor Data Fusion for Unmanned Ground Vehicle”, *Mathematical Problems in Engineering*, v. 2013, pp. 12, 2013. doi: 10.1155/2013/903951. Article ID 903951.
- [37] MÁŠ, F. R., ZHANG, Q., HANSEN, A. C. *Mechatronics and Intelligent Systems for Off-road Vehicles*. London, Springer, 2010. ISBN: 978-1-84996-467-8. doi: 10.1007/978-1-84996-468-5.
- [38] HACOT, H. *Analysis and traction control of a rocker-bogie planetary rover*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Massachusetts Institute of Technology, <http://hdl.handle.net/1721.1/9611>, 1998.
- [39] IAGNEMMA, K. D., DUBOWSKY, S. “Traction Control of Wheeled Robotic Vehicles in Rough Terrain with Application to Planetary Rovers”, *The International Journal of Robotics Research*, v. 23, n. 10-11, 2004.

- [40] IAGNEMMA, K., RZEPNIEWSKI, A., DUBOWSKY, S., et al. “Control of Robotic Vehicles with Actively Articulated Suspensions in Rough Terrain”, *Autonomous Robots*, v. 14, pp. 5–16, 2003.
- [41] IAGNEMMA, K. D., DUBOWSKY, S. “Mobile Robot Rough-Terrain Control (RTC) for Planetary Exploration”. In: *Proceedings of the 26th ASME Biennial Mechanisms and Robotics Conference*. DETC 2000, 2000.
- [42] CHEOK, K. C., HOOGTERP, F. B., FALES, W. K., et al. “Fuzzy Logic Approach to Traction Control Design”. In: *SAE International Congress & Exposition*, Detroit, Michigan, February 1996. SAE International.
- [43] BROOKS, C., IAGNEMMA, K., DUBOWSKY, S. “Vibration-based Terrain Analysis for Mobile Robots”. In: *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 3426–3431, Barcelona, Spain, April 2005.
- [44] PAPADAKIS, P. “Terrain Traversability Analysis Methods for Unmanned Ground Vehicles: A Survey”, *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, v. 26, n. 4, pp. 1373–1385, April 2013. doi: 10.1016/j.engappai.2013.01.006. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S095219761300016X>>.
- [45] TANAKA, T., ISODA, K. “Traction Control System”, *JSME International Journal*, v. 35, n. 1, pp. 116–120, 1992. Series III.
- [46] ASSIS, P. F. C. B. *Controle de Atitude de um Veículo Robótico Elétrico em Fase Balística*. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2013.
- [47] CHAN, B. J. *Development of an Off-Road Capable Tire Model for Vehicle Dynamics Simulation*. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Polytechnic Institute and State University, 2008.
- [48] SENATORE, C. *Prediction of Mobility, Handling, and Tractive Efficiency of Wheeled Off-Road Vehicles*. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Polytechnic Institute and State University, 2010.
- [49] SHARAF, A., RAHNEJAT, H., KING, P. “Analysis of handling characteristics of all-wheel-drive off-road vehicles”, *International Journal of Heavy Vehicle Systems*, v. 15, n. 1, pp. 89–106, 2008.

- [50] HARNISCH, C., LACH, B., JAKOBS, R., et al. “A new tyre-soil interaction model for vehicle simulation on deformable ground”, *Vehicle System Dynamics*, v. 43, pp. 384–394, 2005.
- [51] LYASKO, M. “Slip sinkage effect in soil-vehicle mechanics”, *Journal of Terramechanics*, v. 47, n. 1, pp. 21–31, February 2010. doi: 10.1016/j.jterra.2009.08.005.
- [52] RILL, G. *Road Vehicle Dynamics: Fundamentals and Modelling*. Ground Vehicle Engineering Series. CRC Press, 2011. ISBN: 978-1-439-83898-3.
- [53] Mastinu, G., Ploechl, M. (Eds.). *Road and Off-Road Vehicle System Dynamics Handbook*. CRC Press, 2014. ISBN: 978-1-4200-0490-8.
- [54] SAE J670e. “Vehicle Dynamics Terminology”. 1976.
- [55] DING, L., GAO, H., DENG, Z., et al. “New perspective on characterizing pressure–sinkage relationship of terrains for estimating interaction mechanics”, *Journal of Terramechanics*, v. 52, pp. 57 – 76, 2014. ISSN: 0022-4898. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jterra.2014.03.001>. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022489814000056>>.
- [56] DING, L., HAIBOGAO, YUANKAILI, et al. “Improved explicit-form equations for estimating dynamic wheel sinkage and compaction resistance on deformable terrain”, *Mechanism and Machine Theory*, v. 86, pp. 235 – 264, 2015. ISSN: 0094-114X. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2014.12.011>. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094114X14003243>>.
- [57] MURO, T., O'BRIEN, J. *Terramechanics - Land Locomotion Mechanics*. A. A. Balkema Publishers, 2005. ISBN: 90 5809 572 X.
- [58] TAHERI, S., SANDU, C., TAHERI, S., et al. “A technical survey on Terramechanics models for tire-terrain interaction used in modeling and simulation of wheeled vehicles”, *Journal of Terramechanics*, v. 57, pp. 1–22, 2015.
- [59] TURNAGE, G. W. *Performance of soils under tire loads - Application of test results to tire selection for off-road vehicles*. Relatório técnico, U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, 1972.
- [60] BERNSTEIN, R. “Probleme zur experimentellen Motorpflug-mechanik”, *Motorwagen*, v. 16, 1913.

- [61] JANOSI, Z., HANAMOTO, B. *An Analysis of the Drawbar Pull Vs Slip Relationship for Track Laying Vehicles*. Relatório técnico, Land Locomotion Laboratory - U.S. Army Ordnance Tank Automotive Command, 1961.
- [62] REECE, A. R. “Problems of Soil Vehicle Mechanics”, *Land Locomotion Laboratory*, March 1964. Disponível em: <<http://www.dtic.mil/cgi-bin/GetTRDoc?Location=U2&doc=GetTRDoc.pdf&AD=AD0450151>>.
- [63] SCHWANGHART, H. “Lateral forces on steered tyres in loose soil”, *Journal of Terramechanics*, v. 5, n. 1, pp. 9 – 29, 1968. ISSN: 0022-4898. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0022-4898\(68\)90015-3](http://dx.doi.org/10.1016/0022-4898(68)90015-3). Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022489868900153>>.
- [64] HETTIARATCHI, D., WITNEY, B., A.R.REECE. “The Calculation of Passive Pressure in Two-Dimensional Soil Failure”, *Journal of Agricultural Engineering Research*, v. 11, n. 2, pp. 89–107, June 1966. doi: 10.1016/S0021-8634(66)80045-8. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021863466800458>>.
- [65] TERZAGHI, K. *Theoretical Soil Mechanics*. John Wiley and Sons, 1943.
- [66] HOLM, I. “Multi-Pass Behaviour of Pneumatic Tires”, *Journal of Terramechanics*, v. 6, n. 3, pp. 47–71, 1969. doi: 10.1016/0022-4898(69)90128-1. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022489869901281>>.
- [67] DE SOUZA, L. H. I. *Memorial Descritivo - Viatura Leve de Emprego Geral Aerotransportável - Chivunk*. Relatório técnico, Centro Tecnológico do Exército - Exército Brasileiro, 2012.
- [68] IAGNEMMA, K., SENATORE, C., TREASE, B., et al. “Terramechanics modeling of Mars surface exploration rovers for simulation and parameter estimation”. In: *Proceedings of the ASME 2011 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, v. Volume 4: 8th International Conference on Multibody Systems, Nonlinear Dynamics, and Control, Parts A and B, pp. 805–812, Washington, DC, USA, August 28–31 2011. ISBN: 978-0-7918-5481-5.
- [69] MEYERHOF, G. G. “The ultimate bearing capacity of foundations”, *Geotechnique*, pp. 301–332, 1951.

- [70] DING, L., GAO, H.-B., DENG, Z.-Q., et al. “Wheel slip-sinkage and its prediction model of lunar rover”, *Journal of Central South University of Technology*, v. 17, n. 1, pp. 129–135, February 2010. ISSN: 1005-9784. doi: 10.1007/s11771-010-0021-7. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s11771-010-0021-7>>.
- [71] SHIBLY, H., IAGNEMMA, K., DUBOWSKY, S. “An equivalent soil mechanics formulation for rigid wheels in deformable terrain, with application to planetary exploration rovers”, *Journal of Terramechanics*, v. 42, n. 1, pp. 1 – 13, 2005. ISSN: 0022-4898. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jterra.2004.05.002>. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022489804000552>>.
- [72] ISHIGAMI, G. *Terramechanics-based Analysis and Control for Lunar/Planetary Exploration Robots*. Tese (Doutorado em Engenharia Aeroespacial), Tohoku University, March 2008.
- [73] ONAFEKO, O., REECE, A. R. “Soil stresses and deformations beneath rigid wheels”, *Journal of Terramechanics*, v. 4, n. 1, pp. 59–80, 1967.
- [74] HETTIARATCHI, D., REECE, A. “Symmetrical three-dimensional soil failure”, *Journal of Terramechanics*, v. 4, n. 3, pp. 45 – 67, 1967. ISSN: 0022-4898. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0022-4898\(67\)90126-7](http://dx.doi.org/10.1016/0022-4898(67)90126-7). Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022489867901267>>.
- [75] GENTA, G. *Motor Vehicle Dynamics: Modeling and Simulation*, v. 43, *Series on Advances in Mathematics for Applied Sciences*. World Scientific Publishing Co., 1997. ISBN: 978-981-02-2911-5.
- [76] MILLIKEN, W. F., MILLIKEN, D. L. *Race Car Vehicle Dynamics*. Society of Automotive Engineers, Inc., 1995. ISBN: 1-56091-526-9.
- [77] BLUNDELL, M., HARTY, D. *The Multibody Systems Approach to Vehicle Dynamics*. Butterworth-Heinemann - Elsevier, 2004.
- [78] SCHRAMM, D., HILLER, M., BARDINI, R. *Vehicle Dynamics: Modeling and Simulation*. Springer, 2014. ISBN: 978-3-540-36044-5. doi: 10.1007/978-3-540-36045-2.
- [79] MIL-STD-881C. “Work Breakdown Structures for Defense Materiel Items”. 2011.
- [80] TENENBAUM, R. A. *Fundamentals of Applied Dynamics*. Springer, 2004.

- [81] SPONG, M. W., VIDYASAGAR, M. *Robot Dynamics and Control*. John Wiley & Sons, 1989.
- [82] BARUH, H. *Analytical Dynamics*. McGraw-Hill, 1999. ISBN: 0-07-116094-9.
- [83] Heibing, B., Ersoy, M. (Eds.). *Chassis Handbook - Fundamentals, Driving Dynamics, Components, Mechatronics, Perspectives*. Vieweg and Teubner, 2011. ISBN: 978-3-8348-0994-0.
- [84] SAE J1491. “Vehicle Acceleration Measurement”. 2006.
- [85] ISO 7401. “Road vehicles - Lateral transient response test methods - Open-loop test methods”. 2011.
- [86] SLOTTINE, J.-J. E., LI, W. *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, 1991. ISBN: 0-13-040890-5.
- [87] SEIFRIED, R. *Dynamics of Underactuated Multibody Systems - Modeling, Control and Optimal Design*. Springer, 2014.
- [88] OLFATI-SABER, R. *Nonlinear Control of Underactuated Mechanical Systems with Application to Robotics and Aerospace Vehicles*. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica), Massachusetts Institute of Technology, 2001.
- [89] SPONG, M. W. “Partial feedback linearization of underactuated mechanical systems”. In: *Intelligent Robots and Systems '94. 'Advanced Robotic Systems and the Real World', IROS '94. Proceedings of the IEEE/RSJ/GI International Conference on*, v. 1, pp. 314–321 vol.1, Sep 1994. doi: 10.1109/IROS.1994.407375.

Apêndice A

Parâmetros de Simulação

As simulações realizadas na presente tese, tomaram por base os dados apresentados neste Apêndice.

A.1 Parâmetros Dimensionais do Veículo

Dimensões Principais

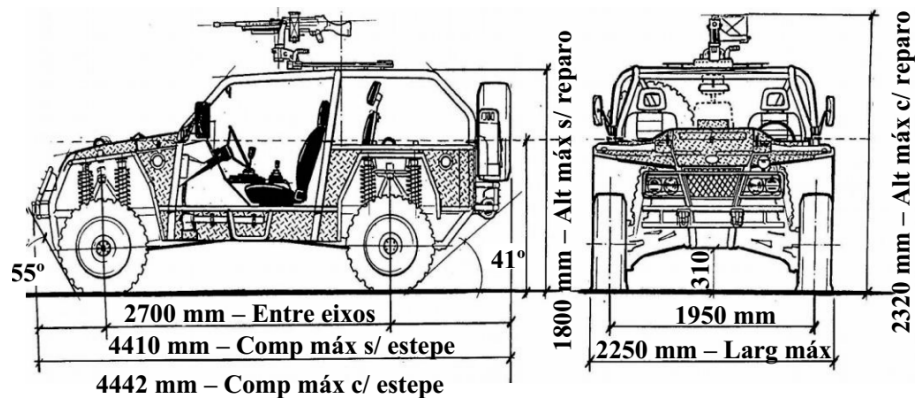


Figura A.1: Dimensões principais [Fonte: CTEEx].

Tabela A.1: Dimensões principais

Parâmetro	Valor	Unid	Descrição
L	4410	mm	Comprimento total do veículo
B	2250	mm	Largura total do veículo
H	1800	mm	Altura na condição de carregamento estático
h_{vl}	310	mm	Vão livre na condição de carregamento estático
b	1950	mm	Bitola - distância entre os centros das rodas de lados opostos
l	2700	mm	Distância entre eixos
a_1	880,21	mm	Distância entre o CG da massa suspensa e eixo dianteiro no plano longitudinal
a_2	1819,79	mm	Distância entre o CG da massa suspensa e eixo traseiro no plano longitudinal
h	288,54	mm	Altura do CG da massa suspensa em relação ao centro do eixo traseiro

Pontos de Interesse

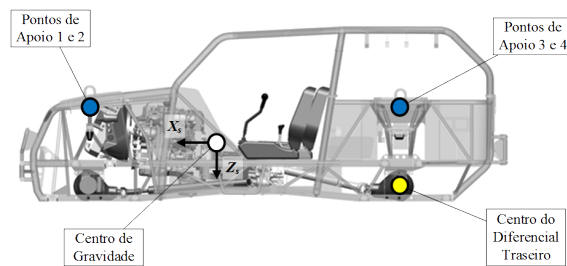


Figura A.2: Localização dos pontos de interesse na massa suspensa.

Tabela A.2: Localização dos pontos de interesse

Parâmetro	Valor	Unid	Descrição
<i>Posição do CG da massa suspensa</i>			
x_s	1819,79	mm	Componente em X da posição do CG em relação ao centro do eixo traseiro
y_s	0	mm	Componente em Y da posição do CG em relação ao centro do eixo traseiro
z_s	-288,54	mm	Componente em Z da posição do CG em relação ao centro do eixo traseiro
Δz	138,00	mm	Distância em Z entre o plano do assoalho e o centro do eixo traseiro
<i>Ponto de fixação da suspensão dianteira esquerda</i>			
$x_{ap,1}$	880,21	mm	Distância em Xs para o CG da massa suspensa
$y_{ap,1}$	-523,74	mm	Distância em Ys para o CG da massa suspensa
$z_{ap,1}$	-355,47	mm	Distância em Zs para o CG da massa suspensa
Δy_{ap}	438	mm	Distância em Ys entre o ponto de apoio e o centro da roda (igual para todas as massas não suspensas)
<i>Ponto de fixação da suspensão dianteira direita</i>			
$x_{ap,2}$	880,21	mm	Distância em Xs para o CG da massa suspensa
$y_{ap,2}$	523,74	mm	Distância em Ys para o CG da massa suspensa
$z_{ap,2}$	-355,47	mm	Distância em Zs para o CG da massa suspensa
<i>Ponto de fixação da suspensão traseira esquerda</i>			
$x_{ap,3}$	-1819,79	mm	Distância em Xs para o CG da massa suspensa
$y_{ap,3}$	-523,74	mm	Distância em Ys para o CG da massa suspensa
$z_{ap,3}$	-355,47	mm	Distância em Zs para o CG da massa suspensa
<i>Ponto de fixação da suspensão traseira direita</i>			
$x_{ap,4}$	-1819,79	mm	Distância em Xs para o CG da massa suspensa
$y_{ap,4}$	523,74	mm	Distância em Ys para o CG da massa suspensa
$z_{ap,4}$	-355,47	mm	Distância em Zs para o CG da massa suspensa

A.2 Parâmetros de Inércia do Veículo

Tabela A.3: Parâmetros de Inércia

Parâmetro	Valor	Unid	Descrição
m_s	1728,0	kg	Massa suspensa
I_{xx}^s	662,23	kg m ²	Momento principal de inércia na direção X_S da massa suspensa
I_{yy}^s	1815,58	kg m ²	Momento principal de inércia na direção Y_S da massa suspensa
I_{zz}^s	2263,13	kg m ²	Momento principal de inércia na direção Z_S da massa suspensa
$m_{u,i}$	193,0	kg	Massa não suspensa (munhão e roda)
$m_{m,i}$	149,0	kg	Massa do munhão
$I_{xx}^{m,i}$	1,3	kg m ²	Momento principal de inércia na direção $X_{m,i}$ do munhão
$I_{yy}^{m,i}$	1,6	kg m ²	Momento principal de inércia na direção $Y_{m,i}$ do munhão
$I_{zz}^{m,i}$	1,3	kg m ²	Momento principal de inércia na direção $Z_{m,i}$ do munhão
$m_{r,i}$	44,0	kg	Massa da roda (aro: 18,2kg e pneu: 25,8kg)
$I_{xx}^{r,i}$	2,1	kg m ²	Momento principal de inércia na direção $X_{r,i}$ da roda
$I_{yy}^{r,i}$	3,5	kg m ²	Momento principal de inércia na direção $Y_{r,i}$ da roda
$I_{zz}^{r,i}$	2,1	kg m ²	Momento principal de inércia na direção $Z_{r,i}$ da roda

A.3 Características dos Componentes do Veículo

Tabela A.4: Características do motor e transmissão

Parâmetro	Valor	Unid	Descrição
<i>Motor diesel MWM 4.07 TCA</i>			
P_{max}	99	kW	Potência máxima do motor @ 3600 rpm
T_{max}	334	N.m	Torque máximo do motor @ 1800 rpm
<i>Caixa de Mudanças Manual EATON FS 2305A</i>			
n_1	6,800	-	Relação de 1 ^a marcha
n_2	3,550	-	Relação de 2 ^a marcha
n_3	2,281	-	Relação de 3 ^a marcha
n_4	1,503	-	Relação de 4 ^a marcha
n_5	1,000	-	Relação de 5 ^a marcha
n_{re}	5,540	-	Relação da marcha à ré
<i>Caixa de Transferência</i>			
n_{transf}	1,00	-	Relação da caixa de transferência
<i>Diferenciais dianteiro e traseiro tipo aberto</i>			
n_{dif}	4,36	-	Relação dos diferenciais dianteiro e traseiro

Tabela A.5: Características da suspensão, direção e trem de rolamento

Parâmetro	Valor	Unid	Descrição
<i>Suspensão</i>			
k_d	25,51	kN/m	Constante de rigidez da mola dianteira
k_t	35,32	kN/m	Constante de rigidez das mola traseira
$l_{livre,d}$	550,0	mm	Comprimento livre das mola dianteira
$l_{livre,t}$	550,0	mm	Comprimento livre das mola traseira
c_d	2700	N.s/m	Coefficiente de amortecimento do amortecedor dianteiro
c_t	3300	N.s/m	Coefficiente de amortecimento do amortecedor traseiro
<i>Direção</i>			
δ_{max}	26	°	Ângulo máximo de esterçamento
<i>Rodas</i>			
ϕ_{roda}	15	pol	Diâmetro da roda
b_{roda}	8	pol	Largura da roda
<i>Pneus All Terrain (AT)</i>			
ϕ_{pneu}	33	pol	Diâmetro externo do pneu não deformado
b_{pneu}	12,5	pol	Largura da banda de rodagem
$(p_{i,d})_{areia}$	20	psi	Pressão de enchimento especificada para os pneus dianteiros (areia)
$(p_{i,t})_{areia}$	22	psi	Pressão de enchimento especificada para os pneus traseiros (areia)
$(p_{i,d})_{asfalto}$	36	psi	Pressão de enchimento especificada para os pneus dianteiros (asfalto)
$(p_{i,t})_{asfalto}$	36	psi	Pressão de enchimento especificada para os pneus traseiros (asfalto)

A.4 Parâmetros dos Solos

Tabela A.6: Parâmetros característicos dos solos [5]

Tipo de Solo	k_c [kN/m ⁿ⁺¹]	k_ϕ [kN/m ⁿ⁺²]	n
Solo Firme	1,2	0	122788
Solo Médio	0,8	29,8	2083
Solo Macio	0,8	16,5	911
Solo Argiloso	0,6	38	20,7

Tabela A.7: Parâmetros característicos dos solos [12, 13]

Tipo de Solo	k_c''	k_ϕ''	n	c [Pa]	ϕ [°]	K_x, K_y [m]	γ_s [kg/m ³]
Terreno Arenoso	39100	779800	0,705	360	27,6	$0,75 \times 10^{-2}$	1600
Terreno Argiloso	$2,793 \times 10^5$	$1,317 \times 10^6$	0,70	$3,1 \times 10^3$	22,4	$3,6 \times 10^{-2}$	1471

A.5 Parâmetros Diversos

Tabela A.8: Parâmetros e coeficientes diversos [11]

Dimensão	Valor	Unid	Descrição
<i>Propriedades ambientais</i>			
ρ	1,225	kg/m ³	Densidade do ar
<i>Coefficientes associados ao veículo</i>			
C_D	0,4	-	Coefficiente de resistência aerodinâmica

Apêndice B

Código de Obtenção das Equações de Movimento do Veículo em MATLAB[®]

```

1 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
2 % UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO - COPPE
3 % PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
4 % LABORATÓRIO DE ROBÓTICA
5 %
6 % CÓDIGO DESENVOLVIDO POR MARCIO DOS SANTOS GOMES - M.Sc.
7 % SOB ORIENTAÇÃO DE MAX SUELL DUTRA - Dr.-Ing.
8 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
9
10 %% CONFIGURAÇÃO
11 % Movimento no espaço 3D de um veículo completo.
12 % Sistema MCR com 9 corpos: massa suspensa, 4 munhões e 4 rodas.
13 % Sistema com 16 graus de liberdade, sendo 6 da massa suspensa, 4 dos
14 % deslocamentos verticais dos munhões, 2 dos esterçamentos das rodas dianteiras
15 % e 4 das rotações das rodas.
16 % Referencial estabelecido na roda gira em relação ao do munhão.
17
18 %% ===== INÍCIO =====
19 clear all
20 clc
21
22 %% DECLARAÇÃO DE VARIÁVEIS
23 syms t
24
25 % As coordenadas generalizadas são:
26 syms q1(t) q2(t) q3(t) % posição do CM da massa suspensa no referencial inercial
27 syms q4(t) q5(t) q6(t) % ângulos de Euler (phi theta psi - roll pitch yaw)
28 syms q7(t) q8(t) q9(t) q10(t) % orientações das rodas dianteiras e traseiras
29 syms q11(t) q12(t) q13(t) q14(t) % deslocamento dos munhões no ref inercial
30 syms q15(t) q16(t) % ângulo de esterçamento das rodas dianteiras
31
32 q1dot = diff(q1(t),t); % velocidade em X inercial do CM da massa suspensa
33 q2dot = diff(q2(t),t); % velocidade em Y inercial do CM da massa suspensa
34 q3dot = diff(q3(t),t); % velocidade em Z inercial do CM da massa suspensa
35 q4dot = diff(q4(t),t); % derivada temporal do ângulo de Euler de roll (phi_dot)
36 q5dot = diff(q5(t),t); % derivada temporal do ângulo de Euler de pitch (theta_dot)
37 q6dot = diff(q6(t),t); % derivada temporal do ângulo de Euler de yaw (psi_dot)
38 q7dot = diff(q7(t),t); % velocidade angular da roda dianteira esquerda em relação ao munhão
39 q8dot = diff(q8(t),t); % velocidade angular da roda dianteira direita em relação ao munhão
40 q9dot = diff(q9(t),t); % velocidade angular da roda traseira esquerda em relação ao munhão
41 q10dot = diff(q10(t),t); % velocidade angular da roda traseira direita em relação ao munhão
42 q11dot = diff(q11(t),t);
43 q12dot = diff(q12(t),t);
44 q13dot = diff(q13(t),t);
45 q14dot = diff(q14(t),t);
46 q15dot = diff(q15(t),t);
47 q16dot = diff(q16(t),t);
48
49 %% =====
50 % ORIENTAÇÃO DOS REFERENCIAIS DOS CORPOS
51 tKinIni = tic;
52
53 % Corpo 1 (massa suspensa) para o Referencial inercial
54 R_yaw = [cos(q6(t)) -sin(q6(t)) 0;
55         sin(q6(t)) cos(q6(t)) 0;
56         0 0 1];
57 %R_yaw = Rot('z',q6(t));
58 R_pitch = [cos(q5(t)) 0 sin(q5(t));
59           0 1 0;
60           -sin(q5(t)) 0 cos(q5(t))];
61 %R_pitch = Rot('y',q5(t));
62 R_roll = [1 0 0;
63          0 cos(q4(t)) -sin(q4(t));
64          0 sin(q4(t)) cos(q4(t))];
65 %R_roll = Rot('x',q4(t));
66 T10 = R_yaw*R_pitch*R_roll;
67
68 % Munhões dianteiros (U1,U2 do texto da tese)
69 % Corpo 2 (munhão dianteiro esquerdo) para o Corpo 1
70 % Corpo 3 (munhão dianteiro direito) para o Corpo 1

```

```

71
72 R_deltaL = [cos(q15(t)) -sin(q15(t)) 0;
73             sin(q15(t)) cos(q15(t)) 0;
74             0 0 1];
75 R_deltaR = [cos(q16(t)) -sin(q16(t)) 0;
76             sin(q16(t)) cos(q16(t)) 0;
77             0 0 1];
78
79 T20 = simplify(R_yaw*R_deltaL);
80 T30 = simplify(R_yaw*R_deltaR);
81
82 % Munhões traseiros (U3,U4 do texto da tese)
83 % Corpo 4 (munhão traseiro esquerdo) para o Corpo 1
84 % Corpo 5 (munhão traseiro direito) para o Corpo 1
85
86 T40 = R_yaw;
87 T50 = R_yaw;
88
89 % Rodas dianteiras (U5,U6 do texto da tese)
90 % Corpo 6 (roda dianteira esquerda) para o Corpo 1
91 % Corpo 7 (roda dianteira direita) para o Corpo 1
92
93 R_RDE = [cos(q7(t)) 0 sin(q7(t));
94          0 1 0;
95          -sin(q7(t)) 0 cos(q7(t))];
96 R_RDD = [cos(q8(t)) 0 sin(q8(t));
97          0 1 0;
98          -sin(q8(t)) 0 cos(q8(t))];
99
100
101 T62 = R_RDE;
102 T60 = T20*T62;
103
104 T73 = R_RDD;
105 T70 = T30*T73;
106
107 % Rodas traseiras (U7,U8 do texto da tese)
108 % Corpo 8 (roda traseira esquerda) para o Corpo 1
109 % Corpo 9 (roda traseira direita) para o Corpo 1
110
111 R_RTE = [cos(q9(t)) 0 sin(q9(t));
112          0 1 0;
113          -sin(q9(t)) 0 cos(q9(t))];
114 R_RTD = [cos(q10(t)) 0 sin(q10(t));
115          0 1 0;
116          -sin(q10(t)) 0 cos(q10(t))];
117
118 T84 = R_RTE;
119 T80 = T40*T84;
120
121 T95 = R_RTD;
122 T90 = T50*T95;
123
124 %% =====
125 % MATRIZ DE MASSA E TENSOR DE INÉRCIA
126
127 % Propriedades de Inércia
128 syms m1 I1xx I1xy I1xz I1yy I1yz I1zz
129 syms m2 I2xx I2xy I2xz I2yy I2yz I2zz
130 syms m3 I3xx I3xy I3xz I3yy I3yz I3zz
131 syms m4 I4xx I4xy I4xz I4yy I4yz I4zz
132 syms m5 I5xx I5xy I5xz I5yy I5yz I5zz
133 syms m6 I6xx I6xy I6xz I6yy I6yz I6zz
134 syms m7 I7xx I7xy I7xz I7yy I7yz I7zz
135 syms m8 I8xx I8xy I8xz I8yy I8yz I8zz
136 syms m9 I9xx I9xy I9xz I9yy I9yz I9zz
137 syms M1c M2c M3c M4c M5c M6c M7c M8c M9c I1c I2c I3c I4c I5c I6c I7c I8c I9c
138
139 M1c = m1*eye(3);
140 M2c = m2*eye(3); % Munhões

```

```

141 M3c = M2c;
142 M4c = M2c;
143 M5c = M2c;
144 M6c = m6*eye(3); % Rodas
145 M7c = M6c;
146 M8c = M6c;
147 M9c = M6c;
148 I1c = [I1xx -I1xy -I1xz; -I1xy I1yy -I1yz; -I1xz -I1yz I1zz];
149 I2c = [I2xx 0 0; 0 I2yy 0; 0 0 I2xx]; % Munhões
150 I3c = I2c;
151 I4c = I2c;
152 I5c = I2c;
153 I6c = [I6xx 0 0; 0 I6yy 0; 0 0 I6xx]; % Rodas
154 I7c = I6c;
155 I8c = I6c;
156 I9c = I6c;
157
158 % Tensor de inércia no referencial inercial
159 I1 = simplify(T10*I1c*T10. ');
160 I2 = T20*I2c*T20. ';
161 I2 = simplify(I2); I2 = collect(I2,sin(q6(t)+q15(t))^2);
162 I3 = T30*I3c*T30. ';
163 I3 = simplify(I3); I3 = collect(I3,sin(q6(t)+q16(t))^2);
164 I4 = T40*I4c*T40. ';
165 I4 = simplify(I4); I4 = collect(I4,sin(q6(t))^2);
166 I5 = T50*I5c*T50. ';
167 I5 = simplify(I5); I5 = collect(I5,sin(q6(t))^2);
168 I6 = T60*I6c*T60. ';
169 I6 = simplify(I6);
170 I7 = T70*I7c*T70. ';
171 I7 = simplify(I7);
172 I8 = T80*I8c*T80. ';
173 I8 = simplify(I8);
174 I9 = T90*I9c*T90. ';
175 I9 = simplify(I9);
176
177 % Matriz de Massas e Inércias
178 Mc(1:3,1:3) = M1c;
179 Mc(4:6,4:6) = M2c;
180 Mc(7:9,7:9) = M3c;
181 Mc(10:12,10:12) = M4c;
182 Mc(13:15,13:15) = M5c;
183 Mc(16:18,16:18) = M6c;
184 Mc(19:21,19:21) = M7c;
185 Mc(22:24,22:24) = M8c;
186 Mc(25:27,25:27) = M9c;
187 Mc(28:30,28:30) = I1;
188 Mc(34:36,34:36) = I2;
189 Mc(34:36,34:36) = I3;
190 Mc(37:39,37:39) = I4;
191 Mc(40:42,40:42) = I5;
192 Mc(43:45,43:45) = I6;
193 Mc(46:48,46:48) = I7;
194 Mc(49:51,49:51) = I8;
195 Mc(52:54,52:54) = I9;
196
197 %% CINEMÁTICA
198
199 % Parâmetros do modelo
200 syms Ld Lt % Distância do eixo dianteiro e traseiro para o CM da Massa Suspensa (Corpo 1)
201 syms Hd Ht % Altura rígida das suspensões dianteiras e traseiras
202 syms bit % Bitola
203 syms lmod lmodT % Comprimento livre das molas dianteiras e traseiras
204 syms zApD zApT % Posição dos pontos de apoio dianteiros e traseiros da suspensão em relação ao CM da Massa Suspensa (Corpo 1)
205
206 %% O vetor qdot deve ser substituído pelo vetor beta de quase-velocidades
207 % beta1,beta2,beta3 = [u,v,w]
208 % beta4,beta5,beta6 = [p,q,r]
209 % beta7,beta8,beta9,beta10 = [q7dot,q8dot,q9dot,q10dot]
210 % beta11,beta12,beta13,beta14 = [q11dot,q12dot,q13dot,q14dot]

```

```

211 % beta15,beta16 = [q15dot,q16dot]
212 % velocidades X, Y e Z locais da massa suspensa (corpo 1)
213 syms beta1(t) beta2(t) beta3(t) % estas coordenadas não têm sentido físico, apenas suas derivadas, as chamadas "quase-velocidades"
214 % velocidades angulares locais da massa suspensa
215 syms beta4(t) beta5(t) beta6(t) % estas coordenadas não têm sentido físico, apenas suas derivadas, as chamadas "quase-velocidades"
216 % velocidades de deslocamento vertical dos munhões no referencial inercial
217 syms beta11(t) beta12(t) beta13(t) beta14(t)
218 % velocidades angulares de esterçamento das rodas dianteiras esquerda e direita
219 syms beta15(t) beta16(t)
220 % velocidades angulares das rodas dianteiras e traseiras (corpo 6, 7, 8 e 9)
221 syms beta7(t) beta8(t) beta9(t) beta10(t)
222 % Dessa forma:
223
224 vS0 = T10*[beta1(t);beta2(t);beta3(t)];
225 vSx = [1 0 0]*vS0;
226 vSy = [0 1 0]*vS0;
227 vSz = [0 0 1]*vS0;
228 % Expressão das derivadas temporais dos ângulos de Euler
229 TEuler = [1 sin(q4(t))*tan(q5(t)) cos(q4(t))*tan(q5(t));
230           0 cos(q4(t)) -sin(q4(t));
231           0 sin(q4(t))*sec(q5(t)) cos(q4(t))*sec(q5(t))];
232
233 Eulerdot = TEuler*[beta4(t);beta5(t);beta6(t)];
234 % Phi_dot (q4dot)
235 Phi_dot = [1 0 0]*Eulerdot;
236 % Theta_dot (q5dot)
237 Theta_dot = [0 1 0]*Eulerdot;
238 % Psi_dot (q6dot)
239 Psi_dot = [0 0 1]*Eulerdot;
240
241 %% Corpo 1 (massa suspensa)
242 %x1dot = diff([q1(t);q2(t);q3(t)],t);
243 x1dot = T10*[beta1(t);beta2(t);beta3(t)];
244 dT10 = diff(T10,t);
245 dT10 = subs(dT10,q4dot,Phi_dot);
246 dT10 = subs(dT10,q5dot,Theta_dot);
247 dT10 = subs(dT10,q6dot,Psi_dot);
248 omega1vet = dT10*T10.;
249 omega1vet = simplify(omega1vet,'Steps',100);
250 omega01aa = [0 0 1]*omega1vet;
251 omega01bb = [1 0 0]*omega1vet;
252 omega01cc = [0 1 0]*omega1vet;
253 a = omega01aa*[0; 1; 0];
254 b = omega01bb*[0; 0; 1];
255 c = omega01cc*[1; 0; 0];
256 omega1 = [a;b;c];
257
258 %% Posições e velocidades dos pontos de apoio
259 % para a cinemática dos munhões é fundamental estabelecer as posições e
260 % velocidades dos pontos de apoio e dos centros das rodas.
261 % Assim, as posições e velocidades dos pontos de apoio são:
262 rApDE = [Ld; -bit; zApD]; %onde bE = bitola/2
263 rApDD = [Ld; bit; zApD];
264 rApTE = [-Lt; -bit; zApT];
265 rApTD = [-Lt; bit; zApT];
266
267 rApDE0 = [q1(t); q2(t); q3(t)] + T10*rApDE;
268 rApDD0 = [q1(t); q2(t); q3(t)] + T10*rApDD;
269 rApTE0 = [q1(t); q2(t); q3(t)] + T10*rApTE;
270 rApTD0 = [q1(t); q2(t); q3(t)] + T10*rApTD;
271
272 vApDE0 = x1dot + omega1vet*(T10*rApDE);
273 vApDE0 = simplify(vApDE0);
274 vApDD0 = x1dot + omega1vet*(T10*rApDD);
275 vApDD0 = simplify(vApDD0);
276 vApTE0 = x1dot + omega1vet*(T10*rApTE);
277 vApTE0 = simplify(vApTE0);
278 vApTD0 = x1dot + omega1vet*(T10*rApTD);
279 vApTD0 = simplify(vApTD0);
280

```

```

281 % transformações que levam para o referencial do plano longitudinal das
282 % rodas
283 RotDE = simplify((R_yaw*R_deltaL).');
284 RotDD = simplify((R_yaw*R_deltaR).');
285 RotTE = R_yaw.';
286 RotTD = R_yaw.';
287
288 %% Corpo 2 (munhão dianteiro esquerdo)
289
290 IDE = q11(t) - [0 0 1]*rApDE0;
291 rRDE0 = [1 0 0; 0 1 0; 0 0 0]*rApDE0 + [0; 0; q11(t)];
292
293 vRDE0 = diff(rRDE0,t);
294 vRDE0 = subs(vRDE0,q1dot,vSx);
295 vRDE0 = subs(vRDE0,q2dot,vSy);
296 vRDE0 = subs(vRDE0,q3dot,vSz);
297 vRDE0 = subs(vRDE0,q4dot,Phi_dot);
298 vRDE0 = subs(vRDE0,q5dot,Theta_dot);
299 vRDE0 = subs(vRDE0,q6dot,Psi_dot);
300 vRDE0 = subs(vRDE0,q7dot,beta7(t)+Theta_dot);
301 vRDE0 = subs(vRDE0,q8dot,beta8(t)+Theta_dot);
302 vRDE0 = subs(vRDE0,q9dot,beta9(t)+Theta_dot);
303 vRDE0 = subs(vRDE0,q10dot,beta10(t)+Theta_dot);
304 vRDE0 = subs(vRDE0,q11dot,beta11(t));
305 vRDE0 = subs(vRDE0,q12dot,beta12(t));
306 vRDE0 = subs(vRDE0,q13dot,beta13(t));
307 vRDE0 = subs(vRDE0,q14dot,beta14(t));
308 vRDE0 = subs(vRDE0,q15dot,beta15(t));
309 vRDE0 = subs(vRDE0,q16dot,beta16(t));
310
311 % Velocidade em X local do munhão
312 vRDEm = RotDE*vRDE0;
313 vxDEm = [1 0 0]*vRDEm;
314 vxDEm = simplify(vxDEm);
315 vyDEm = [0 1 0]*vRDEm;
316 vyDEm = simplify(vyDEm);
317
318 x2dot = vRDE0;
319 x2dot = simplify(x2dot);
320
321 dT20 = diff(T20,t);
322 dT20 = subs(dT20,q4dot,Phi_dot);
323 dT20 = subs(dT20,q5dot,Theta_dot);
324 dT20 = subs(dT20,q6dot,Psi_dot);
325 dT20 = subs(dT20,q7dot,beta7(t)+Theta_dot);
326 dT20 = subs(dT20,q8dot,beta8(t)+Theta_dot);
327 dT20 = subs(dT20,q9dot,beta9(t)+Theta_dot);
328 dT20 = subs(dT20,q10dot,beta10(t)+Theta_dot);
329 dT20 = subs(dT20,q15dot,beta15(t));
330 dT20 = subs(dT20,q16dot,beta16(t));
331
332 omega2vet = dT20*T20.';
333 omega2vet = simplify(omega2vet);
334
335 omega02aa = [0 0 1]*omega2vet;
336 omega02bb = [1 0 0]*omega2vet;
337 omega02cc = [0 1 0]*omega2vet;
338 a = omega02aa*[0; 1; 0];
339 b = omega02bb*[0; 0; 1];
340 c = omega02cc*[1; 0; 0];
341 omega2 = [a;b;c];
342
343 %% Corpo 3 (munhão dianteiro direito)
344
345 IDD = q12(t) - [0 0 1]*rApDD0;
346 rRDD0 = [1 0 0; 0 1 0; 0 0 0]*rApDD0 + [0; 0; q12(t)];
347
348 vRDD0 = diff(rRDD0,t);
349
350 vRDD0 = subs(vRDD0,q1dot,vSx);

```

```

351 vRDD0 = subs(vRDD0,q2dot,vSy);
352 vRDD0 = subs(vRDD0,q3dot,vSz);
353 vRDD0 = subs(vRDD0,q4dot,Phi_dot);
354 vRDD0 = subs(vRDD0,q5dot,Theta_dot);
355 vRDD0 = subs(vRDD0,q6dot,Psi_dot);
356 vRDD0 = subs(vRDD0,q7dot,beta7(t)+Theta_dot);
357 vRDD0 = subs(vRDD0,q8dot,beta8(t)+Theta_dot);
358 vRDD0 = subs(vRDD0,q9dot,beta9(t)+Theta_dot);
359 vRDD0 = subs(vRDD0,q10dot,beta10(t)+Theta_dot);
360 vRDD0 = subs(vRDD0,q11dot,beta11(t));
361 vRDD0 = subs(vRDD0,q12dot,beta12(t));
362 vRDD0 = subs(vRDD0,q13dot,beta13(t));
363 vRDD0 = subs(vRDD0,q14dot,beta14(t));
364 vRDD0 = subs(vRDD0,q15dot,beta15(t));
365 vRDD0 = subs(vRDD0,q16dot,beta16(t));
366
367 % Velocidade em X local da roda
368 vRDDm = RotDD*vRDD0;
369 vxDDm = [1 0 0]*vRDDm;
370 vxDDm = simplify(vxDDm);
371 vyDDm = [0 1 0]*vRDDm;
372 vyDDm = simplify(vyDDm);
373
374 x3dot = vRDD0;
375 x3dot = simplify(x3dot);
376
377 dT30 = diff(T30,t);
378 dT30 = subs(dT30,q4dot,Phi_dot);
379 dT30 = subs(dT30,q5dot,Theta_dot);
380 dT30 = subs(dT30,q6dot,Psi_dot);
381 dT30 = subs(dT30,q7dot,beta7(t)+Theta_dot);
382 dT30 = subs(dT30,q8dot,beta8(t)+Theta_dot);
383 dT30 = subs(dT30,q9dot,beta9(t)+Theta_dot);
384 dT30 = subs(dT30,q10dot,beta10(t)+Theta_dot);
385 dT30 = subs(dT30,q15dot,beta15(t));
386 dT30 = subs(dT30,q16dot,beta16(t));
387
388 omega3vet = dT30*T30.;
389 omega3vet = simplify(omega3vet);
390 omega03aa = [0 0 1]*omega3vet;
391 omega03bb = [1 0 0]*omega3vet;
392 omega03cc = [0 1 0]*omega3vet;
393 a = omega03aa*[0; 1; 0];
394 b = omega03bb*[0; 0; 1];
395 c = omega03cc*[1; 0; 0];
396 omega3 = [a;b;c];
397
398 %% Corpo 4 (munhão traseiro esquerdo)
399
400 ITE = q13(t) - [0 0 1]*rApTE0;
401
402 rRTE0 = [1 0 0; 0 1 0; 0 0 0]*rApTE0 + [0; 0; q13(t)];
403
404 vRTE0 = diff(rRTE0,t);
405
406 vRTE0 = subs(vRTE0,q1dot,vSx);
407 vRTE0 = subs(vRTE0,q2dot,vSy);
408 vRTE0 = subs(vRTE0,q3dot,vSz);
409 vRTE0 = subs(vRTE0,q4dot,Phi_dot);
410 vRTE0 = subs(vRTE0,q5dot,Theta_dot);
411 vRTE0 = subs(vRTE0,q6dot,Psi_dot);
412 vRTE0 = subs(vRTE0,q7dot,beta7(t)+Theta_dot);
413 vRTE0 = subs(vRTE0,q8dot,beta8(t)+Theta_dot);
414 vRTE0 = subs(vRTE0,q9dot,beta9(t)+Theta_dot);
415 vRTE0 = subs(vRTE0,q10dot,beta10(t)+Theta_dot);
416 vRTE0 = subs(vRTE0,q11dot,beta11(t));
417 vRTE0 = subs(vRTE0,q12dot,beta12(t));
418 vRTE0 = subs(vRTE0,q13dot,beta13(t));
419 vRTE0 = subs(vRTE0,q14dot,beta14(t));
420 vRTE0 = subs(vRTE0,q15dot,beta15(t));

```

```

421 vRTE0 = subs(vRTE0,q16dot,beta16(t));
422
423 % Velocidade em X local da roda
424 vRTEm = RotTE*vRTE0;
425 vxTEm = [1 0 0]*vRTEm;
426 vxTEm = simplify(vxTEm);
427 vyTEm = [0 1 0]*vRTEm;
428 vyTEm = simplify(vyTEm);
429
430 x4dot = vRTE0;
431 x4dot = simplify(x4dot);
432
433 dT40 = diff(T40,t);
434 dT40 = subs(dT40,q4dot,Phi_dot);
435 dT40 = subs(dT40,q5dot,Theta_dot);
436 dT40 = subs(dT40,q6dot,Psi_dot);
437 dT40 = subs(dT40,q7dot,beta7(t)+Theta_dot);
438 dT40 = subs(dT40,q8dot,beta8(t)+Theta_dot);
439 dT40 = subs(dT40,q9dot,beta9(t)+Theta_dot);
440 dT40 = subs(dT40,q10dot,beta10(t)+Theta_dot);
441 dT40 = subs(dT40,q15dot,beta15(t));
442 dT40 = subs(dT40,q16dot,beta16(t));
443
444 omega4vet = dT40*T40;
445 omega4vet = simplify(omega4vet);
446 omega04aa = [0 0 1]*omega4vet;
447 omega04bb = [1 0 0]*omega4vet;
448 omega04cc = [0 1 0]*omega4vet;
449 a = omega04aa*[0; 1; 0];
450 b = omega04bb*[0; 0; 1];
451 c = omega04cc*[1; 0; 0];
452 omega4 = [a;b;c];
453
454 %% Corpo 5 (munhão traseiro direito)
455
456 ITD = q14(t) - [0 0 1]*rApTD0;
457
458 rRTD0 = [1 0 0; 0 1 0; 0 0 0]*rApTD0 + [0; 0; q14(t)];
459
460 vRTD0 = diff(rRTD0,t);%x1dot + omega1vet*(T10*rRTD) + T10*rRTDdot;
461
462 vRTD0 = subs(vRTD0,q1dot,vSx);
463 vRTD0 = subs(vRTD0,q2dot,vSy);
464 vRTD0 = subs(vRTD0,q3dot,vSz);
465 vRTD0 = subs(vRTD0,q4dot,Phi_dot);
466 vRTD0 = subs(vRTD0,q5dot,Theta_dot);
467 vRTD0 = subs(vRTD0,q6dot,Psi_dot);
468 vRTD0 = subs(vRTD0,q7dot,beta7(t)+Theta_dot);
469 vRTD0 = subs(vRTD0,q8dot,beta8(t)+Theta_dot);
470 vRTD0 = subs(vRTD0,q9dot,beta9(t)+Theta_dot);
471 vRTD0 = subs(vRTD0,q10dot,beta10(t)+Theta_dot);
472 vRTD0 = subs(vRTD0,q11dot,beta11(t));
473 vRTD0 = subs(vRTD0,q12dot,beta12(t));
474 vRTD0 = subs(vRTD0,q13dot,beta13(t));
475 vRTD0 = subs(vRTD0,q14dot,beta14(t));
476 vRTD0 = subs(vRTD0,q15dot,beta15(t));
477 vRTD0 = subs(vRTD0,q16dot,beta16(t));
478
479 % Velocidade em X local da roda
480 vRTDm = RotTD*vRTD0;
481 vxTDm = [1 0 0]*vRTDm;
482 vxTDm = simplify(vxTDm);
483 vyTDm = [0 1 0]*vRTDm;
484 vyTDm = simplify(vyTDm);
485
486 x5dot = vRTD0;
487 x5dot = simplify(x5dot);
488
489 dT50 = diff(T50,t);
490 dT50 = subs(dT50,q4dot,Phi_dot);

```

```

491 dT50 = subs(dT50,q5dot,Theta_dot);
492 dT50 = subs(dT50,q6dot,Psi_dot);
493 dT50 = subs(dT50,q7dot,beta7(t)+Theta_dot);
494 dT50 = subs(dT50,q8dot,beta8(t)+Theta_dot);
495 dT50 = subs(dT50,q9dot,beta9(t)+Theta_dot);
496 dT50 = subs(dT50,q10dot,beta10(t)+Theta_dot);
497 dT50 = subs(dT50,q15dot,beta15(t));
498 dT50 = subs(dT50,q16dot,beta16(t));
499
500 omega5vet = dT50*T50.;
501 omega5vet = simplify(omega5vet);
502 %omega5vet = simplify(omega5vet,'Steps',100);
503 %omega5vet = simplify(omega5vet,'Steps',10);
504 omega05aa = [0 0 1]*omega5vet;
505 omega05bb = [1 0 0]*omega5vet;
506 omega05cc = [0 1 0]*omega5vet;
507 a = omega05aa*[0; 1; 0];
508 b = omega05bb*[0; 0; 1];
509 c = omega05cc*[1; 0; 0];
510 omega5 = [a;b;c];
511
512 %% Corpo 6 (roda dianteira esquerda)
513 x6dot = x2dot;
514
515 dT60 = diff(T60,t);
516 dT60 = subs(dT60,q4dot,Phi_dot);
517 dT60 = subs(dT60,q5dot,Theta_dot);
518 dT60 = subs(dT60,q6dot,Psi_dot);
519 dT60 = subs(dT60,q7dot,beta7(t)+Theta_dot);
520 dT60 = subs(dT60,q8dot,beta8(t)+Theta_dot);
521 dT60 = subs(dT60,q9dot,beta9(t)+Theta_dot);
522 dT60 = subs(dT60,q10dot,beta10(t)+Theta_dot);
523 dT60 = subs(dT60,q15dot,beta15(t));
524 dT60 = subs(dT60,q16dot,beta16(t));
525
526 omega6vet = dT60*T60.;
527 omega6vet = simplify(omega6vet);
528 %omega6vet = simplify(omega6vet,'Steps',100);
529 %omega6vet = simplify(omega6vet,'Steps',10);
530 omega06aa = [0 0 1]*omega6vet;
531 omega06bb = [1 0 0]*omega6vet;
532 omega06cc = [0 1 0]*omega6vet;
533 a = omega06aa*[0; 1; 0];
534 b = omega06bb*[0; 0; 1];
535 c = omega06cc*[1; 0; 0];
536 omega6 = [a;b;c];
537
538 % Velocidades para o cálculo dos deslizamentos
539 % omegaDE = T60.*omega6;
540 % omegaDEy = [0 1 0]*omegaDE;
541
542 %% Corpo 7 (roda dianteira direita)
543 x7dot = x3dot;
544
545 dT70 = diff(T70,t);
546 dT70 = subs(dT70,q4dot,Phi_dot);
547 dT70 = subs(dT70,q5dot,Theta_dot);
548 dT70 = subs(dT70,q6dot,Psi_dot);
549 dT70 = subs(dT70,q7dot,beta7(t)+Theta_dot);
550 dT70 = subs(dT70,q8dot,beta8(t)+Theta_dot);
551 dT70 = subs(dT70,q9dot,beta9(t)+Theta_dot);
552 dT70 = subs(dT70,q10dot,beta10(t)+Theta_dot);
553 dT70 = subs(dT70,q15dot,beta15(t));
554 dT70 = subs(dT70,q16dot,beta16(t));
555
556 omega7vet = dT70*T70.;
557 omega7vet = simplify(omega7vet);
558 %omega7vet = simplify(omega7vet,'Steps',100);
559 %omega7vet = simplify(omega7vet,'Steps',10);
560 omega07aa = [0 0 1]*omega7vet;

```

```

561 omega07bb = [1 0 0]*omega7vet;
562 omega07cc = [0 1 0]*omega7vet;
563 a = omega07aa*[0; 1; 0];
564 b = omega07bb*[0; 0; 1];
565 c = omega07cc*[1; 0; 0];
566 omega7 = [a;b;c];
567
568 % % Velocidades para o cálculo dos deslizamentos
569 % omegaDD = T70.*omega7;
570 % omegaDDy = [0 1 0]*omegaDD;
571
572 %% Corpo 8 (roda traseira esquerda)
573 x8dot = x4dot;
574
575 dT80 = diff(T80,t);
576 dT80 = subs(dT80,q4dot,Phi_dot);
577 dT80 = subs(dT80,q5dot,Theta_dot);
578 dT80 = subs(dT80,q6dot,Psi_dot);
579 dT80 = subs(dT80,q7dot,beta7(t)+Theta_dot);
580 dT80 = subs(dT80,q8dot,beta8(t)+Theta_dot);
581 dT80 = subs(dT80,q9dot,beta9(t)+Theta_dot);
582 dT80 = subs(dT80,q10dot,beta10(t)+Theta_dot);
583 dT80 = subs(dT80,q15dot,beta15(t));
584 dT80 = subs(dT80,q16dot,beta16(t));
585
586 omega8vet = dT80*T80.;
587 omega8vet = simplify(omega8vet);
588 %omega8vet = simplify(omega8vet,'Steps',100);
589 %omega8vet = simplify(omega8vet,'Steps',10);
590 omega08aa = [0 0 1]*omega8vet;
591 omega08bb = [1 0 0]*omega8vet;
592 omega08cc = [0 1 0]*omega8vet;
593 a = omega08aa*[0; 1; 0];
594 b = omega08bb*[0; 0; 1];
595 c = omega08cc*[1; 0; 0];
596 omega8 = [a;b;c];
597
598 % % Velocidades para o cálculo dos deslizamentos
599 % omegaTE = T80.*omega8;
600 % omegaTEy = [0 1 0]*omegaTE;
601
602 %% Corpo 9 (roda traseira direita)
603 x9dot = x5dot;
604
605 dT90 = diff(T90,t);
606 dT90 = subs(dT90,q4dot,Phi_dot);
607 dT90 = subs(dT90,q5dot,Theta_dot);
608 dT90 = subs(dT90,q6dot,Psi_dot);
609 dT90 = subs(dT90,q7dot,beta7(t)+Theta_dot);
610 dT90 = subs(dT90,q8dot,beta8(t)+Theta_dot);
611 dT90 = subs(dT90,q9dot,beta9(t)+Theta_dot);
612 dT90 = subs(dT90,q10dot,beta10(t)+Theta_dot);
613 dT90 = subs(dT90,q15dot,beta15(t));
614 dT90 = subs(dT90,q16dot,beta16(t));
615
616 omega9vet = dT90*T90.;
617 omega9vet = simplify(omega9vet);
618 %omega9vet = simplify(omega9vet,'Steps',100);
619 %omega9vet = simplify(omega9vet,'Steps',10);
620 omega09aa = [0 0 1]*omega9vet;
621 omega09bb = [1 0 0]*omega9vet;
622 omega09cc = [0 1 0]*omega9vet;
623 a = omega09aa*[0; 1; 0];
624 b = omega09bb*[0; 0; 1];
625 c = omega09cc*[1; 0; 0];
626 omega9 = [a;b;c];
627
628
629 %% Vetores de velocidades no referencial inercial representados ref cartesiano
630 V = [x1dot;x2dot;x3dot;x4dot;x5dot;x6dot;x7dot;x8dot;x9dot];

```

```

631 W = [omega1;omega2;omega3;omega4;omega5;omega6;omega7;omega8;omega9];
632 Xdot = vertcat(V,W);
633
634 % Vetores de coordenadas generalizadas
635 q = [q1(t);q2(t);q3(t);q4(t);q5(t);q6(t);...
636      q7(t);q8(t);q9(t);q10(t);...
637      q11(t);q12(t);q13(t);q14(t);...
638      q15(t);q16(t)];
639 qdot = diff(q,t);%[q1dot;q2dot;q3dot;q4dot;q5dot;q6dot;q7dot;q8dot;q9dot;q10dot];
640 Zbeta = [beta1(t);beta2(t);beta3(t);beta4(t);beta5(t);beta6(t);...
641          beta7(t);beta8(t);beta9(t);beta10(t);...
642          beta11(t);beta12(t);beta13(t);beta14(t);...
643          beta15(t);beta16(t)];
644
645 % Tempo de Obtenção da Cinemática (com simplificações)
646 KinematicTime = toc(tKinIni);
647
648 %% JACOBIANAS
649 tJacoblIni = tic;
650
651 %% Jacobiana de velocidade linear (ou de translação)
652 Xdot = subs(Xdot, beta1(t), 'beta1');
653 Xdot = subs(Xdot, beta2(t), 'beta2');
654 Xdot = subs(Xdot, beta3(t), 'beta3');
655 Xdot = subs(Xdot, beta4(t), 'beta4');
656 Xdot = subs(Xdot, beta5(t), 'beta5');
657 Xdot = subs(Xdot, beta6(t), 'beta6');
658 Xdot = subs(Xdot, beta7(t), 'beta7');
659 Xdot = subs(Xdot, beta8(t), 'beta8');
660 Xdot = subs(Xdot, beta9(t), 'beta9');
661 Xdot = subs(Xdot, beta10(t), 'beta10');
662 Xdot = subs(Xdot, beta11(t), 'beta11');
663 Xdot = subs(Xdot, beta12(t), 'beta12');
664 Xdot = subs(Xdot, beta13(t), 'beta13');
665 Xdot = subs(Xdot, beta14(t), 'beta14');
666 Xdot = subs(Xdot, beta15(t), 'beta15');
667 Xdot = subs(Xdot, beta16(t), 'beta16');
668
669 % Derivada parcial
670 J1 = diff(Xdot,'beta1');
671 J2 = diff(Xdot,'beta2');
672 J3 = diff(Xdot,'beta3');
673 J4 = diff(Xdot,'beta4');
674 J5 = diff(Xdot,'beta5');
675 J6 = diff(Xdot,'beta6');
676 J7 = diff(Xdot,'beta7');
677 J8 = diff(Xdot,'beta8');
678 J9 = diff(Xdot,'beta9');
679 J10 = diff(Xdot,'beta10');
680 J11 = diff(Xdot,'beta11');
681 J12 = diff(Xdot,'beta12');
682 J13 = diff(Xdot,'beta13');
683 J14 = diff(Xdot,'beta14');
684 J15 = diff(Xdot,'beta15');
685 J16 = diff(Xdot,'beta16');
686
687 J = horzcat(J1,J2,J3,J4,J5,J6,J7,J8,J9,J10,J11,J12,J13,J14,J15,J16);
688
689 J = simplify(J,'Steps',100);
690
691 Jv = J(1:27,:);
692 Jw = J(28:54,:);
693
694 Xdot = subs(Xdot, 'beta1', beta1(t));
695 Xdot = subs(Xdot, 'beta2', beta2(t));
696 Xdot = subs(Xdot, 'beta3', beta3(t));
697 Xdot = subs(Xdot, 'beta4', beta4(t));
698 Xdot = subs(Xdot, 'beta5', beta5(t));
699 Xdot = subs(Xdot, 'beta6', beta6(t));
700 Xdot = subs(Xdot, 'beta7', beta7(t));

```

```

701 Xdot = subs(Xdot, 'beta8', beta8(t));
702 Xdot = subs(Xdot, 'beta9', beta9(t));
703 Xdot = subs(Xdot, 'beta10', beta10(t));
704 Xdot = subs(Xdot, 'beta11', beta11(t));
705 Xdot = subs(Xdot, 'beta12', beta12(t));
706 Xdot = subs(Xdot, 'beta13', beta13(t));
707 Xdot = subs(Xdot, 'beta14', beta14(t));
708 Xdot = subs(Xdot, 'beta15', beta15(t));
709 Xdot = subs(Xdot, 'beta16', beta16(t));
710
711 %% Obtenção da Matriz U
712 %ZZ = ['beta1';'beta2';'beta3';'beta4';'beta5';'beta6';'beta7';'beta8';'beta9';'beta10']
713 %U = simplify(Xdot - J*Zbeta);
714 %Udot = simplify(diff(U,t));
715
716 % A sequencia é subsituir os terms em U e Udot pelas entradas zt, ztdot,
717 % ztdot e estados x
718
719 % Tempo de Obtenção da Jacobiana
720 JacobianTime = toc(Jacoblni);
721
722 % Formando a matriz Wbar de transformação entre qdot e beta:
723 Wbar(1:3,1:3) = T10;
724
725 Wbar(4:6,4:6) = [1 sin(q4(t))*tan(q5(t)) cos(q4(t))*tan(q5(t));
726                 0 cos(q4(t)) -sin(q4(t));
727                 0 sin(q4(t))*sec(q5(t)) cos(q4(t))*sec(q5(t))];
728
729 Zdot = [beta7(t)+Theta_dot;
730         beta8(t)+Theta_dot;
731         beta9(t)+Theta_dot;
732         beta10(t)+Theta_dot];
733
734 Zdot = subs(Zdot, beta1(t), 'beta1');
735 Zdot = subs(Zdot, beta2(t), 'beta2');
736 Zdot = subs(Zdot, beta3(t), 'beta3');
737 Zdot = subs(Zdot, beta4(t), 'beta4');
738 Zdot = subs(Zdot, beta5(t), 'beta5');
739 Zdot = subs(Zdot, beta6(t), 'beta6');
740 Zdot = subs(Zdot, beta7(t), 'beta7');
741 Zdot = subs(Zdot, beta8(t), 'beta8');
742 Zdot = subs(Zdot, beta9(t), 'beta9');
743 Zdot = subs(Zdot, beta10(t), 'beta10');
744 Zdot = subs(Zdot, beta11(t), 'beta11');
745 Zdot = subs(Zdot, beta12(t), 'beta12');
746 Zdot = subs(Zdot, beta13(t), 'beta13');
747 Zdot = subs(Zdot, beta14(t), 'beta14');
748 Zdot = subs(Zdot, beta15(t), 'beta15');
749 Zdot = subs(Zdot, beta16(t), 'beta16');
750
751 % Derivada parcial
752 Wz1 = diff(Zdot, 'beta1');
753 Wz2 = diff(Zdot, 'beta2');
754 Wz3 = diff(Zdot, 'beta3');
755 Wz4 = diff(Zdot, 'beta4');
756 Wz5 = diff(Zdot, 'beta5');
757 Wz6 = diff(Zdot, 'beta6');
758 Wz7 = diff(Zdot, 'beta7');
759 Wz8 = diff(Zdot, 'beta8');
760 Wz9 = diff(Zdot, 'beta9');
761 Wz10 = diff(Zdot, 'beta10');
762 Wz11 = diff(Zdot, 'beta11');
763 Wz12 = diff(Zdot, 'beta12');
764 Wz13 = diff(Zdot, 'beta13');
765 Wz14 = diff(Zdot, 'beta14');
766 Wz15 = diff(Zdot, 'beta15');
767 Wz16 = diff(Zdot, 'beta16');
768
769 WZ = horzcat(Wz1,Wz2,Wz3,Wz4,Wz5,Wz6,Wz7,Wz8,Wz9,Wz10,Wz11,Wz12,Wz13,Wz14,Wz15,Wz16);
770

```

```

771 Wbar(7:10,1:16) = WZ;
772
773 Wbar(11:16,11:16) = eye(6);
774
775 %% MATRIZ DE MASSA
776 tEOMIni = tic;
777 M = J.*Mc^J;
778 M = simplify(M,'Steps',100);
779
780 %% MATRIZ DE CORIOLIS E CENTRÍFUGA
781
782 Jdot = diff(J,t);
783 Jdot = subs(Jdot,diff(q1(t),t),vSx);
784 Jdot = subs(Jdot,diff(q2(t),t),vSy);
785 Jdot = subs(Jdot,diff(q3(t),t),vSy);
786 Jdot = subs(Jdot,diff(q4(t),t),Phi_dot);
787 Jdot = subs(Jdot,diff(q5(t),t),Theta_dot);
788 Jdot = subs(Jdot,diff(q6(t),t),Psi_dot);
789 Jdot = subs(Jdot,diff(q7(t),t),beta7(t)+Theta_dot);
790 Jdot = subs(Jdot,diff(q8(t),t),beta8(t)+Theta_dot);
791 Jdot = subs(Jdot,diff(q9(t),t),beta9(t)+Theta_dot);
792 Jdot = subs(Jdot,diff(q10(t),t),beta10(t)+Theta_dot);
793 Jdot = subs(Jdot,diff(q11(t),t),beta11(t)+Theta_dot);
794 Jdot = subs(Jdot,diff(q12(t),t),beta12(t));
795 Jdot = subs(Jdot,diff(q13(t),t),beta13(t));
796 Jdot = subs(Jdot,diff(q14(t),t),beta14(t));
797 Jdot = subs(Jdot,diff(q15(t),t),beta15(t));
798 Jdot = subs(Jdot,diff(q16(t),t),beta16(t));
799
800 C1 = J.*Mc*Jdot;
801
802 MOmega(28:30,28:30) = omega1vet;
803 MOmega(31:33,31:33) = omega2vet;
804 MOmega(34:36,34:36) = omega3vet;
805 MOmega(37:39,37:39) = omega4vet;
806 MOmega(40:42,40:42) = omega5vet;
807 MOmega(43:45,43:45) = omega6vet;
808 MOmega(46:48,46:48) = omega7vet;
809 MOmega(49:51,49:51) = omega8vet;
810 MOmega(52:54,52:54) = omega9vet;
811
812 C2 = J.*MOmega*Mc^J;
813
814 C = C1 + C2;
815 C = simplify(C,'Steps',100);
816
817 %% MATRIZ DE FORÇAS GENERALIZADAS
818 syms g
819
820 %% Assumindo que todas as componentes de forças externas aplicadas às
821 % massas não suspensas são nulas, uma vez que o deslocamento vertical
822 % é função do deslocamento longitudinal
823
824 %% Força Gravitacional
825 g1 = [0; 0; m1*g];
826 g2 = [0; 0; m2*g];
827 g3 = g2; % [0; 0; m3*g];
828 g4 = g2;
829 g5 = g2;
830 g6 = [0; 0; m6*g];
831 g7 = g6;
832 g8 = g6;
833 g9 = g6;
834 g0 = vertcat(g1,g2,g3,g4,g5,g6,g7,g8,g9);
835 G = simplify(Jv.*g0);
836
837 %% Forças e Momentos de Suspensão
838 syms kD kT cD cT
839 syms fs0d fs0t % pré-carga individual da mola dianteira e traseira
840

```

```

841 IDEdot = diff(IDE,t);
842
843 IDEdot = subs(IDEdot,diff(q1(t),t),vSx);
844 IDEdot = subs(IDEdot,diff(q2(t),t),vSy);
845 IDEdot = subs(IDEdot,diff(q3(t),t),vSz);
846 IDEdot = subs(IDEdot,diff(q4(t),t),Phi_dot);
847 IDEdot = subs(IDEdot,diff(q5(t),t),Theta_dot);
848 IDEdot = subs(IDEdot,diff(q6(t),t),Psi_dot);
849 IDEdot = subs(IDEdot,diff(q7(t),t),beta7(t)+Theta_dot);
850 IDEdot = subs(IDEdot,diff(q8(t),t),beta8(t)+Theta_dot);
851 IDEdot = subs(IDEdot,diff(q9(t),t),beta9(t)+Theta_dot);
852 IDEdot = subs(IDEdot,diff(q10(t),t),beta10(t)+Theta_dot);
853 IDEdot = subs(IDEdot,diff(q11(t),t),beta11(t));
854 IDEdot = subs(IDEdot,diff(q12(t),t),beta12(t));
855 IDEdot = subs(IDEdot,diff(q13(t),t),beta13(t));
856 IDEdot = subs(IDEdot,diff(q14(t),t),beta14(t));
857 IDEdot = subs(IDEdot,diff(q15(t),t),beta15(t));
858 IDEdot = subs(IDEdot,diff(q16(t),t),beta16(t));
859 IDEdot = simplify(IDEdot);
860
861 IDDdot = diff(IDD,t);
862
863 IDDdot = subs(IDDdot,diff(q1(t),t),vSx);
864 IDDdot = subs(IDDdot,diff(q2(t),t),vSy);
865 IDDdot = subs(IDDdot,diff(q3(t),t),vSz);
866 IDDdot = subs(IDDdot,diff(q4(t),t),Phi_dot);
867 IDDdot = subs(IDDdot,diff(q5(t),t),Theta_dot);
868 IDDdot = subs(IDDdot,diff(q6(t),t),Psi_dot);
869 IDDdot = subs(IDDdot,diff(q7(t),t),beta7(t)+Theta_dot);
870 IDDdot = subs(IDDdot,diff(q8(t),t),beta8(t)+Theta_dot);
871 IDDdot = subs(IDDdot,diff(q9(t),t),beta9(t)+Theta_dot);
872 IDDdot = subs(IDDdot,diff(q10(t),t),beta10(t)+Theta_dot);
873 IDDdot = subs(IDDdot,diff(q11(t),t),beta11(t));
874 IDDdot = subs(IDDdot,diff(q12(t),t),beta12(t));
875 IDDdot = subs(IDDdot,diff(q13(t),t),beta13(t));
876 IDDdot = subs(IDDdot,diff(q14(t),t),beta14(t));
877 IDDdot = subs(IDDdot,diff(q15(t),t),beta15(t));
878 IDDdot = subs(IDDdot,diff(q16(t),t),beta16(t));
879 IDDdot = simplify(IDDdot);
880
881 ITEdot = diff(ITE,t);
882
883 ITEdot = subs(ITEdot,diff(q1(t),t),vSx);
884 ITEdot = subs(ITEdot,diff(q2(t),t),vSy);
885 ITEdot = subs(ITEdot,diff(q3(t),t),vSz);
886 ITEdot = subs(ITEdot,diff(q4(t),t),Phi_dot);
887 ITEdot = subs(ITEdot,diff(q5(t),t),Theta_dot);
888 ITEdot = subs(ITEdot,diff(q6(t),t),Psi_dot);
889 ITEdot = subs(ITEdot,diff(q7(t),t),beta7(t)+Theta_dot);
890 ITEdot = subs(ITEdot,diff(q8(t),t),beta8(t)+Theta_dot);
891 ITEdot = subs(ITEdot,diff(q9(t),t),beta9(t)+Theta_dot);
892 ITEdot = subs(ITEdot,diff(q10(t),t),beta10(t)+Theta_dot);
893 ITEdot = subs(ITEdot,diff(q11(t),t),beta11(t));
894 ITEdot = subs(ITEdot,diff(q12(t),t),beta12(t));
895 ITEdot = subs(ITEdot,diff(q13(t),t),beta13(t));
896 ITEdot = subs(ITEdot,diff(q14(t),t),beta14(t));
897 ITEdot = subs(ITEdot,diff(q15(t),t),beta15(t));
898 ITEdot = subs(ITEdot,diff(q16(t),t),beta16(t));
899 ITEdot = simplify(ITEdot);
900
901 ITDdot = diff(ITD,t);
902
903 ITDdot = subs(ITDdot,diff(q1(t),t),vSx);
904 ITDdot = subs(ITDdot,diff(q2(t),t),vSy);
905 ITDdot = subs(ITDdot,diff(q3(t),t),vSz);
906 ITDdot = subs(ITDdot,diff(q4(t),t),Phi_dot);
907 ITDdot = subs(ITDdot,diff(q5(t),t),Theta_dot);
908 ITDdot = subs(ITDdot,diff(q6(t),t),Psi_dot);
909 ITDdot = subs(ITDdot,diff(q7(t),t),beta7(t)+Theta_dot);
910 ITDdot = subs(ITDdot,diff(q8(t),t),beta8(t)+Theta_dot);

```

```

911 ITDdot = subs(ITDdot,diff(q9(t),t),beta9(t)+Theta_dot);
912 ITDdot = subs(ITDdot,diff(q10(t),t),beta10(t)+Theta_dot);
913 ITDdot = subs(ITDdot,diff(q11(t),t),beta11(t));
914 ITDdot = subs(ITDdot,diff(q12(t),t),beta12(t));
915 ITDdot = subs(ITDdot,diff(q13(t),t),beta13(t));
916 ITDdot = subs(ITDdot,diff(q14(t),t),beta14(t));
917 ITDdot = subs(ITDdot,diff(q15(t),t),beta15(t));
918 ITDdot = subs(ITDdot,diff(q16(t),t),beta16(t));
919 ITDdot = simplify(ITDdot);
920
921 fsDE = kD*(IDE - ImolaD - Hd) + cD*(IDEdot) - fs0d;
922 fsDD = kD*(IDD - ImolaD - Hd) + cD*(IDDdot) - fs0d;
923 fsTE = kT*(ITE - ImolaT - Ht) + cT*(ITEDot) - fs0t;
924 fsTD = kT*(ITD - ImolaT - Ht) + cT*(ITDdot) - fs0t;
925
926 FSusp = [0;0;fsDE + fsDD + fsTE + fsTD];
927 FSusp = simplify(FSusp);
928
929 fs10 = FSusp;
930 fs20 = [0;0;-fsDE];
931 fs30 = [0;0;-fsDD];
932 fs40 = [0;0;-fsTE];
933 fs50 = [0;0;-fsTD];
934 fs60 = T60*[0;0;0];
935 fs70 = T70*[0;0;0];
936 fs80 = T80*[0;0;0];
937 fs90 = T90*[0;0;0];
938
939 Fs0 = vertcat(fs10,fs20,fs30,fs40,fs50,fs60,fs70,fs80,fs90);
940 % % Efetuando o produto pela transposta de Jv
941 Fs = (Jv.*Fs0);
942
943 % Torques da força de suspensão (parcela não incluída pela jacobiana ser
944 % obtida em relação ao CM da massa suspensa)
945 a = [1 0 0]*T10*rApDE; b = [0 1 0]*T10*rApDE; c = [0 0 1]*T10*rApDE;
946 rApDEvet = [0 -c b; c 0 -a; -b a 0];
947 %rApDEvet = Vector2Tilde(T10*rApDE);
948 TrSDE = rApDEvet*[0;0;fsDE];
949 a = [1 0 0]*T10*rApDD; b = [0 1 0]*T10*rApDD; c = [0 0 1]*T10*rApDD;
950 rApDDvet = [0 -c b; c 0 -a; -b a 0];
951 TrSDD = rApDDvet*[0;0;fsDD];
952 a = [1 0 0]*T10*rApTE; b = [0 1 0]*T10*rApTE; c = [0 0 1]*T10*rApTE;
953 rApTEvet = [0 -c b; c 0 -a; -b a 0];
954 TrSTE = rApTEvet*[0;0;fsTE];
955 a = [1 0 0]*T10*rApTD; b = [0 1 0]*T10*rApTD; c = [0 0 1]*T10*rApTD;
956 rApTDvet = [0 -c b; c 0 -a; -b a 0];
957 TrSTD = rApTDvet*[0;0;fsTD];
958
959 TrS0 = (TrSDE+TrSDD+TrSTE+TrSTD);
960 TrS = [TrS0;zeros(24,1)];
961 TqSusp = Jw.*TrS;%[0;0;0;TrS;0;0;0;0];
962
963 %% Forças Aerodinâmica e de Tração (Longitudinal e Lateral)
964 syms Faer
965 syms FtDE FtDD FtTE FtTD
966 syms gamaDE gamaDD gamaTE gamaTD %R21 R31 R24x R24z R35x R35z
967 syms FyDE FyDD FyTE FyTD
968
969 ft1 = T10*[-Faer; 0; 0];
970
971 %% 20161024 - MODIFICAÇÃO: Inclusão do ângulo de inclinação do terreno
972 syms gamaDE gamaDD gamaTE gamaTD
973 ft2 = T20*[FtDE*cos(gamaDE);FyDE;-FtDE*sin(gamaDE)];
974 ft3 = T30*[FtDD*cos(gamaDD);FyDD;-FtDD*sin(gamaDD)];
975 ft4 = T40*[FtTE*cos(gamaTE);FyTE;-FtTE*sin(gamaTE)];
976 ft5 = T50*[FtTD*cos(gamaTD);FyTD;-FtTD*sin(gamaTD)];
977 ft6 = [0;0;0];
978 ft7 = [0;0;0];
979 ft8 = [0;0;0];
980 ft9 = [0;0;0];

```

```

981
982 ft0 = vertcat(ft1,ft2,ft3,ft4,ft5,ft6,ft7,ft8,ft9);
983 Ft = (Jv.*ft0);
984
985 %% Torques das forças de tração
986 % Roda dianteira esquerda
987 r2 = rRDE0 - [q1(t);q2(t);q3(t)];
988
989 a = [1 0 0]*r2; b = [0 1 0]*r2; c = [0 0 1]*r2;
990 r2vet = [0 -c b; c 0 -a; -b a 0];
991 TrTDE = simplify(r2vet*ft2);
992
993 r3 = rRDD0 - [q1(t);q2(t);q3(t)];
994 a = [1 0 0]*r3; b = [0 1 0]*r3; c = [0 0 1]*r3;
995 r3vet = [0 -c b; c 0 -a; -b a 0];
996 TrTDD = simplify(r3vet*ft3);
997
998 r4 = rRTE0 - [q1(t);q2(t);q3(t)];
999 a = [1 0 0]*r4; b = [0 1 0]*r4; c = [0 0 1]*r4;
1000 r4vet = [0 -c b; c 0 -a; -b a 0];
1001 TrTTE = simplify(r4vet*ft4);
1002
1003 r5 = rRTD0 - [q1(t);q2(t);q3(t)];
1004 a = [1 0 0]*r5; b = [0 1 0]*r5; c = [0 0 1]*r5;
1005 r5vet = [0 -c b; c 0 -a; -b a 0];
1006 TrTTD = simplify(r5vet*ft5);
1007
1008 TqT0 = (TrTDE+TrTDD+TrTTE+TrTTD);
1009 TqT = [TqT0;zeros(24,1)];
1010 TqFTracao = Jw.*TqT;
1011
1012 % Força Normal
1013 syms NDE NDD NTE NTD FN
1014
1015 NDE = (fs0d + Hd*kD + g*m2 + g*m6 + kD*lmolaD - (m2 + m6)*diff(beta11(t), t) - FtDE*sin(gamaDE) - cD*beta11(t) + kD*q3(t) -
kD*q11(t) - Ld*kD*sin(q5(t)) + cD*cos(q4(t))*cos(q6(t))*beta2(t) + cD*cos(q5(t))*sin(q6(t))*beta1(t) - cD*cos(q6(t))*sin(q4(t))*beta3(t) -
bit*cD*sin(q5(t))*beta6(t) - cD*zApD*sin(q5(t))*beta5(t) - bit*kD*cos(q5(t))*sin(q4(t)) + kD*zApD*cos(q4(t))*cos(q5(t)) - Ld*cD*cos(q4(t))*cos
(q5(t))*beta5(t) + Ld*cD*cos(q5(t))*sin(q4(t))*beta6(t) - bit*cD*cos(q4(t))*cos(q5(t))*beta4(t) + cD*cos(q4(t))*sin(q5(t))*sin(q6(t))*beta3(t) +
cD*sin(q4(t))*sin(q5(t))*sin(q6(t))*beta2(t) - cD*zApD*cos(q5(t))*sin(q4(t))*beta4(t))/cos(gamaDE);
1016 NDD = (fs0d + Hd*kD + g*m2 + g*m6 + kD*lmolaD - (m2 + m6)*diff(beta12(t), t) - FtDD*sin(gamaDD) - cD*beta12(t) + kD*q3(t) -
kD*q12(t) - Ld*kD*sin(q5(t)) + cD*cos(q4(t))*cos(q6(t))*beta2(t) + cD*cos(q5(t))*sin(q6(t))*beta1(t) - cD*cos(q6(t))*sin(q4(t))*beta3(t) +
bit*cD*sin(q5(t))*beta6(t) - cD*zApD*sin(q5(t))*beta5(t) + bit*kD*cos(q5(t))*sin(q4(t)) + kD*zApD*cos(q4(t))*cos(q5(t)) - Ld*cD*cos(q4(t))*cos
(q5(t))*beta5(t) + Ld*cD*cos(q5(t))*sin(q4(t))*beta6(t) + bit*cD*cos(q4(t))*cos(q5(t))*beta4(t) + cD*cos(q4(t))*sin(q5(t))*sin(q6(t))*beta3(t) +
cD*sin(q4(t))*sin(q5(t))*sin(q6(t))*beta2(t) - cD*zApD*cos(q5(t))*sin(q4(t))*beta4(t))/cos(gamaDD);
1017 NTE = (fs0t + Ht*kT + g*m2 + g*m6 + kT*lmolaT - (m2 + m6)*diff(beta13(t), t) - FtTE*sin(gamaTE) - cT*beta13(t) + kT*q3(t) - kT*q13(t) -
Lt*kT*sin(q5(t)) + cT*cos(q4(t))*cos(q6(t))*beta2(t) + cT*cos(q5(t))*sin(q6(t))*beta1(t) - cT*cos(q6(t))*sin(q4(t))*beta3(t) - bit*cT*sin(q5(t)) -
*beta6(t) - cT*zApT*sin(q5(t))*beta5(t) - bit*kT*cos(q5(t))*sin(q4(t)) + kT*zApT*cos(q4(t))*cos(q5(t)) + Lt*cT*cos(q4(t))*cos(q5(t))*beta5(t) -
Lt*cT*cos(q5(t))*sin(q4(t))*beta6(t) - bit*cT*cos(q4(t))*cos(q5(t))*beta4(t) + cT*cos(q4(t))*sin(q5(t))*sin(q6(t))*beta3(t) + cT*sin(q4(t))*sin(q5
(t))*sin(q6(t))*beta2(t) - cT*zApT*cos(q5(t))*sin(q4(t))*beta4(t))/cos(gamaTE);
1018 NTD = (fs0t + Ht*kT + g*m2 + g*m6 + kT*lmolaT - (m2 + m6)*diff(beta14(t), t) - FtTD*sin(gamaTD) - cT*beta14(t) + kT*q3(t) - kT*q14(t) -
(t) + Lt*kT*sin(q5(t)) + cT*cos(q4(t))*cos(q6(t))*beta2(t) + cT*cos(q5(t))*sin(q6(t))*beta1(t) - cT*cos(q6(t))*sin(q4(t))*beta3(t) + bit*cT*sin(q5
(t))*beta6(t) - cT*zApT*sin(q5(t))*beta5(t) + bit*kT*cos(q5(t))*sin(q4(t)) + kT*zApT*cos(q4(t))*cos(q5(t)) + Lt*cT*cos(q4(t))*cos(q5(t))*beta5(t) -
Lt*cT*cos(q5(t))*sin(q4(t))*beta6(t) + bit*cT*cos(q4(t))*cos(q5(t))*beta4(t) + cT*cos(q4(t))*sin(q5(t))*sin(q6(t))*beta3(t) + cT*sin(q4(t))*sin(q5
(t))*sin(q6(t))*beta2(t) - cT*zApT*cos(q5(t))*sin(q4(t))*beta4(t))/cos(gamaTD);
1019
1020 N01 = [0;0;0];
1021 N02 = [-NDE*sin(gamaDE);0;-NDE*cos(gamaDE)];
1022 N03 = [-NDD*sin(gamaDD);0;-NDD*cos(gamaDD)];
1023 N04 = [-NTE*sin(gamaTE);0;-NTE*cos(gamaTE)];
1024 N05 = [-NTD*sin(gamaTD);0;-NTD*cos(gamaTD)];
1025 N06 = [0;0;0];
1026 N07 = N06;
1027 N08 = N06;
1028 N09 = N06;
1029
1030 N00 = vertcat(N01,N02,N03,N04,N05,N06,N07,N08,N09);
1031 FN = simplify(Jv.*N00);
1032
1033 %% Torques Externos
1034 syms TauDE TauDD TauTE TauTD

```

```

1035
1036 T0 = [zeros(6,1);TauDE;TauDD;TauTE;TauTD;zeros(6,1)];
1037
1038 T = T0 + TqSusp + TqFTracao;
1039
1040 %% Esforços Resultantes
1041 Q = (G + Fs + Ft + T + FN);
1042 Q = simplify(Q);%'Steps',100);
1043
1044 EOMTime = toc(tEOMIni);
1045
1046 %% Verificação das equações de movimento
1047 betadot = diff(Zbeta,t);
1048 eqs = (M*betadot + C*Zbeta - Q);
1049
1050 eqs = subs(eqs,betadot(1),'betadot1');
1051 eqs = subs(eqs,betadot(2),'betadot2');
1052 eqs = subs(eqs,betadot(3),'betadot3');
1053 eqs = subs(eqs,betadot(4),'betadot4');
1054 eqs = subs(eqs,betadot(5),'betadot5');
1055 eqs = subs(eqs,betadot(6),'betadot6');
1056 eqs = subs(eqs,betadot(7),'betadot7');
1057 eqs = subs(eqs,betadot(8),'betadot8');
1058 eqs = subs(eqs,betadot(9),'betadot9');
1059 eqs = subs(eqs,betadot(10),'betadot10');
1060 eqs = subs(eqs,betadot(11),'betadot11');
1061 eqs = subs(eqs,betadot(12),'betadot12');
1062 eqs = subs(eqs,betadot(13),'betadot13');
1063 eqs = subs(eqs,betadot(14),'betadot14');
1064 eqs = subs(eqs,betadot(15),'betadot15');
1065 eqs = subs(eqs,betadot(16),'betadot16');
1066
1067 D1 = diff(eqs,'betadot1');
1068 D2 = diff(eqs,'betadot2');
1069 D3 = diff(eqs,'betadot3');
1070 D4 = diff(eqs,'betadot4');
1071 D5 = diff(eqs,'betadot5');
1072 D6 = diff(eqs,'betadot6');
1073 D7 = diff(eqs,'betadot7');
1074 D8 = diff(eqs,'betadot8');
1075 D9 = diff(eqs,'betadot9');
1076 D10 = diff(eqs,'betadot10');
1077 D11 = diff(eqs,'betadot11');
1078 D12 = diff(eqs,'betadot12');
1079 D13 = diff(eqs,'betadot13');
1080 D14 = diff(eqs,'betadot14');
1081 D15 = diff(eqs,'betadot15');
1082 D16 = diff(eqs,'betadot16');
1083
1084 D = horzcat(D1,D2,D3,D4,D5,D6,D7,D8,D9,D10,D11,D12,D13,D14,D15,D16);
1085
1086 eqs = subs(eqs,'betadot1',betadot(1));
1087 eqs = subs(eqs,'betadot2',betadot(2));
1088 eqs = subs(eqs,'betadot3',betadot(3));
1089 eqs = subs(eqs,'betadot4',betadot(4));
1090 eqs = subs(eqs,'betadot5',betadot(5));
1091 eqs = subs(eqs,'betadot6',betadot(6));
1092 eqs = subs(eqs,'betadot7',betadot(7));
1093 eqs = subs(eqs,'betadot8',betadot(8));
1094 eqs = subs(eqs,'betadot9',betadot(9));
1095 eqs = subs(eqs,'betadot10',betadot(10));
1096 eqs = subs(eqs,'betadot11',betadot(11));
1097 eqs = subs(eqs,'betadot12',betadot(12));
1098 eqs = subs(eqs,'betadot13',betadot(13));
1099 eqs = subs(eqs,'betadot14',betadot(14));
1100 eqs = subs(eqs,'betadot15',betadot(15));
1101 eqs = subs(eqs,'betadot16',betadot(16));
1102
1103 % Termos restantes
1104 H = eqs - D*betadot;

```

```

1105
1106 % Equações diferenciais reorganizadas
1107 eqsCorr = D*betadot + H;
1108
1109 eqDE = [0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0]*eqsCorr;
1110 eqDD = [0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0]*eqsCorr;
1111 eqTE = [0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0]*eqsCorr;
1112 eqTD = [0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0]*eqsCorr;
1113 SysEqRodas = [eqDE;eqDD;eqTE;eqTD];
1114 SysEqRodas = simplify(SysEqRodas);
1115
1116 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,q1(t),'Xs');
1117 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,q2(t),'Ys');
1118 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,q3(t),'Zs');
1119 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,q4(t),'Phi');
1120 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,q5(t),'Theta');
1121 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,q6(t),'Psi');
1122 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,q7(t),'ThetaDE + Theta');
1123 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,q8(t),'ThetaDD + Theta');
1124 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,q9(t),'ThetaTE + Theta');
1125 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,q10(t),'ThetaTD + Theta');
1126
1127 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,q11(t),'zDE');
1128 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,q12(t),'zDD');
1129 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,q13(t),'zTE');
1130 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,q14(t),'zTD');
1131 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,q15(t),'deltaL');
1132 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,q16(t),'deltaR');
1133
1134 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,diff(beta1(t),t),'udot');
1135 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,diff(beta2(t),t),'vdot');
1136 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,diff(beta3(t),t),'wdot');
1137 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,diff(beta4(t),t),'pdot');
1138 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,diff(beta5(t),t),'qdot');
1139 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,diff(beta6(t),t),'rdot');
1140 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,diff(beta7(t),t),'OmegaDEdot');
1141 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,diff(beta8(t),t),'OmegaDDdot');
1142 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,diff(beta9(t),t),'OmegaTEdot');
1143 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,diff(beta10(t),t),'OmegaTDdot');
1144
1145 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,beta1(t),'u');
1146 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,beta2(t),'v');
1147 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,beta3(t),'w');
1148 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,beta4(t),'p');
1149 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,beta5(t),'q');
1150 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,beta6(t),'r');
1151 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,beta7(t),'ThetaDEdot');
1152 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,beta8(t),'ThetaDDdot');
1153 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,beta9(t),'ThetaTEdot');
1154 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,beta10(t),'ThetaTDdot');
1155
1156 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,beta11(t),'vzDE');
1157 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,beta12(t),'vzDD');
1158 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,beta13(t),'vzTE');
1159 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,beta14(t),'vzTD');
1160 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,beta15(t),'deltaLdot');
1161 SysEqRodas = subs(SysEqRodas,beta16(t),'deltaRdot');
1162
1163 diary('EOM_Rodas')
1164 display(SysEqRodas);
1165 diary off
1166
1167 WbarS = subs(WbarS,q1(t),'x(1)');
1168 WbarS = subs(WbarS,q2(t),'x(2)');
1169 WbarS = subs(WbarS,q3(t),'x(3)');
1170 WbarS = subs(WbarS,q4(t),'x(4)');
1171 WbarS = subs(WbarS,q5(t),'x(5)');
1172 WbarS = subs(WbarS,q6(t),'x(6)');
1173 WbarS = subs(WbarS,q7(t),'x(7)');
1174 WbarS = subs(WbarS,q8(t),'x(8)');

```

```

1175 WbarS = subs(WbarS,q9(t),'x(9)');
1176 WbarS = subs(WbarS,q10(t),'x(10)');
1177
1178 WbarS = subs(WbarS,q11(t),'x(11)');
1179 WbarS = subs(WbarS,q12(t),'x(12)');
1180 WbarS = subs(WbarS,q13(t),'x(13)');
1181 WbarS = subs(WbarS,q14(t),'x(14)');
1182 WbarS = subs(WbarS,q15(t),'x(15)');
1183 WbarS = subs(WbarS,q16(t),'x(16)');
1184
1185 WbarS = subs(WbarS,beta1(t),'x(17)');
1186 WbarS = subs(WbarS,beta2(t),'x(18)');
1187 WbarS = subs(WbarS,beta3(t),'x(19)');
1188 WbarS = subs(WbarS,beta4(t),'x(20)');
1189 WbarS = subs(WbarS,beta5(t),'x(21)');
1190 WbarS = subs(WbarS,beta6(t),'x(22)');
1191 WbarS = subs(WbarS,beta7(t),'x(23)');
1192 WbarS = subs(WbarS,beta8(t),'x(24)');
1193 WbarS = subs(WbarS,beta9(t),'x(25)');
1194 WbarS = subs(WbarS,beta10(t),'x(26)');
1195
1196 WbarS = subs(WbarS,beta11(t),'vzDE');
1197 WbarS = subs(WbarS,beta12(t),'vzDD');
1198 WbarS = subs(WbarS,beta13(t),'vzTE');
1199 WbarS = subs(WbarS,beta14(t),'vzTD');
1200 WbarS = subs(WbarS,beta15(t),'deltaLdot');
1201 WbarS = subs(WbarS,beta16(t),'deltaRdot');
1202
1203 %diary('FirstEquationMatrixes')
1204 diary('MatrizW')
1205 display(WbarS);
1206 diary off
1207 %-----
1208 % Segundo Sistema de Equações Diferenciais (beta_dot = M\Q - Cq*qdot - Cbeta*beta)
1209
1210 % Gerando a matriz de Inércia
1211 DS = subs(D,q1(t),'x(1)');
1212 DS = subs(DS,q2(t),'x(2)');
1213 DS = subs(DS,q3(t),'x(3)');
1214 DS = subs(DS,q4(t),'x(4)');
1215 DS = subs(DS,q5(t),'x(5)');
1216 DS = subs(DS,q6(t),'x(6)');
1217 DS = subs(DS,q7(t),'x(7)');
1218 DS = subs(DS,q8(t),'x(8)');
1219 DS = subs(DS,q9(t),'x(9)');
1220 DS = subs(DS,q10(t),'x(10)');
1221
1222 DS = subs(DS,q11(t),'x(11)');
1223 DS = subs(DS,q12(t),'x(12)');
1224 DS = subs(DS,q13(t),'x(13)');
1225 DS = subs(DS,q14(t),'x(14)');
1226 DS = subs(DS,q15(t),'x(15)');
1227 DS = subs(DS,q16(t),'x(16)');
1228
1229 DS = subs(DS,beta1(t),'x(17)');
1230 DS = subs(DS,beta2(t),'x(18)');
1231 DS = subs(DS,beta3(t),'x(19)');
1232 DS = subs(DS,beta4(t),'x(20)');
1233 DS = subs(DS,beta5(t),'x(21)');
1234 DS = subs(DS,beta6(t),'x(22)');
1235 DS = subs(DS,beta7(t),'x(23)');
1236 DS = subs(DS,beta8(t),'x(24)');
1237 DS = subs(DS,beta9(t),'x(25)');
1238 DS = subs(DS,beta10(t),'x(26)');
1239
1240 DS = subs(DS,beta11(t),'vzDE');
1241 DS = subs(DS,beta12(t),'vzDD');
1242 DS = subs(DS,beta13(t),'vzTE');
1243 DS = subs(DS,beta14(t),'vzTD');
1244 DS = subs(DS,beta15(t),'deltaLdot');

```

```

1245 DS = subs(DS,beta16(t),'deltaRdot');
1246
1247 diary('MatrizMassaGen')
1248 display(DS);
1249 diary off
1250
1251 % Gerando a matriz de termos restantes H
1252 HS = subs(H,q1(t),'x(1)');
1253 HS = subs(HS,q2(t),'x(2)');
1254 HS = subs(HS,q3(t),'x(3)');
1255 HS = subs(HS,q4(t),'x(4)');
1256 HS = subs(HS,q5(t),'x(5)');
1257 HS = subs(HS,q6(t),'x(6)');
1258 HS = subs(HS,q7(t),'x(7)');
1259 HS = subs(HS,q8(t),'x(8)');
1260 HS = subs(HS,q9(t),'x(9)');
1261 HS = subs(HS,q10(t),'x(10)');
1262
1263 HS = subs(HS,q11(t),'x(11)');
1264 HS = subs(HS,q12(t),'x(12)');
1265 HS = subs(HS,q13(t),'x(13)');
1266 HS = subs(HS,q14(t),'x(14)');
1267 HS = subs(HS,q15(t),'x(15)');
1268 HS = subs(HS,q16(t),'x(16)');
1269
1270 HS = subs(HS,beta1(t),'x(17)');
1271 HS = subs(HS,beta2(t),'x(18)');
1272 HS = subs(HS,beta3(t),'x(19)');
1273 HS = subs(HS,beta4(t),'x(20)');
1274 HS = subs(HS,beta5(t),'x(21)');
1275 HS = subs(HS,beta6(t),'x(22)');
1276 HS = subs(HS,beta7(t),'x(23)');
1277 HS = subs(HS,beta8(t),'x(24)');
1278 HS = subs(HS,beta9(t),'x(25)');
1279 HS = subs(HS,beta10(t),'x(26)');
1280
1281 HS = subs(HS,beta11(t),'vzDE');
1282 HS = subs(HS,beta12(t),'vzDD');
1283 HS = subs(HS,beta13(t),'vzTE');
1284 HS = subs(HS,beta14(t),'vzTD');
1285 HS = subs(HS,beta15(t),'deltaLdot');
1286 HS = subs(HS,beta16(t),'deltaRdot');
1287
1288 diary('MatrizH')
1289 display(HS);
1290 diary off
1291
1292 % Gerando matriz de velocidades longitudinais em XY da roda
1293 VLong = [vxDEm;vxDDm;vxTEm;vxTDM];
1294
1295 VLongS = subs(VLong,q1(t),'x(1)');
1296 VLongS = subs(VLongS,q2(t),'x(2)');
1297 VLongS = subs(VLongS,q3(t),'x(3)');
1298 VLongS = subs(VLongS,q4(t),'x(4)');
1299 VLongS = subs(VLongS,q5(t),'x(5)');
1300 VLongS = subs(VLongS,q6(t),'x(6)');
1301 VLongS = subs(VLongS,q7(t),'x(7)');
1302 VLongS = subs(VLongS,q8(t),'x(8)');
1303 VLongS = subs(VLongS,q9(t),'x(9)');
1304 VLongS = subs(VLongS,q10(t),'x(10)');
1305
1306 VLongS = subs(VLongS,q11(t),'x(11)');
1307 VLongS = subs(VLongS,q12(t),'x(12)');
1308 VLongS = subs(VLongS,q13(t),'x(13)');
1309 VLongS = subs(VLongS,q14(t),'x(14)');
1310 VLongS = subs(VLongS,q15(t),'x(15)');
1311 VLongS = subs(VLongS,q16(t),'x(16)');
1312
1313 VLongS = subs(VLongS,beta1(t),'x(17)');
1314 VLongS = subs(VLongS,beta2(t),'x(18)');

```

```

1315 VLongS = subs(VLongS,beta3(t),'x(19)');
1316 VLongS = subs(VLongS,beta4(t),'x(20)');
1317 VLongS = subs(VLongS,beta5(t),'x(21)');
1318 VLongS = subs(VLongS,beta6(t),'x(22)');
1319 VLongS = subs(VLongS,beta7(t),'x(23)');
1320 VLongS = subs(VLongS,beta8(t),'x(24)');
1321 VLongS = subs(VLongS,beta9(t),'x(25)');
1322 VLongS = subs(VLongS,beta10(t),'x(26)');
1323
1324 VLongS = subs(VLongS,beta11(t),'vzDE');
1325 VLongS = subs(VLongS,beta12(t),'vzDD');
1326 VLongS = subs(VLongS,beta13(t),'vzTE');
1327 VLongS = subs(VLongS,beta14(t),'vzTD');
1328 VLongS = subs(VLongS,beta15(t),'deltaLdot');
1329 VLongS = subs(VLongS,beta16(t),'deltaRdot');
1330
1331 diary('VelLongRodas')
1332 display(VLongS);
1333 diary off
1334
1335 % Gerando matriz de velocidades laterais em XY da roda
1336 VLat = [vyDEm;vyDDm;vyTEm;vyTDM];
1337
1338 VLatS = subs(VLat,q1(t),'x(1)');
1339 VLatS = subs(VLat,q2(t),'x(2)');
1340 VLatS = subs(VLat,q3(t),'x(3)');
1341 VLatS = subs(VLat,q4(t),'x(4)');
1342 VLatS = subs(VLat,q5(t),'x(5)');
1343 VLatS = subs(VLat,q6(t),'x(6)');
1344 VLatS = subs(VLat,q7(t),'x(7)');
1345 VLatS = subs(VLat,q8(t),'x(8)');
1346 VLatS = subs(VLat,q9(t),'x(9)');
1347 VLatS = subs(VLat,q10(t),'x(10)');
1348
1349 VLatS = subs(VLat,q11(t),'x(11)');
1350 VLatS = subs(VLat,q12(t),'x(12)');
1351 VLatS = subs(VLat,q13(t),'x(13)');
1352 VLatS = subs(VLat,q14(t),'x(14)');
1353 VLatS = subs(VLat,q15(t),'x(15)');
1354 VLatS = subs(VLat,q16(t),'x(16)');
1355
1356 VLatS = subs(VLat,beta1(t),'x(17)');
1357 VLatS = subs(VLat,beta2(t),'x(18)');
1358 VLatS = subs(VLat,beta3(t),'x(19)');
1359 VLatS = subs(VLat,beta4(t),'x(20)');
1360 VLatS = subs(VLat,beta5(t),'x(21)');
1361 VLatS = subs(VLat,beta6(t),'x(22)');
1362 VLatS = subs(VLat,beta7(t),'x(23)');
1363 VLatS = subs(VLat,beta8(t),'x(24)');
1364 VLatS = subs(VLat,beta9(t),'x(25)');
1365 VLatS = subs(VLat,beta10(t),'x(26)');
1366
1367 VLatS = subs(VLat,beta11(t),'vzDE');
1368 VLatS = subs(VLat,beta12(t),'vzDD');
1369 VLatS = subs(VLat,beta13(t),'vzTE');
1370 VLatS = subs(VLat,beta14(t),'vzTD');
1371 VLatS = subs(VLat,beta15(t),'deltaLdot');
1372 VLatS = subs(VLat,beta16(t),'deltaRdot');
1373
1374 diary('VelLatRodas')
1375 display(VLatS);
1376 diary off
1377
1378 % Gerando vetor de normais
1379 Normais = [NDE;NDD;NTE;NTD];
1380 % os termos em derivada de beta devem ser modificados na s-function
1381 Normais = subs(Normais,diff(beta11(t),t),'ZdotDE');
1382 Normais = subs(Normais,diff(beta12(t),t),'ZdotDD');
1383 Normais = subs(Normais,diff(beta13(t),t),'ZdotTE');
1384 Normais = subs(Normais,diff(beta14(t),t),'ZdotTD');

```

```

1385
1386 Normais = subs(Normais,q1(t),'x(1)');
1387 Normais = subs(Normais,q2(t),'x(2)');
1388 Normais = subs(Normais,q3(t),'x(3)');
1389 Normais = subs(Normais,q4(t),'x(4)');
1390 Normais = subs(Normais,q5(t),'x(5)');
1391 Normais = subs(Normais,q6(t),'x(6)');
1392 Normais = subs(Normais,q7(t),'x(7)');
1393 Normais = subs(Normais,q8(t),'x(8)');
1394 Normais = subs(Normais,q9(t),'x(9)');
1395 Normais = subs(Normais,q10(t),'x(10)');
1396
1397 Normais = subs(Normais,q11(t),'x(11)');
1398 Normais = subs(Normais,q12(t),'x(12)');
1399 Normais = subs(Normais,q13(t),'x(13)');
1400 Normais = subs(Normais,q14(t),'x(14)');
1401 Normais = subs(Normais,q15(t),'x(15)');
1402 Normais = subs(Normais,q16(t),'x(16)');
1403
1404 Normais = subs(Normais,beta1(t),'x(17)');
1405 Normais = subs(Normais,beta2(t),'x(18)');
1406 Normais = subs(Normais,beta3(t),'x(19)');
1407 Normais = subs(Normais,beta4(t),'x(20)');
1408 Normais = subs(Normais,beta5(t),'x(21)');
1409 Normais = subs(Normais,beta6(t),'x(22)');
1410 Normais = subs(Normais,beta7(t),'x(23)');
1411 Normais = subs(Normais,beta8(t),'x(24)');
1412 Normais = subs(Normais,beta9(t),'x(25)');
1413 Normais = subs(Normais,beta10(t),'x(26)');
1414
1415 Normais = subs(Normais,beta11(t),'vzDE');
1416 Normais = subs(Normais,beta12(t),'vzDD');
1417 Normais = subs(Normais,beta13(t),'vzTE');
1418 Normais = subs(Normais,beta14(t),'vzTD');
1419 Normais = subs(Normais,beta15(t),'deltaLdot');
1420 Normais = subs(Normais,beta16(t),'deltaRdot');
1421
1422 diary('Normais')
1423 display(Normais);
1424 diary off
1425
1426 % %===== ( END )=====

```